

الأشعة والانسحاب

من الحياة اليومية

الفنان الهولندي *M. C. Escher* (1898-1972) يشتهر بلوحاته البلاطية المستوحاة من الرياضيات، مما جعله رائداً في مجال محاولة تمثيل المفارقات الرياضية عن طريق الفن.



مصدر الصورة: *Maurits Cornelis Escher, Two fish (n° 58) (1942, aquarelle, encre)*



ما هي
الأسئلة
التي يمكن
أن تطرحها؟

الرجال مثل الأرقام لا يكتبون قيمة إلا من خلال موافقهم (نابليون بونابرت 1839 - 1899)

أذكر الدرس...

مفهوم الشعاع

(d) مستقيم ، A و B نقطتان منه .

■ الثنائية النقطية (A; B) تعين ، نرمز له بالرمز أو برمز آخر مثل

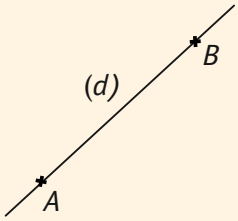
■ مميزات الشعاع \vec{AB} :

..... المنحى :

..... الاتجاه :

..... الطويلة :

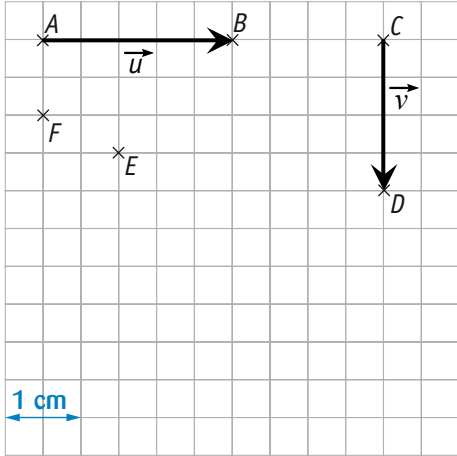
■ الشعاع \vec{AA} يسمى ونرمز له بالرمز



3 اذكر العناصر المميّزة للشعاع المعلوم.

1 بملاحظة الشكل أدناه ، عيّن نوع التحويل في كل حالة .

4 باستعمال المرصوفة :



1 حدّد العناصر المميّزة للشعاعين \vec{u} و \vec{v} .

1 الحالة الأولى

2 الحالة الثانية

3 الحالة الثالثة

2 أنشئ النقطة M' صورة النقطة M بالانسحاب الذي شعاعه \vec{AB}



2 على المرصوفة السابقة ، أنشئ ممثلاً آخراً للشعاع \vec{u} مبدؤه E .

3 على المرصوفة السابقة ، أنشئ ممثلاً آخراً للشعاع \vec{v} مبدؤه F .

4 أنشئ ممثلاً للشعاع \vec{w} حيث منحاه عمودي ، إتجاهه

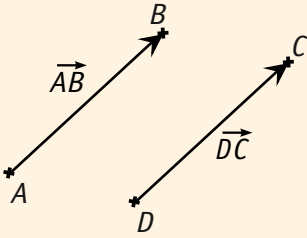
نحو الأعلى وطويلته 3cm .

5 أنشئ ممثلاً للشعاع \vec{t} حيث منحاه يصنع زاوية 45° مع الأفق ،

إتجاهه نحو الأعلى وطويلته 2cm .

■ الشعاعان المتساويان هما شعاعان لهما نفس ونفس ونفس

لاحظ الشكل المقابل:



■ إذا كان $\vec{AB} = \vec{DC}$ نستنتج أن الرباعي ABCD

نستنتج أيضاً أن للقطعتين [AC] و [BD]

■ إذا كان $\vec{AI} = \vec{IB}$ فإن منتصف

■ الشعاع \vec{BA} يسمى للشعاع \vec{AB} ونكتب: $\vec{AB} =$

للشعاعان المتعاكسان نفس ونفس واتجاهين

6 أكمل المساويات الشعاعية التالية ، ثم عيّن على المرصوفة أدناه

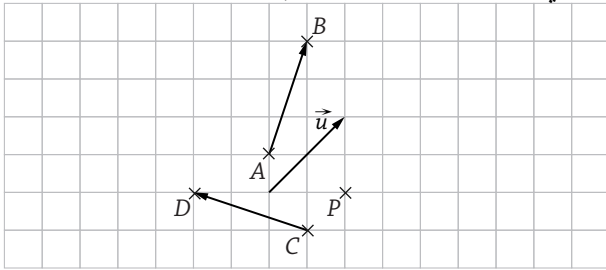
النقط G, H, R و S :

1 P تتحول إلى G بالانسحاب الذي يحول A إلى B : $\vec{AB} =$

2 P تتحول إلى H بالانسحاب الذي شعاعه \vec{u} : $\vec{u} =$

3 A هي صورة S بالانسحاب الذي يحول C إلى D : $\vec{CD} =$

4 B هي صورة R بالانسحاب الذي شعاعه \vec{u} : $\vec{u} =$



7 نعتبر الشكل أدناه حيث ABCD مربع مركزه I وحيث ADO و

EFC مثلثين قائمين ومتساويي الساقين في كل من A و F على الترتيب.

