☒ قواسم عدد طبيعي:

a و b عددان طبيعيان حيث $b \neq 0$.

- ✓ القوا أن b قاسم للعدد a، معناه أن باقي القسمة الإقليدية للعدد aعلى b هو 0.
- ✓ القول أن العدد b قاسم للعدد a، معناه يوجد عدد طبيعي q حيث $a = b \times q$

مثال:

نكتب :

654	3
05	218
24	
0	

$$654 = 3 \times 218$$

$$a = b \times q$$

هام: بمأن الباقي 0 نقر أن 3 قاسم أو يقسم 654

☒ تعيين قواسم عدد طبيعي:

لتعيين قواسم عدد طبيعي نتبع الحطوات التالية:

نقوم بقسمة العدد على 2. 3. 4..... و نكتب القسمات الأفقية على شكل جداء

مثال: عين قواسم العدد 32

لدينا:

$$32 = 1 \times 32$$

$$32 = 2 \times 16$$

$$32 = 4 \times 8$$

$$32 = 8 \times 4$$

نلاحظ تكرار العملية إذن نتوقف

إذن: قواسم العدد 32 هي:{1، 2، 4، 8، 16، 32.}

الأستاذ هجرس

مثال: عين كل قواسم العدد 218.

طريقة:

لتعيين قواسم العدد 132 نقوم بحساب جذره التربيعي $\sqrt{132}$

إذن: العدد 132 محصور بين العددين 11^2 و 12^2

معناه: نقوم بقسمة العدد 132 على جميع الاعداد الطبيعية الأصغر او يساوي 11 ثم نكتب القسمات على شكل مساويات

لدينا:

$$132 = 1 \times 132$$

$$132 = 2 \times 66$$

$$132 = 3 \times 44$$

$$132 = 4 \times 33$$

$$132 = 6 \times 22$$

$$132 = 11 \times 12$$

ومنه : قواسم العدد 132 هي :{ 1، **2، 3، 4، 6، 11، 12، 22، 33، 44، 66، 132}**

☒ القواسم المشتركة لعددين طبيعيين:

القواسم المشتركة لعددين طبيعيين a و b هي الاعداد الطبيعية غير المعدومة التي تقسم كلا من العددين a و b و في آن واحد.

مثال: عين القواسم المشتركة للعددين 12 و 18.

1-تعيين قواسم العدد 12

قواسم العدد 12 هي:{ 1، 2، 3، 4، 6، 12}

2-تعيين قواسم 18

قواسم العدد 18 هي:{ 1، 2، 3، 6، 9، 18}

الأستاذ هجرس

3- القواسم المشتركة للعددين 12 و 18 هي: {1، 2، 3، **6**}

نلاحظ أن أكبر عدد في مجموعة القواسم المشتركة هو العدد 6

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 12 و 18 هو :{6}

و نكتب: $\boldsymbol{PGCD(12;18)=6}$

☒ **طريقة إيجاد القاسم المشترك الأكبر:**

✓ **خوارزمية عمليات القسمات المتتالية (خوارزمية إقليدس)**

مثال: أوجد $PGCD(156;132)$

بإستعمال خوارمية إقليدس:

لدينا:

$$156 = 132 \times 1 + 24$$

$$132 = 24 \times 5 + 12$$

$$24 = 12 \times 2 + 0$$

آخر باقي غير معدوم هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 156 و 132

إذن:

$$PGCD(156;132) = 12$$

✓ **خوارزمية الفروق المتتابعة:**

باستعمال طريقة سلسلة عمليات الطرح المتتالية نحسب الـ $PGCD$ لعددين طبيعيين

مثال: لنحسب: $PGCD(189\ ;\ 495)$

$$495 - 189 = 306$$

$$306 - 189 = 117$$

$$189 - 117 = 72$$

$$117 - 72 = 45$$

$$72 - 45 = 27$$

$$45 - 27 = 18$$

الأستاذ هجرس

$27 - 18 = 9$

$18 - 9 = 9$

$9 - 9 = 0$

آخر ناتج غير معدوم لعمليات الطرح هو القاسم المشترك الأكبر

$PGCD(189; 495) = 9$

ملاحظات:

1- نقول عن عددان a و b أنهما أوليان فيما بينهما إذا كان $PGCD(a; b) = 1$

معناه الكسر $\frac{a}{b}$ غير قابل للاختزال.

2- لاختزال الكسر $\frac{a}{b}$ الى كسر غير قابل للاختزال نقوم بقسمة كلا من البسط a و المقام b على $PGCD(a; b)$

خواص:

1- $PGCD(a; a) = a$

2- $PGCD(a; ka) = a$ حيث ka عدد مضاعف للعدد a

3- $PGCD(a, 0) = a$

4- $PGCD(ka; kb) = k \times PGCD(a; b)$

أمثلة:

1- $PGCD(3; 3) = 3$

2- $PGCD(7; 28) = PGCD(7; 7 \times 4) = 7$

3- $PGCD(11; 0) = 11$

4- $PGCD(10; 35) = PGCD(5 \times 2; 5 \times 7) = 5 \times PGCD(2; 7)$

التمرين 01:

1-عين قواسم كلا من العددين 24 و 32.

