



BAC 2026 SE- REO-34



ثانوية الإخوة رباح - رأس الوادي

مديرية التربية لولاية برج بوعريج

التاريخ: 08 ديسمبر 2025

الشعبة: علوم تجريبية



المدة: 02 ساعة

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (06 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير:

(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x + \ln(2e^x + 1))$ تساوي :

أ) 0 ب) $\ln 2$ ج) $-\infty$

(2) الدالة f معرفة على $]1; +\infty[\cup]-\infty; -1[$ بـ: $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ و (C) تمثيلها البياني في م.م.م.م.م $(O; \vec{i}, \vec{j})$

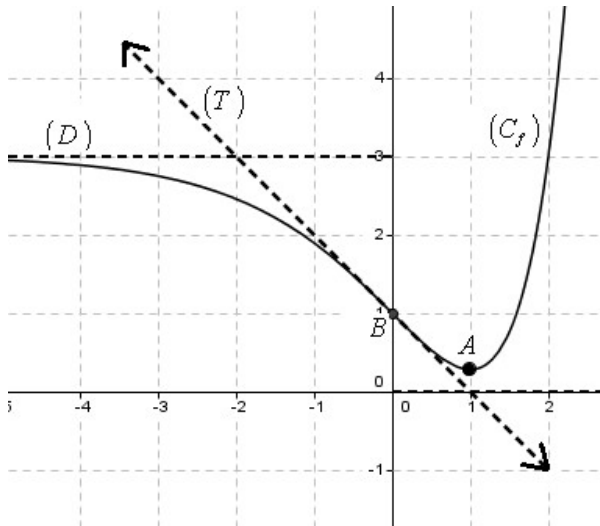
أ) الدالة f زوجية ب) الدالة f فردية ج) الدالة f لافردية ولا زوجية

(3) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y' - (\ln 2)y - \ln 8 = 0$ الذي يحقق $y(0) = 1$ هو:

أ) $y = 2^{x+2} - 3$ ب) $y = 2^{x+1} - 1$ ج) $y = 4e^x - 3$

(4) إذا كان $S = \ln(2) + \ln\left(\frac{3}{2}\right) + \ln\left(\frac{4}{3}\right) + \dots + \ln\left(\frac{2026}{2025}\right)$ فإن :

أ) $e^S = 2024$ ب) $e^S = 2025$ ج) $e^S = 2026$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بمنحنىها البياني (C_f) الذي يشمل النقطة $A(1; 3-e)$ ، مماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة $B(0; 1)$ و (D) مستقيم مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$ كما هو مبين في الشكل المقابل

بقراءة بيانية:

(1) عين $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) عين $f'(0)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + e - 3}{x - 1}$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(h) + 1}{h}$

(3) اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة B ومعادلة المستقيم المقارب (D) .

(4) عين قيم الوسيط الحقيقي m بحيث المعادلة $f(x) = mx + 1$ تقبل ثلاث حلول مختلفة

(5) h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x) = \frac{1}{f(x)}$

- أكتب $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

(I) الشكل المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$			

ب: $g(x) = (ax + b)e^{-x+2} + c$

مع a ، b و c أعداد حقيقية ثابتة.

بقراءة لجدول تغيرات الدالة g

(1) بين أن $a=1$ ، $b=-2$ و $c=e$.

(2) احسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم المتغير الحقيقي x .

(II) f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = ex - e - (x-1)e^{-x+2}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x) = (x-1)(e - e^{-x+2})$

ثم احسب كلا من : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، وشكل جدول تغيراتها .

(3) أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ex] = -e$ ، ثم فسر النتيجة بيانياً .

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = ex - e$

(4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

(5) أنشئ (T) ، (Δ) و (C_f) .

(6) ناقش بيانياً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $-x + 1 = (e - m)e^{x-2}$.

