

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

✓ التمرين الأول (07 نقاط) :

كل سؤال مستقل عن الآخر:

(1) هل العدد 667 عدد أولي؟ برر إجابتك

(2) أحسب : $PGCD(3^{n+3} + 5^2 \times 3^n; 5^{2n+2} + 7 \times 5^{2n})$ حيث n عدد طبيعي .

(3) عين اصغر مجموعة ينتمي إليها العدد D بحيث : $D = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}{\sqrt{(-\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$

(4) A عدد حقيقي حيث $A^2 = \frac{(0,004 \times 10^{-7})^3 \times (3 \times 10^2)^4}{(0,00000012)^4}$ أكتب A^2 على الشكل العلمي ثم استنتج قيمة A .

(5) α و β عددا حقيقيان نضع $x = \alpha^2 - \alpha\beta$ و $y = -\beta^2 + \alpha\beta$ أحسب $y - x$ وجد اشارته ثم قارن بين العددين x و y .

✓ التمرين الثاني (07 نقاط) :

I و J مجالان على $\mathbb{R}$ بحيث $I = [-5; 1]$ و $J = [-2; 4]$.

(1) عين المجموعتان $I \cap J$ و $I \cup J$.

(2) x و y عددا حقيقيان حيث $x \in I$ و $y \in J$

أ- عين المجال المغلق الذي مركزه $c = 1$ وطوله $l = 6$.

ب- بين أنه اذا كان $x \in I$ فإن : $d(x; -2) \leq 3$.

(3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة ذات المجهول x حيث : $-\frac{1}{2} = 3 - |x - 4|$ و المترابطة : $|-2x - 1| \geq 1$.

✓ التمرين الثالث (06 نقاط) :

a و b عددا حقيقيان حيث : $\frac{1}{-2} \leq \frac{1}{a} \leq \frac{1}{-5}$ و $-25 \leq (b - 2)^2 - 24$ ، حيث : $(b - 2) \geq 0$.

(1) بين أن : $-5 \leq a \leq -2$ و $3 \leq b \leq 7$.

(2) جد حصرا للأعداد التالية : $a \times \frac{1}{b}$ ، $-3a^2 - \frac{1}{3 - a}$.

(3) أ) اكتب دون رمز القيمة المطلقة العبارة $K(x)$ حيث : $k(x) = |-3x - 6| - 2|x + 1|$.

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $k(x) = 0$.

الكتابة النموذجية لإختبار التلاقي
الحول في مادة الرياضيات

حل التمرين الحول 7 نقاط

1 العدد 667 ليس عدد أولي

لأنه يقبل القسمة على العدد 23

2 حساب $\text{PGCD}(3^{n+3} + 5^2 \cdot 3^n, 5^{2n+2} + 7 \cdot 5^{2n})$

نضع $A = 3^{n+3} + 5^2 \cdot 3^n$

$B = 5^{2n+2} + 7 \cdot 5^{2n}$

$A = 3^{n+3} + 5^2 \cdot 3^n$ لدينا

$= 3^n (3^3 + 5^2) = 52 \cdot 3^n$

$= 2^2 \cdot 13 \cdot 3^n$

$B = 5^{2n+2} + 7 \cdot 5^{2n}$

$= 5^{2n} (5^2 + 7) = 5^{2n} \cdot 32$ لدينا أيضًا

$= 2^5 \cdot 5^{2n}$

$\text{PGCD}(A, B)$

$\text{PGCD}(2^2 \cdot 13 \cdot 3^n, 2^5 \cdot 5^{2n}) = 2^2$ حساب

3 تعيين أصغر مجموعة ينتهي إليها D

$D = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

$= \frac{\sqrt{(-\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{10}$

$= \frac{3+2+2\sqrt{6}+3+2-2\sqrt{6}}{10}$

$= \frac{10}{(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \frac{10}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}$

$= \frac{10}{3-2} = 10$

$D = 10$

ولذلك

4

4 كتابة A^2 على الشكل العشري

$A^2 = \frac{(10,004 \times 10^{-7})^3 \times (3 \times 10^2)^4}{(0,00000012)^4}$

