السنة **4** متوسط

متوسطة الشهيد حسيب يوسف / المعذر

سلسلة تمارين حول

المقطع الرابع : الأشعة و الإنسحاب / الأشعة في معلم

خالد معمري للرياضيات

ملاحظة

في هذه التمارين نعتبر المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;I;J)$ وحدته $1cm$

التمرين 01

1) علم النقط $C(6;-1), B(3;5), A(-3;2)$

2) بيّن نوع المثلث ABC

3) أنشئ النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$ ثم استنتج نوع الرباعي $ABCD$.

التمرين 02

1) علم النقط $A(-3;1), B(0;3), F(3;-1)$

2) جد إحداثيتي النقطة C حتى يكون $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC}$

3) بيّن نوع الرباعي $ABCF$ ثم احسب إحداثيتي النقطة N مركز تناظره .

التمرين 03

1) علم النقطتين $B(-3;4), A(1;2)$

2) عيّن العبارة الجبرية للدالة التالفية f التي ممثلها المستقيم (AB)

3) (Δ) مستقيم ممثل للدالة الخطية g و يشمل A

بيّن أن $(AB)\perp(\Delta)$

(يمكنك الاستعانة بالمثلث ABO)

التمرين 04

1) علم النقط $C(1;-1), B(0;4), A(3;2)$

2) بيّن نوع المثلث ABC

3) أحسب إحداثيتي M مركز الدائرة الي تشمل رؤوس المثلث ABC

4) عين النقطة F حيث يكون $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AC}$ ثم بين أن الرباعي $ABFC$ مربع

التمرين 05

1) علم النقط $C(3;-2), B(-2;1), A(2;3)$

2) أحسب احداثيتي النقطة K منتصف $[BC]$

3) ماذا يمثل المستقيم (AK) في المثلث ABC؟ مع التبرير

4) إذا علمت أن (AK) هو التمثيل البياني للدالة التالفية f عين العبارة الجبرية لهذه الأخيرة .

التمرين 06

1) علم النقطتين $C(-4;2), A(1;2)$

2) جد القيم المضبوطة لأطوال أضلاع المثلث OAC

3) ما نوع المثلث OAC؟ برر إجابتك .

4) أنشئ النقطة B علما أن $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OB}$ ثم بيّن نوع الرباعي $OABC$.

التمرين 07

1) علم النقط $A(-3;1), B(0;3), F(3;-1)$

2) أحسب إحداثيتي النقطة C حتى يكون الرباعي $ABCF$ متوازي أضلاع .

3) جد القيمة المضبوطة لـ P محيط متوازي الأضلاع $ABCF$

خالد معمري للرياضيات

سلسلة تمارين حول

المقطع الرابع : الأشعة و الإنسحاب/ الأشعة في معلم (تابع)

خالد معمري للرياضيات

التمرين 08

1) FMG مثلث فيه

$$GM = \sqrt{6} , FM = \sqrt{10} , FG = 2$$

بيّن أنه قائم في النقطة G

2) (C) دائرة محيطة بالمثلث FMG مركزها O
أحسب القيمة المضبوطة لنصف قطرها OG .

3) أنشئ الشكل ثم عين النقطة E التي تحقق :
$$\overrightarrow{FM} - \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{FE}$$

4) بيّن نوع الرباعي $EGFM$

التمرين 09

1) علم النقط $C(6;-3), B(0;5), A(-2;1)$

2) أحسب الطول AC و اكتبه بالشكل $a\sqrt{b}$ حيث
b , a عددان طبيعيان و b أصغر ما يمكن .

