رقم الهاتف: 023 71 54 63 / 0550 47 22 35 فاكس: 023 71 54 67 Email: saitameur3@gmail.com

المستوى الثالثة رياضيات

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

2سا

التمرين الأول :

أجب عن كل جملة من الجمل التالية بصحيح أو خطأ مع التبرير

1) حل المعادلة التفاضلية $3y'=2y-6$ بحيث $f(0)=1$ هو الدالة f بحيث : $f(x)=3e^{\frac{2}{3}x}+3$

2) حلول المتراجحة $5^x>7^{x-2}$ في $\mathbb{R}$ هي : $\left[\frac{2\ln(7)}{\ln\left(\frac{7}{5}\right)};+\infty\right[$

3) عدد أرقام العدد $2024^{2024^{2024}}$ هو $10^{6685}.3305$.

التمرين الثاني :

1) باستعمال قابلية الاشتقاق للدالة $x\mapsto\ln(x)$ بين أن $\lim\limits_{x\to1}\frac{\ln(x)}{x-1}=1$ ثم استنتج أن : $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln(x+1)}{x}=1$

2) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ بالعبارة $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\geq1$ لدينا: $f(x)=\ln x+\ln\left(1+\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}\right)$

ب) من أجل $x\geq1$ بين أن: $x-1=x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}\left(\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\right)$

ت) هل الدالة f قابلة للإشتقاق عند 1 ؟ فسر النتيجة بيانيا.

3) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

4) أدرس تغيرات الدالة f ثم أرسم (C_f).

التمرين الثالث:

1) جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{\ln2\}$ كما يلي $g(x)=2x+\frac{2}{e^x-2}$ هو :

استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

x	$-\infty$		0		$\ln2$		$\ln4$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	-2	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	$1+4\ln2$	↗	$+\infty$

2) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{\ln 2\}$ كما يلي: $f(x)=x^2-x+\ln\left|e^x-2\right|$ وليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{\ln 2\}$ لدينا : $f'(x)=g(x)$

ب) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

ت) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x^2\right]$ ثم فسر النتيجة هندسيا

ث) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0

ج) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيين إحداثييهما

ح) بين أنه لا يوجد مماس لـ $\left(C_f\right)$ يوازي (T)

خ) بين أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α بحيث $\frac{3}{4}<\alpha<2\ln 2$

د) أنشىء $\left(C_f\right)$

ذ) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب k عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=\sqrt[6]{k}$

3) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=x^2+|x|+\ln\left|\frac{1}{e^{|x|}}-2\right|$ وليكن $\left(C_h\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

أ) أدرس شفعية الدالة h

ب) انطلاقا من المنحنى $\left(C_f\right)$ استنتج طريقة هندسية لرسم $\left(C_h\right)$ ثم ارسمه.

بالتوفيق و السداد

التصحيح النموذجي

التمرين الأول:

1) خطأ: $f(x)=-2e^{\frac{2}{3}x}+3$

2) صحيح

3) خطأ: لا يمكن معرفة عدد أرقام العدد $2024^{2024^{2024}}$ لأن : $\log\left(2024^{2024^{2024}}\right)>>10^{6691}.3306$

التمرين الثاني:

1) باستعمال تعريف العدد المشتق للدالة $x\mapsto \ln x$ عند العدد 1 نجد : $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln x}{x-1}$ و بوضع $t=x-1$ نجد

$$\lim_{t\to 0}\frac{\ln(t+1)}{t}=1$$

2) أ) من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ لدينا:

$$\ln x+\ln\left(1+\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}\right)=\ln\left[x\left(1+\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}\right)\right]=\ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=f(x)$$