رابط الحل يفتح بعد نهاية الإمتحان:



التمرين 01: (06 نقاط)

(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x + \ln(2e^x + 1))$ تساوي: (ب) $\ln 2$

التبرير:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x + \ln(2e^x + 1)) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln e^{-x} + \ln(2e^x + 1)) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(e^{-x}(2e^x + 1)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(2 + e^{-x}) \\ &= \boxed{\ln(2)} \end{aligned}$$

(2) الدالة f معرفة على $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

(ب) الدالة f فردية

التبرير: لدينا D_f متناظرة بالنسبة للعدد 0

ولدينا من أجل كل $x \in D_f$

$$\begin{aligned} f(-x) &= \ln\left(\frac{-x-1}{-x+1}\right) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) \\ &= -\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \boxed{-f(x)} \end{aligned}$$

(3) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y' - (\ln 2)y - \ln 8 = 0$

الذي يحقق $y(0) = 1$ هو: $y = 2^{x+2} - 3$ (أ)

التبرير: لدينا $y' = (\ln 2)y + \ln 8$; مجموعة حلول المعادلة

التفاضلية هي الدوال من الشكل: $f(x) = Ce^{(\ln 2)x} - \frac{\ln 8}{\ln 2}$

أي $f(x) = C \times 2^x - 3$

و بما أن $f(0) = 1$ فإن $C \times 2^0 - 3 = 1$ أي $C = 4$

ومنه $f(x) = 4 \times 2^x - 3 = \boxed{2^{x+2} - 3}$

(4) إذا كان:

$$S = \ln(2) + \ln\left(\frac{3}{2}\right) + \ln\left(\frac{4}{3}\right) + \dots + \ln\left(\frac{2026}{2025}\right)$$

$e^S = 2026$ (ج) فان:

التبرير: لدينا

$$\begin{aligned} S &= \ln\left(\cancel{2} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}} \times \dots \times \frac{2025}{2024} \times \frac{2026}{2025}\right) \\ &= \ln(2026) \end{aligned}$$

ومنه: $e^S = e^{\ln(2026)} = \boxed{2026}$

التمرين 02: (06 نقاط)

(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + e - 3}{x - 1} = f'(1) = 0$, $f'(0) = -1$

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(h) + 1}{h} = f''(0) = 0$

(3) معادلة المماس (T) هي $y = -x + 1$

ومعادلة المستقيم المقارب (D) هي $y = 3$

(4) المعادلة $f(x) = mx + 1$ تقبل ثلاث حلول من أجل

$m \in]-1; 0[$ (مناقشة دورانية - مركز الدوران $(B(0;1))$)

(5) h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x) = \frac{1}{f(x)}$

- كتابة $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$: الدالة h تقبل

الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة $h'(x) = \frac{-f'(x)}{[f(x)]^2}$

* من أجل $x \in \mathbb{R}$ لدينا $[f(x)]^2 > 0$

إشارة $h'(x)$ نفس إشارة $-f'(x)$.

* ولدينا $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{3}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = 0$

- جدول تغيرات الدالة h .

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$h'(x)$		+	-
$h(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3-e}$	0

التمرين 03: (08 نقاط)

I معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = (ax + b)e^{-x+2} + c \quad \text{و من أجل } x \in \mathbb{R}$$

$$g'(x) = (-ax - b + a)e^{-x+2}$$

(1) تبين أن $a = 1$ ، $b = -2$ و $c = e$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (ax + b)e^{-x+2} + c = c$$

ومن الجدول $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = e$ ومنه $c = e$

$$\begin{cases} (3a+b)e^{-1} + e = e + e^{-1} \\ (-2a-b)e^{-1} = 0 \end{cases} \quad \text{معناه: } \begin{cases} g(3) = e + e^{-1} \\ g'(3) = 0 \end{cases}$$

$$\text{معناه: } \begin{cases} 3a+b=1 \\ -2a-b=0 \end{cases} \quad \text{بالجمع طرفا لطرف نجد: } a=1 \text{ ثم } b=-2$$

$$g(x) = (x-2)e^{-x+2} + e \quad \text{ومنه}$$

(2) حساب $g(1)$ وإشارة $g(x)$: $g(1) = 0$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

II f معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = ex - e - (x-1)e^{-x+2}$$

$$f(x) = ex - e - (x-1)e^{-x+2}$$

$$= e(x-1) - (x-1)e^{-x+2} \quad (1)$$

$$= (x-1)(e - e^{-x+2})$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x-1)(e - e^{-x+2}) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1)(e - e^{-x+2}) = +\infty$$

(2) أ) تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي :

$$f'(x) = e - (-x+1+1)e^{-x+2}$$

$$= (x-2)e^{-x+2} + e = g(x)$$

ب) اتجاه تغير الدالة f : الدالة f متناقصة تماما على المجال

$]-\infty; 1]$ ومتزايدة تماما على المجال $[1; +\infty[$.