3) إذا علمت أن $AB = 2\sqrt{5}$ و $BC = 10$
بيّن أن المثلث ABC قائم في النقطة A

4) جد إحداثيتي النقطة M علما أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CM}$
ثم بين نوع الرباعي $ABMC$

التمرين 10

1) علم النقط $K(-3;-1), M(0,2), G(1;3)$

2) عين العبارة الجبرية للدالة التالفية f التي تمثيلها البياني
يشمل النقطتين K , M

3) بين أن النقطة G تنتمي إلى المستقيم (KM)

4) جد إحداثيتي النقطة H إذا علمت أن :
$$\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{HK}$$

خالد معمـري للرياضيات

متوسطة الشهيد حسيب يوسف / المعذر

السنة 4 متوسط

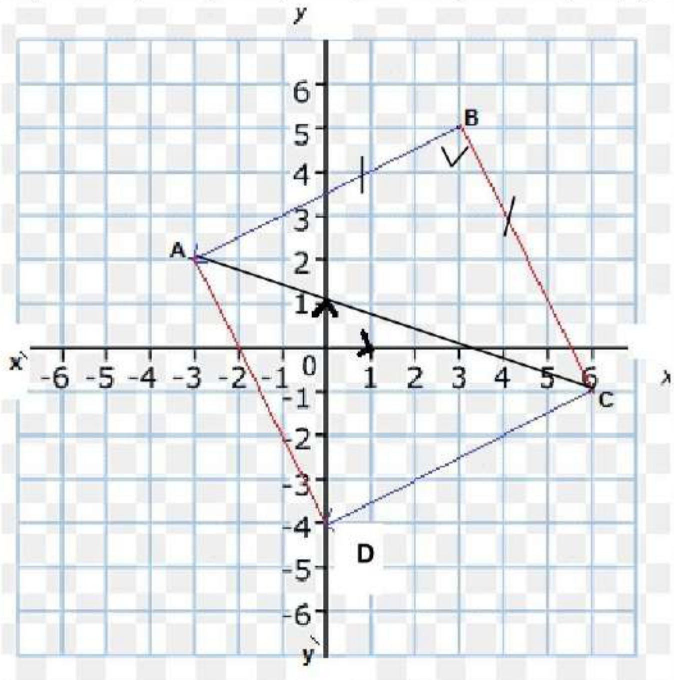
حلول سلسلة تمارين

المقطع الرابع

خالد معمري للرياضيات

حل التمرين 01

1) تعليم النقط $A(-3;2), B(3;5), C(6;-1)$



2) تبيين نوع المثلث ABC

حساب الأطوال :

$$AB=\sqrt{\left(3-(-3)\right)^2+(5-2)^2}=\sqrt{45}$$

$$AC=\sqrt{\left(6-(-3)\right)^2+(-1-2)^2}=\sqrt{90}$$

$$BC=\sqrt{(6-3)^2+(-1-5)^2}=\sqrt{45}$$

$AB^2+BC^2=45+45=90$ و $AC^2=90$

و منه $\boxed{AB^2+BC^2=AC^2}$ حسب خ العكسية لخاصية فيثاغورث نستنتج أن ABC قائم في B

و $AB=BC$ إذن $\boxed{ABC \text{ قائم و متساوي الساقين}}$.

3) نوع الرباعي $ABCD$: $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}$ (من الانسحاب)

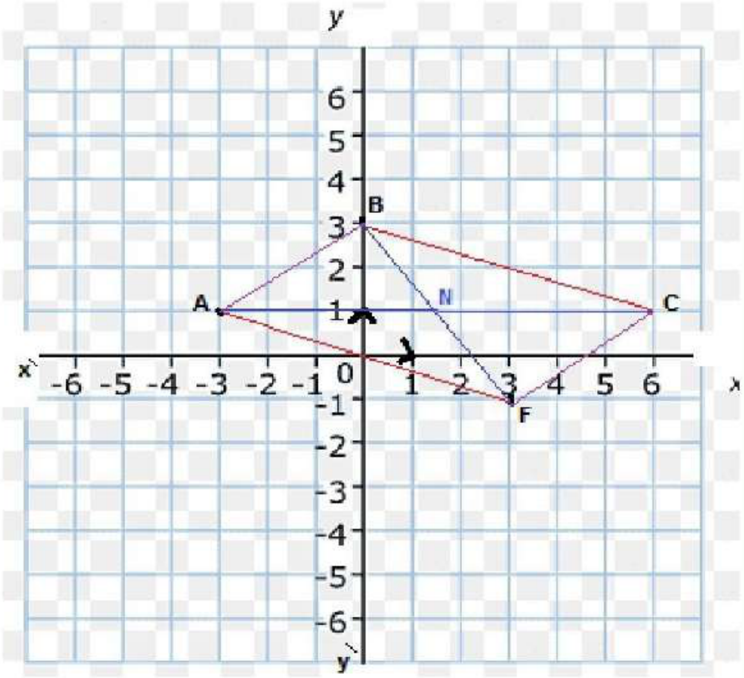
فالرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع و فيه $AB=BC$

