خالد معمري للرياضيات

المقطع الأول

السلسلة الثانية من التمارين

التمرين 01

العددان a , b يحققان المساواة $182a = 175b$

1) عيّن النسبة $\frac{a}{b}$ ثم اكتبها بشكل كسر غير قابل للاختزال

2) أليك العدد k حيث : $k = \frac{175}{182} - \frac{6}{13} \times 2$

أكتبه بأبسط شكل ممكن .

التمرين 02

ليكن العددين A و B حيث :

$$A = \frac{5\times10^{-4}\times0,2}{10^{-5}\times0,05\times10^{2}}$$

$$B = 4\sqrt{18} + \sqrt{2} \times \sqrt{8} - 3\sqrt{8}$$

1) أكتب العدد A كتابة علمية .

2) بيّن أن : $B = (1 + 3\sqrt{2}) \times A$

التمرين 03

أليك الأعداد A , B , C حيث :

$$A = \frac{3}{5} - \frac{1}{5}\left(\frac{5}{2} + 2\right)$$

$$B = \frac{3\times10^{2}\times1,2\times10^{-5}}{15\times10^{2}}$$

$$C = \sqrt{63} - 2\sqrt{28} + \sqrt{700}$$

1) أكتب العدد A بأبسط شكل ممكن .

2) عيّن الكتابة العلمية للعدد B .

3) بيّن أن $C = 9\sqrt{7}$.

التمرين 04

M , K عددان حيث :

$M = \sqrt{12} + \sqrt{60}$ و $K = \frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

1) أكتب M بالشكل $a\sqrt{b} + a\sqrt{15}$ حيث a عدد طبيعي و b أصغر ما يمكن .

2) حول مقام العدد K إلى عدد ناطق .

3) بيّن أن : $\frac{1}{2}M = 3K$

التمرين 05

ليكن العدد A حيث : $A = \sqrt{63} - \sqrt{175} + 2\sqrt{112}$

1) أكتب A بالشكل $a\sqrt{7}$ حيث a عدد طبيعي .

2) اجعل مقام النسبة $\frac{3-3\sqrt{7}}{A}$ عددا ناطقا ثم اختزل الناتج

التمرين 06

1) أحسب $PGCD(490; 525)$

2) بيّن بطريقتين مختلفتين أن $\frac{490}{525} = \frac{14}{15}$

3) أكتب العدد M بأبسط شكل ممكن علما أن :

$$M = \frac{490}{525} - \frac{1}{15} \times \frac{7}{2}$$

خالد معمري للرياضيات

خالد معمري للرياضيات

المقطع الأول

السلسلة الثانية من التمارين (تابع)

التمرين 07

ليكن العددين C , D حيث

$$C = \frac{7\sqrt{18}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{3} \quad , \quad D = \sqrt{45} - 3\sqrt{20} + \sqrt{125}$$

1) أحسب العدد C .

2) أكتب العدد D بالشكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد صحيح نسبي

3) بيّن أن : $\frac{C}{D} = \frac{7\sqrt{5}}{10}$.

التمرين 08

نظمت إدارة المتوسطة رحلة سياحية لفائدة التلاميذ المتمدرسين بها إلى مدينة تيمقاد الأثرية .

عدد المسجلين الذكور 56 تلميذا و عدد الإناث 48 .

أراد المنظمون تشكيل مجموعات من التلاميذ متماثلة من حيث عدد الذكور و عدد الإناث .

1) جد أكبر عدد ممكن من المجموعات التي يمكن تشكيلها

2) جد عدد الذكور و عدد الإناث في كل مجموعة .

التمرين 09

1) بيّن أن العدد 44 يقسم العدد 132 .

2) أكتب $\frac{440}{132}$ بشكل كسر غير قابل للاختزال .

3) أكتب العدد F بأبسط شكل ممكن حيث $F = \frac{440}{132} + \frac{4}{3} \times 5$

التمرين 10

أليك العدد E حيث : $E = (1+\sqrt{3})^2 - 5\sqrt{12}$

1) أكتب E بالشكل $a(1-2\sqrt{b})$ حيث a و b عددان طبيعيان و b أصغر ما يمكن .

