



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

كيس غير شفاف يحتوي على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس ،منها 3 كريات بيضاء مرقمة بـ: -2 ، 1 ، 2 ، و كريتان حمراوتان مرقمتان بـ: -2 ، 2 و 5 كريات خضراء مرقمة بـ: -2 ، -2 ، -3 ، 1 و 2 .
نسحب من الكيس عشوائيا 3 كريات وفي آن واحد .
(1) أ- احسب احتمال الحوادث التالية:

A : " الحصول على 3 كريات تحمل نفس الرقم " .

B : " الحصول على 3 كريات تحمل ألوان العلم الوطني " .

C : " الحصول على 3 كريات جداء أرقامهما يساوي 8 " .

ب - احسب $P(A \cap B)$ ، ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A \cup B)$.
- هل الحادثتان A و B مستقلتان؟ برر .

(2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما موجبا تماما .

- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم احسب التباين $V(X)$.

(3) نسحب الآن 3 كريات على التوالي دون إرجاع .

- احسب احتمال الحدث D : " الحصول على الأكثر على كريتين حمراوين " .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

A ، B و C نقط من المستوي المركب $(O; \vec{u}, \vec{v})$ لواحقها على الترتيب:

$$z_C = 3e^{-i\frac{5\pi}{4}} \text{ و } z_B = iz_A , z_A = 2 + 2\sqrt{3}i$$

(1) اكتب z_A على الشكل المثلثي و $z_C \times z_B$ على الشكل الأسّي .

(2) أ- اكتب العدد المركب: $L = \frac{2-2i}{-\sqrt{3}+i}$ على الشكل الجبري .

ب- اكتب L على الشكل المثلثي ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)$

(3) أ- جد قيم العدد الطبيعي n حتى يكون Z_A^n حقيقي سالب .

$$\text{ب- بين أن : } \left(\frac{z_A}{4}\right)^{2025} + \left(\frac{z_B}{4}\right)^{1956} + \left(\frac{z_C}{3}\right)^{2024} = 1$$

(4) M نقطة من المستوي لاحقتها Z ، حدد طبيعة مجموعة النقط (Γ) التي تحقق: $|Z - iz_A| = |z_C|$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على IN بعدها الأول $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 5 - \frac{4}{u_n}$

(1)- أ- أثبت بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n : $2 \leq u_n \leq 4$.

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

(2)- (v_n) المتتالية العددية المعرفة على IN كما يلي: $v_n = \frac{4-u_n}{1-u_n}$

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{4}$ يطلب حساب حدها الأول.

ب- اكتب v_n بدلالة n ثم بين من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 1 + \frac{3}{1-v_n}$ ، احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3)- أ- أثبت من أجل كل عدد طبيعي n : $4 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(4 - u_n)$.

ب- أثبت من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 4 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ مرة ثانية.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I- g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2 - (x + 2)e^{x-2}$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) أ- بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن $1.45 < \alpha < 1.46$

ب- استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^2 - x^2 e^{x-2}$ ، و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$) (وحدة الطول هي 2cm)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = xg(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) ليكن (Γ) المنحنى الممثل للدالة $x \rightarrow x^2$ على $\mathbb{R}$.

أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x^2]$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (Γ).

(4) بين أن: $f(\alpha) = \frac{\alpha^3}{\alpha+2}$ ، ثم جد حصر العدد $f(\alpha)$.

(5) اكتب معادلة لـ (T) المماس لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2.

(6) ارسم بعناية كلا من (T)، (Γ) و (C_f) في المجال $]-\infty; 2]$.

(7) لتكن H الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{x-2}$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية ثابتة.

أ- عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c حتى تكون H دالة أصلية للدالة $x \rightarrow x^2 e^{x-2}$ المعرفة على $\mathbb{R}$.