أجب بـ : صح أو خطأ على العبارات التالية:

1 $AC = FE$

2 للشعاع \vec{AC} نفس منحنى الشعاع \vec{EF}

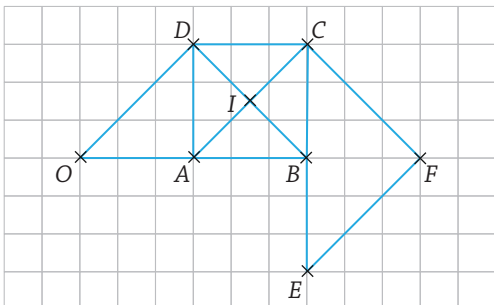
3 $\vec{FE} = \vec{DO}$

4 \vec{BI} و \vec{CF} متعاكسان.

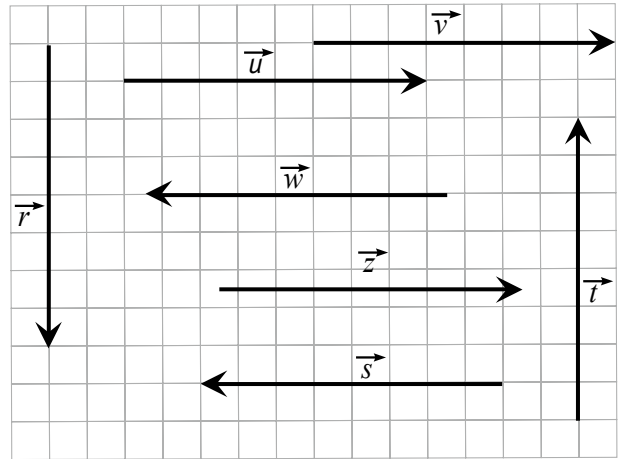
5 \vec{DB} و \vec{EA} متعاكسان.

6 للشعاعين \vec{DO} و \vec{AI} نفس الاتجاه.

7 $\vec{DB} = \vec{AE}$ إذن $\vec{AD} = \vec{EB}$



5 باستعمال المرصوفة :



1 اختر الأشعة المساوية للشعاع \vec{u} .

\vec{r}

\vec{s}

\vec{t}

\vec{v}

\vec{w}

\vec{z}

2 اختر الأشعة المعاكسة للشعاع \vec{u} .

\vec{r}

\vec{s}

\vec{t}

\vec{v}

\vec{w}

\vec{z}

3 اختر الأشعة التي لها نفس منحنى الشعاع \vec{u} .

\vec{r}

\vec{s}

\vec{t}

\vec{v}

\vec{w}

\vec{z}

8 أجب بـ : صح أو خطأ على العبارات التالية ، مستعيناً بالإنشاء إن لزم الأمر :

1 $\vec{AB} = \vec{FG}$ يعني أن $ABFG$ متوازي أضلاع

2 $\vec{AB} = \vec{FG}$ يعني أن $FGBA$ متوازي أضلاع

3 $\vec{AB} = \vec{FG}$ يعني أن $AB = FG$

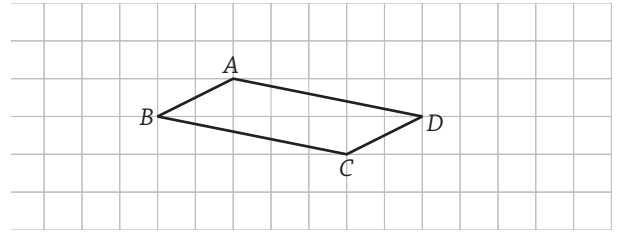
4 $AB = FG$ يعني أن $ABGF$ متوازي أضلاع

5 $\vec{AB} = \vec{FG}$ و $\vec{AB} = \vec{CD}$ يعني أن $\vec{FG} = \vec{CD}$

6 I منتصف $[FG]$ يعني أن $\vec{FI} = \vec{GI}$

7 I منتصف $[FG]$ يعني أن $FI = IG$

9 في الشكل أدناه ، $ABCD$ متوازي أضلاع .



1 لتكن I صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه \vec{CD} .

a أكمل المساواة الشعاعية التالية: $\vec{CD} = \vec{A} \dots$

b أكمل الجملة التالية:

المساواة الشعاعية السابقة تسمح بالقول أن CD متوازي أضلاع .

c استنتج إنشاء النقطة I باستخدام المرصوفة .

2 برّر المساواة الشعاعية التالية: $\vec{CD} = \vec{BA}$.

3 أذكر من الشكل الأشعة المساوية للشعاع \vec{CD} .

4 لتكن E نظيرة النقطة C بالنسبة للنقطة D .

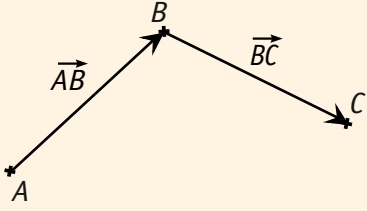
a أنشئ النقطة E .

b برّر المساواة الشعاعية التالية: $\vec{CD} = \vec{DE}$.

