

" قال أخرجتها لتُغرق أهلها " ﷺ " الظاهر : ابتلاء ﷻ والواقع : فرج. " مُدهش عندما تظن أن الله ابتلاك ثم تكتشف أنه أنقذك من البلاء. كم خَرقت الأيام لنا من سُنن فاشتكيننا وبكيننا ولم نعلم إلا بعد سنوات أن الله نَجَّانا بها من ضررٍ أكبر. كونوا على يقين أن الله لُطف خفي لا تدركه ضآلة أبصارنا. "

◀ أستاذ المادة: جيوخ العربي

1 نشر عبارات جبرية من الشكل $(a + b)(c + d)$

1

○ الطريقة الأولى : a, b, c, d أعداد حقيقية.

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

◀ مثال توضيحي : نشر معاً الجداء التالي $(-2x + 3)(4x - 5)$ لدينا :

$$\begin{aligned} (-2x + 3)(4x - 5) &= (-2x) \times (4x) + (-2x) \times (-5) + (+3) \times (4x) + (+3) \times (-5) \\ &= -8x^2 + \underbrace{10x + 12x}_{=22x} - 15 = -8x^2 + 22x - 15 \end{aligned}$$

○ الطريقة الثانية :

نستعين بالجدول المقابل :

1. نضرب الحد $4x$ في الحد $-2x$ ونضع النتيجة $-8x^2$ في خانة تقاطع السطر ② والعمود ①.
2. نضرب الحد $4x$ في الحد $+3$ ونضع النتيجة $+12x$ في خانة تقاطع السطر ② والعمود ③.
3. نضرب الحد -5 في الحد $-2x$ ونضع النتيجة $+10x$ في خانة تقاطع السطر ③ والعمود ①.
4. نضرب الحد -5 في الحد $+3$ ونضع النتيجة -15 في خانة تقاطع السطر ③ والعمود ③.

	①	②	③
①	\times	$-2x$	$+3$
②	$+4x$	$-8x^2$	$+12x$
③	-5	$+10x$	-15

◀ هذه الطريقة تجنبنا الأخطاء في الإشارات كما تسهل نشر عبارات أكثر تعقيداً.

مثال توضيحي : نشر معاً الجداء التالي $A = (5x^2 - 3x + 7)(4 - 6x)$

$$\begin{aligned} A &= (5x^2 - 3x + 7)(4 - 6x) \\ &= +20x^2 - 12x + 28 - 30x^3 + 18x^2 - 42x \\ &= (-30)x^3 + (20 + 18)x^2 + (-12 - 42)x + (28) \\ &= -30x^3 + 38x^2 - 54x + 28 \end{aligned}$$

○ الطريقة الثالثة :

مثل طريقة الضرب العمودية الخاصة بالأعداد مع فرق طفيف هو عدم وجود الاحتفاظ هنا.
مثال توضيحي :

$2x$	$\sqrt{5}$	$3x$	-2	$-2x$	$+3$
\times	$2x$	$-\sqrt{5}$	$7x$	-4	$4x$
	$-2\sqrt{5}x$	-5	$-12x$	$+8$	$+10x$
	$4x^2$	$2\sqrt{5}x$	$+21x^2$	$-14x$	$-8x^2$
	$+4x^2$	$0x$	$+21x^2$	$-26x$	$+8$
			$-8x^2$	$22x$	-15

إذن :

$$\begin{aligned} (-2x + 3)(4x - 5) &= -8x^2 + 22x - 15 \\ (3x - 2)(7x - 4) &= 21x^2 - 26x + 8 \\ (2x + \sqrt{5})(2x - \sqrt{5}) &= 4x^2 - 5 \end{aligned}$$

2 تطبيقات حول النشر محلولة

2

○ تمرين تطبيقي (01) : (من السلسلة الرابعة)

● أنشر وبسّط كلاً من العبارات الجبرية الآتية :

$$\begin{aligned} A &= (x + 3)(x + 4) & C &= (a - 3)(2a + 1) \\ B &= (x - 2)(x - 5) & D &= (x + 2y)(2x - y) \end{aligned}$$

○ الحل : لدينا :

$$\begin{aligned} A &= (x + 3)(x + 4) \\ &= x^2 + 3x + 4x + 12 \\ &= x^2 + (3 + 4)x + 12 \\ &= x^2 + 7x + 12 \end{aligned}$$

إذن : $A = x^2 + 7x + 12$

\times	x	$+3$
x	x^2	$3x$
$+4$	$4x$	12

أي :

النشر والتبسيط (ش ت م 2012) :

$$\begin{aligned} E &= (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1) \\ &= (4x)^2 - 2(4x)(1) + (1)^2 - [3x(4x-1) + 2(4x-1)] \\ &= 4^2x^2 - 8x + 1 - [12x^2 - 3x + 8x - 2] \\ &= 16x^2 - 8x + 1 - 12x^2 + 3x - 8x + 2 \\ &= (16-12)x^2 + (-8+3-8)x + (1+2) \\ &= 4x^2 - 13x + 3 \end{aligned}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2013) :

$$\begin{aligned} B &= (3x-5)^2 + 9x^2 - 25 \\ &= (3x)^2 - 2(3x)(5) + (5)^2 + 9x^2 - 25 \\ &= 9x^2 - 30x + 25 + 9x^2 - 25 \\ &= (9+9)x^2 + (-30)x + (25-25) \\ &= 18x^2 - 30x + 10 \end{aligned}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2014 و 2015) :

$$\begin{aligned} E &= (2x+5)^2 - 36 & F &= (2x-3)^2 - 16 \\ &= (2x)^2 + 2(2x)(5) + (5)^2 - 36 & &= (2x)^2 - 2(2x)(3) + (3)^2 - 16 \\ &= 4x^2 + 20x + 25 - 36 & &= 4x^2 + 12x + 9 - 16 \\ &= 4x^2 + 20x + 9 & &= 4x^2 + 12x - 7 \end{aligned}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2016) :