و $\widehat{ABC}$ قائمة

إذن الرباعي $\boxed{ABCD \text{ مربع}}$.

حل التمرين 02

1) تعليم النقط $A(-3;1), B(0;3), F(3;-1)$



2) إيجاد إحداثيتي النقطة C :

$$\overrightarrow{AF}\binom{3+3}{-1-1}=\overrightarrow{BC}\binom{x-0}{y-3}$$

و منه $x=6$ و $y-3=-2$ إذن $y=1$

و بالتالي $\boxed{C(6;1)}$

3) نوع الرباعي ABC : لدينا $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{BC}$

إذن الرباعي $ABCF$ متوازي أضلاع .

ح إحداثيتي N : N مركز تناظر متوازي الأضلاع $ABCF$ فهي نقطة تقاطع قطريه المتناصفين ' إذن N منتصف $[BF]$

$N\left(\frac{0+3}{2};\frac{3+(-1)}{2}\right)$ و بالتالي $\boxed{N\left(\frac{3}{2};1\right)}$

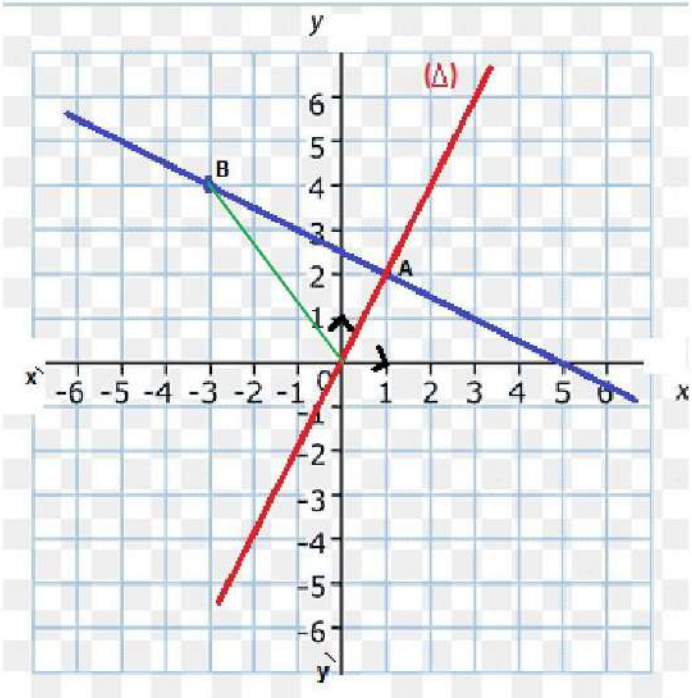
خالد معمري للرياضيات

حلول سلسلة تمارين
المقطع الرابع

خالد معمري للرياضيات

حل التمرين 03

1) تعليم النقطتين $B(-3;4), A(1;2)$



2) تعيين العبارة الجبرية للدالة التالفية f :

$$a=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{2-4}{1+3}=\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2}$$

و منه $f(x)=\frac{-1}{2}x+b$

نعوض باحداثيتي A: $\frac{-1}{2}\times 1+b=2$

بحل هذا المعادلة نجد $b=\frac{5}{2}$

و بالتالي $f(x)=\frac{-1}{2}x+\frac{5}{2}$

3) تبيين أن $(AB)\perp(\Delta)$:

يكفي تبيين أن المثلث ABO قائم في النقطة A

حاب الأطوال :

$$AB=\sqrt{(-3-1)^2+(4-2)^2}$$

$$AB=\sqrt{20}\ cm$$

$OA=\sqrt{1^2+2^2}$ و منه $OA=\sqrt{5}cm$

$OB=\sqrt{(-3)^2+4^2}$ و منه $OB=\sqrt{25}=5cm$

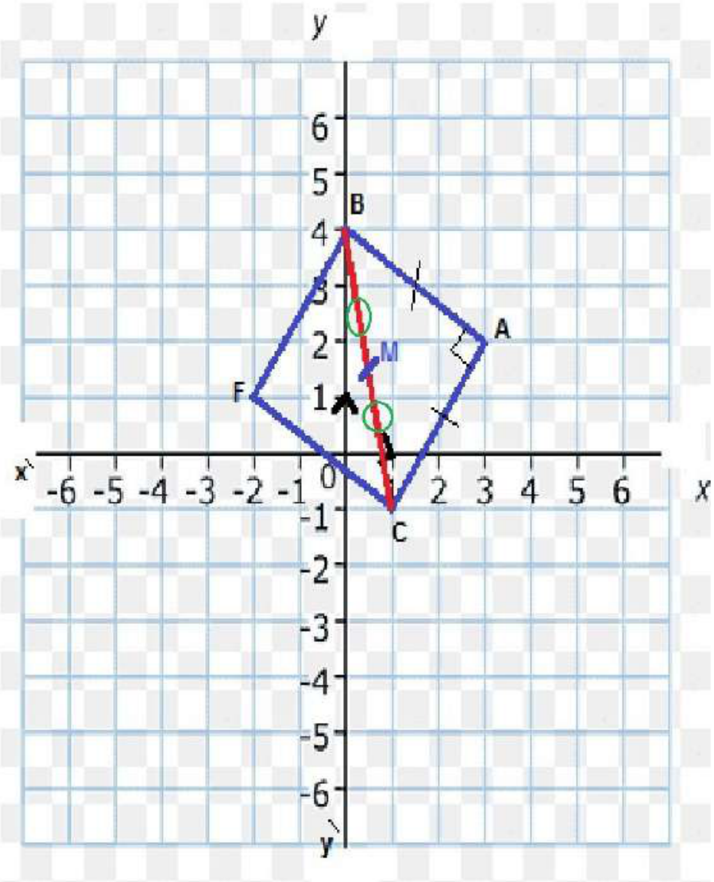
$AB^2+OA^2=20+5=25$ و $OB^2=25$

و منه $\boxed{AB^2+OA^2=OB^2}$ حسب الخاصية العكسية لخاصية فيثاغورث نستنتج أن ABO قائم في A

و بالتالي $(\Delta)\perp(AB)$.

حل التمرين 04

1) تعليم النقط $C(1;-1), B(0;4), A(3;2)$



خالد معمري للرياضيات

حلول سلسلة تمارين
المقطع الرابع

2) تبيين نوع المثلث ABC :

حساب أطوال أضلاعه :

$$AB = \sqrt{(0-3)^2 + (4-2)^2}$$

نجد $AB = \sqrt{13}cm$

$$AC = \sqrt{(1-3)^2 + (-1-2)^2}$$

نجد $AC = \sqrt{13}cm$

$$BC = \sqrt{(1-0)^2 + (-1-4)^2}$$

نجد $BC = \sqrt{26}cm$

$$AB^2 + AC^2 = 13 + 13 = 26$$

$$BC^2 = 26$$

و منه $\boxed{AB^2 + AC^2 = BC^2}$

حسب الخاصية العكسية لخاصية فيثاغورث

نستنتج أن المثلث ABC قائم في A

لكن $AB = AC$

و بالتالي المثلث ABC قائم و متساوي الساقين .

