



التمارين

التمرين 01:

أوجد جميع قواسم الأعداد الآتية:

$$3 \times 11 \times 17, 2 \times 13, 75, 48$$

التمرين 02:

- عين كل قواسم العددين 105 و 60.
- ما هو أكبر قاسم مشترك لهما؟
- ما هو أصغر قاسم مشترك لهما؟

التمرين 03:

باستعمال الفوارق المتتابعة، جد في كل حالة من الحالات الآتية القاسم المشترك الأكبر للعددين.

$$أ. \quad a = 88 \quad و \quad b = 40$$

$$ب. \quad a = 837 \quad و \quad b = 341$$

$$ج. \quad a = 3465 \quad و \quad b = 1575$$

التمرين 04:

احسب القاسم المشترك الأكبر لكل من الأعداد التالية باستعمال خوارزمية إقليدس في كل حالة:

$$أ. \quad a = 845 \quad و \quad b = 693$$

$$ب. \quad a = 725 \quad و \quad b = 348$$

$$ج. \quad a = 2736 \quad و \quad b = 1216$$

التمرين 05:

عين العدد الطبيعي a المحصور بين 25 و 40 والذي يحقق $PGCD(a; 15) = 5$.

التمرين 06:

عندما نقسم 402 على العدد x نجد الباقي 12.

عندما نقسم 488 على العدد x نجد الباقي 8.

- جد العدد x ، علماً أنّ $x > 12$.

التمرين 07:

a و b عدنان أوليان فيما بينهما.

- هل العدنان $3a$ و $6b$ أوليان فيما بينهما؟

التمرين 08:

اكتب كل كسر من الكسور التالية على شكل كسر غير قابل للاختزال.

$$\frac{136}{104}, \frac{240}{520}, \frac{651}{310}, \frac{333}{666}, \frac{1978}{732}$$

التمرين 09:

- بين أن العددين 63 و 110 أوليان فيما بينهما.

$$2. \quad \text{بين أن: } \frac{441}{770} = \frac{63}{110}$$

- عين العدد الطبيعي n حيث: $\frac{441}{770} = \frac{315}{315+n}$

التمرين 10:

x و y عدنان طبيعيين غير معدومين بحيث: $240x = 320y$.

- احسب الكسر $\frac{x}{y}$.

- أعط الناتج على شكل كسر غير قابل للاختزال.

التمرين 11:

احسب وأعط النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال.

$$A = \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{7}{5}; \quad B = \frac{1}{6} - \frac{7}{2} \div \frac{14}{3}$$

$$C = \frac{5}{2} \times \frac{\frac{7}{3} + \frac{2}{3} \div 5}{\frac{7}{2} - \frac{5}{2} \times \frac{1}{4}}; \quad D = \frac{2 - \frac{3}{4}}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$$



تذكير:

❖ قواسم عدد طبيعي:

a و b عدنان طبيعيين حيث $b \neq 0$.

✓ القول أن b قاسم للعدد a ، معناه أن باقي القسمة الإقليدية لـ a على b هو 0.

✓ القول أن b قاسم للعدد a ، معناه يوجد عدد طبيعي q حيث $a = b \times q$.

❖ تعيين قواسم عدد طبيعي:

مثال: عين كل قواسم العدد 124.

لدينا: 124 محصور بين 11^2 و 12^2 ومنه نختبر قابلية قسمة 124 على الأعداد من 1 إلى 11. نجد 124 يقبل القسمة على كل من الأعداد 1، 2، 4. ومن المساويات: $124 = 1 \times 124$ ، $124 = 2 \times 62$ ، $124 = 4 \times 31$.

نجد أن 124 يقبل القسمة على 31، 62، 124.

ومنه قواسم 124 هي: 1، 2، 4، 31، 62، 124.

❖ القواسم المشتركة لعددين طبيعيين:

القواسم المشتركة لعددين طبيعيين a و b هي الأعداد الطبيعية غير المعدومة التي تقسم a و b في آن واحد.