$$\begin{aligned} A &= 5(2x+1)(2x-1) = 5[2x(2x-1) + 1(2x-1)] \\ &= 5 \left[\underbrace{4x^2 - 2x + 2x - 1}_{=0} \right] \\ &= 5 \times 4x^2 + 5 \times (-1) \\ &= 20x^2 - 5 \end{aligned}$$



$$E = (2x+5)^2 - 36 \quad (\text{ش ت م 2014})$$

$$F = (2x-3)^2 - 16 \quad (\text{ش ت م 2015})$$

$$5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5 \quad (\text{ش ت م 2016 (تحقق)})$$

$$P = (1-3x)(3x+3) - 2(3x+3) \quad (\text{ش ت م 2017})$$

$$(3x+1)(x-4) = 3x^2 - 11x - 4 \quad (\text{ش ت م 2018 (تحقق)})$$

$$E = (x+1)^2 - (x+1)(2x-3) \quad (\text{ش ت م 2019})$$

$$E = (3x+1)^2 - (x-2)^2 \quad (\text{ش ت م 2020})$$

$$E = (x-3)(x-10) + 3(x-3) \quad (\text{ش ت م 2021})$$

$$E = (2x-3)(x-2) \quad (\text{ش ت م 2022})$$

○ الحل :

النشر والتبسيط (ش ت م 2007) :

$$\begin{aligned} E &= 10^2 - (x-2)^2 - (x+8) \\ &= 10^2 - [(x)^2 - 2(x)(2) + (2)^2] - (x+8) \\ &= 100 - x^2 + 4x - 4 - x - 8 \\ &= (-1)x^2 + (+4-1)x + (100-4-8) = -x^2 + 3x + 88 \end{aligned}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2008) :

$$\begin{aligned} A &= (2-\sqrt{3})^2 = (2)^2 - 2(2)(\sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2 \\ &= 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2009) :

$$\begin{aligned} E &= 2x - 10 - (x-5)^2 = 2x - 10 - [(x)^2 - 2(x)(5) + (5)^2] \\ &= 2x - 10 - [x^2 - 10x + 25] = 2x - 10 - x^2 + 10x - 25 \\ &= (-1)x^2 + (2+10)x + (-10-25) = -x^2 + 12x - 35 \end{aligned}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2011) :

$$\begin{aligned} (2x-1)(x-3) &= 2x(x-3) - 1(x-3) \\ &= 2x \times x + 2x \times (-3) - 1 \times x + (-1) \times (-3) \\ &= 2x^2 - 6x - x + 3 = 2x^2 - 7x + 3 \end{aligned}$$

لدينا :

$$\begin{aligned} B &= (x-2)(x-5) \\ &= x^2 - 2x - 5x + 10 \\ &= x^2 + (-2-5)x + 10 \\ &= x^2 - 7x + 10 \end{aligned}$$

×	x	-2
أ ي :	x	x ² - 2x
	-5	-5x + 10

$$B = x^2 - 7x + 10 \quad \text{إذن :}$$

لدينا :

$$\begin{aligned} C &= (a-3)(2a+1) \\ &= 2a^2 - 6a + a - 3 \\ &= 2a^2 + (-6+1)a - 3 \\ &= 2a^2 - 5a - 3 \end{aligned}$$

×	a	-3
أ ي :	2a	2a ² - 6a
	+1	a - 3

$$C = 2a^2 - 5a - 3 \quad \text{إذن :}$$

لدينا :

$$\begin{aligned} D &= (x+2y)(2x-y) \\ &= 2x^2 + 4xy - xy - 2y^2 \\ &= 2x^2 - 2y^2 + (4-1)xy \\ &= 2x^2 - 2y^2 + 3xy \end{aligned}$$

×	x	2y
	2x	2x ² + 4xy
	-y	-xy - 2y ²

$$D = 2x^2 - 2y^2 + 3xy \quad \text{إذن :}$$

○ تمرين تطبيقي (02) :

● أنشر وتبسط كلاً من العبارات الجبرية الآتية :

$$E = 10^2 - (x-2)^2 - (x+8) \quad (\text{ش ت م 2007})$$

$$A = (2-\sqrt{3})^2 \quad (\text{ش ت م 2008})$$

$$E = 2x - 10 - (x-5)^2 \quad (\text{ش ت م 2009})$$

$$(2x-1)(x-3) = 2x^2 - 7x + 3 \quad (\text{ش ت م 2011 (تحقق)})$$

$$E = (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1) \quad (\text{ش ت م 2012})$$

$$B = (3x-5)^2 + 9x^2 - 25 \quad (\text{ش ت م 2013})$$

◀ النشر والتبسيط (ش ت م 2017) :

$$\begin{aligned}
 P &= (1-3x)(3x+3) - 2(3x+3) \\
 &= 1(3x+3) - 3x(3x+3) - 2(3x+3) \\
 &= 3x+3 - 9x^2 - 9x - 6x - 6 \\
 &= (-9)x^2 + (3-9-6)x + (3-6) \\
 &= -9x^2 - 12x - 3
 \end{aligned}$$

◀ النشر والتبسيط (ش ت م 2018) :

$$\begin{aligned}
 (3x+1)(x-4) &= 3x(x-4) + 1(x-4) \\
 &= 3x^2 - 12x + x - 4 = 3x^2 - 11x - 4
 \end{aligned}$$

◀ النشر والتبسيط (ش ت م 2019) :

$$\begin{aligned}
 E &= (x+1)^2 - (x+1)(2x-3) \\
 &= (x)^2 + 2(x)(1) + (1)^2 - [x(2x-3) + 1(2x-3)] \\
 &= x^2 + 2x + 1 - [2x^2 - 3x + 2x - 3] \\
 &= x^2 + 2x + 1 - 2x^2 + 3x - 2x + 3 \\
 &= (1-2)x^2 + (+2+3-2)x + (+1+3) \\
 &= -x^2 + 3x + 4
 \end{aligned}$$