$= \frac{(4 \times 10^{-3} \times 10^{-7})^3 \times (3 \times 10^2)^4}{(1,2 \times 10^{-7})^4}$

$= \frac{(4)^3 \times 10^{-30} \times 3^4 \times 10^8}{(1,2)^4 \times (10^{-7})^4}$

$= \frac{5,184 \times 10^{-19}}{2,0736 \times 10^{-28}}$

$A^2 = 2,5 \times 10^9$

المنتج قيمة A

$A = \sqrt{A^2} = \sqrt{2,5 \times 10^9} = 50000$

6 المقارنة بين X و Y حيث

$X = \alpha^2 - \alpha \beta$

$Y = -\beta^2 + \alpha \beta$

حساب $Y - X$

$Y - X = -\beta^2 + \alpha \beta - (\alpha^2 - \alpha \beta)$

$= -\beta^2 + \alpha \beta - \alpha^2 + \alpha \beta$

$= -\beta^2 - \alpha^2 + 2\alpha \beta$

$Y - X = -(\alpha - \beta)^2 \leq 0$

وهو فإن إشارة $Y - X$ سالبة

اذن $Y - X \leq 0$ ومنه $Y \leq X$

التبرير >> التمثيل البياني

② تحسين المجال المغلق الذي مركزه $c=1$
وخطوه $l=6$

أي إيجاد نصف القطر

$$r = \frac{l}{2} \text{ معناه } r = \frac{6}{2}$$

$$\boxed{r = 3} \text{ إذن}$$

إذن المجال هو

$$x \in [c-r; c+r]$$

$$\boxed{x \in [-2; 4]}$$

سأثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$

$$\text{فإن } d(x, -2) \leq 3$$

معناه إثبات أن مركز المجال $c = -2$

ونصف قطره $r = 3$

$$c = \frac{a+b}{2} = \frac{-5+1}{2} = -2$$

$$r = \frac{b-a}{2} = \frac{1-(-5)}{2} = 3$$

وهو ما نعلمه أن $d(x, c) \leq r$

$$\boxed{d(x, -2) \leq 3} \text{ إذن}$$

① حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية

$$|x-4| - \frac{1}{2} = 3$$

$$\text{لدينا } |x-4| - \frac{1}{2} = 3 \text{ معناه } |x-4| = 3 + \frac{1}{2}$$

$$|x-4| = \frac{7}{2} \text{ إذن}$$

$$\begin{cases} x-4 = \frac{7}{2} \\ x-4 = -\frac{7}{2} \end{cases} \text{ للمعادلة حلان}$$

$$\begin{cases} x = \frac{7}{2} + 4 = \frac{15}{2} \\ \text{أو} \\ x = -\frac{7}{2} + 4 = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ معناه}$$

$$\text{أي أن حلول المعادلة } S = \left\{ \frac{15}{2}, \frac{1}{2} \right\}$$

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة التالية

$$|2x+1| \geq 1 \text{ معناه } |2x+1| \geq 1$$

$$\begin{cases} 2x+1 \geq 1 \\ \text{أو} \\ 2x+1 \leq -1 \end{cases} \text{ ومنه}$$

$$\begin{cases} 2x \geq 1-1 \\ \text{أو} \\ 2x \leq -1-1 \end{cases} \text{ ماذن}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ \text{أو} \\ x \leq -1 \end{cases} \text{ أي}$$

$$S =]-\infty; -1] \cup [0; +\infty[\text{ ومنه}$$

حل التمرين الثالث (6 نقاط)

