رقم الهاتف: 0550 47 22 35 / 023 71 54 63 فاكس: 023 71 54 67 Email: saitameur3@gmail.com

المستوى:الثالثة علوم تجريبية	ديسمبر 2024
اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات	المدة : 2 سا

التمرين 1 (10 ن)

I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^x + x + 2$

1) أدرس تغيرات الدالة g .

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ثم تحقق ان $-2.2 < \alpha < -2.1$

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1-xe^x}{e^x+1}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x) = \frac{-g(x)e^x}{(e^x+1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

5) بين أن : $f(\alpha) = -(\alpha+1)$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

6) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث : $0.5 < \beta < 0.6$

7) مثل بيانيا كل من (Δ) و (C_f).

التمرين 2 (10 ن)

I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.5 < \alpha < 2$

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم فسر النتائج بيانيا.

2) أ) بين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2+1)^2}$

ب)استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن : $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f)عند النقطة التي فاصلتها 1.

5) أرسم (T) و (C_f). (يعطى $\alpha = 1.6$)

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد حول المعادلة : $x^3 + 2mx^2 + x - 2\ln x + 2m = 0$

بالتوفيق.

التصحيح النموذجي

I) 1) دراسة تغيرات الدالة g

النهايات: $lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$; $lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$

حساب $g'(x)$:

g دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و g' دالتها المشتقة حيث من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $g'(x) = e^x + 1$

إشارة $g'(x)$: $g'(x) > 0$ لأن $1 > 0$ و $e^x > 0$ و منه g دالة متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

جدول التغيرات

x	-∞		+∞
$g'(x)$		+	
$g(x)$	-∞	↗	+∞

2) نبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ثم تحقق ان $-2.1 < \alpha < -2.2$

مبرهنة القيم المتوسطة

3) استنتاج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

x	-∞		α		+∞
$g(x)$		-	0	+	

II) 1) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$

التفسير الهندسي (C_f) يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته $y = 1$ بجوار $-\infty$

2) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

3) أ) التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x) = \frac{-g(x)e^x}{(e^x+1)^2}$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها

- **إشارة $f'(x)$** : عكس إشارة $g(x)$ لأن $(e^x+1)^2 > 0$ و $e^x > 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$-g(x)$	+	0	-
$f'(x)$	+	0	-

و منه f دالة متزايدة تماما على المجال $]-\infty\ ;\ \alpha]$ و متناقصة تماما على المجال $[\alpha\ ;+\infty[$

- **جدول التغيرات**

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	1	$f(\alpha)$	$-\infty$

4) أ) نبين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

لدينا من اجل كل x من $\mathbb{R}$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)-y = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1+x}{e^x+1}\right) = 0$$

اذن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ب) الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

ندرس إشارة الفرق $f(x)-y$:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)-y$	-	0	+

الوضع النسبي

- على المجال]-1; -∞ [: (C_f) يقع تحت (Δ)
- على المجال] -1 ; +∞ [: (C_f) يقع فوق (Δ)

لما x= -1

$$(C_f) \cap (\Delta) = A(-1;1)\}$$

5) نبين أن : $f(\alpha) = -(\alpha+1)$

لدينا $g(\alpha) = 0$ و منه $e^{\alpha} + \alpha + 2 = 0$ اذن $e^{\alpha} = -(\alpha+2)$ ..... (*)

لدينا $f(\alpha) = \frac{1-\alpha e^{\alpha}}{e^{\alpha}+1}$ .....(1)

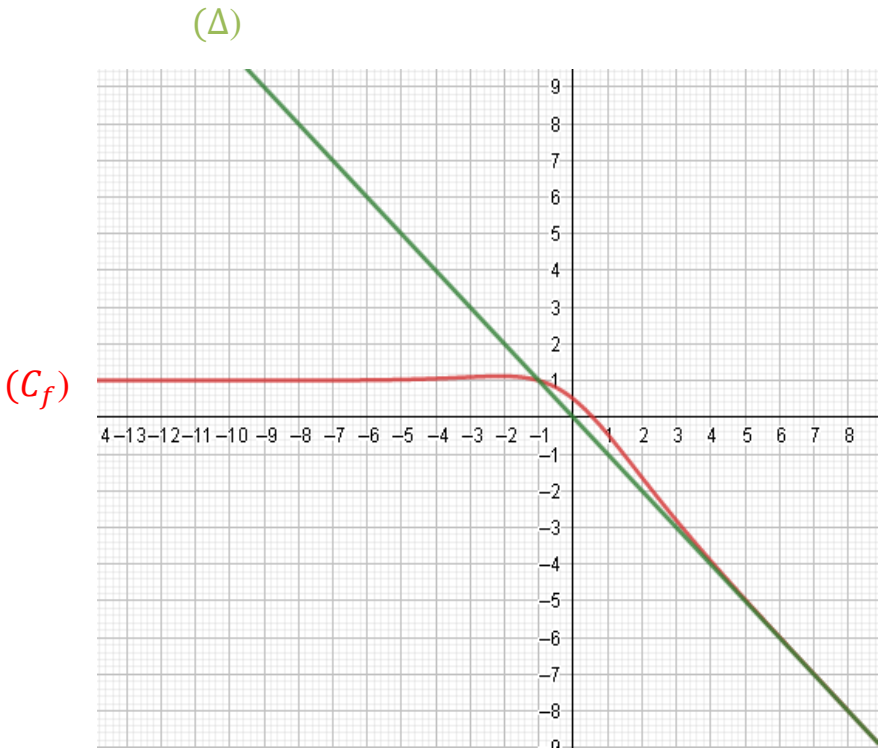
بتعويض (*) في(1) نجد $f(\alpha) = -(\alpha+1)$