◀ النشر والتبسيط (ش ت م 2020) :

$$\begin{aligned}
 E &= (3x+1)^2 - (x-2)^2 \\
 &= [(3x)^2 + 2(3x)(1) + (1)^2] - [(x)^2 - 2(x)(2) + (2)^2] \\
 &= [9x^2 + 6x + 1] - [x^2 - 4x + 4] \\
 &= 9x^2 + 6x + 1 - x^2 + 4x - 4 \\
 &= (9-1)x^2 + (6+4)x + (1-4) = 8x^2 + 10x - 3
 \end{aligned}$$

◀ النشر والتبسيط (ش ت م 2021) :

$$\begin{aligned}
 E &= (x-3)(x-10) + 3(x-3) \\
 &= x(x-10) - 3(x-10) + 3(x-3) \\
 &= x^2 - 10x - 3x + 30 + 3x - 9 \\
 &= x^2 + (-10-3+3)x + (30-9) = x^2 - 10x + 21
 \end{aligned}$$

◀ النشر والتبسيط (ش ت م 2022) :

$$\begin{aligned}
 E &= (2x-3)(x-2) = 2x(x-2) - 3(x-2) \\
 &= 2x^2 - 4x - 3x + 6 = 2x^2 - 7x + 6
 \end{aligned}$$

○ تمرين تطبيقي (03) : (من السلسلة الرابعة)

أُنشر وبَسِّطْ كلاً من :

$$A = (3x-5)^2 ; B = \left(\frac{1}{2}x-1\right)\left(\frac{1}{2}x+1\right) - (x-1)(x-3)$$

○ الحل :

• نشر وتبسيط العبارة $A = (3x-5)^2$:

$$\begin{aligned}
 1. \text{ نستعمل المطابقة } (a-b)^2 &= (a)^2 - 2(a)(b) + (b)^2 \\
 \text{حيث " } a &= 3x \text{ " و " } b = 5 \text{ " وليس " } -5 \text{ " } \\
 \text{وبالتالي : } A &= (3x)^2 - 2(3x)(5) + (5)^2 \\
 2. \text{ لدينا : } &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3x)^2 &= 3^2 \times x^2 = 9x^2 \\
 2(3x)(5) &= 2 \times 3 \times 5 \times x = 30x \\
 (5)^2 &= 25
 \end{aligned}$$

إذن : $A = 9x^2 - 30x + 25$

$$\begin{aligned}
 \text{نشر وتبسيط العبارة } B &: \text{ لنشر } \left(\frac{1}{2}x-1\right)\left(\frac{1}{2}x+1\right), \text{ نستعمل} \\
 (a-b)(a+b) &= (a)^2 - (b)^2 \text{ حيث : " } a = \frac{1}{2}x \text{ " و " } b = 1 \text{ " }
 \end{aligned}$$

ولنشر $(x-3)(x-1)$ ، نشكّل هذا الجدول المساعد :

	×	x	-1
$(x-1)(x-3) = x^2 - x - 3x + 3$		x	$-x$
$= x^2 + (-1-3)x + 3$	وعليه :	-3	$+3$
$= x^2 - 4x + 3$			

2. لدينا :

$$\begin{aligned}
 (a)^2 &= \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times x^2 = \frac{1^2}{2^2}x^2 = \frac{1}{4}x^2 \\
 (b)^2 &= (1)^2 = 1
 \end{aligned}$$

فنحصل على : $B = \frac{1}{4}x^2 - 1 - (x^2 - 4x + 3)$ 3. نعلم أنّ : $-(x^2 - 4x + 3) = -x^2 + 4x - 3$

$$B = \frac{1}{4}x^2 - 1 - x^2 + 4x - 3$$

$$4. \text{ نَجْمَعُ الحدود المتشابهة : } B = \left(\frac{1}{4} - 1\right)x^2 + 4x + (-1-3)$$

$$B = -\frac{3}{4}x^2 + 4x - 4$$

○ تمرين تطبيقي (04) : (من السلسلة الرابعة)

ليكن $n = (8-2\sqrt{3})(8+2\sqrt{3})$. أثبت أنّ n عدد طبيعي.

○ الحل :

• إثبات أنّ n عدد طبيعي :

$$1. \text{ نستعمل المطابقة } (a-b)(a+b) = (a)^2 - (b)^2$$

حيث : " $a = 8$ " و " $b = 2\sqrt{3}$ ". $n = (8)^2 - (2\sqrt{3})^2$

$$2. \text{ لحساب } (2\sqrt{3})^2, \text{ نستخدم الخاصية } (cd)^2 = (c)^2 \times (d)^2$$

حيث : $c = 2$ و $d = \sqrt{3}$

$$n = 64 - (4)^2 \times (\sqrt{3})^2$$

3. نعلم أنّ $3 = (\sqrt{3})^2$ و $2^2 = 4$ ، وعليه :

$$n = 64 - 4 \times 3 = 64 - 12 = 52$$

بما أنّ 52 عددٌ طبيعي، فإنّ n عددٌ طبيعي.