5 أثبت أن $\vec{AD} = \vec{IE}$.

6 لتكن O مركز متوازي الأضلاع $CDIA$. أثبت أن $[BE]$, $[IC]$ و $[AD]$ نفس المنتصف .

مجموع شعاعين



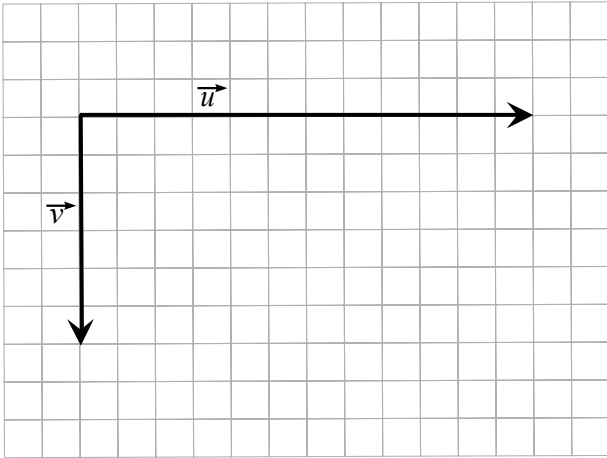
A, B, C ثلاث نقط.

■ مجموع الشعاعين \vec{AB} و \vec{BC} هو الشعاع ونكتب: = +
هذه المساواة تسمى حيث نهاية الشعاع هي بداية الشعاع

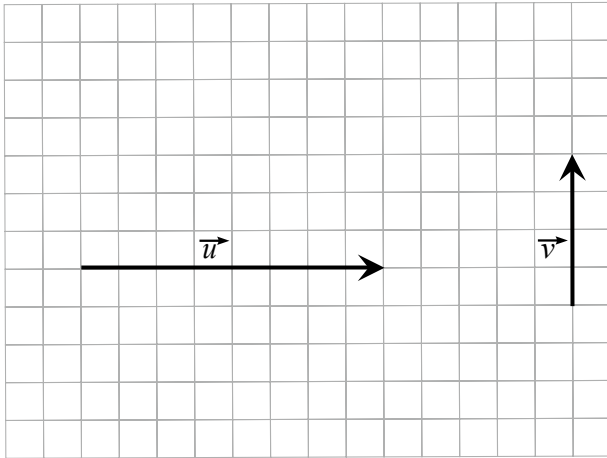
- 1 أنشئ ممثلاً للشعاع $\vec{u} + \vec{z}$.
- 2 أنشئ ممثلاً للشعاع $\vec{s} + \vec{w}$.
- 3 أنشئ ممثلاً للشعاع $\vec{u} + \vec{w}$.
- 4 أنشئ ممثلاً للشعاع $\vec{u} + \vec{v}$.
- 5 اشرح النتيجة التي تم الحصول عليها من أجل $\vec{u} + \vec{v}$.

12 شعاعان مختلفا المنحى

في كل من الأشكال أدناه، أنشئ مجموع الشعاعان \vec{u} و \vec{v} .



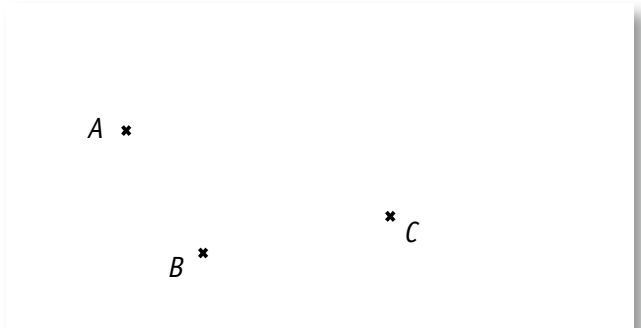
(1)



(2)

10 متوازي أضلاع

1 أنشئ بالمدور النقطة D حتى يكون ABCD متوازي أضلاع.

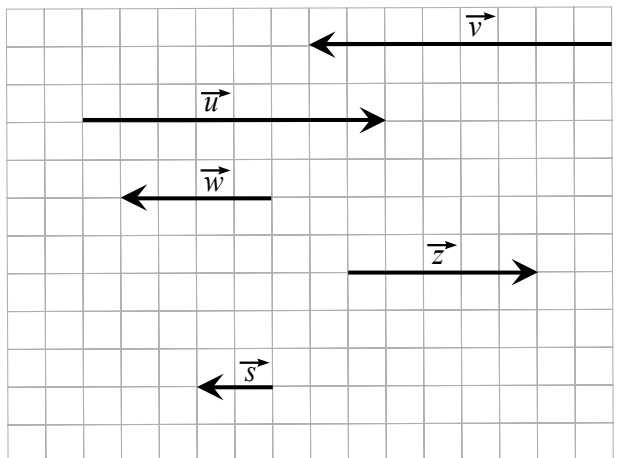


2 عرّف ممثلاً للشعاع $\vec{BA} + \vec{BC}$.