مثال:

6 قاسم مشترك لـ 12 و 18 لأن: $12 = 2 \times 6$ و $18 = 3 \times 6$.

قواسم 12 هي: 1، 2، 3، 4، 6، 12.

قواسم 18 هي: 1، 2، 3، 6، 9، 18.

إذن القواسم المشتركة للعددين 12 و 18 هي 1، 2، 3، 6.

❖ القاسم المشترك الأكبر:

يُسمى أكبر قاسم مشترك لعددين طبيعيين a و b القاسم المشترك الأكبر لهذين العددين، ويرمز له بالرمز $PGCD(a; b)$.

مثال:

قواسم 12 هي: 1، 2، 3، 4، 6، 12.

قواسم 18 هي: 1، 2، 3، 6، 9، 18.

القواسم المشتركة لـ 12 و 18 هي 1، 2، 3، 6.

القاسم المشترك الأكبر لـ 12 و 18 هو 6.

ونكتب: $PGCD(12; 18) = 6$.

❖ طريقة إيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين:

خوارزمية عمليات القسمة المتتابعة (خوارزمية إقليدس):

مثال: أوجد $PGCD(156; 132)$

$$156 = 132 \times 1 + 24$$

$$132 = 24 \times 5 + 12$$

$$24 = 12 \times 2 + 0$$

إذن: $PGCD(156; 132) = 12$

خوارزمية الفروق المتتابعة:

مثال: أوجد $PGCD(156; 132)$

$$156 - 132 = 24$$

$$132 - 24 = 108$$

$$108 - 24 = 84$$

$$84 - 24 = 60$$

$$60 - 24 = 36$$

$$36 - 24 = 12$$

$$24 - 12 = 12$$

$$12 - 12 = 0$$

إذن: $PGCD(156; 132) = 12$

ملاحظات:

- a و b أوليان فيما بينهما (معناه $PGCD(a; b) = 1$)
- معناه (الكسر $\frac{a}{b}$ غير قابل للاختزال).

- لاختزال الكسر $\frac{a}{b}$ الى كسر غير قابل للاختزال يكفي قسمة كلا من a و b على $PGCD(a; b)$.

التمرين 12:

$$E = \frac{2175}{1044} + \frac{5}{6}$$

- هل العددين 2175 و 1044 أوليان فيما بينهما؟ علّل.
- اكتب الكسر $\frac{2175}{1044}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.
- استنتج كتابة للعدد E على شكل $a + \frac{b}{c}$ حيث a ، b و c أعداد طبيعية مع a أكبر ما يمكن و b أصغر ما يمكن.

التمرين 13:

- احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1631 و 932.
- اكتب الكسر $\frac{1631}{932}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.
- احسب العدد A حيث: $A = \frac{1631}{932} - \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}$

التمرين 14:

إليك الأعداد A ، B حيث:

$$A = \frac{133}{27} \quad ; \quad B = \frac{90 \times (10^3)^2 \times 12 \times 10^{-4}}{5 \times 10^3}$$

- احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 133 و 27. ماذا تستنتج بالنسبة للكسر A .
- أعط الكتابة العلمية للعدد B .

التمرين 15:

- اكتب الكسر $\frac{210}{301}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.
- احسب الفرق $\frac{210}{301} - \frac{17}{86}$ ثم اكتب النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال.



الوضعية

الوضعية 01:

- اشترى عمي سعيد 1392 كراسا و 812 كتابا من أجل توزيعها على أكبر عدد ممكن من التلاميذ المحتاجين بحيث كل تلميذ يحصل على كراسين وكتب في آن واحد ويجب أن تكون القسمة عادلة.
- ما هو عدد التلاميذ المحتاجين؟
 - كم كراسا وكم كتابا يحصل عليه كل تلميذ؟

الوضعية 02:

- يريد المسؤولون عن الحماية المدنية وضع 240 عون حماية و 105 ضابطاً للحماية المدنية في مجموعات متماثلة وبأكبر عدد ممكن من الأفراد.
- احسب عدد المجموعات التي تم تشكيلها.
 - احسب عدد أعوان الحماية وعدد الضباط في كل مجموعة.

