واجب منزلي رقم 02 في مادة الرياضيات

التمرين الأول: لتكن الأعداد الحقيقية x ، y و z بحيث: $x=\frac{7}{\sqrt{2}+1}$ ، $y=\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ و $z=3\sqrt{2}-4$

1) قارن بين العددين 4 و $3\sqrt{2}$ ، ثم استنتج إشارة العدد z

2) بين أن $x-y=2z$ ، ثم استنتج المقارنة بين العددين x و y

التمرين الثاني: a و b عددان حقيقيان بحيث: $a=3-2\sqrt{5}$ و $b=\sqrt{29-6\sqrt{20}}$ ، ولدينا: $2,2\le\sqrt{5}\le 2,3$

1) عين حصراً للعدد a بين عددين ناطقين، ثم استنتج إشارة a ، ثم أحسب $|a|$

2) أ- أحسب الفرق a^2-b^2 ، ثم استنتج العلاقة بين a و b ب- استنتج حصرًا لـ b بين عددين ناطقين.

التمرين الثالث: ليكن x و y عددان حقيقيان حيث: $-3<x<-1$ ، $3<y<6$

وليكن A و B عددان حقيقيان حيث: $A=\sqrt{\frac{x^2+y^2}{y-x}}$ و $B=\left|\frac{x+1}{2}\right|$

1) أ- بين أن: $10<x^2+y^2<45$ و $4<y-x<9$ ، ب- استنتج حصرًا لـ A

2) أ- أوجد حصراً لـ $\frac{x+1}{2}$ ثم استنتج حصرًا لـ B ، ب- استنتج مقارنة بين: B^{-10} ، B^{27} ، B^{-12} و B^{16}

التمرين الرابع: أكمل الجدول التالي:

المجموعات:	المجموعة I	المجموعة J	$I\cap J$	$I\cup J$
الحالة 01:	$]-2;4]$	$[1;+\infty[$		
الحالة 02:	$]-5;5]$	$[-3;5[$		
الحالة 03:	$]-\infty;-2[$	$]-5;-3[\cup[3;+\infty[$		
الحالة 04:	$]-\infty;-3[\cup[2;7[$	$[-4;4]$		

التمرين الخامس: (d) مستقيم مزود بالمعلم $(O;I)$

A و B نقطتان من (d) فاصلتيهما 3- و 2 على الترتيب، و M نقطة من (d) فاصلتها x

1) علم النقط A و B على المستقيم (d)

2) بيانيًا حل في $\mathbb{R}$: $|3x+9|=12$; $|x+3|-|2-x|=0$; $|x+3|\le|x-2|$

3) نضع فيما يلي: $F(x)=AM+BM$

أ- تحقق أن: $F(x)=|x+3|+|x-2|$ ب- بيانيًا حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $F(x)=5$

التمرين السادس: أكمل الجدول التالي:

الصيغة:	الحصر:	المجالات:	المسافة:	القيمة المطلقة:
الحالة 01:		$x\in]-3;-2[$		
الحالة 02:			$d(-3;x)\le 4$	
الحالة 03:				$\lvert 3-2x\rvert>1$
الحالة 04:	$-2\le -2x\le 8$			

Scanné avec CamScanner

حل الواجب المنزلي رقم 02 في مادة الرياضيات

حل التمرين الأول:

1) المقارنة بين 4 و $3\sqrt{2}$:

طريقة 01: لدينا من جهة $(4)^2 = 16$ ومن جهة أخرى $\left(3\sqrt{2}\right)^2 = 18$ ومنه: $(4)^2 < \left(3\sqrt{2}\right)^2$

وبما أن 4 و $3\sqrt{2}$ موجبان ومنه نستنتج أن: $4 < 3\sqrt{2}$

طريقة 02: نعلم أن: $\sqrt{16} = 4$ و $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ وبما أن: $16 < 18$ ومنه نستنتج أن: $\sqrt{16} < \sqrt{18}$ أي: $4 < 3\sqrt{2}$

- إستنتاج إشارة α : مما سبق وجدنا: $4 < 3\sqrt{2}$ هذا يعني أن $4 - 3\sqrt{2} < 0$ إذن: $\alpha < 0$ (العدد α موجب تمامًا)

2) إثبات أن $x - y = 2\alpha$:

لدينا: $x - y = \frac{7}{\sqrt{2}+1} - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$	يكافئ: $x - y = \frac{7\left(\sqrt{2}-1\right) - 1\left(\sqrt{2}+1\right)}{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}$	يكافئ: $x - y = 7\sqrt{2} - 7 - \sqrt{2} - 1$
يكافئ: $x - y = 6\sqrt{2} - 8$	يكافئ: $x - y = 2\left(3\sqrt{2} - 4\right)$	إذن فعلًا: $x - y = 2\alpha$