3 عرّف ممثلاً للشعاع $\vec{AD} + \vec{AB}$.

4 عرّف ممثلاً للشعاع $\vec{DA} + \vec{BC}$.

11 مع أشعة لها نفس المنحى



d) $-\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

.....

.....

.....

.....

e) $\vec{AB} - \vec{CD} + \vec{BD} = \vec{AC}$

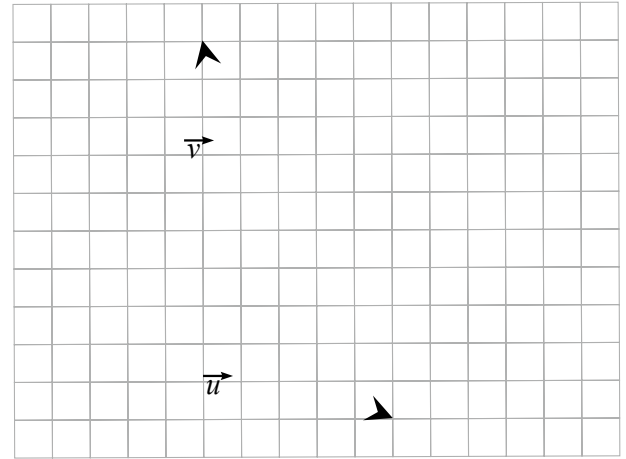
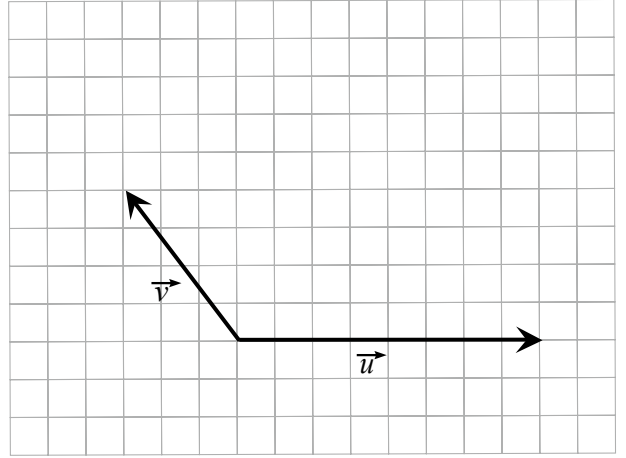
.....

.....

f) $-\vec{AB} + \vec{CB} + \vec{AC} = \vec{DD}$

.....

.....



13 ABCD رباعي محدب .

أجب بـ : صح أو خطأ على العبارات التالية مع التبرير:

a) $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BD}$

.....

.....

.....

b) $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}$

.....

c) $\vec{BA} - \vec{CA} = \vec{BC}$

.....

لكل سؤال من الأسئلة التالية ، ضع إطار حول الإجابة (أو الأجوبة) الصحيحة.
 تنبيه: قد تكون هناك عدة إجابات دقيقة لنفس العبارة! يجب العثور عليهم جميعا.

D	C	B	A	النص
$\vec{OD} + \vec{OB} = \vec{O}$	$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD}$	$\vec{CB} + \vec{CD} = \vec{CA}$	$\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{AB}$	14 $ABCD$ معين مركزه O . 
$\vec{AB} + \vec{AB} = \vec{AB}$	$\vec{AB} - \vec{BA} = \vec{0}$	$\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB}$	$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{CA}$	15 من أجل كل النقط A, B و C من المستوي:
النقط الثلاث على استقامة واحدة	A و C متناظران بالنسبة إلى B	A و B متناظران بالنسبة إلى C	B و C متناظران بالنسبة إلى A	16 A, B و C ثلاث نقط حيث: $\vec{AB} = \vec{CA}$ ، إذن:
25	5	$\sqrt{7}$	7	17 ABC مثلث قائم في A حيث: $AB = 4$ و $AC = 3$. طول الشعاع $\vec{AB} + \vec{AC}$ هو:
تطابق	تناظر مركزي	انسحاب	تناظر محوري	18 ما نوع التحويل الموجود أدناه؟ 
تطابق	تناظر مركزي	انسحاب	تناظر محوري	19 ما نوع التحويل الموجود في هذا الشكل؟ 
تطابق	تناظر مركزي	انسحاب	تناظر محوري	20 ما نوع التحويل الموجود في هذا الشكل؟ 

الأشعة والانسحاب

الرجال مثل الأرقام لا يكتسبون قيمة إلا من خلال مواضعهم (نابليون بونابرت 1839 - 1899)

أذكر الدرس...

مفهوم الشعاع

(d) مستقيم، A و B نقطتان منه.

■ الثنائية النقطية (A; B) تعين شعاعاً، نرسم له بالرمز \vec{AB} أو برمز آخر مثل \vec{u}

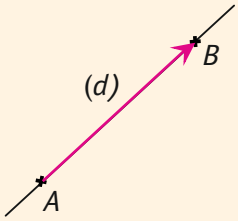
■ مميزات الشعاع \vec{AB} :

المنحى: هو منحى المستقيم (AB).