تحليل عبارة جبرية إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى

المتطابقات الشهيرة

$$(a)^2 \pm 2(a)(b) + (b)^2 = [(a) \pm (b)]^2$$

$$\begin{aligned} A &= 36x^2 + 60x + 25 \\ &= (\sqrt{36x^2})^2 + 2(\sqrt{36x^2})(\sqrt{25}) + (\sqrt{25})^2 \\ &= (6x)^2 + 2(6x)(5) + (5)^2 \\ &= (6x + 5)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 4x^2 - 12x + 9 \\ &= (\sqrt{4x^2})^2 - 2(\sqrt{4x^2})(\sqrt{9}) + (\sqrt{9})^2 \\ &= (2x)^2 - 2(2x)(3) + (3)^2 \\ &= (2x - 3)^2 \end{aligned}$$

$$(a)^2 - (b)^2 = [(a) - (b)][(a) + (b)]$$

$$\begin{aligned} C &= 225 - 16x^2 \\ &= (\sqrt{225})^2 - (\sqrt{16x^2})^2 \\ &= (15)^2 - (4x)^2 \\ &= (15 - 4x)(15 + 4x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= (4x - 3)^2 - 49 \\ &= (4x - 3)^2 - (7)^2 \\ &= [(4x - 3) - (7)][(4x - 3) + (7)] \\ &= (4x - 10)(4x + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= (5x + 1)^2 - (6x - 7)^2 \\ &= [(5x + 1) - (6x - 7)][(5x + 1) + (6x - 7)] \\ &= (5x + 1 - 6x + 7)(5x + 1 + 6x - 7) \\ &= (-x + 8)(11x - 6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L &= (3x - 10)(x + 6) - (9x^2 - 100) \\ &= (3x - 10)(x + 6) - [(3x)^2 - (10)^2] \\ &= (3x - 10)(x + 6) - (3x - 10)(3x + 10) \\ &= (3x - 10)[(x + 6) - (3x + 10)] \\ &= (3x - 10)(x + 6 - 3x + 10) \\ &= (3x - 10)(-2x + 16) \end{aligned}$$

استخراج العامل المشترك

$$\begin{aligned} F &= 12x^2 + 3x \\ &= 3x \times 4x + 3x \\ &= 3x(4x + 1) \end{aligned}$$

بارز

$$\begin{aligned} H &= (2x + 3)^2 - (x + 1)(2x + 3) \\ &= (2x + 3)(2x + 3) - (x + 1)(2x + 3) \\ &= (2x + 3)[(2x + 3) - (x + 1)] \\ &= (2x + 3)(2x + 3 - x - 1) \\ &= (2x + 3)(x + 2) \end{aligned}$$

غير بارز

بالمضاعفات

$$\begin{aligned} K &= (6x + 15)(x + 4) - (2x + 5)(7 - x) \\ &= 3(2x + 5)(x + 4) - (2x + 5)(7 - x) \\ &= (2x + 5)[3(x + 4) - (7 - x)] \\ &= (2x + 5)(3x + 12 - 7 + x) \\ &= (2x + 5)(4x + 5) \end{aligned}$$

بالمطابقات الشهيرة



3

تطبيقات حول التحليل محلولة

عليها.

○ تمرين تطبيقي (01) : (من السلسلة الرابعة)

S عبارة جبرية، حيث : $S = (2x - 3)(x + 2) - 5(2x - 3)$.

1. أنشر وتبسط العبارة S.

2. حلّل العبارة S إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

○ الحل :

1. نشر وتبسيط العبارة S :

×	2x	-3
x	2x ²	-3x
+2	+4x	-6

×	2x	-3
5	10x	-15

أي :

$$\begin{aligned} S &= (2x - 3)(x + 2) - 5(2x - 3) \\ &= 2x^2 - 3x + 4x - 6 - (10x - 15) \\ &= 2x^2 - 3x + 4x - 6 - 10x + 15 \\ &= 2x^2 + (-3 + 4 - 10)x + (-6 + 15) \\ &= 2x^2 - 9x + 9 \end{aligned}$$

إذن : $S = 2x^2 - 9x + 9$

2. تحليل العبارة S إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

$$\begin{aligned} S &= (2x - 3)(x + 2) - 5(2x - 3) \\ &= (2x - 3)[(x + 2) - 5] \\ &= (2x - 3)(x + 2 - 5) \\ &= (2x - 3)(x - 3) \end{aligned}$$

إذن : $S = (2x - 3)(x - 3)$

○ تمرين تطبيقي (02) : (من السلسلة الرابعة)

في كل مما يأتي عيّن عاملاً مشتركاً، ثمّ حلّل واختبر المساواة التي حصلت

نشر العبارة المحللة : $(y - 1)(y - 3)$

$$\begin{aligned} (y - 1)(y - 3) &= y(y - 3) - 1(y - 3) \\ &= y \times y - y \times 3 - y + 3 \\ &= y^2 + (-3 - 1)y + 3 \\ &= y^2 - 4y + 3 \\ &= B \end{aligned}$$

تحليل العبارة $C = (2z + 1)(3z - 4) + 5(2z + 1)$

$$\begin{aligned} C &= (2z + 1)(3z - 4) + 5(2z + 1) \\ &= (2z + 1)[(3z - 4) + 5] \\ &= (2z + 1)(3z - 4 + 5) \\ &= (2z + 1)(3z + 1) \end{aligned}$$

اختبار العبارة $A = x(5x - 3)$:نشر العبارة $C = (2z + 1)(3z - 4) + 5(2z + 1)$

×	2z	+1
5	10z	+5

×	2z	+1
3z	+6z ²	+3z
-4	-8z	-4

$$\begin{aligned} C &= (2z + 1)(3z - 4) + 5(2z + 1) \\ &= 6z^2 + 3z - 8z - 4 + (10z + 5) \\ &= 6z^2 + 3z - 8z - 4 + 10z + 5 \\ &= 6z^2 + (3 - 8 + 10)z + (-4 + 5) \\ &= 6z^2 + 5z + 1 \end{aligned}$$

×	2z	+1
3z	+6z ²	+3z
+1	2z	+1

$$\begin{aligned} A &= 5x^2 - 3x \\ B &= (y - 1)^2 - 2(y - 1) \\ C &= (2z + 1)(3z - 4) + 5(2z + 1) \end{aligned}$$

○ الحل :

تحليل العبارة $A = 5x^2 - 3x$: اختبار $x(5x - 3) = A$

×	5x	-3
x	5x ²	-3x

$$\begin{aligned} A &= 5x^2 - 3x \\ &= 5x \times x - 3 \times x \\ &= x(5x - 3) \end{aligned}$$