2) ليكن العدد K حيث : $K = \frac{220}{165}$

بيّن بطريقتين مختلفتين أن $K = \frac{a}{b}$

التمرين 11

لتكن الأعداد A , B , C حيث : $A = \frac{5}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{5}{7}$

$$B = \frac{3\times10^{2} \times 1{,}2 \times (10^{-3})^{4}}{0{,}2\times10^{-7}}$$

$$C = 2\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{8} \times \sqrt{2}$$

1) أحسب العدد A ثم اكتبه بأبسط شكل ممكن .

2) عيّن الكتابة العلمية للعدد B .

3) أكتب C بالشكل $a + 3\sqrt{b}$ حيث a و b عددان طبيعيان و b أصغر ما يمكن .

التمرين 12

M , K عددان حيث : $M = \frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}}$ و $K = \frac{\sqrt{5}}{2}$

1) اجعل مقام M عددا ناطقا .

2) إليك العدد N حيث

$$N = (2K - 5M)(4\sqrt{5} - 5)$$

بيّن أن $N = a - b\sqrt{5}$

حيث a , b عددان صحيحان نسبيان

خالد معمري للرياضيات

خالد معمري للرياضيات

المقطع الأول

حلول السلسلة الثانية من التمارين

حل التمرين 01

1) تعيين النسبة $\frac{a}{b}$: لدينا $182a = 175b$

و منه $\frac{182a}{182b} = \frac{175b}{182b}$ إذن : $\frac{a}{b} = \frac{175}{182}$

- حساب $PGCD(175;182)$

$175 = 7 \times 25 + 0$, $182 = 175 \times 1 + 7$

إذن $PGCD(175;182) = 7$

و عليه $\frac{175}{182} = \frac{175\div 7}{182\div 7} = \frac{25}{26}$ و عليه $\frac{a}{b} = \frac{25}{26}$

2) $k = \frac{175}{182} - \frac{6}{13} \times 2$ مما سبق $\frac{175}{182} = \frac{25}{26}$

و منه $k = \frac{25}{26} - \frac{6}{13} \times 2$ و منه $K = \frac{25}{26} - \frac{12}{13}$

إذن $K = \frac{25}{26} - \frac{24}{26}$ إذن $K = \frac{1}{26}$

حل التمرين 02

1) الكتابة العلمية للعدد A:

$A = \frac{5\times 10^{-4}\times 0{,}2}{10^{-5}\times 0{,}05\times 10^{2}}$

و منه $A = 20 \times 10^{-4} \times 10^{5} \times 10^{-2}$

إذن $A = 20 \times 10^{-1}$ و بالتالي : $A = 2 \times 10^{0}$

2) تبيين أن $B = (1 + 3\sqrt{2}) \times A$:

$B = 4\sqrt{18} + \sqrt{2} \times \sqrt{8} - 3\sqrt{8}$

$B = 4 \times 3\sqrt{2} + 4 - 3 \times 2\sqrt{2}$

$B = 4 + 6\sqrt{2}$ و منه $B = 2(2 + 3\sqrt{2})$

إذن $B = A \times (2 + 3\sqrt{2})$

أي أن $B = (2 + 3\sqrt{2}) \times A$

حل التمرين 03

1) كتابة A بأبسط شكل ممكن :

$A = \frac{3}{5} - \frac{1}{5}\left(\frac{5}{2} + 2\right)$ و منه $A = \frac{3}{5} - \frac{1}{5} \times \frac{9}{2}$

$A = \frac{3}{5} - \frac{9}{10}$ و عليه $A = \frac{6-9}{10}$ إذن $A = \frac{-3}{10}$

2) الكتابة العلمية لعدد B :

$B = \frac{3\times 10^{2} \times 1{,}2\times 10^{-5}}{15\times 10^{2}}$ و منه $B = 0{,}24 \times 10^{-5}$

إذن : $B = 2{,}4 \times 10^{-6}$

3) تبيين أن $C = 9\sqrt{7}$:

$C = \sqrt{63} - 2\sqrt{28} + \sqrt{700}$

$C = 3\sqrt{7} - 2 \times 2\sqrt{7} + 10\sqrt{7}$

إذن : $C = (3 - 4 + 10)\sqrt{7}$ إذن : $C = 9\sqrt{7}$

حل التمرين 04

1) $M = \sqrt{12} + \sqrt{60}$ و منه $M = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{15}$

2) $K = \frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ و منه $K = \frac{(1+\sqrt{5})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

إذن : $K = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{15}}{3}$

3) تبيين أن $\frac{1}{2}M = 3K$:

