

التمرين الأول :

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ بـ : $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$

(1) اكتب العبارة $x^2 + x - 6$ على الشكل النموذجي.

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2 + x - 6$ ثم استنتج تحليلاً لها.

(3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من مجموعة تعريفها فإن: $f(x) = \frac{x+3}{x+2}$

(4) حل في $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ المتراجحة $f(x) \geq 0$.

التمرين الثاني :

لتكن الدالتان f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 - 3x^2$ و $g(x) = x^2 - x - 6$

وليكن (C_f) و (C_g) تمثيلهما البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ كما هو موضح في الشكل أدناه:

(1) بقراءة بيانية:

(أ) نلخص إشارة كل من f و g في جدول.

(ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x) = g(x)$

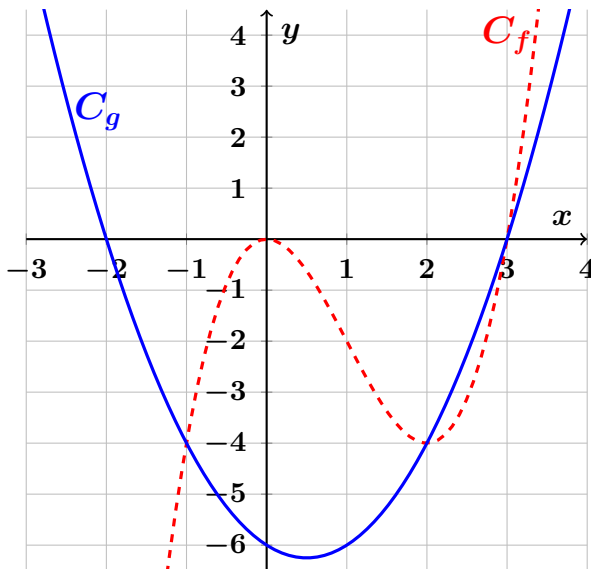
(ج) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $f(x) < g(x)$

(2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$g(x) = (x+2)(x-3)$$

- تحقق جبرياً من حلول المعادلة $f(x) = g(x)$

(3) عين قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = m$ ثلاث حلول حقيقية متميزة.



حل التمرين الأول:

(10.5 ن)

الدالة f معرفة بـ: $f(x) = \frac{x^2+x-6}{x^2-4}$

(1) الشكل النموذجي:

$$x^2 + x - 6 = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{25}{4}$$

(2) حل المعادلة :

$$\Delta = (1)^2 - 4(1)(-6) = 25$$

بما أن $\Delta > 0$ فإن للمعادلة حلين متميزين هما:

$$x_2 = \frac{-1+\sqrt{25}}{2(1)} = 2, \quad x_1 = \frac{-1-\sqrt{25}}{2(1)} = -3$$

(01 ن) التحليل: $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2)$ (01 ن) (3) تبين أن $f(x) = \frac{x+3}{x+2}$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x^2 + x - 6}{(x - 2)(x + 2)} \\ &= \frac{(x + 3)(x - 2)}{(x + 2)(x - 2)} \\ &= \frac{x + 3}{x + 2} \end{aligned}$$

(4) حل المتراجحة $f(x) \geq 0$ لدينا: $x + 3 = 0$ يعني $x = -3$ و $x + 2 \neq 0$ يعني $x \neq -2$

(0.5 ن)

(0.5 ن)

(03 ن)

(5) جدول إشارة $f(x)$:

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$
$x + 3$	—	○	+	+
$x + 2$	—	—	○	+
$f(x)$	+	○	—	+

(6) حلول المتراجحة :

(01.5 ن)

$$S =] - \infty; -3] \cup] - 2; 2[\cup] 2; +\infty[$$

حل التمرين الثاني:

(9.5 ن)

(1) قراءة بيانية:

(أ) إشارة f و g :

(2.5 ن)

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f(x)$	—	○	—	+
x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$g(x)$	+	○	—	+

(1.5 ن)

(ب) حل المعادلة $f(x) = g(x)$:فواصل نقاط التقاطع هي: $S = \{-1; 2; 3\}$

(1.5 ن)

(ج) حل المتراجحة $f(x) < g(x)$:المجال الذي يكون فيه C_f تحت C_g :

$$S =] - \infty; -1[\cup] 2; 3[$$

(01 ن)

(2) التحقق من تحليل $g(x)$:

$$\begin{aligned} g(x) &= (x + 2)(x - 3) \\ &= x^2 - 3x + 2x - 6 \\ &= x^2 - x - 6 \end{aligned}$$

(02 ن)

-- حل المعادلة $f(x) = g(x)$ جبرياً:لدينا: $f(x) = x^3 - 3x^2$ و $g(x) = (x + 2)(x - 3)$ بوضع: $x^3 - 3x^2 = (x + 2)(x - 3)$

$$x^2(x - 3) - (x + 2)(x - 3) = 0$$

$$(x - 3)[x^2 - (x + 2)] = 0$$

$$(x - 3)(x^2 - x - 2) = 0$$

إما $x - 3 = 0$ يعني $x = 3$ أو $x^2 - x - 2 = 0$ (بالمميز $\Delta = 9$): $x = -1$ أو $x = 2$

$$S = \{-1; 2; 3\}$$

(3) قيم m ليكون لـ $f(x) = m$ ثلاث حلول: (01 ن)

توجد 3 حلول إذا قطع المستقيم الأفقي المنحنى في ثلاث نقاط:

$$m \in] - 4; 0[$$

انتهى التصحيح - بالتوفيق للجميع