3) حساب إحداثيتي M : M مركز الدائرة المحيطة

بالمثلث القائم ABC فهي منتصف وتره $[BC]$

و منه $\left(\frac{0+1}{2}; \frac{4+(-1)}{2}\right)$ إذن : $\boxed{M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)}$

4) تبيين أن $ABFC$ مربع :

لدينا $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AC}$ و منه $ABFC$ متوازي أضلاع

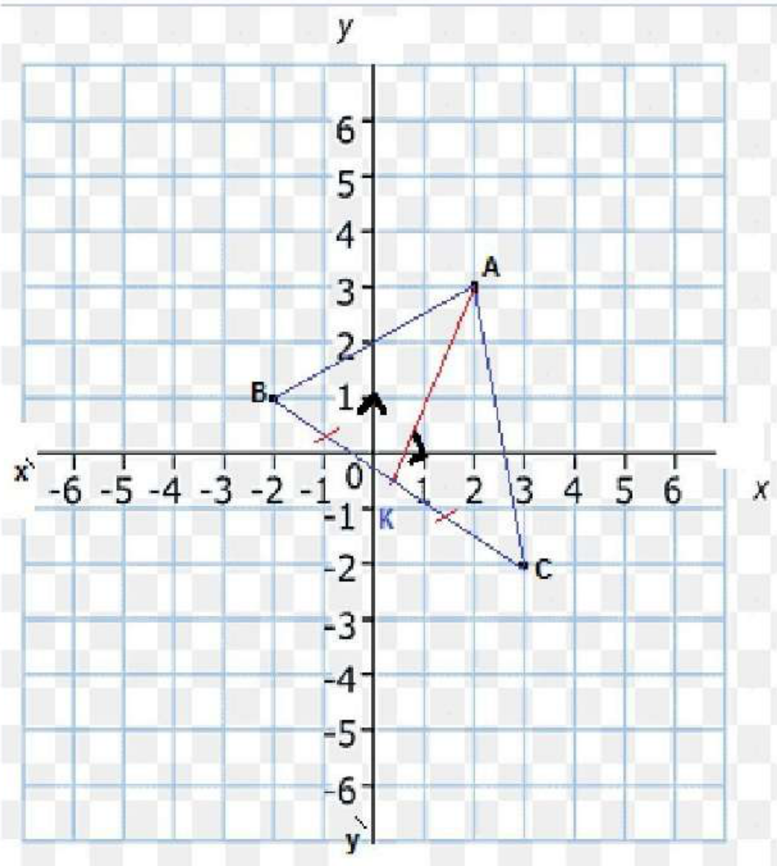
و $AB = AC$ و الزاوية $\widehat{BAC}$ قائمة

إذن الرباعي $ABFC$ متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة

و ضلعين متتالين متقايسين فهو مربع .

حل التمرين 05

1) تعليم النقط $C(3;-2), B(-2;1), A(2;3)$



خالد معمري للرياضيات

حلول سلسلة تمارين
المقطع الرابع

خالد معمري للرياضيات

2) <u>حساب إحداثيتي K منتصف $[BC]$</u> :

$K\left(\frac{-2+3}{2};\frac{1+(-2)}{2}\right)$ إذن : $\boxed{K\left(\frac{1}{2};\frac{-1}{2}\right)}$

3) المستقيم (AK) يشمل A أحد رؤوس المثلث ABC

و يشمل K منتصف الضلع المقابل

إذن في المثلث A المستقيم (AK) يمثل متوسط

متعلق بالضلع $[BC]$.

