

تذكير:

❖ معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين:

تكتب معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين x و y على شكل:

$ax + by = c$ حيث a و b و c أعداد معلومة. إن حلول هذه المعادلة غير منتهية ويكفي إعطاء قيمة لأحد المجهولين لإيجاد الآخر. ملاحظة: المعادلتان المتكافئتان معادلتان لهما نفس الحلول.

مثال: كل من $x + 3y = -\frac{1}{2}$ ؛ $2x + 6y = -1$ هما معادلتان من الدرجة الأولى بمجهولين وهما معادلتان متكافئتان.

❖ جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y :

هي جملة من الشكل: $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ حيث a, b, c, a', b', c' أعداد معلومة.

مثال:

جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y $\begin{cases} 3x + y = -2 \\ 2x - 5y = -7 \end{cases}$

❖ الحل الجبري لجملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين:

هو إيجاد الثنائيات $(x; y)$ التي تحقق المعادلتين في آن واحد من أجل ذلك نتبع إحدى الطرق التالية:

1. طريقة الحل بالتعويض:

مثال 01: حل الجملة:

$$\begin{cases} x - 3y = -8 \dots (1) \\ 2x + y = 5 \dots (2) \end{cases}$$

من المعادلة (1) نجد: $x = -8 + 3y \dots (3)$

نعوض قيمة x في المعادلة (2) فنجد: $2(-8 + 3y) + y = 5$ أي: $6y + y = 5 + 16$ وبالتالي:

$$7y = 21 \text{ أي: } y = \frac{21}{7} \text{ ومنه: } y = 3$$

نعوض قيمة y في المعادلة (3) فنجد: $x = -8 + 3 \times 3$ أي: $x = 1$ إذن الثنائية (3; 1) حل لهذه الجملة.

2. طريقة الحل بالجمع:

مثال 02: حل الجملة:

$$\begin{cases} 6x + 4y = 3 \dots (1) \\ 3x - 5y = -9 \dots (2) \end{cases}$$

نضرب طرفي المعادلة (2) في العدد -2 فنحصل على الجملة:

$$\begin{cases} 6x + 4y = 3 \dots (3) \\ -6x + 10y = 18 \dots (4) \end{cases}$$

نجمع طرفي المعادلتين (3) و (4) طرفا لطرف فنجد:

$$14y = 21 \text{ أي: } 6x + 4y - 6x + 10y = 3 + 18$$

$$y = \frac{21}{14} \text{ ومنه: } y = 1,5$$

نضرب طرفي المعادلة (1) في العدد 5 ونضرب طرفي المعادلة (2) في العدد 4 فنحصل على الجملة:

$$\begin{cases} 30x + 20y = 15 \dots (5) \\ 12x - 20y = -36 \dots (6) \end{cases}$$

نجمع طرفي المعادلتين (5) و (6) طرفا لطرف فنجد:

$$42x = -21 \text{ أي: } 30x + 20y + 12x - 20y = 15 - 36$$

$$x = -\frac{21}{42} \text{ ومنه: } x = -0,5$$

إذن الثنائية (5; -0,5) حل لهذه الجملة.

3. طريقة الحل بالجمع و التعويض:

مثال 03: حل الجملة:

$$\begin{cases} 2x + 5y = -3 \dots (1) \\ 7x - 3y = 10 \dots (2) \end{cases}$$

نضرب طرفي المعادلة (1) في العدد -7 ونضرب طرفي المعادلة (2) في العدد 2 فنحصل على الجملة:

$$\begin{cases} -14x - 35y = 21 \dots (3) \\ 14x - 6y = 20 \dots (4) \end{cases}$$

نجمع طرفي المعادلتين (3) و (4) طرفا لطرف فنجد:

$$-41y = 41 \text{ أي: } -14x - 35y + 14x - 6y = 21 + 20$$

$$\text{وعليه: } y = -\frac{41}{41} \text{ ومنه: } y = -1$$

نعوض قيمة y في المعادلة (2) فنجد: $7x - 3 \times (-1) = 10$ أي:

$$7x + 3 = 10 \text{ وعليه: } 7x = 10 - 3 \text{ أي: } 7x = 7$$

$$\text{وعليه: } x = \frac{7}{7} \text{ ومنه: } x = 1$$

إذن الثنائية (1; -1) حل لهذه الجملة.

❖ الحل البياني لجملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين:

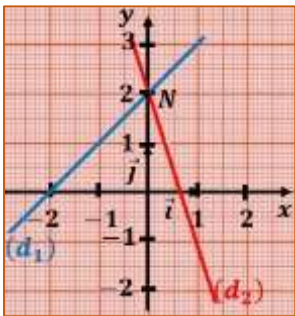
الحل البياني لجملة معادلتين يتطلب رسم المستقيم الممثل لكل معادلة في نفس المعلم المتعامد (O, \vec{i}, \vec{j}) . فيتقاطعان في نقطة M إحداثياتها $(x_0; y_0)$ هي حل لجملة المعادلتين.