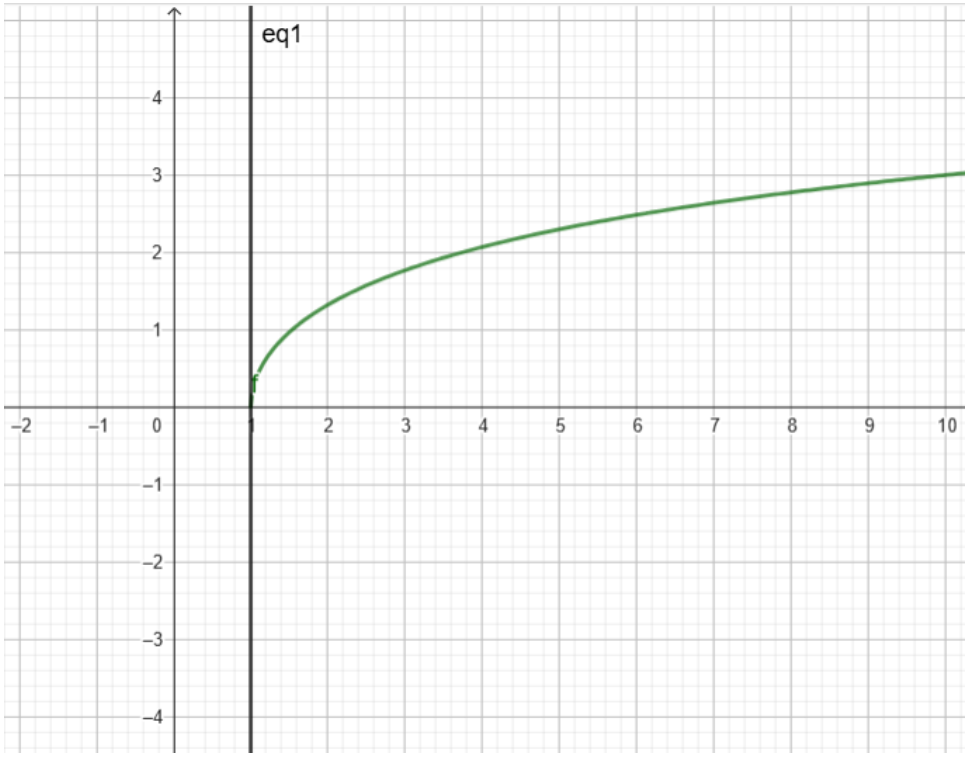
ت) من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ $x-1=x\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}\left(\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}\right)$ (بعد تبسيط الجذور)

ث) f فير قابلة للاشتقاق عند العدد 1 من اليمين والمنحنى (C_f) يقبل نصف مماس موازي لمحور التراتيب

$$\lim_{x\xrightarrow{>}1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=+\infty$$

ج) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

ح) f متزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$



التمرين الثالث:

1) إشارة $g(x)$ حسب قيم x:

$g(x)>0$ من أجل $x\in]\ln 2;+\infty[$; $g(x)<0$ من أجل $x\in]-\infty;\ln 2[$

2) أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{\ln 2\}$: $f'(x)=g(x)$

ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ ، الدالة f متزايدة تماما على المجال $x\in]\ln 2;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $x\in]-\infty;\ln 2[$

تشكيل جدول تغيرات الدالة f

ث) $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x^2]=0$ ، (C_f) يقبل فرع قطع مكافئ معادلته $y=x^2$ عند $+\infty$