إذن

إذن $A = x(5x - 3)$ ، $x(5x - 3) = 5x^2 - 3x = A$ تحليل العبارة $B = (y - 1)^2 - 2(y - 1)$:

$$\begin{aligned} B &= (y - 1)^2 - 2(y - 1) \\ &= (y - 1)(y - 1) - 2(y - 1) \\ &= (y - 1)[(y - 1) - 2] \\ &= (y - 1)(y - 1 - 2) \\ &= (y - 1)(y - 3) \end{aligned}$$

اختبار العبارة B :

نشر العبارة $B = (y - 1)^2 - 2(y - 1)$

$$\begin{aligned} B &= (y - 1)^2 - 2(y - 1) \\ &= (y)^2 - 2(y)(1) + (1)^2 - (2 \times y - 2 \times 1) \\ &= y^2 - 2y + 1 - 2y + 2 \\ &= y^2 + (-2 - 2)y + (1 + 2) \\ &= y^2 - 4y + 3 \end{aligned}$$



أي :

$$\begin{aligned} (2z+1)(3z+1) &= 6z^2 + 3z + 2z + 1 \\ &= 6z^2 + (3+2)z + 1 \\ &= 6z^2 + 5z + 1 \end{aligned}$$

○ تمرين تطبيقي (03) : (من السلسلة الرابعة)

. حلّل كلاً من العبارات الآتية :

$$\begin{aligned} x_1 &= 49 - 36x^2 \\ x_2 &= x^2 - 2x + 1 \\ x_3 &= 25m^2 - 30m + 9 \\ x_4 &= (2x - 1)^2 - (3x + 2)^2 \\ x_5 &= 9 + 30z + 25z^2 \\ x_6 &= (t + 1)^2 - 8(t + 1) + 16 \end{aligned}$$

○ الحل :

$$\begin{aligned} x_1 &= 49 - 36x^2 & x_2 &= x^2 - 2x + 1 \\ &= (7)^2 - (6x)^2 & &= (x)^2 - 2(x)(1) + (1)^2 \\ &= (7 - 6x)(7 + 6x) & &= (x - 1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_3 &= 25m^2 - 30m + 9 \\ &= (5m)^2 - 2(5m)(3) + (3)^2 \\ &= (5m - 3)^2 \\ x_4 &= (2x - 1)^2 - (3x + 2)^2 \\ &= [(2x - 1) - (3x + 2)][(2x - 1) + (3x + 2)] \\ &= (2x - 1 - 3x - 2)(2x - 1 + 3x + 2) \\ &= (-x - 3)(5x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_5 &= 9 + 30z + 25z^2 \\ &= (3)^2 + 2(3)(5z) + (5z)^2 \\ &= (3 + 5z)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_6 &= (t + 1)^2 - 8(t + 1) + 16 \\ &= (t + 1)^2 - 2 \times 4(t + 1) + (4)^2 \\ &= [(t + 1) - 4]^2 \\ &= (t - 3)^2 \end{aligned}$$

○ تمرين تطبيقي (04) : (من السلسلة الرابعة)

m عبارة جبرية، حيث : $m = 9 - (2x - 1)^2$.

1. أنشر وبسّط العبارة m.
2. حلّل العبارة m إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. أحسب العبارة m من أجل $x = \frac{1}{2}$.
4. x عدد حقيقي، حل المعادلة : $m = 0$.

○ الحل :

1. نشر وتبسيط العبارة m :

$$\begin{aligned} m &= 9 - (2x - 1)^2 \\ &= 9 - [(2x)^2 - 2(2x)(1) + (1)^2] \\ &= 9 - [2^2 \times x^2 - 2 \times 2 \times 1 \times x + 1] \\ &= 9 - (4x^2 - 4x + 1) \\ &= 9 - 4x^2 + 4x - 1 \\ &= -4x^2 + 4x + (9 - 1) \\ &= -4x^2 + 4x + 8 \end{aligned}$$

2. تحليل العبارة m :

$$\begin{aligned} m &= 9 - (2x - 1)^2 \\ &= (3)^2 - (2x - 1)^2 \\ &= [(3) - (2x - 1)][(3) + (2x - 1)] \\ &= (3 - 2x + 1)(3 + 2x - 1) \\ &= (-2x + 4)(2x + 2) \end{aligned}$$

3. حساب العبارة m من أجل $x = \frac{1}{2}$:نعوّض x بـ $\frac{1}{2}$ في $m = (-2x + 4)(2x + 2)$ فنجد أنّ :

$$\begin{aligned} \left(-2 \times \frac{1}{2} + 4\right) \left(2 \times \frac{1}{2} + 2\right) &= \left(\frac{-2}{2} + 4\right) \left(\frac{2}{2} + 2\right) \\ &= (-1 + 4)(1 + 2) = 3 \times 3 = 9 \end{aligned}$$

4. حل المعادلة $m = 0$:لدينا : $m = 0$ يكافئ : $9 - (2x - 1)^2 = 0$. يكافئ :

$$(-2x + 4)(2x + 2) = 0 \quad (1)$$

أي :

$$\begin{array}{l|l} -2x + 4 = 0 & 2x + 2 = 0 \\ -2x = -4 & 2x = -2 \\ x = \frac{-4}{-2} & x = \frac{-2}{2} \\ x = 2 & x = -1 \end{array} \quad \text{أو :}$$

إذن، حلول المعادلة (1) تُكتب على الشكل التالي :

$$S(1) = \{-1; 2\}$$

○ تمرين تطبيقي (05) : (من السلسلة الرابعة)

x عدد حقيقي، حل المعادلات الآتية :

$$\begin{aligned} \begin{cases} (x - 2)(3 + x) = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \end{cases} & \begin{cases} 3x(10x + 4)(15 - 3x) = 0 \\ -5(x^2 + 10)(\sqrt{7} - x) = 0 \end{cases} \\ \left(\frac{x}{2} + 2\right) \left(3x - \frac{5}{3}\right) = 0 & (9x - 3)(-x + 4)^2 = 0 \\ \left(\sqrt{12} - 3x\right) \left(2x + \sqrt{8}\right) = 0 & \frac{x}{4 - \sqrt{3}} = \frac{4 + \sqrt{3}}{x} \end{aligned}$$

