الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية ميلة **ثانوية شيهاني بشير * تلاغمة ***

الشعبة : سنة ثالثة أداب و فلسفة - لغات أجنبية ***2024--2025***

إختبار الثلاثي الأول

في مادة : الرياضيات **المدة :02 سا**

التمرين الأول: (6 نقاط)

(U_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ ، حدها الأول $U_0 = -1$ و أساسها r حيث :

$$U_0 + U_1 + U_2 = 18$$

1. بين أن أساس المتتالية $r = 7$.
2. عبر عن U_n بدلالة n .
3. أحسب قيمة الحد العاشر .
4. عين مع التبرير إتجاه تغير المتتالية (U_n) .
5. هل العدد 2024 حد من حدود المتتالية (U_n) ؟ مع التعليل .
6. أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$
7. استنتج قيمة المجموع S_{10} حيث : $S_{10} = U_0 + U_1 + ... + U_{10}$

التمرين الثاني: (7 نقاط)

(V_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما ، معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بحديها :

$$V_3 = 375 \quad \text{و} \quad V_1 = 15$$

1. بين أن أساس المتتالية الهندسية 5 و حدها الأول $V_0 = 3$.
2. عبر عن الحد العام V_n بدلالة n .
3. تحقق أن $V_{n+1} - V_n = 12 \times 5^n$ ثم استنتج إتجاه تغير المتتالية (V_n) .
4. أحسب 5^5 ثم بين أن العدد 9375 حد من حدود المتتالية (V_n) ثم عين رتبته .
5. أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_{n-1}$.

التمرين الثالث : (7 نقاط)

I . (U_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $U_0 = 4$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

$$U_{n+1} = 2U_n - 3$$

1. أحسب الحدود U_1 ، U_2 ، U_3 .

II . نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = U_n - 3$.

1. بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها 2 و حدها الأول $V_0 = 1$.
2. أكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n .
3. عبر بدلالة n عن المجموع S_n حيث : $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$
4. استنتج قيمة المجموع S'_n حيث : $S'_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$.

التصحيح النموذجي لإختبار الثلاثي الأولى في ماة الرياضيات

ثانوية شيهاني بشير -التلاغمة-
الأستاذة : بلعويرة شيماء

المستوى :ثالثة آداب و فلسفة - لغات أجنبية
السنة الدراسية : 2025/2024

سلم التنقيط

تمرين 1

① تبيان أن أساس المتتالية هو $r = 7$:

1 لدينا :

$$U_n = U_p + (n-p)r \qquad U_n = U_p + (n-p)r$$
$$U_1 = U_0 + (1-0)r \qquad U_2 = U_0 + (2-0)r$$
$$= -1 + r \qquad = -1 + 2r$$

و منه :

$$U_0 + U_1 + U_2 = 18$$
$$-1 - 1 + r - 1 + 2r = 18$$
$$-3 + 3r = 18$$
$$3r = 18 + 3$$
$$3r = 21$$

إذن أساس المتتالية الحسابية (U_n) هو : $\boxed{r = 7}$

1 ② التعبير عن U_n بدلالة n :

$$U_n = U_p + (n-p)r$$
$$= U_0 + (n-0) \times 7$$
$$= -1 + 7n$$

1 ③ حساب قيمة الحد العاشر :

بما أن الحد الأول للمتتالية الحسابية (U_n) هو U_0 فإن الحد العاشر هو U_9 و منه :

$$U_9 = -1 + 7 \times 9$$
$$= 62$$

إذن $\boxed{U_9 = 62}$

0.5 ④ تعيين إتجاه تغير المتتالية (U_n) :

بما أن أساس المتتالية (U_n) هو $r = 7$ موجب تماما $(r > 0)$ فإن المتتالية (U_n) متزايدة تماما .

⑤ هل العدد 2024 حد من حدود المتتالية (U_n) :

1

$$U_n = 2024$$
$$-1 + 7n = 2024$$
$$7n = 2025$$
$$n = \frac{2025}{7} \notin \mathbb{N}$$

و منه العدد 2024 ليس حد من حدود المتتالية (U_n) .