4) <u>تعيين العبارة الجبرية للدالة التالفية f</u> :

$K\left(\frac{1}{2};\frac{-1}{2}\right)$, $A(2;3)$

$a = \frac{y \quad -y}{x \quad -x} = \frac{3-(\frac{-1}{2})}{2-\frac{1}{2}}$ نجد $\boldsymbol{a = \frac{7}{3}}$

و عليه $f(x) = \frac{7}{3}x + b$

نعوض باحداثيتي A : $\frac{7}{3} \times 2 + b = 3$ نجد $\boldsymbol{b = \frac{-5}{3}}$

و بالتالي $\boxed{f(x) = \frac{7}{3}x - \frac{5}{3}}$

حل التمرين 06

1) تعليم النقطتين $A(1;2)$, $C(-4;2)$

2) <u>إيجاد القيم المضبوطة للأطوال</u> :

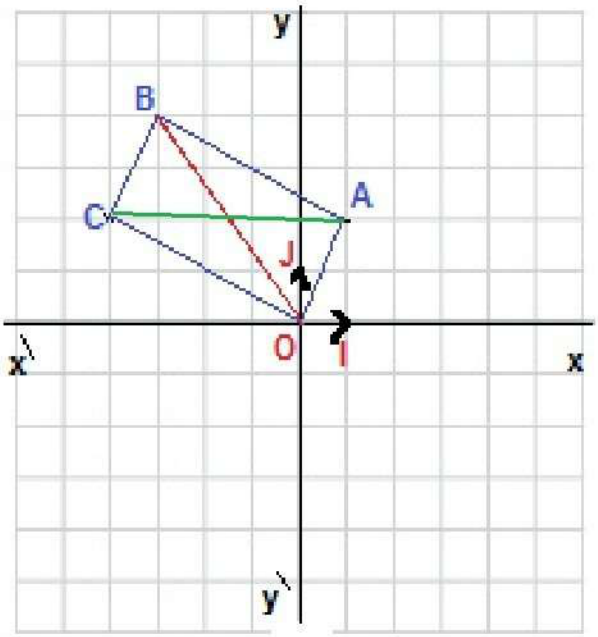
$OA = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}cm$

$OC = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = \sqrt{20}cm$

$AC = \sqrt{(-4-1)^2 + (2-2)^2} = 5cm$

3) <u>نوع المثلث OAC</u>

$OA^2 + OC^2 = 5 + 20 = 25$ و $AC^2 = 25$



و منه $OA^2 + OC^2 = AC^2$ فحسب الخاصية العكسية

لخاصية فيثاغورث نستنتج أن $\boxed{\text{المثلث } OAC \text{ قائم في } O}$

5) <u>نوع الرباعي $OABC$</u>

لدينا $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OB}$ و منه $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$

إذن الرباعي $OABC$ متوازي أضلاع

و الزاوية $\widehat{AOC}$ قائمة

و بالتالي $\boxed{\text{الرباعي } OABC \text{ مستطيل}}$.

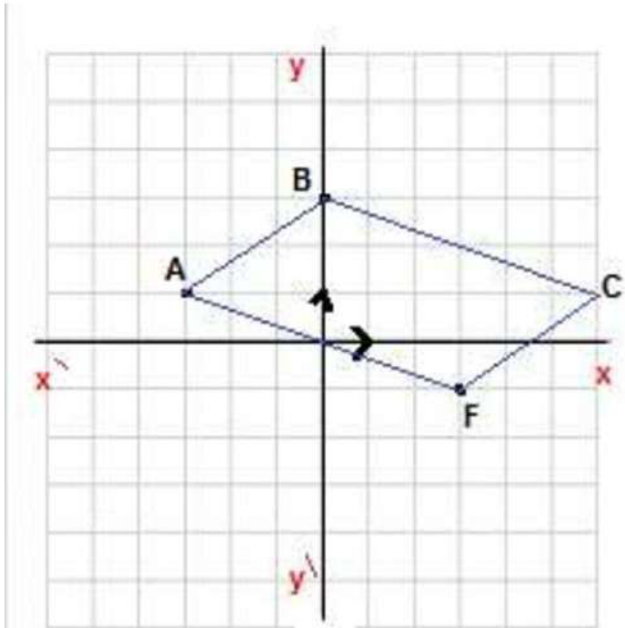
خالد معمري للرياضيات

حلول سلسلة تمارين
المقطع الرابع

خالد معمري للرياضيات

حل التمرين 07

1) تعليم النقط $A(-3;1), B(0;3), F(3;-1)$



2) حساب احداثيتي C :