$$-5 \leq a \leq -2 \text{ إثبات أن}$$

$$-\frac{1}{2} \leq \frac{1}{a} \leq -\frac{1}{5} \text{ لدينا من المعطيات}$$

$$\boxed{-5 \leq a \leq -2} \text{ بالقلب نجد}$$

$$-2 \leq b \leq 7 \text{ إثبات أن}$$

$$-24 \leq (b-2)^2 \leq 25 \text{ لدينا من المعطيات}$$

$$1 \leq (b-2)^2 \leq 25 \text{ نجد}$$

$$1 \leq |b-2| \leq 5 \text{ بإدخال الجذر نجد}$$

$$\text{وهو ما أن } b-2 > 0 \text{ إذن المتباينة}$$

$$1 \leq b-2 \leq 5$$

بالضرب في 1 - ن نجد

$$-\frac{1}{5} \leq -\frac{1}{3-a} \leq -\frac{1}{8} \dots (5)$$

بالجمع المتباينتين (4) و (5) نجد

$$-\frac{376}{5} \leq -3a^2 - \frac{1}{3-a} \leq -\frac{97}{8}$$

كتابة K دون رمز القيمة المطلقة

$$K(x) = |-3x-6| - 2|x+1|$$

$$= |3x+6| - |2x+2|$$

جدول الإشارة اختصار

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$ 3x+6 $	$-3x-6$	0	$3x+6$	$3x+6$
$ 2x+2 $	$-2x-2$	0	$-2x-2$	$2x+2$
$K(x)$	$-x-4$	$5x+8$	$x+4$	

وهنا

$$K(x) = \begin{cases} -x-4, & x \in]-\infty; -2] \\ 5x+8, & x \in]-2; -1] \\ x+4, & x \in]-1; +\infty[\end{cases}$$

حل المعادلة $K(x) = 0$ في $\mathbb{R}$

على المجال $]-\infty; -2]$

$$x = -4 \quad -x-4=0 \quad \text{معناه}$$

وهنا فإن الحل $x = -4$ مقبول

لأنه $-4 \in]-\infty; -2]$

على المجال $]-2; -1]$

$$x = -\frac{8}{5} \quad 5x+8=0 \quad \text{معناه}$$

وهنا فإن الحل $x = -\frac{8}{5}$ مقبول لأن $-\frac{8}{5} \in]-2; -1]$

على المجال $]-1; +\infty[$

$$x = -4 \quad x+4=0 \quad \text{معناه}$$

وهنا فإن الحل $x = -4$ ليس مقبولا

لأنه $-4 \notin]-1; +\infty[$

وهنا فإن مجموعة الحلول $S = \{-4, -\frac{8}{5}\}$

(1)

$$3 \leq b \leq 7$$

نضيف 2 - ن نجد

(2) الحاصل

$$a \times \frac{1}{b}$$

(4) حصر العدد

$$\begin{cases} -5 \leq a \leq -2 \dots (1) \\ 3 \leq b \leq 7 \dots (2) \end{cases}$$

لدينا

بضرب المتباينة الأولى في 1 -

و بقلب المتباينة رقم (2) نجد

$$\begin{cases} 8 \leq -a \leq 5 \\ \frac{1}{7} \leq \frac{1}{b} \leq \frac{1}{3} \end{cases}$$

بالجداء طرفاً بـ طرف نجد

$$\frac{2}{7} \leq -a \times \frac{1}{b} \leq \frac{5}{3} \dots (3)$$

بضرب المتباينة (3) في 1 - نجد

$$-\frac{5}{3} \leq a \times \frac{1}{b} \leq -\frac{2}{7}$$

$$\begin{aligned} & -3a^2 - \frac{1}{3-a} \\ & \xrightarrow{\text{حصر العدد}} -3a^2 \\ & -5 \leq a \leq -2 \end{aligned}$$

لدينا

بالترتيب ن نجد

$$4 \leq a^2 \leq 25$$

بالضرب في 3 - ن نجد

$$-12 \leq -3a^2 \leq -35 \dots (4)$$

$$-\frac{1}{3-a}$$

حصر

$$-5 \leq a \leq -2$$

لدينا

بالضرب في 1 - نجد

نضيف 3 - ن نجد

$$\frac{1}{8} \leq \frac{1}{3-a} \leq \frac{1}{5}$$