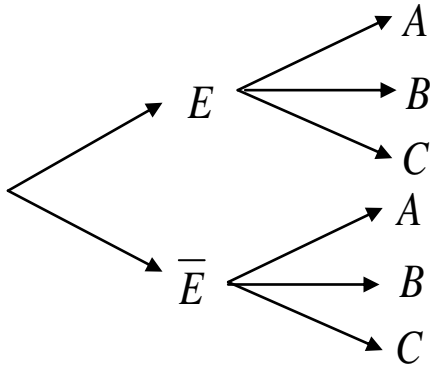
ب- احسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و (Γ) والمستقيمين اللذين معادلتهما: $x = 0$ ، $x = 2$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U على 5 كريات منها: 3 كريات بيضاء وكرتان حمراوتان ويحتوي صندوق V على 7 كريات منها: 4 كريات بيضاء و 3 كريات حمراء (جميع الكريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس)
 كيس غير شفاف يحتوي على 7 بطاقات متماثلة لا نفرق بينها باللمس مرقمة من 1 إلى 7 ، نسحب بطاقة من الكيس فإذا ظهر رقم فردي نسحب كريتين على التوالي دون إرجاع من الصندوق U وإذا ظهر رقم زوجي نسحب كريتين على التوالي مع الإرجاع من الصندوق V .

نعتبر الحوادث التالية:



E " ظهور رقم فردي " .

A " الحصول على كريتين بيضاوين " .

B " الحصول على كريتين حمراوين " .

C " الحصول على كريتين من لونين مختلفين " .

(1) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة .

(2) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$

(3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

عرف قانون الاحتمال المتغير العشوائي X ثم احسب الأمل الرياضي $E(1715x - 104)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(I) 1- حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة $(\bar{z} - 4i)(z^2 + 2\sqrt{2}\bar{z} + 4) = 0$.

2- جد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $-4i$.

(II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب :

$$z_C = -z_A \text{ و } z_B = \overline{z_A} , z_A = \sqrt{2}(1+i)$$

(1) أ- اكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ على الشكل الجبري.

ب- بين أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

(2) أ- جد لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

ب- حدد بدقة طبيعة الرباعي ABCD .

(3) M نقطة من المستوي لاحقتها Z ، حدد طبيعة مجموعة النقط (Γ) حيث: $|\bar{Z} - \sqrt{2}(1-i)| = |Z + \sqrt{2} + \sqrt{2}i|$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على IN بعدها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = -3 + \sqrt{7 + (u_n + 3)^2}$.
 1- أ- أثبت بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n $u_n \geq 1$.

ب- أثبت من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{7}{\sqrt{7 + (u_n + 3)^2} + u_n + 3}$

ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

2- (v_n) المتتالية العددية المعرفة على IN كما يلي: $v_n = (u_n + 3)^2$

أ- أثبت أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول، ثم اكتب v_n بدلالة n .

ب- استنتج u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ ، جد قيمة العدد الطبيعي n الذي يحقق $u_n = 8$

3- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = e^{16} + e^{23} + \dots + e^{16+7n}$

- احسب S_n بدلالة n ثم $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) h الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $h(x) = a(\ln x)^2 + b \ln x$.

حيث a و b عدنان حقيقيان، (γ) تمثيلها البياني، (Δ) مستقيم معادلته $y = 3x$

α فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ) كما هو موضح في الشكل

$A(e; -1)$ نقطة تنتمي إلى (γ) (1- قيمة حدية صغرى للدالة h من أجل $x = e$)

1 - أ- احسب $h'(x)$ بدلالة a و b .

ب- بين أن $a = 1$ و $b = -2$.

2 - أ- بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) .

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$ ، حيث: $g(x) = h(x) - 3x$

- تحقق أن $0.53 < \alpha < 0.54$

(II) f الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = 3 \ln x + \frac{(\ln x)^2}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$) .

1) بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ، وفسر النتيجة بيانياً، ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

2) - أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$.
 ب - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) - أ- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما 1 و الآخر β حيث: $0.34 < \beta < 0.35$

ب- ارسم بعناية (C_f) . (يعطى: $f(\alpha) \approx -1.15$ ، $f(3) \approx 3.7$) .

4) أ- باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $\int_e^x \ln t dt$.

ب- احسب مساحة الحيز المستوي المحدد ب: (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x = \beta$ ، $x = 1$ و حامل محور الفواصل