$ABCF$ متوازي أضلاع ومنه $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AF}$

$\overrightarrow{BC}\binom{x-0}{y-3} = \overrightarrow{AF}\binom{3-(-3)}{-1-1}$

و منه $x = 6$ و $y = 1$ إذن $\boxed{C(6;1)}$

3) حساب P :

$AF = \sqrt{6^2 + (-2)^2} = \sqrt{40}cm$

$AB = \sqrt{(0-(-3))^2 + (3-1)^2}$

إذن : $AB = \sqrt{13}cm$

و عليه $\boxed{P = 2(\sqrt{40} + \sqrt{13})}$

حل التمرين 08

1) تبيين أن المثلث FMG قائم في النقطة G

لدينا $GM = \sqrt{6}\,, FM = \sqrt{10}\,, FG = 2$

$FM^2 = 10$ و $GM^2 + FG^2 = \sqrt{6}^2 + 2^2 = 10$

و منه $\boxed{GM^2 + FG^2 = FM^2}$ ح الخاصية العكسية

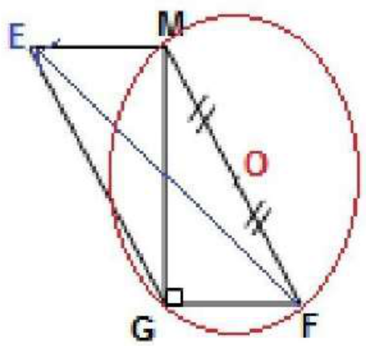
لخاصية فيثاغورث نستنتج أن المثلث FMG قائم في G

2) حساب OG : لدينا O مركز الدائرة (C) المحيطة

بالمثلث القائم FMG فهي منتصف وتره $[FM]$

و منه $OG = \frac{FM}{2}$ إذن $\boxed{OG = \frac{\sqrt{10}}{2}cm}$

3) إنشاء الشكل



4) نوع الرباعي $EGFM$: لدينا $\overrightarrow{FM} - \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{FE}$

و منه $\overrightarrow{FM} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{FE}$

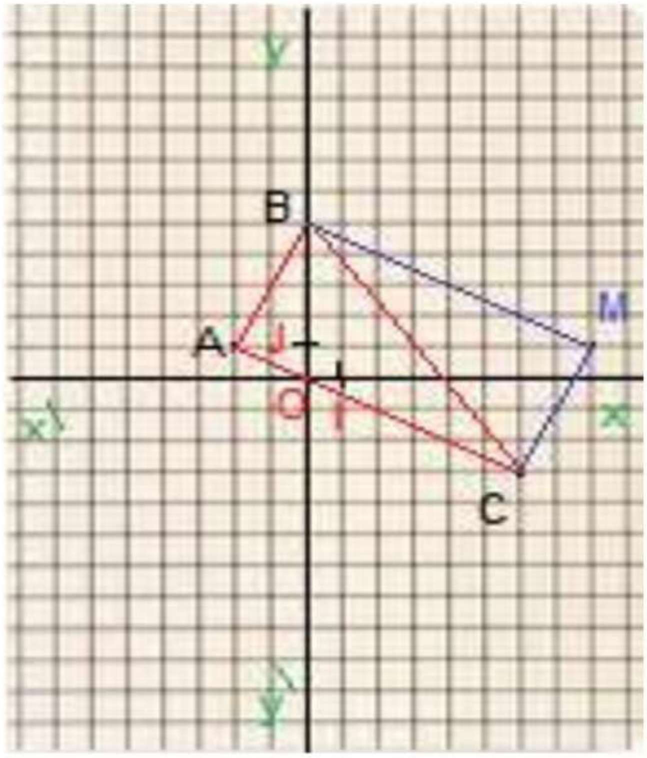
و بالتلي الرباعي $\boxed{EGFM \text{ متوازي أضلاع}}$.