1

⑥ حساب المجموع S_n بدلالة n :

$$\begin{aligned} S_n &= (n-0+1)\times\frac{U_0+U_n}{2} \\ &= (n+1)\times\frac{-1-1+7n}{2} \\ &= (n+1)\times\frac{-2+7n}{2} \end{aligned}$$

⑦ استنتاج قيمة المجموع S_{10} :

1 لدينا : $S_n=(n+1)\times\frac{-2+7n}{2}$ من أجل $n=10$ نجد :

$$\begin{aligned} S_{10} &= (10+1)\times\frac{-2+7\times10}{2} \\ &= 11\times34 \\ &= 374 \end{aligned}$$

تمرين 2

1.5 ① تبيان أن أساس المتتالية هو 5 و حدها الأول $V_0=3$:

$$\begin{aligned} V_n &= V_p\times q^{n-p} \\ V_3 &= V_1\times q^{3-1} \\ 375 &= 15\times q^2 \\ q^2 &= \frac{375}{15} \\ q^2 &= 25 \end{aligned}$$

إذن : $\boxed{q=5}$ أو $\boxed{q=-5}$ (مرفوض لأن جميع حدود المتتالية موجبة تماما)

إذن أساس المتتالية الهندسية (V_n) هو $q=5$ و حدها الأول :

لدينا :

$$\begin{aligned} V_1 &= V_0\times5^{1-0} \\ 15 &= V_0\times5 \\ V_0 &= \frac{15}{5} \\ &= 3 \end{aligned}$$

إذن : $\boxed{V_0=3}$

1 ② عبارة الحد العام :

لدينا :

$$\begin{aligned} V_n &= V_p\times q^{n-p} \\ V_n &= V_0\times q^{n-0} \end{aligned}$$

إذن : $\boxed{V_n=3\times5^n}$

1.5 ③ التحقق من أن $V_{n+1}-V_n=12\times5^n$:

لدينا :

$$\begin{aligned} V_n &= 3\times5^n \\ V_{n+1} &= 3\times5^{n+1} \\ &= 3\times5^n\times5 \end{aligned}$$

إذن :

$$\begin{aligned} V_{n+1}-V_n &= 3\times5^n\times5-3\times5^n \\ &= 3\times5^n\times(5-1) \\ &= 3\times5^n\times4 \\ &= 12\times5^n \end{aligned}$$

بما أن $V_{n+1}-V_n=12\times5^n>0$ فإن المتتالية (V_n) متزايدة تماما .

2 ④ تبيان أن العدد 9375 حد من حدود المتتالية (V_n) :

$$V_n = 9375$$
$$3 \times 5^n = 9375$$
$$5^n = \frac{9375}{3}$$
$$5^n = 3125$$
$$5^n = 5^5$$

لدينا : $5^5 = 3125$ و $n = 5 \in \mathbb{N}$ و منه : إذن : $\boxed{V_5 = 9375}$

1 ⑤ حساب المجموع S_n بدلالة n :

$$\begin{aligned} S_n &= V_0 \times \frac{1 - q^{n-1-0+1}}{1-q} \\ &= 3 \times \frac{1 - 5^{n-1-0+1}}{1-5} \\ &= 3 \times \frac{1-5^n}{-4} \\ &= -\frac{3}{4}(1-5^n) \\ &= \frac{3}{4}(5^n - 1) \end{aligned}$$

تمرين 3 :

1.5 I. ① حساب الحدود :

$$U_1 = 2U_0 - 3 = 2 \times 4 - 3 = 5$$
$$U_2 = 2U_1 - 3 = 2 \times 5 - 3 = 7$$
$$U_3 = 2U_2 - 3 = 2 \times 7 - 3 = 11$$

2 II. ① تبيان أن (V_n) متتالية هندسية :

$$V_n = U_n - 3$$
$$V_{n+1} = U_{n+1} - 3$$
$$= 2U_n - 3 - 3$$
$$= 2U_n - 6$$
$$= 2(U_n - 3)$$

لدينا : و منه : $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{2(U_n-3)}{(U_n-3)} = 2$

إذن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = 2$ و حدها الأول : $V_0 = U_0 - 3 = 4 - 3 = 1$

1 ② عبارة الحد العام V_n بدلالة n :

$$V_n = V_0 \times q^{n-0}$$
$$= 1 \times 2^n$$
$$= 2^n$$

③ حساب المجموع S_n بدلالة n :	1

$$\begin{aligned} S_n &= V_0 \times \frac{1-q^{n-0+1}}{1-q} \\ &= 1 \times \frac{1-2^{n+1}}{1-2} \\ &= 1 \times \frac{1-2^{n+1}}{-1} \\ &= -(1-2^{n+1}) \\ &= 2^{n+1}-1 \end{aligned}$$

④ إستنتاج المجموع S'_n بدلالة n :	1

$$\begin{aligned} S_n &= U_0 + U_1 + \ldots + U_n \\ &= V_0 + 3 + V_1 + 3 + \ldots + V_n + 3 \\ &= V_0 + V_1 + \ldots + V_n + (3+3+\ldots+3) \\ &= 2^{n+1} - 1 + 3(n+1) \\ &= 2^{n+1} - 1 + 3n + 3 \\ &= 2^{n+1} + 3n + 2 \end{aligned}$$