- إستنتاج المقارنة بين x و y :

مما سبق لدينا: $\alpha < 0$ ومنه: $2\alpha < 0$ وبالتالي: $y - x < 0$ إذن: $y < x$

حل التمرين الثاني:

1) تعيين حصرا a بين عددين ناطقين:

لدينا: $2{,}2 \leq \sqrt{5} \leq 2{,}3$ ومنه: $-4{,}6 \leq -2\sqrt{5} \leq -4{,}4$ ومنه: $-1{,}6 \leq 3 - 2\sqrt{5} \leq -1{,}4$ أي: $-\frac{8}{5} \leq a \leq -\frac{7}{5}$

- إستنتاج إشارة a : بما أن $-\frac{8}{5} \leq a \leq -\frac{7}{5}$ إذن: $a < 0$

- حساب $|a|$: بما أن $a < 0$ إذن: $|a| = -a = -\left(3 - 2\sqrt{5}\right) = -3 + 2\sqrt{5}$

2) أ- حساب الفرق $a^2 - b^2$:

لدينا: $a^2 - b^2 = \left(3 - 2\sqrt{5}\right)^2 - \left(\sqrt{29 - 6\sqrt{20}}\right)^2$	يكافئ: $a^2 - b^2 = 9 + 20 - 12\sqrt{5} - \left(29 - 6\sqrt{20}\right)$
يكافئ: $a^2 - b^2 = 29 - 12\sqrt{5} - 29 + 6\sqrt{4 \times 5}$	إذن: $a^2 - b^2 = 0$

- إستنتاج العلاقة بين a و b :

بما أن $a^2 - b^2 = 0$ هذا يعني أن $a^2 = b^2$ وبما أن a و b مختلفان في الإشارة نستنتج أن: $a = -b$ (a و b متعاكسان)

ب- إستنتاج حصرا b بين عددين ناطقين: ($a = -b$ يكافئ $b = -a$)

لدينا مما سبق $-\frac{8}{5} \leq a \leq -\frac{7}{5}$ ومنه: $\frac{7}{5} \leq -a \leq \frac{8}{5}$ إذن: $\frac{7}{5} \leq b \leq \frac{8}{5}$

Scanné avec CamScanner

حل التمرين: الثالث:

1) أ- إثبات أن $10 < x^2 + y^2 < 45$ و $4 < y - x < 9$:

- إثبات أن $10 < x^2 + y^2 < 45$:

لدينا: $\begin{cases} -3 < x < -1 \\ 3 < y < 6 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} 1 < x^2 < 9 \\ 9 < y^2 < 36 \end{cases}$ ومنه: $1+9 < x^2 + y^2 < 9+36$ إذن فعلًا: $10 < x^2 + y^2 < 45$

- إثبات أن $4 < y - x < 9$:

لدينا: $\begin{cases} -3 < x < -1 \\ 3 < y < 6 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} 1 < -x < 3 \\ 3 < y < 6 \end{cases}$ ومنه: $3+1 < y + (-x) < 6+3$ إذن فعلًا: $4 < y - x < 9$

ب- إستنتاج حصرا A :

لدينا مسبقًا: $\begin{cases} 10 < x^2 + y^2 < 45 \\ 4 < y - x < 9 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} 10 < x^2 + y^2 < 45 \\ \frac{1}{9} < \frac{1}{y-x} < \frac{1}{4} \end{cases}$ ومنه: $10 \times \frac{1}{9} < (x^2 + y^2) \times \frac{1}{y-x} < 45 \times \frac{1}{4}$

ومنه: $\frac{10}{9} < \frac{x^2+y^2}{y-x} < \frac{45}{4}$ ومنه: $\sqrt{\frac{10}{9}} < \sqrt{\frac{x^2+y^2}{y-x}} < \sqrt{\frac{45}{4}}$ إذن: $\frac{\sqrt{10}}{3} < A < \frac{3\sqrt{5}}{2}$

2) أ- إيجاد حصرا $\frac{x+1}{2}$: لدينا: $-3 < x < -1$ يكافئ: $-2 < x+1 < 0$ إذن: $-1 < \frac{x+1}{2} < 0$

- إستنتاج حصرا B : (تذكير: $\left|\frac{x+1}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{x+1}{2}\right)^2}$)

لدينا: $-1 < \frac{x+1}{2} < 0$ ومنه: $0 < \left(\frac{x+1}{2}\right)^2 < 1$ ومنه: $0 < \sqrt{\left(\frac{x+1}{2}\right)^2} < 1$ ومنه: $0 < \left|\frac{x+1}{2}\right| < 1$ أي: $0 < B < 1$

ب- إستنتاج مقارنة بين B^{-10} ، B^{27} ، B^{-12} و B^{16} :