حلول سلسلة تمارين
المقطع الرابع

خالد معمري للرياضيات

حل التمرين 09

1) تعليم النقط $A(-2;1)$, $B(0;5)$, $C(6;-3)$



2) حساب AC :

$$AC = \sqrt{(6-(-2))^2 + (-3-1)^2}$$

$AC = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5}$ إذن $\boxed{AC = 4\sqrt{5}cm}$

3) تبيين أن المثلث ABC قائم في النقطة A :

لدينا $AB = 2\sqrt{5}$, $BC = 10$, $AC = 4\sqrt{5}$

$AC^2 + AB^2 = 80 + 20 = 100$ و $BC^2 = 100$

و منه $\boxed{AC^2 + AB^2 = BC^2}$ فحسب الخاصية العكسية لخاصية فيثاغورث نستنتج أن المثلث ABC قائم في A

4) إيجاد إحداثيتي النقطة M : لدينا $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CM}$

$$\overrightarrow{AB}\binom{0-(-2)}{5-1} = \overrightarrow{CM}\binom{x-6}{y-(-3)}$$

و منه $x - 6 = 2$ إذن $x = 8$

$y + 3 = 4$ إذن $y = 1$ و بالتالي $\boxed{M(8;1)}$

نوع الرباعي $ABMC$: لدينا $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CM}$ من المعطيات

إذن الرباعي $ABMC$ متوازي أضلاع

لكن $\widehat{BAC}$ زاوية قائمة و بالتالي $\boxed{ABMC \text{ مستطيل}}$.

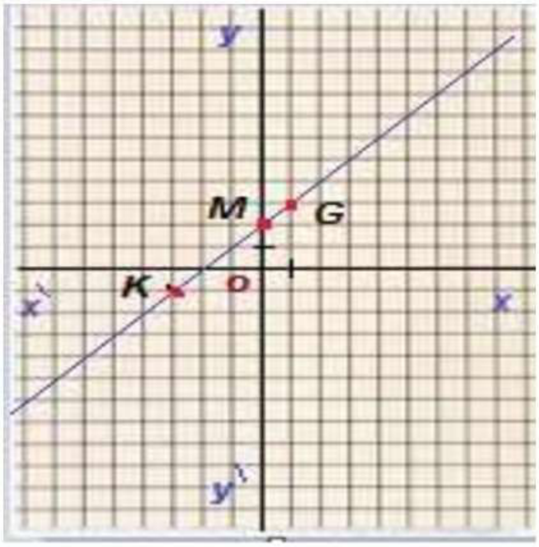
حلول سلسلة تمارين

المقطع الرابع

خالد معمري للرياضيات

حل التمرين 10

1) تعليم النقط $K(-3;-1), M(0,2), G(1;3)$



2) تعيين العبارة الجبرية للدالة التالفية f :

لدينا $K(-3;-1), M(0,2)$

و منه $a = \frac{y\ \ -y}{x\ \ -x} = \frac{2-(-1)}{0-(-3)} = 1$

و عليه $f(x) = x + b$ نعوض باحداثيتي M

$y\ = x\ + b$ و منه $2 = 0 + b$ إذن $b = 2$

و بالتالي $\boxed{f(x) = x + 2}$

3) تبيين أن G تنتمي إلى المستقيم (KM)

مما سبق $(KM): y = x + 2$

يكفي تبيين أن إحداثيتي G تحقق معادلة (KM)

$G(1;3)$, $y = 3$

$x + 2 = 1 + 2 = 3$

إذن إحداثيتي G حققت المعادلة و بالتالي $\boxed{G \in (KM)}$

4) إيجاد إحداثيتي H : لدينا $\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{HK}$

إذن النقطة H منتصف $[GK]$

و عليه $H\left(\frac{1+(-3)}{2};\frac{3+(-1)}{2}\right)$

و بالتالي $\boxed{H(-1;1)}$

خالد معمري للرياضيات