استنتاج حصر لـ $f(\alpha)$: $1.1 < f(\alpha) < 1.2$

6) نبين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث : $0.5 < \beta < 0.6$

مبرهنة القيم المتوسطة

7) التمثيل بيانيا كل من (Δ) و (C_f).



تمرين 2

I) 1) اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

- **حساب $g'(x)$:**

g دالة قابلة للاشتقاق على $]0; +\infty[$ و g' دالتها المشتقة حيث من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا:

$g'(x) = -4x \ln x$

- **إشارة $g'(x)$:**

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	+	0	-	

و منه g دالة متزايدة تماما على المجال $[0 ; 1]$ و متناقصة تماما على المجال $[1 ; +\infty[$

جدول التغيرات

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	+	0	-	
$g(x)$	1	↗	2	↘	$-\infty$

2) نبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.5 < \alpha < 2$

مبرهنة القيم المتوسطة

3) استنتاج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$	‖	+	0	-	

II) 1) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = -\infty$.

التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x = 0$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته $y = 0$ بجوار $+\infty$

2) أ) نبين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2+1)^2}$

ب)استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها.

x	0		α		$+\infty$
f ' (x)	|	+	0	-	

ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0; \alpha[$ و متناقصة تماما على المجال $]\alpha ; +\infty[$

جدول التغيرات

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	|	+	0	-	
$f(x)$	| $-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	0

3) نبين أن : $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$

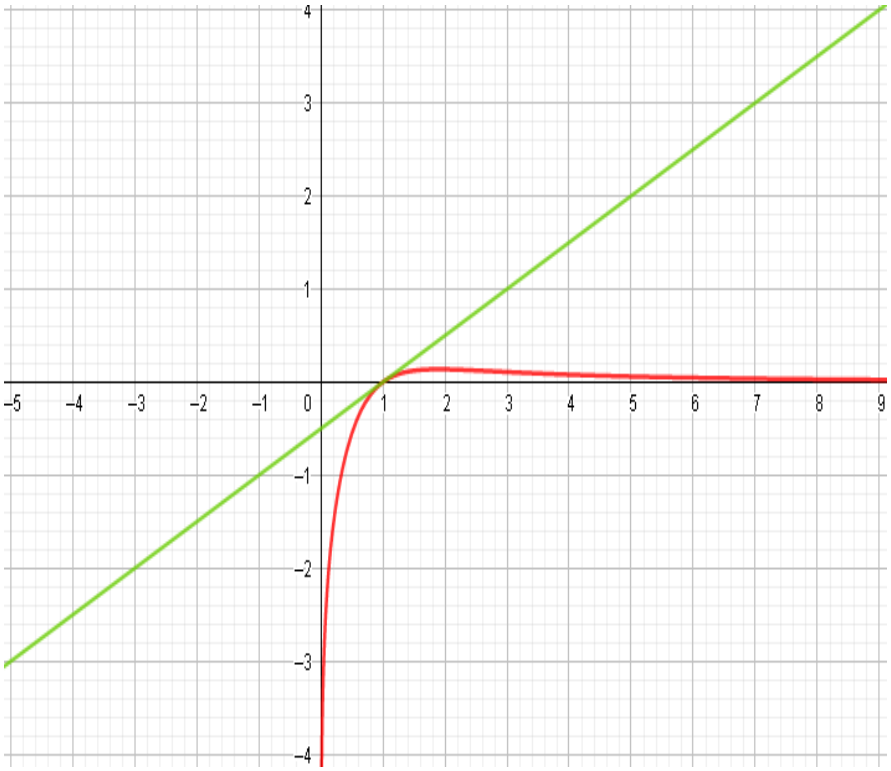
حصر $f(\alpha)$ $0.125 < f(\alpha) < 0.22$

4) معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f)عند النقطة التي فاصلتها 1.

$$(T): y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

5) رسم (T) و (C_f).

(T)



(C_f)

6) المناقشة بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد حول المعادلة : $x^3+2mx^2+x-2\ln x+2m=0$

لدينا $x^3+2mx^2+x-2\ln x+2m=0$ و منه $f(x)=\frac{1}{2}x+m$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x+m$ الذي يوازي (T)

- لما $m\in]-\infty;-\frac{1}{2}[$ فإن المعادلة تقبل حلين
- لما $m=-\frac{1}{2}$ فإن المعادلة تقبل حل وحيد هو 1
- لما $m\in]-\frac{1}{2};+\infty[$ المعادلة لا تقبل حلول.