بما أن $0 < B < 1$ من ذلك نجد: $B^{27} < B^{16} < 1$ .... (1)

ومن جهة لدينا $0 < B < 1$ ومنه $\frac{1}{B} > 1$ أي: $B^{-1} > 1$ ومن ذلك نجد: $(B^{-1})^{12} > (B^{-1})^{10} > 1$ أي: $1 < B^{-10} < B^{-12}$ .... (2)

من (1) و (2) نستنتج أن: $B^{27} < B^{16} < B^{-10} < B^{-12}$

حل التمرين: الرابع:

المجموعات	المجموعة I	المجموعة J	$I \cap J$	$I \cup J$
الحالة 01:	$]-2;4]$	$[1;+\infty[$	$[1;4]$	$]-2;+\infty[$
الحالة 02:	$]-5;5]$	$[-3;5[$	$[-3;5[$	$]-5;5]$
الحالة 03:	$]-\infty;-2[$	$]-5;-3[\cup[3;+\infty[$	$]-5;-3[$	$]-\infty;-2[\cup[3;+\infty[$
الحالة 04:	$]-\infty;-3[\cup[2;7[$	$[-4;4]$	$[-4;-3[\cup[2;4]$	$]-\infty;7[$

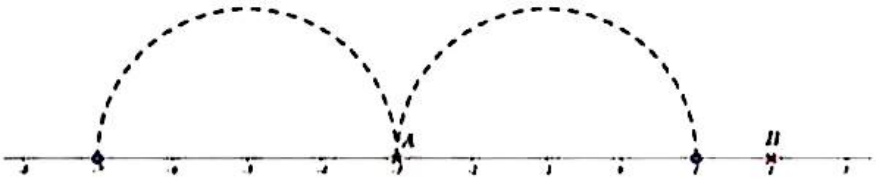
حل التمرين: الخامس

1) تعليم النقط A و B :

Scanné avec CamScanner

2)أ- حل المعادلتين $|3x+9|=12$ و $|x+3|-|2-x|=0$ بيانيًا:

- حل المعادلة $|3x+9|=12$:

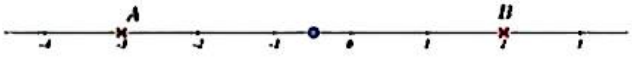


لدينا: $|3x+9|=12$ تكافئ: $|x+3|=4$

أي: $d(x;-3)=4$ ومنه: $MA=4$

ومنه مواضع M هي: $M(1)$; $M(-7)$ ، إذن حلول المعادلة هي: $S=\{-7;1\}$

- حل المعادلة $|x+3|-|2-x|=0$:



لدينا: $|x+3|-|2-x|=0$ تكافئ: $|x+3|=|x-2|$

تكافئ: $d(x;-3)=d(x;2)$ ومنه: $MA=BM$

ومنه موضع M هو منتصف القطعة $[AB]$ أي: $M\left(-\frac{1}{2}\right)$ ، إذن حلول المعادلة هي: $S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

ب- حل المتراجحة $|x+3|\leq|2-x|$:

لدينا: $|x+3|\leq|x-2|$

تكافئ: $d(x;-3)\leq d(x;2)$ أي: $MA\leq MB$

ومنه مواضع M هي مجموعة نقط نصف المستقيم $[AB)$ ، إذن حلول المتراجحة هي: $]-\infty;2]$

3)أ- التحقق أن $F(x)=|x+3|+|2-x|$:

$$F(x)=MA+MB=d(x;-3)+d(x;2)=|x+3|+|x-2|=|x+3|+|2-x|$$

ب- حل بيانيًا المعادلة $F(x)=5$:

مواضع M هي مجموعة القطعة المستقيمة $[AB]$

إذن حلول المعادلة هي: $S=[-3;2]$

حل التمرين السادس :

الصيغة:	الحصر:	المجالات:	المسافة:	القيمة المطلقة:
الحالة 01:	$-3<x<-2$	$x\in]-3;-2[$	$d\left(x;-\frac{5}{2}\right)<\frac{1}{2}$	$\left\|x+\frac{5}{2}\right\|<\frac{1}{2}$
الحالة 02:	$-7\leq x\leq 1$	$x\in[-7;1]$	$d(x;-3)\leq 4$	$\|x+3\|\leq 4$
الحالة 03:	$2<x$ أو $x<1$	$x\in]-\infty;1[\cup]2;+\infty[$	$d\left(x;\frac{3}{2}\right)>\frac{1}{2}$	$\left\|x-\frac{3}{2}\right\|>\frac{1}{2}$
الحالة 04:	$-4<x<1$	$x\in]-4;1[$	$d\left(x;-\frac{3}{2}\right)<\frac{5}{2}$	$\left\|x+\frac{3}{2}\right\|<\frac{5}{2}$

Scanné avec CamScanner