الاتجاه: من A إلى B.

الطويلة: هي طول القطعة [AB].

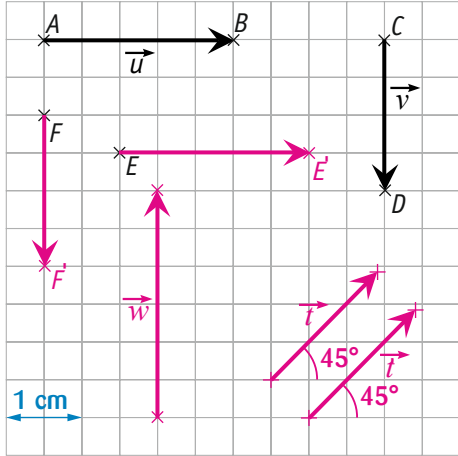
■ الشعاع \vec{AA} يسمى الشعاع المردوم. ونرسم له بالرمز $\vec{0}$.



3 اذكر العناصر المميزة للشعاع المردوم.

منحاه غير معين، ليس له اتجاه، طويلته تساوي الصفر.

4 باستعمال المرصوفة:



1 حدّد العناصر المميزة للشعاعين \vec{u} و \vec{v} .

\vec{u} : منحاه منحى المستقيم (AB)، إتجاهه من A نحو B وطويلته 2.5cm.

\vec{v} : منحاه منحى المستقيم (CD)، إتجاهه من C نحو D وطويلته 2cm.

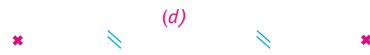
2 على المرصوفة السابقة، أنشئ ممثلاً آخراً للشعاع \vec{u} مبدؤه E.

3 على المرصوفة السابقة، أنشئ ممثلاً آخراً للشعاع \vec{v} مبدؤه F.

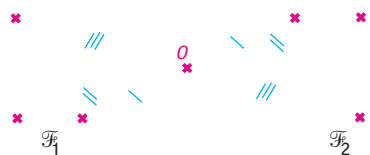
4 أنشئ ممثلاً للشعاع \vec{w} حيث منحاه عمودي، إتجاهه نحو الأعلى وطويلته 3cm.

5 أنشئ ممثلاً للشعاع \vec{t} حيث منحاه يصنع زاوية 45° مع الأفق، إتجاهه نحو الأعلى وطويلته 2cm.

1 بملاحظة الشكل أدناه، عيّن نوع التحويل في كل حالة.



1 الحالة الأولى: تناظر محوري بالنسبة للمستقيم (d).

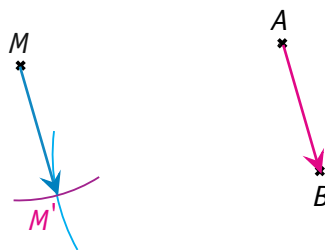


2 الحالة الثانية: تناظر مركزي بالنسبة للنقطة O.



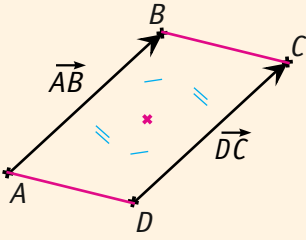
3 الحالة الثالثة: انسحاب شعاع \vec{u} .

2 أنشئ النقطة M' صورة النقطة M بالانسحاب الذي شعاعه \vec{AB}



الشعاعان المتساويان ، الشعاعان المتعاكسان

■ الشعاعان المتساويان هما شعاعان لهما نفس المنحى ونفس الاتجاه ونفس الطول.
لاحظ الشكل المقابل:



■ إذا كان $\vec{AB} = \vec{DC}$ نستنتج أن الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

نستنتج أيضاً أن للقطعتين [AC] و [BD] نفس المنتصف.



■ إذا كان $\vec{AI} = \vec{IB}$ فإن I منتصف [AB].

■ الشعاع \vec{BA} يسمى الشعاع المعاكس للشعاع \vec{AB} ونكتب: $\vec{AB} = -\vec{BA}$.

للشعاعان المتعاكسان نفس المنحى ونفس الطول واتجاهين متعاكسين.

6 أكمل المساويات الشعاعية التالية ، ثم عيّن على المرصوفة أدناه

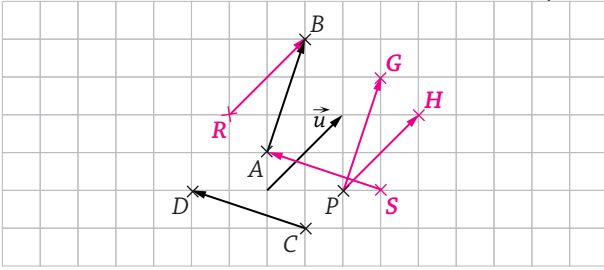
النقط G, H, R و S :

1 $\vec{PG} = \vec{AB}$: P تتحول إلى G بالانسحاب الذي يحول A إلى B

2 $\vec{PH} = \vec{u}$: P تتحول إلى H بالانسحاب الذي شعاعه \vec{u}

3 $\vec{SA} = \vec{CD}$: A هي صورة S بالانسحاب الذي يحول C إلى D

4 $\vec{RB} = \vec{u}$: B هي صورة R بالانسحاب الذي شعاعه \vec{u}



7 نعتبر الشكل أدناه حيث ABCD مربع مركزه I وحيث ADO و EFC مثلثين قائمين ومتساويي الساقين في كل من A و F على الترتيب.