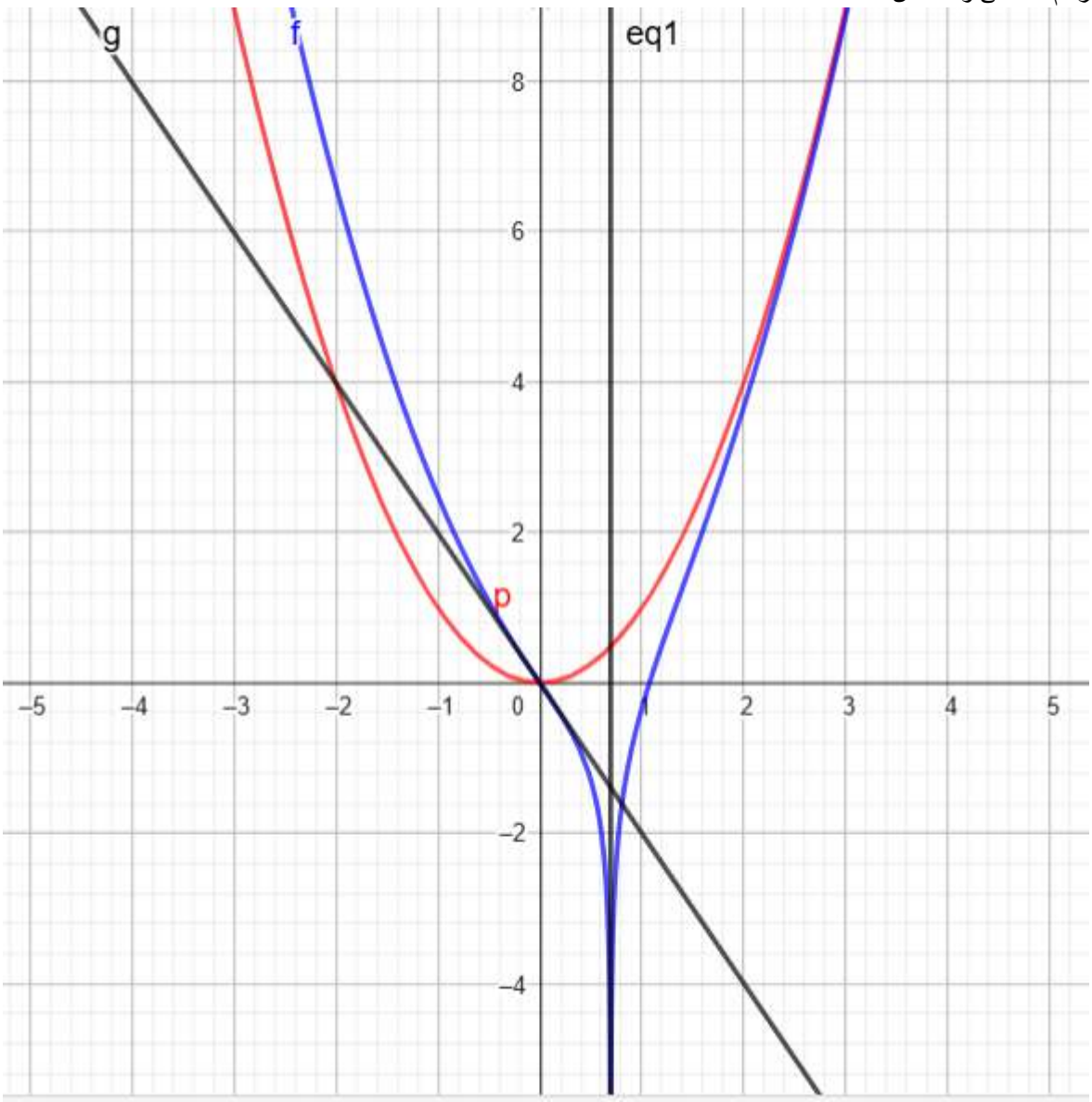
ج) معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0 هي : $(T):y=-2x$

ح) من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{\ln 2\}$: $f''(x)=g'(x)$ ، لدينا $f''(x)$ تنعدم عند 0 و $\ln 4$ مغيرة إشارتها ومنه نقطتي الإنعطاف هي : $O(0,0)$ و $A\left(\ln 4,4(\ln 2)^2-\ln 2\right)$

خ) المعادلة $f'(x)=-2$ لا تقبل حلول في $\mathbb{R}-\{\ln 2\}$ ومنه لا يوجد مماس لـ (C_f) يوازي (T)

د) تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة

ذ) رسم المنحنى و المماس:



من أجل كل عدد جقيقي موجب تماما k فإن المعادلة $f(x)=\sqrt[6]{k}$ تقبل حلين مختلفين في الإشارة

من أجل $k=0$ المعادلة $f(x)=\sqrt[6]{k}$ تقبلين حلين أحدهما معدوم و الآخر α

3) أ) الدالة h زوجية

ب) على المجال $]-\infty,0]$ ، (C_h) ينطبق على (C_f) وبما أن الدالة h زوجية فمنحناها البياني متناظر بالنسبة لمحور التراتيب أي نكمل الجزء المتبقي من (C_h) بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب على المجال $[0,+\infty[$.