2- استنتج $PGCD(24 ; 32)$

الأستاذ هجرس

3-اختزل الكسر $\frac{24}{32}$

التمرين 02:

1- عين مجموعة قواسم كلا من الأعداد الطبيعية التالية: 27، 45، 84.
2- عين القواسم المشتركة للعددين 42 و 56.
3- استنتج $PGCD(42;56)$

التمرين 03:

1- عين القاسم المشترك الأكبر للعددين التاليين:
أ- 50 و 90
ب- 851 و 667
ت- 2022 و 1440
(بإستعمال خوارزمية الفروق المتتابعة)

التمرين 04:

1- بإستعمال خوارزمية إقليدس أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين: 546 و 462
2- إختزل الكسر $\frac{462}{546}$

التمرين 05:

1- أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين: 696 و 406 بإتعمال خوارزمية إقليدس
2- أكتب النسبة $\frac{406}{696}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال,
3- أحيب العدد P حيث $\mathrm{P} = \frac{406}{696} - \frac{3}{7} \times \frac{5}{2}$

التمرين 06:

1- أحسب $PGCD(4040;8390)$
2- اختزل الكسر $\frac{4040}{8390}$
3- هل العددان 4040 و 8390 أوليان فيمابينهما؟
4- أوجد و بأسرع طريقة القواسم المشتركة للعددين 4040 و 8390

التمرين 07:

الأستاذ هجرس

1- x و y عددان طبيعيان حيث: $252x = 324y$
أوجد النسبة $\frac{x}{y}$
2- هل الكسر $\frac{x}{y}$ قابل للاختزال ؟ علّل.
3- إذا كانت إجابتك بنعم إختزل الكسر

التمرين 08:

1- أحسب $PGCD(315; 252)$
2- أكتب العدد A على شكل كسر غير قابل للاختزال

$$A = \frac{3}{5} + \frac{819}{20} \times \frac{1}{63}$$

3- أحسب العدد B حيث

$$B = \frac{252}{315} \times \frac{250000000}{16} \times 10^{-6}$$

4- ماتلاحظ عن A و B

التمرين 09:

1- أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 6942 و 3510.
2- أكتب الكسر $\frac{6942}{3510}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال
3- أحسب B حيث $B = \frac{6942}{3510} - \frac{11}{9} \times \frac{4}{5}$

التمرين 10:

1- هل العددان 580 و 928 أوليان فيمابينهما (دون حساب)
2- أوجد $PGCD(580; 928)$
3- اختزل الكسر $\frac{928}{580}$

التمرين11:

1- أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1056 و 1386.
2- هل العددان 1056 و 1386 أوليان فيما بينهما ؟ علّل.
3- بيّن أنّ العدد A طبيعي $A = \frac{1056}{1386} + \frac{5}{7} \div 3$

التمرين 12:

a عدد طبيعي ،عين a إذا علمت انّ: $PGCD(a + 24; a) = 12$

الأستاذ هجرس

التمرين 13:

x , y عددان طبيعيان غير معدومين بحيث :

$x + y = 11$ و $PGCD(x; y) = 11$.

أوجد:$(x; y)$ (أوجد جميع الحلول الممكنة)

التمرين 14:

a, bعددان طبيعيان غير معدومين بحيث :

$a \times b = 486$ و $PGCD(a; b) = 9$.

أوجد : $(a; b)$ (أوجد جميع الحلول الممكنة)

التمرين 15:

1- أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 319 و 203.

2- ليكن $X = 319$ و $Y = 203$

بيّن أنّ: $PGCD(X - Y; X + Y) = 2 \times PGCD(X; Y)$

الوضعية 01:

لدى بائع الورود 7200 زهرة من الصنف الوردي و 10800 زهرة من الصنف العادي ، فأراد أن يصنع أكبر عدد

من الأكوام المتساوية من كل الورود .

1- ماهو عدد عدد الأكوام التي يمكنه صنعها ؟

2- ماهي تركيبة كل كومة ؟

الوضعية02:

حقل مستطيل الشكل طوله 102m و عرضه 78m ، أراد صاحبه إحاطته بأشجار بحيث تبعد كل شجرة عن الآخرى

بنفس المسافة و أن يغرس في كل ركن شجرة .

1- ماهي المسافة بين كل شجرة و الآخرى ؟

2- ماهو عدد الأشجار ؟

الوضعية 03:

لدى بائع الحلويات 133 حبة ذات ذوق الليمون و 95 حبة ذات ذوق البرتقال ، أراد وضعها في أكياس صغيرة بحيث

الأستاذ هجرس

يحتوي كل كيس على نفس العدد من الحلويات .