○ الحل :

• حل المعادلات : نضع :

$$(x - 2)(3 + x) = 0 \quad (2)$$

إذن، حلول المعادلة (5) تُكتب على الشكل التالي :

$$S_{(5)} = \left\{ -\sqrt{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3} \right\}$$

نضع :

$$3x(10x+4)(15-3x) = 0 \quad (6)$$

يكافئ

$$3x = 0 \quad \text{أو} \quad 10x + 4 = 0 \quad \text{أو} \quad 15 - 3x = 0$$

لدينا :

$$\begin{array}{l|l} 3x = 0 & 10x + 4 = 0 \\ x = 0 & 10x = -4 \\ & x = \frac{-4}{10} \\ & x = -\frac{2}{5} \end{array} \quad \text{أو} \quad \begin{array}{l|l} 15 - 3x = 0 & -3x = -15 \\ & x = \frac{-15}{-3} \\ & x = 5 \end{array}$$

إذن، حلول المعادلة (6) تُكتب على الشكل التالي :

$$S_{(6)} = \left\{ -\frac{2}{5}; 0; 5 \right\}$$

نضع :

$$-5(x^2 + 10)(\sqrt{7} - x) = 0 \quad (7)$$

يكافئ

$$-5 \neq 0 \quad (\sqrt{7} - x) = 0 \quad \text{أو} \quad (x^2 + 10) = 0$$

لدينا :

$$\begin{array}{l|l} x^2 + 10 = 0 & \\ x^2 = -10 & \end{array} \quad (8)$$

$$\left(\frac{x}{2} + 2 \right) = 0 \quad \text{أو} \quad \left(3x - \frac{5}{3} \right) = 0$$

لدينا :

$$\begin{array}{l|l} \frac{x}{2} + 2 = 0 & 3x - \frac{5}{3} = 0 \\ \frac{x}{2} = -2 & 3x = \frac{5}{3} \\ x = 2 \times (-2) & x = \frac{\frac{5}{3}}{3} = \frac{5}{3} \times \frac{1}{3} \\ x = -4 & x = \frac{5}{9} \end{array} \quad \text{أو} :$$

إذن، حلول المعادلة (4) تُكتب على الشكل التالي :

$$S_{(4)} = \left\{ -4; \frac{5}{9} \right\}$$

نضع :

$$\left(\sqrt{12} - 3x \right) \left(2x + \sqrt{8} \right) = 0 \quad (5)$$

$$\left(\sqrt{12} - 3x \right) = 0 \quad \text{أو} \quad \left(2x + \sqrt{8} \right) = 0$$

لدينا :

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{12} - 3x = 0 & 2x + \sqrt{8} = 0 \\ -3x = -\sqrt{12} & 2x = -\sqrt{8} \\ -3x = -\sqrt{4 \times 3} & 2x = -\sqrt{4 \times 2} \\ -3x = -\sqrt{4} \times \sqrt{3} & 2x = -\sqrt{4} \times \sqrt{2} \\ -3x = -2\sqrt{3} & 2x = -2\sqrt{3} \\ x = \frac{-2\sqrt{3}}{-3} & x = \frac{-2\sqrt{3}}{2} \\ x = \frac{2\sqrt{3}}{3} & x = -\sqrt{3} \end{array} \quad \text{أو} :$$

$$\left(x - 2 \right) = 0 \quad \text{أو} \quad \left(3 + x \right) = 0$$

لدينا :

$$\begin{array}{l|l} x - 2 = 0 & 3 + x = 0 \\ x - 2 + 2 = 0 + 2 & 3 - 3 + x = 0 - 3 \\ = 0 & = 0 \\ x = 2 & x = -3 \end{array} \quad \text{أو} :$$

إذن، حلول المعادلة (2) تُكتب على الشكل التالي :

$$S_{(2)} = \{-3; 2\}$$

نضع :

$$x^2 - 4 = 0 \quad (3)$$

لنحلّل الطرف الأيسر (3) فنجد :

$$\begin{array}{l} x^2 - 4 = 0 \\ (x)^2 - (2)^2 = 0 \\ (x - 2)(x + 2) = 0 \end{array}$$

$$\left(x - 2 \right) = 0 \quad \text{أو} \quad \left(x + 2 \right) = 0$$

لدينا :

$$\begin{array}{l|l} x - 2 = 0 & x + 2 = 0 \\ x - 2 + 2 = 0 + 2 & +2 - 2 + x = 0 - 2 \\ = 0 & = 0 \\ x = 2 & x = -2 \end{array} \quad \text{أو} :$$

إذن، حلول المعادلة (3) تُكتب على الشكل التالي :

$$S_{(3)} = \{-2; 2\}$$

نضع :

$$\left(\frac{x}{2} + 2 \right) \left(3x - \frac{5}{3} \right) = 0 \quad (4)$$

نطبّق المتطابقة السابقة في هذا السؤال، فنجد أنّ:

$$\begin{aligned} F &= (7x-3)^2 - (10-x)(7x-3) \\ &= (7x)^2 - 2(7x)(3) + (3)^2 - [10 \times 7x - 10 \times 3 - x \times 7x + x \times 3] \\ &= 7^2 \times x^2 - 2 \times 7 \times 3 \times x + 3^2 - (70x - 30 - 7x^2 + 3x) \\ &= 49x^2 - 42x + 9 - 70x + 30 + 7x^2 - 3x \\ &= (49+7)x^2 + (-42-70-3)x + (9+30) \\ &= 56x^2 - 115x + 39 \end{aligned}$$

2. تحليل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

في الحقيقة، نتمعن قليلاً في العبارة الجبرية F .