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$ 0 $\nearrow$	$+\infty$

(3) أ) حساب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ex]$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ex] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [-e - (x-1)e^{-x+2}] = -e$$

تفسير النتيجة بيانيا: $y = ex - e$ معادلة مستقيم مقارب مائل

لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) :

$$f(x) - y = -(x-1)e^{-x+2}$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x) - y$	+	0	-
الوضع النسبي	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في $(1; 0)$	(C_f) تحت (Δ)

(4) تبين أن المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) يوازي (Δ) .

$$\text{نضع } f'(x) = e \text{ أي } (x-2)e^{-x+2} + e = e \quad \text{ومنه}$$

$$(x-2)e^{-x+2} = 0 \text{ أي } x-2=0 \quad \text{ومنه } x=2$$

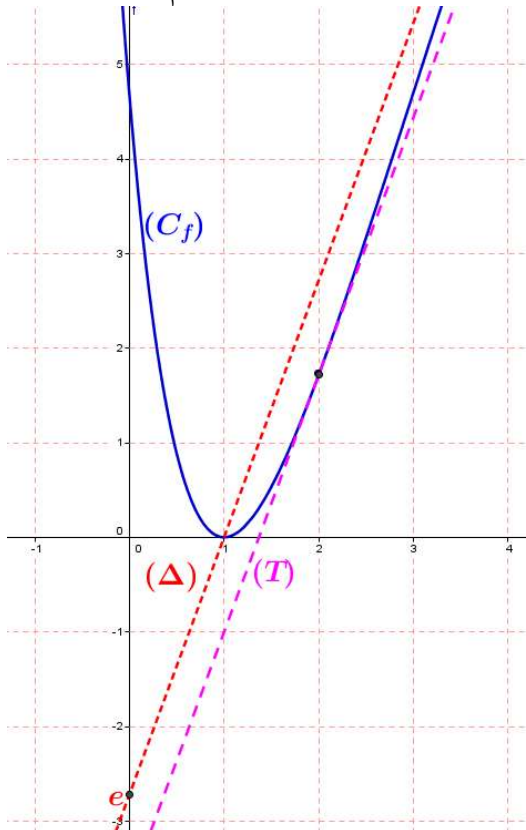
ومن المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) يوازي (Δ) عند

النقطة ذات الفاصلة 2 معادلته .

$$\text{أي } y = f'(2)(x-2) + f(2)$$

$$(T): y = ex - e - 1 \quad \text{ومنه } y = e(x-2) + e - 1$$

(5) لدينا: $f(0) \approx 4,67$ -رسم: (T) ، (Δ) و (C_f) .



$$f(x) = ex - e - (x-1)e^{-x+2} \quad (6)$$

مناقشة عدد حلول المعادلة: $-x+1 = (e-m)e^{x-2}$.

$$(-x+1) \times e^{-x+2} = (e-m)e^{x-2} \times e^{-x+2}$$

$$(-x+1) \times e^{-x+2} = e-m \quad \text{أي :}$$

$$-(x-1) \times e^{-x+2} - e = -m \quad \text{معناه :}$$

نضيف ex إلى طرفي المعادلة فنجد :

$$ex - e - (x-1) \times e^{-x+2} = ex - m$$

$$f(x) = ex - m \quad \text{وتكافئ :}$$

حلول المعادلة تمثل فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيم

$$(\Delta_m): y = ex - m \quad \text{ذو المعادلة :}$$

$$f(x) = ex - m \quad \text{(مناقشة مائلة) :}$$

$$(T): y = ex - e - 1$$

$$(\Delta): y = ex - e$$

عدد حلول المعادلة	قيم الوسيط m	قيم $-m$
لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$	$m \in [-e+1; +\infty[$	$-m \in]-\infty; e-1]$
حل مضاعف	$m = -e + 1$	$-m = e - 1$
حلان متميزان	$m \in]-e; -e+1[$	$-m \in]e-1; e[$
حل وحيد	$-m \in]-\infty; -e]$	$-m \in [e; +\infty[$

أساتذة المارة: وهواتنا لكم
بالنجاح والتفوق في بكالوريا 2026