1 ..... $\frac{1}{2}M = \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{15})}{2} = \sqrt{3} + \sqrt{15}$

2 ..... $3K = 3\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{15}}{3}\right) = \sqrt{3} + \sqrt{15}$

من **1** و **2** : $\frac{1}{2}M = 3K$

خالد معمري للرياضيات

خالد معمري للرياضيات

المقطع الأول

حلول السلسلة الثانية من التمارين (تابع)

حل التمرين 05

1) $A = \sqrt{63} - \sqrt{175} + 2\sqrt{112}$

$A = 3\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + 2 \times 4\sqrt{7}$

$A = 6\sqrt{7}$

2) $\frac{3-3\sqrt{7}}{A} = \frac{3-3\sqrt{7}}{6\sqrt{7}} = \frac{(3-3\sqrt{7})\times\sqrt{7}}{6\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$

$\frac{3-3\sqrt{7}}{A} = \frac{3\sqrt{7}-21}{42} = \frac{3(\sqrt{7}-7)}{3\times14}$

إذن : $\frac{3-3\sqrt{7}}{A} = \frac{\sqrt{7}-7}{14}$

حل التمرين 06

1) حساب $PGCD(490;525)$:

$525 = 490 \times 1 + 35$

$490 = 35 \times 14 + 0$

إذن $PGCD(490;525) = 35$

2) تبيين أن $\frac{490}{525} = \frac{14}{15}$:

الطريقة 1 : $490 \times 15 = 7350$

$525 \times 14 = 7350$

$490 \times 15 = 525 \times 14$

إذن : $\frac{490}{525} = \frac{14}{15}$

الطريقة 2 : (توظيف ق م الأكبر)

إذن : $\frac{490}{525} = \frac{490\div35}{525\div35}$ $\frac{490}{525} = \frac{14}{15}$

3) $M = \frac{490}{525} - \frac{1}{15} \times \frac{7}{2}$

مما سبق : $\frac{490}{525} = \frac{14}{15}$

و منه : $M = \frac{14}{15} - \frac{1}{15} \times \frac{7}{2}$

$M = \frac{14}{15} - \frac{7}{30}$ و منه $M = \frac{28-7}{30}$ إذن $M = \frac{21}{30}$

و بالتالي $\frac{21}{30} = \frac{21\div3}{30\div3}$ $M = \frac{7}{10}$

حل التمرين 07

1) حساب C : $C = \frac{7\sqrt{18}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{3}$

$C = \frac{7\times6}{6}$ و منه $C = \frac{7\sqrt{36}}{6}$ إذن : $C = 7$

2) $D = \sqrt{45} - 3\sqrt{20} + \sqrt{125}$

$D = 3\sqrt{5} - 3 \times 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$

$D = (3 - 6 + 5)\sqrt{5}$ إذن : $D = 2\sqrt{5}$

3) تبيين أن : $\frac{C}{D} = \frac{7\sqrt{5}}{10}$

$\frac{C}{D} = \frac{7\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$ و منه $\frac{C}{D} = \frac{7}{2\sqrt{5}}$

و عليه $\frac{C}{D} = \frac{7\sqrt{5}}{2\times5}$ و بالتالي $\frac{C}{D} = \frac{7\sqrt{5}}{10}$

خالد معمري للرياضيات

خالد معمري للرياضيات

المقطع الأول

حلول سلسلة التمارين المقترحة (تابع)

حل التمرين 08

1) إيجاد أكبر عدد ممكن من المجموعات :

بما أن المجموعات متماثلة من حيث عدد

الذكور 56 و عدد الإناث 48

فان عددها يقسم كلا من 56 و 48

و أيضا المطلوب أكبر عدد منها

و بالتالي عددها هو $PGCD(56;48)$

$56 = 48 \times 1 + 8$

$48 = 8 \times 6 + 0$

إذن $PGCD(56;48) = 8$

و بالتالي عدد المجموعات التي يمكن تشكيلها

هو 8 مجموعات .

2) إيجاد عدد الذكور و عدد الإناث في كل مجموعة

$56 \div 8 = 7$

عدد الذكور في كل مجموعة هو 7

$48 \div 8 = 6$

عدد الإناث في كل مجموعة هو 6

حل التمـــرين 09

1) تبيين أن العدد 44 يقسم العدد 132 :

$132 = 44 \times k$ حيث k يوجد عدد $3 \times 44 = 132$

إذن 44 يقسم 132 .