فيظهر جلياً $(7x-3)$ عامل مشترك.

نستخرج هذا العامل المشترك، بعبارة أخرى نستخرج $(7x-3)$ من العبارة F فنجد أنّ:

$$\begin{aligned} F &= (7x-3)^2 - (10-x)(7x-3) \\ &= (7x-3)[(7x-3) - (10-x)] \\ &= (7x-3)[7x-3-10+x] \\ &= (7x-3)(7x+x-3-10) \\ &= (7x-3)(8x-13) \end{aligned}$$

4. حل المعادلة التالية: $F = 0$

$F = 0$ تكافئ: $(7x-3)(8x-13) = 0$. نضع:

$$(7x-3)(8x-13) = 0 \quad (11)$$

◀ طريقة (حلول المعادلة) من النوع $(ax+b)(cx+d) = 0$:

حيث $a \neq 0$ و $c \neq 0$.

• حلول المعادلة $(ax+b)(cx+d) = 0$ هي قيم x التي تجعل

$$ax+b=0 \text{ أو } cx+d=0.$$

وبالرجوع على معادلتنا،

$$\text{فنجد أنّ: } (7x-3)=0 \text{ أو } (8x-13)=0.$$

لدينا:

$$\begin{aligned} \frac{x}{4-\sqrt{3}} &= \frac{4+\sqrt{3}}{x} \\ x \times x &= (4-\sqrt{3})(4+\sqrt{3}) \\ x^2 &= (4)^2 - (\sqrt{3})^2 \\ x^2 &= 16-3 \\ x^2 &= 13 \\ (x-\sqrt{13})(x+\sqrt{13}) &= 0 \end{aligned}$$

يكافئ $(x-\sqrt{13})=0$ أو $(x+\sqrt{13})=0$.

لدينا:

$$\begin{cases} x-\sqrt{13}=0 \\ x=\sqrt{13} \end{cases} \text{ أو } \begin{cases} x+\sqrt{13}=0 \\ x=-\sqrt{13} \end{cases}$$

إذن، حلول المعادلة (10) تُكتب على الشكل التالي:

$$S_{(10)} = \{-\sqrt{13}; \sqrt{13}\}$$

○ تمرين تطبيقي (06): (من السلسلة الرابعة)

لتكن العبارة الجبرية F ، حيث:

$$F = (7x-3)^2 - (10-x)(7x-3)$$

1. أنشر وبسّط العبارة F .

2. حلّل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3. أحسب العبارة F من أجل $x = \frac{1}{3}$.

4. x عدد حقيقي، حل المعادلة: $F = 0$.

○ الحل:

• 1. نشر وتبسيط العبارة F :

كيف أبداً؟ بقليل من الملاحظة سيتضح لنا أنّ هناك علاقة يجب أنّ

ندكر بها -أولادي-

$a < b$ و a و b عدداً حقيقيان:

$$(a-b)^2 = (a)^2 - 2(a)(b) + (b)^2$$

المعادلة (8) لا تُقبل حلول في الأعداد الحقيقية، لأنّ x^2 موجب، و -10 سالب.

$$\begin{aligned} \sqrt{7}-x &= 0 \\ -x &= -\sqrt{7} \\ x &= \frac{-\sqrt{7}}{-1} \\ x &= \sqrt{7} \end{aligned}$$

إذن، حلول المعادلة (7) تُكتب على الشكل التالي:

$$S_{(7)} = \{\sqrt{7}\}$$

نضع:

$$(9x-3)(-x+4)^2 = 0 \quad (9)$$

يكافئ $(9x-3)=0$ أو $(-x+4)^2=0$.

لدينا:

$$\begin{cases} 9x-3=0 \\ 9x=3 \\ x=\frac{3}{9} \\ x=\frac{1}{3} \end{cases} \text{ أو } \begin{cases} (-x+4)^2=0 \\ -x+4=0 \\ -x=-4 \\ x=\frac{-4}{-1} \\ x=1 \end{cases}$$

إذن، حلول المعادلة (9) تُكتب على الشكل التالي:

$$S_{(9)} = \left\{ \frac{1}{3}; 1 \right\}$$

نضع:

$$\frac{x}{4-\sqrt{3}} = \frac{4+\sqrt{3}}{x} \quad (10)$$

• نحل المعادلة $(7x - 3) = 0$

لدينا: $(7x - 3) = 0$ هذا يعني لنا: $7x = 3$ وعليه: $\frac{7}{7}x = \frac{3}{7}$
 إذن: $x = \frac{3}{7}$

• نحل المعادلة $(8x - 13) = 0$

لدينا: $8x - 13 = 0$ هذا يعني لنا: $8x = 13$ وعليه: $\frac{8}{8}x = \frac{13}{8}$
 إذن: $x = \frac{13}{8}$ ومنه مجموعة حلول المعادلة (11) تكتب على الشكل التالي:

$$S_{(11)} = \left\{ \frac{3}{7}; \frac{13}{8} \right\}$$

○ تمارين تطبيقي (07)

لتكن العبارتين الجبريتين A و B التاليتين:

$$\begin{cases} A = (4x + 5)(x - 2) - x(x + 4) \\ B = (3x - 10)(x + 1) \end{cases}$$

1. أثبت أنّ: $A = B$ 2. استنتج حلول المعادلة: $A = 0$

○ الحل:

• 1. إثبات أنّ: $A = B$
لدينا:

$$\begin{aligned} A &= (4x + 5)(x - 2) - x(x + 4) \\ &= (4x + 4 + 1)(x - 2) - x(x + 4) \\ &= (4x + 4)(x - 2) + 1(x - 2) - x(x + 4) \\ &= 4(x + 1)(x - 2) - x(x + 1 + 3) + (x - 2) \\ &= 4(x + 1)(x - 2) - x(x + 1) - 3x + x - 2 \\ &= 4(x + 1)(x - 2) - x(x + 1) - 2(x + 1) \\ &= (x + 1)[4(x - 2) - x - 2] \\ &= (x + 1)(4x - 8 - x - 2) \\ &= (x + 1)(4x - x - 8 - 2) \\ &= (x + 1)(3x - 10) = B \end{aligned}$$