أجب ب : صح أو خطأ على العبارات التالية:

1 $AC = FE$ صح

2 للشعاع \vec{AC} نفس منحى الشعاع \vec{EF} صح

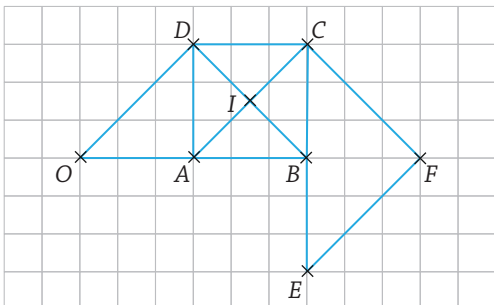
3 $\vec{FE} = \vec{DO}$ صح

4 \vec{BI} و \vec{CF} متعاكسان. خطأ

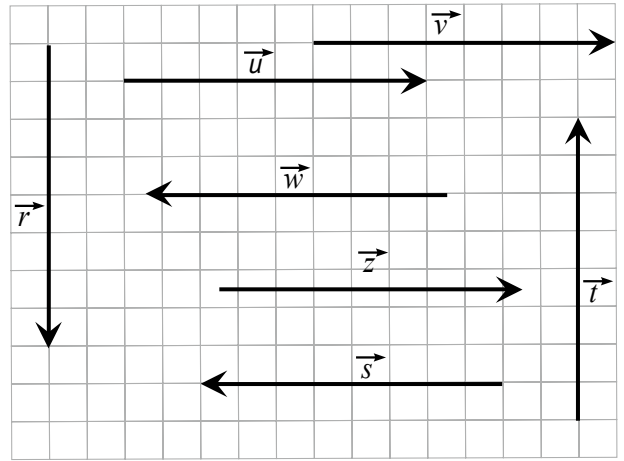
5 \vec{DB} و \vec{EA} متعاكسان. صح

6 للشعاعين \vec{DO} و \vec{AI} نفس الاتجاه. خطأ

7 $\vec{DB} = \vec{AE}$ إذن $\vec{AD} = \vec{EB}$ صح



5 باستعمال المرصوفة:



1 اختر الأشعة المساوية للشعاع \vec{u} .

\vec{r}

\vec{v}

\vec{s}

\vec{w}

\vec{t}

\vec{z}

2 اختر الأشعة المعاكسة للشعاع \vec{u} .

\vec{r}

\vec{v}

\vec{s}

\vec{w}

\vec{t}

\vec{z}

3 اختر الأشعة التي لها نفس منحى الشعاع \vec{u} .

\vec{r}

\vec{v}

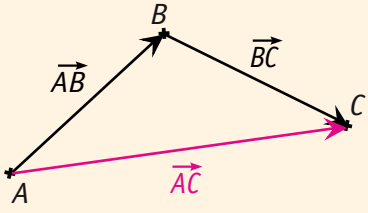
\vec{s}

\vec{w}

\vec{t}

\vec{z}

مجموع شعاعين

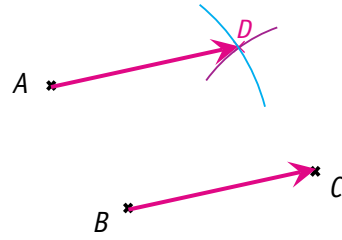


A, B, C ثلاث نقط.

■ مجموع الشعاعين \vec{AB} و \vec{BC} هو الشعاع \vec{AC} ونكتب: $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$
 هذه المساواة تسمى **علاقة شال** حيث نهاية الشعاع \vec{AB} هي بداية الشعاع \vec{BC} .

10 متوازي أضلاع

1 أنشئ بالمدور النقطة D حتى يكون ABCD متوازي أضلاع.



2 عرف ممثلاً للشعاع $\vec{BA} + \vec{BC}$

$$\vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AD} = \vec{BD}$$

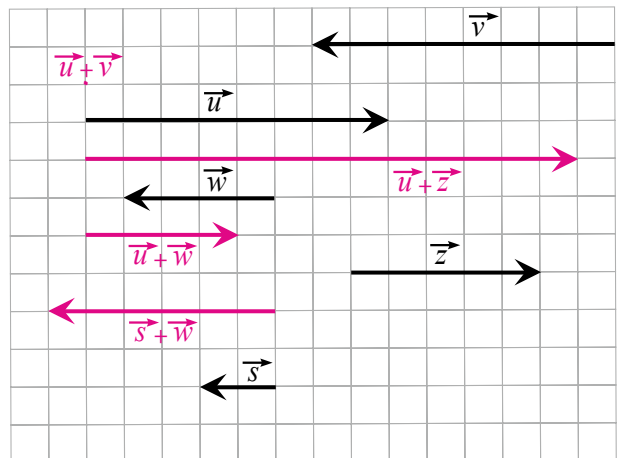
3 عرف ممثلاً للشعاع $\vec{AD} + \vec{AB}$