2) $440 = 132 \times 3 + 44$

$132 = 44 \times 3 + 0$

إذن $PGCD(440;132) = 44$

$\frac{440}{132} = \frac{440 \div 44}{132 \div 44} = \frac{10}{3}$

3) كتابة F بأبسط شكل ممكن : $F = \frac{440}{132} + \frac{4}{3} \times 5$

مما سبق : $\frac{440}{132} = \frac{10}{3}$ و منه $F = \frac{10}{3} + \frac{4}{3} \times 5$

و عليه : $F = \frac{10}{3} + \frac{20}{3}$ إذن : $F = \frac{30}{3} = 10$

حل التمرين 10

1) كتابة E بالشكل $a(1 - 2\sqrt{b})$:

$E = (1 + \sqrt{3})^2 - 5\sqrt{12}$

$E = 1 + 2\sqrt{3} + 3 - 5 \times 2\sqrt{3}$

$E = 4 - 8\sqrt{3}$ و منه $E = 4(1 - 2\sqrt{3})$

2) تبيين أن $K = \frac{a}{b}$ بطريقتين : $K = \frac{220}{165}$ و $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$

نبين أن $\frac{220}{165} = \frac{4}{3}$

الطريقة 1 : $220 \times 3 = 660$ ..... (1)

$165 \times 4 = 660$ ..... (2)

من (1) و (2) نجد $220 \times 3 = 165 \times 4$

إذن $\frac{220}{165} = \frac{4}{3}$ أي أن : $K = \frac{a}{b}$

الطريقة 2 : نختزل $\frac{220}{165}$ باستعمال $PGCD(220;165)$

$220 = 165 \times 1 + 55$, $165 = 55 \times 3 + 0$

إذن $PGCD(220;165) = 55$

و منه $\frac{220}{165} = \frac{220 \div 55}{165 \div 55} = \frac{4}{3}$

أي أن $K = \frac{a}{b}$

خالد معمري للرياضيات

خالد معمري للرياضيات

المقطع الأول

حلول سلسلة التمارين المقترحة (تابع)

حل التمرين 11

1) حساب العدد A :

$$A = \frac{5}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{5}{7}$$

$A = \frac{5}{3} - \frac{5}{21}$ و منه $A = \frac{35-5}{21}$

إذن : $A = \frac{30}{21}$

تبسيط A :

نوظف $PGCD(30;21)$

$30 = 21 \times 1 + 9$

$21 = 9 \times 2 + 3$

$9 = 3 \times 3 + 0$

$PGCD(30;21) = 3$

$$\frac{30}{21} = \frac{30 \div 3}{21 \div 3} = \frac{10}{7}$$

إذن : $A = \frac{10}{7}$

2) تعيين الكتابة العلمية للعدد B :

$$B = \frac{3 \times 10^{2} \times 1{,}2 \times (10^{-3})^{4}}{0{,}2 \times 10^{-7}}$$

$$B = 18 \times 10^{2} \times 10^{-12} \times 10^{7}$$

$$B = 1{,}8 \times 10^{-2}$$

3) كتابة C بالشكل $a + 3\sqrt{b}$:

$$C = 2\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{8} \times \sqrt{2}$$

$$C = 2 \times 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2 \times \sqrt{16}$$

$$C = 3\sqrt{3} + 2 \times 4$$

إذن : $C = 8 + 3\sqrt{3}$

حل التمرين 12

1) تحويل مقام M : $M = \frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}}$

$$\frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{5}-3)\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}} = \frac{5-3\sqrt{5}}{5}$$

إذن : $M = \frac{5-3\sqrt{5}}{5}$

2) تبيين أن N عددا طبيعيا :

$$N = (2K - 5M)(4\sqrt{5} - 5)$$

$$N = \left(2 \times \frac{\sqrt{5}}{2} - 5 \times \frac{(5 - 3\sqrt{5})}{5}\right)(4\sqrt{5} - 5)$$

$$N = (\sqrt{5} - 5 + 3\sqrt{5})(4\sqrt{5} - 5)$$

$$N = (4\sqrt{5} - 5)(4\sqrt{5} - 5)$$

$$N = (4\sqrt{5})^{2} - 2 \times 5 \times 4\sqrt{5} + 5^{2}$$

$$N = 105 - 40\sqrt{5}$$