• 2. استنتج حلول المعادلة: $A = 0$ لدينا: $A = 0$ يكافئ $B = 0$ (لأنّ: $A = B$).
نضع:

$$(3x - 10)(x + 1) = 0 \quad (12)$$

يكافئ $(3x - 10) = 0$ أو $(x + 1) = 0$.
لدينا:

$$\begin{cases} 3x - 10 = 0 \\ 3x = 10 \\ x = \frac{10}{3} \end{cases} \quad \text{أو} \quad \begin{cases} x + 1 = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

إذن، حلول المعادلة (12) تكتب على الشكل التالي:

$$S_{(12)} = \left\{ -1; \frac{10}{3} \right\}$$

○ تمارين تطبيقي (08)

 G عبارة جبرية، حيث: $G = (5x + 6)(3x + 5) - 9x^2 + 25$ 1. أنشر وتبسط العبارة G .2. حلّل العبارة $9x^2 - 25$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى، ثمّ استنتج تحليلاً للعبارة G .3. x عدد حقيقي، حل المعادلة: $(5x + 6)(3x + 5) = 9x^2 - 25$.4. أحسب العبارة G من أجل $x = -\sqrt{5}$.5. أ. x عدد حقيقي، حل المتراجحة: $G \geq 6x^2 + 8x + 20$.

ب. مثل بيانياً هذه المتراجحة.

○ الحل:

1. نشر وتبسيط العبارة G : لدينا:

×	$5x$	$+6$
$3x$	$15x^2$	$+18x$
$+5$	$+25x$	$+30$

وبالتالي:

$$\begin{aligned} G &= 15x^2 + 18x + 25x + 30 - 9x^2 + 25 \\ &= (15 - 9)x^2 + (+18 + 25)x + (+30 + 25) \\ &= 6x^2 + 43x + 55 \end{aligned}$$

لدينا: $G = 6x^2 + 43x + 55$ 2. تحليل $(9x^2 - 25)$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى:
نستعين بالمطابقة التالية:

$$(a)^2 - (b)^2 = (a - b)(a + b)$$

لدينا:

$$\begin{aligned} 9x^2 - 25 &= (3x)^2 - (5)^2 \\ &= (3x - 5)(3x + 5) \end{aligned}$$

استنتج تحليلاً للعبارة G إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى:
لدينا:

$$\begin{aligned} G &= (5x + 6)(3x + 5) - 9x^2 + 25 \\ &= (5x + 6)(3x + 5) - (9x^2 - 25) \\ &= (5x + 6)(3x + 5) - (3x - 5)(3x + 5) \\ &= (3x + 5)[(5x + 6) - (3x - 5)] \\ &= (3x + 5)(5x + 6 - 3x + 5) \\ &= (3x + 5)(5x - 3x + 6 + 5) \\ &= (3x + 5)(2x + 11) \end{aligned}$$

3. حل المعادلة $9x^2 - 25 = (5x + 6)(3x + 5)$

نضع:

$$(5x + 6)(3x + 5) = 9x^2 - 25 \quad (13)$$

المعادلة (13) تكافئ: $(5x + 6)(3x + 5) - 9x^2 + 25 = 0$
أي: $G = 0$. حسب السؤال السابق، لدينا:

$$G = (3x + 5)(2x + 11)$$



أي :

$$(3x + 5)(2x + 11) = 0$$

يكافئ $(3x + 5) = 0$ أو $(2x + 11) = 0$.

لدينا :

$$\begin{array}{l|l} 3x + 5 = 0 & 2x + 11 = 0 \\ 3x = -5 & 2x = -11 \\ x = -\frac{5}{3} & x = -\frac{11}{2} \end{array} \quad \text{أو :}$$

إذن، حلول المعادلة (13) تُكتب على الشكل التالي :

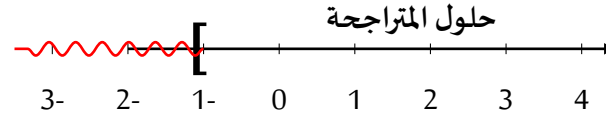
$$S_{(13)} = \left\{ -\frac{11}{2}; -\frac{5}{3} \right\}$$

4. حساب العبارة G من أجل $-\sqrt{5}$:

$$\begin{aligned} 6(-\sqrt{5})^2 + 43(-\sqrt{5}) + 55 &= 6 \times 5 - 43\sqrt{5} + 55 \\ &= 30 + 55 - 43\sqrt{5} \\ &= 85 - 43\sqrt{3} \end{aligned}$$

5. حل المتراجحة $G \geq 6x^2 + 8x + 20$:

$$\begin{aligned} G &\geq 6x^2 + 8x + 20 \\ 6x^2 + 43x + 55 &\geq 6x^2 + 8x + 20 \\ 6x^2 - 6x^2 + 43x - 8x &\geq 20 - 55 \\ &= 0 \\ 35x &\geq -35 \\ x &\geq \frac{-35}{35} \\ x &\geq -1 \end{aligned}$$

ينتج أنّ حلول المتراجحة $G \geq 6x^2 + 8x + 20$ هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي -1 .

ما يُزعج قلبك، سيبدل الله بإذنه تعالى مكانه فرحة بقوته وقدرته، ما تظنه مستحيل، الله قادر على تحقيقه، لا تسأل كيف ومتى؟ ولكن ثق بالله، الفرج قريب، والفرح اقرب مما تظن بقوة الله وقدرته توكل على الله وقل (يأت بها الله إنّ الله لطيف خبير)

لا تنسوننا بالدعاء وجزاكم الله خيرا