مثال: حل جملة:

$$\begin{cases} x - y = -2 \\ 6x + 2y = 4 \end{cases} \text{ بيانيا.}$$

نرمز للمستقيم الذي معادلته:

$$(d_1) \text{ بـ } y = x + 2$$

إنشاء المستقيم (d_1) .

x	0	1
y	2	3

نرمز للمستقيم الذي معادلته:

$$(d_2) \text{ بـ } y = -3x + 2$$

إنشاء المستقيم (d_2) .

x	0	1
y	2	-1

نلاحظ أن المستقيمين يتقاطعان في النقطة $N(0; 2)$. النقطة N هي الحل البياني لهذه الجملة.

❖ حل تربيض مشكلة بتوظف جملة معادلتين:

1. اختيار المجهولين. 2. تربيض الوضعية بالتعبير عنها بمعادلتين.

3. حل جملة معادلتين. 4. مراقبة النتيجة (معقولتها ملاءمتها للمعطيات).

5. الإجابة عن السؤال.

مثال:

ثمان باقة زهور متكونة من 8 زهور أقحوان و زهرة نرجس هو 255 DA بينما ثمن باقة متكونة من 17 زهرة أقحوان و 4 زهور نرجس هو 570 DA

- نفرض أن x ثمن زهرة الأقحوان و y ثمن زهرة النرجس فيكون:

$$\begin{cases} 8x + y = 255 \dots (1) \\ 17x + 4y = 570 \dots (2) \end{cases} \text{ نحل الجملة:}$$

من المعادلة (1) نجد: $y = 255 - 8x \dots (3)$ نعوض قيمة y في المعادلة (2) فنجد: $17x + 4(255 - 8x) = 570$

$$\text{أي: } 17x + 1020 - 32x = 570 \text{ أي: } -15x = 570 - 1020$$

$$\text{وعليه: } -15x = -450 \text{ أي: } x = \frac{-450}{-15} \text{ ومنه: } x = 30$$

نعوض قيمة x في المعادلة (3) فنجد: $y = 255 - 8 \times 30$

$$\text{ومنه: } y = 15$$

إذن ثمن زهرة الأقحوان هو 30 DA و ثمن زهرة النرجس هو 15 DA

تمارين - وضعيات

التمرين 01: لتكن الجملة التالية:

$$\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 5x + 2y = 11 \end{cases}$$

- عين الحل المناسب لهذه الجملة: (3; 2); (3; -2); (-3; -2)

التمرين 02:

حل جمل المعادلتين - اختر أي طريقة مع توضيح جميع الخطوات:

$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{6} = 2 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x + 1,5y = 2 \\ 2,5x + 0,5y = -1,5 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 15y = -2 \\ 6x + 10y = 4 \end{cases}$$

الوضعية 02: (BEM 2009)

1. حل الجملة التالية:

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ x + 4y = 32 \end{cases}$$

- أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 500 و 125.
- ملاً تاجر 4000 g من الشاي في علب صنف 125 g و صنف 500 g، إذا علمت أن العدد الكلي للعلب هو 14، أوجد عدد العلب لكل صنف. (لاحظ أن: $32 \times 125 = 4000$).

الوضعية 03:

1. حل الجملة الآتية:

$$\begin{cases} x + y = 75 \\ 3x + 4y = 255 \end{cases}$$

- علبة تحتوي على مجموعة من الجراد و العناكب، عدد الرؤوس الإجمالي هو 75 رأساً وعدد الأرجل هو 510.
- أوجد عدد الجراد وعدد العناكب.

الوضعية 04:

1. حل الجملة الآتية:

$$\begin{cases} x + y = 78 \\ 7x + 10y = 642 \end{cases}$$

- يضم أحد رفوف المدرسة القرآنية 78 مصحفاً. سمك بعض المصاحف 3, 5 cm وسمك البعض الآخر 5 cm. هذه المصاحف موضوعة في صف طوله 321 cm.
- أوجد عدد المصاحف التي سمكها 3, 5 cm وعدد المصاحف التي سمكها 5 cm.

الوضعية 05:

- مجموع عمري يوسف وعلي 45 سنة، إذا انقصنا من عمر يوسف 5 سنوات يصبح عمر يوسف أربعة أمثال عمر علي.
- ما هو عمر يوسف وعمر علي؟

الوضعية 06:

- للدخول إلى قاعة المسرح اشترت عائلة أحمد تذاكر لأربعة أفراد كبار وفرد صغير بمبلغ 1400 DA، أما عائلة عمر فقد اشترت تذاكرتين للكبار وثلاثة تذاكر للصغير بمبلغ 1200 DA.