$$\vec{AD} + \vec{AB} = \vec{AD} + \vec{DC} = \vec{AC}$$

4 عرف ممثلاً للشعاع $\vec{DA} + \vec{BC}$

$$\vec{DA} + \vec{BC} = \vec{DA} + \vec{AD} = \vec{DD} = \vec{0}$$

11 مع أشعة لها نفس المنحى



- 1 أنشئ ممثلاً للشعاع $\vec{u} + \vec{z}$
- 2 أنشئ ممثلاً للشعاع $\vec{s} + \vec{w}$
- 3 أنشئ ممثلاً للشعاع $\vec{u} + \vec{w}$
- 4 أنشئ ممثلاً للشعاع $\vec{u} + \vec{v}$

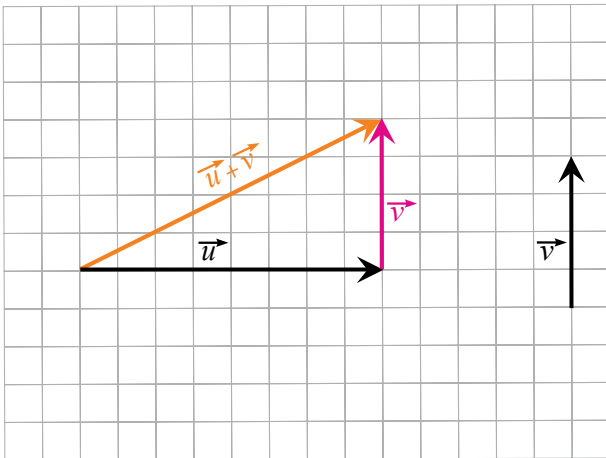
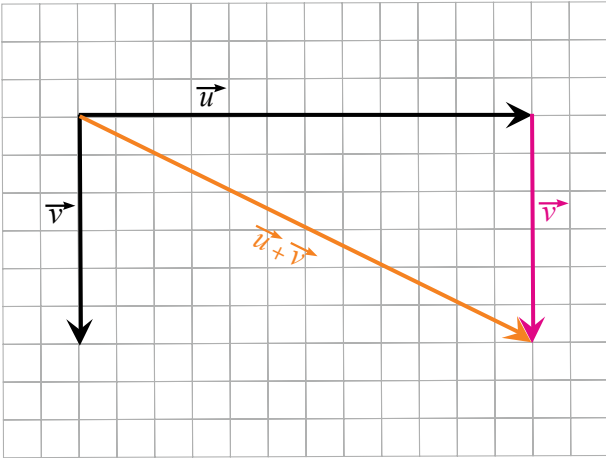
5 اشرح النتيجة التي تم الحصول عليها من أجل $\vec{u} + \vec{v}$.

الشعاعان \vec{u} و \vec{v} متعاكسان وعليه مجموعهما

يساوي الشعاع المدوم.

12 شعاعان مختلفا المنحى

في كل من الأشكال أدناه، أنشئ مجموع الشعاعان \vec{u} و \vec{v} .



d) $-\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ خطأ

$-\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BF}$

التبرير: الشعاعان \vec{BA} و \vec{BC} نفس المبدأ B ، إذن مجموعهما هو الشعاع \vec{BF} حيث F هي النقطة التي تجعل الرباعي $BAFC$ متوازي أضلاع.

e) $\vec{AB} - \vec{CD} + \vec{BD} = \vec{AC}$ صح

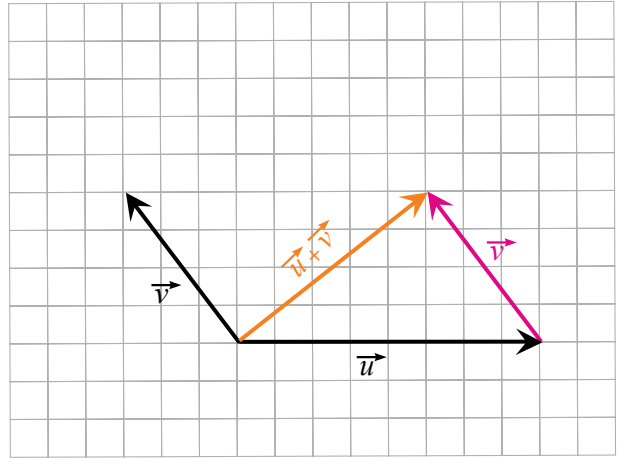
$\vec{AB} - \vec{CD} + \vec{BD} = \vec{AB} + \vec{DC} + \vec{BD}$ التبرير:

$= \vec{AB} + \vec{BD} + \vec{DC} = \vec{AD} + \vec{DC} = \vec{AC}$

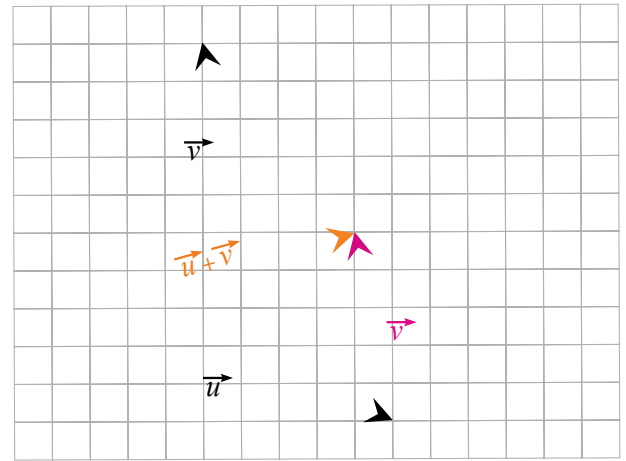
f) $-\vec{AB} + \vec{CB} + \vec{AC} = \vec{DD}$ صح

$-\vec{AB} + \vec{CB} + \vec{AC} = \vec{BA} + \vec{CB} + \vec{AC}$ التبرير:

$= \vec{BA} + \vec{AC} + \vec{CB} = \vec{BC} + \vec{CB} = \vec{BB} = \vec{0} = \vec{DD}$



(3)



(4)

13 $ABCD$ رباعي محدب.

أجب ب: صح أو خطأ على العبارات التالية مع التبرير:

a) $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BD}$ خطأ

التبرير: الشعاعان \vec{AB} و \vec{AC} نفس المبدأ A ، إذن مجموعهما هو الشعاع \vec{AF} حيث F هي النقطة التي تجعل الرباعي $ABFC$ متوازي أضلاع.

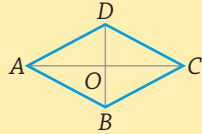
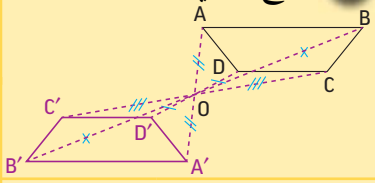
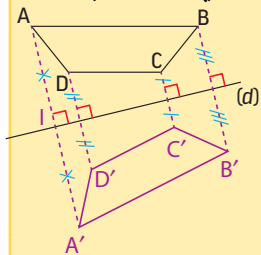
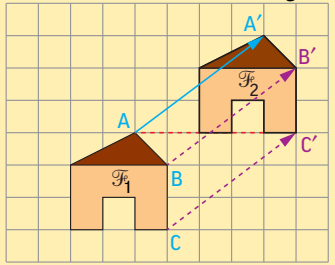
b) $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}$ صح

التبرير: $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}$

c) $\vec{BA} - \vec{CA} = \vec{BC}$ صح

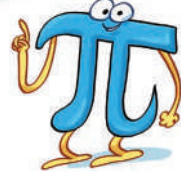
التبرير: $\vec{BA} - \vec{CA} = \vec{BA} + \vec{AC} = \vec{BC}$

لكل سؤال من الأسئلة التالية ، ضع إطار حول الإجابة (أو الأجوبة) الصحيحة.
 تنبيه: قد تكون هناك عدة إجابات دقيقة لنفس العبارة! يجب العثور عليهم جميعا.

D	C	B	A	النص
$\vec{OD} + \vec{OB} = \vec{O}$	$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD}$	$\vec{CB} + \vec{CD} = \vec{CA}$	$\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{AB}$	14 ABCD معين مركزه O . 
$\vec{AB} + \vec{AB} = \vec{AB}$	$\vec{AB} - \vec{BA} = \vec{0}$	$\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB}$	$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{CA}$	15 من أجل كل النقط A, B و C من المستوي:
النقط الثلاث على استقامة واحدة	A و C متناظران بالنسبة إلى B	A و B متناظران بالنسبة إلى C	C و B متناظران بالنسبة إلى A	16 A, B و C ثلاث نقط حيث: $\vec{AB} = \vec{CA}$ ، إذن:
25	5	$\sqrt{7}$	7	17 ABC مثلث قائم في A حيث: $AB = 4$ و $AC = 3$. طول الشعاع $\vec{AB} + \vec{AC}$ هو:
تطابق	تناظر مركزي	انسحاب	تناظر محوري	18 ما نوع التحويل الموجود أدناه؟ 
تطابق	تناظر مركزي	انسحاب	تناظر محوري	19 ما نوع التحويل الموجود في هذا الشكل؟ 
تطابق	تناظر مركزي	انسحاب	تناظر محوري	20 ما نوع التحويل الموجود في هذا الشكل؟ 



والآن ،
هل يمكنك اكتشاف
التحويلات الموجودة في لوحة
Escher ؟



صفحة: فيلدرني الرياضيات

ترجمة الأستاذ: عبد الحفيظي عادل