الوضعية 03:

- غرفة ياسر مستطيلة الشكل طولها 6 m و عرضها 3 m، بلطت ببلاط مربع الشكل من نفس النوع ومن دون تقطيع.
- ما هو طول ضلع هذا البلاط بحيث نستعمل أقل عدد ممكن منه؟
 - ما هو عدد البلاط المستعمل في هذه الحالة؟

الوضعية 04:

- يملك عمي محمد حقل نخيل مستطيل الشكل طوله 135 m و عرضه 39 m يريد تسبيجه. لهذا الغرض يغرس أعمدة متساوية المسافة عن بعضها البعض، حيث تكون هذه المسافة عدد طبيعي وأكبر من 2 m، بالإضافة إلى ذلك يضع عمود في كل ركن من أركان الحقل.
- ما هي المسافة الفاصلة بين كل عمودين؟
 - ما هو عدد الأعمدة؟

الوضعية 05:

- لصهيب صندوق متوازي المستطيلات أبعاده هي 30 cm و 45 cm و 60 cm، أراد أن يملأه بمكعبات لها نفس البعد d بحيث يكون عدد طبيعي.
- جد x حتى يكون عدد المكعبات التي تملأ الصندوق أصغر ما يمكن؟

الوضعية 06:

يملك عبد الرحيم قطعة أرض مستطيلة الشكل أبعاده 165 m و 88 m يريد أن يقيم عليها بيوتا بلاستيكية ذات قواعد مربعة الشكل لها نفس البعد d .



- أوجد قيمة d حتى يكون عدد البيوت البلاستيكية أقل ما يمكن؟
- ما هو عندئذ عدد البيوت البلاستيكية؟

الوضعية 07:

نريد ملء دنين بالماء وذلك باستعمال دَن سعته xL حيث x عدد طبيعي. نعلم أن سعة الدن ① هي 24 L وسعة الدن ② هي 18 L.



- جد أكبر قيمة للعدد x ؟ (نفرغ هذا الدن كلياً في كل مرة).
- كم مرة استعملنا هذا الدن لملء الدن ①؟ لملء الدن ②؟

الوضعية 08:

تبرع أحمد بمصاحف لمدرسة قرآنية 114 مصحفا برواية ورش و 84 مصحفا برواية حفص، فأراد صاحب المدرسة القرآنية ترتيبها في رفوف بحيث تكون كل الرفوف متماثلة من حيث عدد مصاحف من كل نوع.

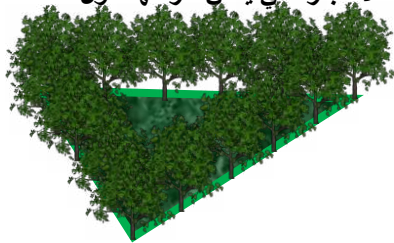


- ما هو أكبر عدد من الرفوف المستعملة؟
- إذا كان سمك المصحف برواية ورش هو 3 cm وسمك المصحف برواية حفص هو 2,5 فما هو طول كل رف؟ (توضع المصاحف جنبا إلى جنب في الرف)

الوضعية 09:

حديقة مثثة الشكل أبعادها: 32 m و 60 m و 68 m نريد إحاطتها بأشجار على أن تكون في كل ركن من أركان الحديقة شجرة و المسافة التي تفصل الأشجار المتجاورة متساوية.

- جد أكبر مسافة يمكن أن تفصل بين شجرتين متجاورتين؟
- ما هو عدد الأشجار التي يمكن غرسها حول هذه الحديقة؟



الوضعية 10: (BEM 2010)

- احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 140 و 220.
 - صفحة زجاجية مستطيلة الشكل أبعادها 1,40 m و 2,20 m جُرئت إلى مربعات متساوية بأكثر ضلع دون ضياع.
- أ. ما هو طول ضلع كل مربع؟
ب. ما هو عدد المربعات الناتجة؟



بالتوفيق والنجاح



صفحة الرياضيات

حبلاني حليمة