- أوجد ثمن التذكرة للكبار و ثمن التذكرة للصغار.
- كم تدفع عائلة خالد لشراء 5 تذاكر للكبار و 4 تذاكر للصغار؟

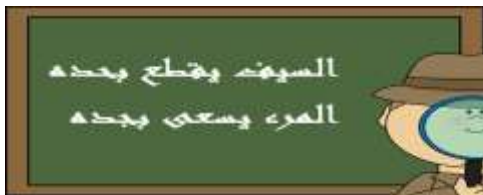
الوضعية 07:

- قسم السنة الرابعة متوسط يتكون من 39 تلميذ، إذا غاب منها 3 ذكور يصبح عدد الذكور ضعف عدد الإناث.
- ما هو عدد الذكور وعدد الإناث؟

الوضعية 08:

- انطلقت درجة ناربية من مدينة A على الساعة 9 بسرعة متوسطة قدرها 45 km/h متوجهة نحو مدينة B. وفي نفس الوقت انطلقت دراجة هوائية من المدينة B نحو المدينة A بسرعة متوسطة قدرها 27 km/h.
- عين اللحظة التي تتلاقى فيها الدرجة النارية بالدراجة الهوائية، وبعدها نقطة التلاقي عن المدينة B، علماً أن المسافة بين المدينتين A و B هي 180 km.

بالتوفيق والنجاح



التمرين 03:

أوجد عددين علماً أن مجموعهما 3- و أن الفرق بين ضعف العدد الأول و ثلاثة أمثال العدد الثاني هو 14.

التمرين 04:

أوجد كسراً، إذا أضفنا إلى بسطه 1 و أنقصنا من مقامه 1 يكون ناتج الكسر هو 1، وإذا أضفنا إلى المقام 1 يكون ناتج الكسر مساوياً $\frac{1}{2}$.

التمرين 05:

أوجد عددين علماً أن مجموعهما 260 علماً أنه إذا قسمنا أكبرهما على أصغرهما، يكون الحاصل 2 و الباقي 50.

التمرين 06:

f دالة تآلفية بيانها يشمل النقطتين:

$$M(1; 2) ; N(-1; -8)$$

عين الدالة التآلفية f.

التمرين 07:

x و y هما قياسا زاويتين بالدرجات. أوجد x و y، إذا كان x ينقص عن y بـ 30° و كانت الزاويتان متتامتان.

التمرين 08:

α و β هما قياسا زاويتين بالدرجات. أوجد α و β، إذا كان α يزيد عن β بـ 40° و كانت الزاويتان متكاملتين.

التمرين 09:

ABC مثلث قائم في A حيث: AB = 4 cm.

إذا علمت أن محيط المثلث ABC يساوي 12 cm.

- احسب الطولين AC و BC.

التمرين 10:

مستطيل زاد طوله بـ 40%، فإن محيطه يصبح 96, 2 cm، وإذا نقص عرضه بـ 30%، فإن محيطه يصبح 68, 36 cm.

احسب بعدي هذا المستطيل.

التمرين 11:

ABC مثلث مجموع طولاه ضلعيه [AB] و [BC] يساوي $9\sqrt{3}$ ، وطول الضلع [BC] يزيد عن طول الضلع [AB] بـ $\sqrt{3}$.

- احسب الطولين AB و BC.

التمرين 12:

لتكن الجملة:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

(O; \vec{i} ; \vec{j}) معلم متعامد ومتجانس للمستوي.

1. ارسم المستقيم الذي معادلته: $x + y = 4$

2. ارسم المستقيم الذي معادلته: $2x - y = 2$

3. حل بيانياً الجملة.

التمرين 13:

أنشئ المستقيمين (D_1) و (D_2) في المعلم المتعامد والمتجانس

(O; \vec{i} ; \vec{j}) بحيث:

(D_1) معادلته: $y = -x + 1$.

(D_2) معادلته: $y = 2x + 4$.

1. عين بيانياً إحداثيتي M نقطة تقاطع (D_1) و (D_2).

2. استنتج الحل البياني للجملة الآتية:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = -4 \end{cases}$$

الوضعية 01: (BEM 2007)

1. حل الجملة الآتية:

$$\begin{cases} 4x + 5y = 105 \\ 6x + 4y = 112 \end{cases}$$

- اشترى رضوان من مكتبه أربعة كرايس وخمسة أقلام بمبلغ 105 DA واشترت مريم ثلاثة كرايس وقلمين بمبلغ 56 DA.
- أوجد ثمن الكراس الواحد و ثمن القلم الواحد.