1- هل يستطيع هذا البائع أن يتحصل على 5 أكياس ؟ و لماذا ؟

2- ماهو أكبر عدد من الأكياس يمكنه التحصل عليه ؟

3- ماهو عدد الحلويات من النوعين في الكيس الواحد ؟

الوضعية 04:

يبيع أحد المراكز البريدية 1631 طابعا بريديا جزائريا و 932 طابعا بريديا أجنبي في مجموعات متساوية تحتوي كل

مجموعة على نفس العدد من الطوابع البريدية .

1- ماهو أكبر عدد من المجموعات التي يمكن التحصل عليها ؟

2- ماهو عدد الطوابع في كل مجموعة ؟

الوضعية 05:

لدى لحام قطع حديدية طول كل واحدة منها 110cm و عرضها 88cm ، يريد تقسيم كل قطعة إلى قطع صغيرة

على شكل مربعات متساوية .

1- ماهو طول ضلع كل مربع من المربعات ؟

2- ماهو عدد المربعات المتحصل عليه من كل قطعة ؟

الوضعية 06:

يملك طفل 108 كرية حمراء و 135 كرية سوداء ، ويريد تقسيمها إلى مجموعات بحيث تحتوي كل مجموعة على :

نفس العدد من الكريات الحمراء ، نفس العدد من الكريات السوداء

1- ماهو أكبر عدد من المجموعات ؟

2- ماهو عدد الكريات الحمراء و عدد الكريات السوداء في كل مجموعة ؟

الأستاذ هجرس

الوضعية 07:

مجلدان أحدهما به 2848 صفحة و الآخر به 1792 صفحة ، بحيث كل مجلد متكون من مجموعة على شكل كراريس صفحاتها تتراوح بين 28 و 36 صفحة .

1 / ما هو عدد الصفحات في الكراس الواحد .

2 / ما هو عدد الكراريس في كلا المجلدين

الوضعية 08:

يراد توزيع 5184 كراسا و 3456 كتابا على أكبر عدد ممكن من تلاميذ محتاجين بحيث كل تلميذ يحصل على كراريس و كتب في آن واحد و يجب أن تكون القسمة عادلة .

1 / على كم تلميذ يمكن توزيع كل الكراريس و كل الكتب ؟

2 / كم كراس و كم كتاب يحصل كل تلميذ ؟

الوضعية 09:

طلب مقاول من حرفي الرخام أن يحضر له صفيحة رخامية مستطيلة الشكل طولها $4,95m$ و عرضها $3,15m$ ثم كلّفه بتقسيمات إلى مربعات متماثلة ذات أكبر ضلع ممكن و بدون ضياع أي قطعة من الصفيحة.

1- ما هو طول ضلع كل قطعة مربعة؟
2- ماهو عدد المربعات المتحصل عليها؟

الوضعية 10:

بمناسبة نهاية الاختبارات الفصلية ،نظمت متوسطتك رحلة سياحية و استكشافية الى حديقة التجارب الواقعة بالحامة بمدينة الجزائر العاصمة ، قبل التنقل الى هذا المكان تمّ إحصاء 208 تلميذ من بينهم 88 ولد ثم شكلت الى أفواج متناجسة بها أصغر عدد من التلاميذ، و يرافق كل فوج أستاذ واحد.

1- ما هو عدد الأساتذة اللازم لتأطير هذه الرحلة ؟
2- جد عدد التلاميذ في كل فوج؟

الوضعية11:

الأستاذ هجرس

أعطت الجدة لحفيدها عمر 84 حبة علك و 147 حبة حلوى و كون عمر سخي جدا قرّر أن يشاركها مع أصدقائه و بأكبر عدد ممكن. و لكي لا يغار أحد يجب أن يحصل الجميع على نفس العدد من العلك و نفس العدد من الحلوى.

1- كم من الأصدقاء يمكن أن يتحصل على الحلوى و العلك؟
2- كم من حبة العلك و الحلوى يمكن أن يتحصل عليها كل صديق؟

الوضعية 12:

مسجد مستطيل الشكل طوله $4800cm$ و عرضه $3600cm$ أرادت جمعية المسجد تفريشه بزرابي مربعة الشكل و متماثلة.

1- ماهو طول ضلع كل زربية حتى يكون عدد الزرابي المستعملة أقل ما يمكن؟
2- أحسب عدد الزرابي اللازمة لتفويش المسجد

الوضعية 13:

نريد غرس أشجار على محيط حديقة مثلثة الشكل أطوال أضلاعها $183cm$ ، $135cm$ ، $99cm$ على أن توجد شجرة في كل ركن من أركان الحديقة و أن تكون المسافة بين كل شجرتين متتابعتين متساوية.

1- ماهي أكبر مسافة بين كل شجرتين متتابعتين؟
2- ما هو عدد الأشجار اللازم للإحاطة؟

الأستاذ هجرس