

مسائل في الرياضيات للسنة الرابعة متوسط

مسألة 01

يقترح صاحب "مسبح خاص" على الأشخاص الراغبين في السباحة ثلاث صيغ لدفع مستحقات حصص السباحة:
*~ الصيغة A : دفع 200 DA للحصة الواحدة .

*~ الصيغة B : دفع إشتراك سنوي قيمته 3000 DA يُضاف إليه مبلغ 100 DA لكل حصة .

*~ الصيغة C : دفع إشتراك سنوي قيمته 11000 DA دون التقيد بعدد الحصص (مهما كان عدد الحصص).

(1)~ * مصطفى يمارس السباحة مرة واحدة في الشهر مدة عاماً كاملاً .

* سفيان يمارس السباحة مرة واحدة في الأسبوع مدة عاماً كاملاً.

* علي يمارس السباحة مرتين في الأسبوع مدة عاماً كاملاً.

ملاحظة: (يوجد 52 أسبوع في السنة)

~ أكمل الجدول الآتي :

	مصطفى	سفيان	علي
المبلغ المدفوع بالصيغة A (DA)			
المبلغ المدفوع بالصيغة B (DA)			
المبلغ المدفوع بالصيغة C (DA)			

(2)~ استنتج صيغة الدفع المناسبة لكل من : مصطفى ، سفيان ، علي .

(3)~ ليكن x هو عدد حصص ممارسة السباحة لأي شخص خلال السنة .

~ عتبر بدلالة x عن : P_A ، P_B ، P_C المبلغ المدفوع حسب كل صيغة من الصيغ الثلاث .

(4)~ حل المتراجحة : $P_A \leq P_B$. كيف تفسر الحل المتحصل عليه ؟

(5)~ على ورقة مليمترية . أرسم المستقيمات التالية :

$$(d_1) \text{ الذي معادلته : } y = 200x$$

$$(d_2) \text{ الذي معادلته : } y = 100x + 3000$$

$$(d_3) \text{ الذي معادلته : } y = 11000$$

(على محور الفواصل ناخذ : 1cm لكل 10 حصص ، وعلى محور الترتيب ناخذ 1cm لكل 1000 DA) .

(6)~ انظراً من التمثيل البياني جد مايلي :

*أ حدد متى تكون الصيغة B أفضل من الصيغتين A و C .

ب* جمال خصص مبلغ سنوي قدره 9500 DA لممارسة السباحة، وهو محتار في كيفية اختيار الصيغة المناسبة له.

ساعد جمال في اختياره .

- صهيب ، زكريا و يحي يعملون في ثلاث شركات مختلفة .
- راتب صهيب DA 35000 إضافة إلى منحة قيمتها DA 5000 عن كل بعثة يقوم بها.
 - راتب زكريا DA 50000 مهما كان عدد البعثات.
 - يحي يتقاضى DA 7000 عن كل بعثة يقوم بها.
- 1- أنقل الجدول وأتممه (مراحل الحساب داخل خلايا الجدول).

عدد البعثات	دخل صهيب	دخل زكريا	دخل يحي
2			
			35000
	85000		

- 2- ليكن x عدد البعثات في الشهر .
- عبر بدلالة x عن y_1 ، y_2 ، y_3 ، دخل صهيب ، زكريا و يحي على الترتيب.
 - 3- في معلم متعامد ومتجانس نأخذ على محور الفواصل 1 cm يمثل بعثة ، وعلى محور الترتيب نأخذ 1cm يمثل DA 10000 .
 - أنشئ المستقيمات (d_1) ; (d_2) ; (d_3) التي معادلاتها على الترتيب:
 $y = 5000x + 35000$; $y = 50000$; $y = 7000x$.
- 4- القراءة البيانية - باستعمال التمثيل البياني أجب :
- أ- ابتداء من أي عدد للبعثات يكون دخل صهيب أكبر من أو يساوي دخل زكريا ؟. تحقق حسابيا
- ب- هل بالإمكان يتحصل كل من صهيب ، زكريا و يحي على الدخل نفسه ؟ اشرح إجابتك.

يتعامل أستاذ الرياضيات مع مكتبة لتصوير أوراقه فعرض عليه صاحب المكتبة عرضين :

العرض الثاني

- ثمن تصوير الورقة الواحدة هو : 2
دينار جزائري مع اشتراك شهري
قدره : 40 دج .

العرض الأول

- ثمن تصوير الورقة الواحدة
هو : 3 دينار جزائري .

الجزء الأول :

1- ماهو الخيار الأكثر فائدة للأستاذ إذا كان معه 30 ورقة يريد تصويرها ؟

- وماهو الخيار الأكثر فائدة للأستاذ إذا كان معه 50 ورقة ؟

2- ليكن X هو عدد الأوراق .

Y_1 هو الثمن المدفوع في العرض الأول.

Y_2 هو الثمن المدفوع في العرض الثاني .

- اكتب كلاما من : Y_1 ، Y_2 بدلالة X

3- في إحدى المرات كان مع الأستاذ : 600 دج

- كم من نسخة يستطيع أن يصور في كل عرض ، ساعده على اختيار العرض الأفضل .

الجزء الثاني :

1- f و g دالتان حيث :

$$g(x) = 2x + 40 \quad \text{و} \quad f(x) = 3x$$

- أرسم التمثيل البياني للدالتين f و g في معلم متعامد ومتجانس: (O, \vec{OI}, \vec{OJ}) حيث :

1cm يمثل 10 أوراق على محور الفواصل

1cm يمثل 10 دينار جزائري على محور الترتيب

2- حل المتراجحة : $3x < 2x + 40$ ثم أعط تفسيرا لهذه النتيجة ؟

3- استعمل التمثيل البياني لتحديد أفضل عرض للأستاذ مع الشرح ؟

4- استنتج من البيان عدد الأوراق التي يتساوى فيها العرضان ثم تحقق من ذلك حسابيا .

يقترح صاحب مطعم لزيائنه التسعيرتين التاليين:

التسعيرة الأولى : DA 200 للوجبة الواحدة لغير المنخرطين

التسعيرة الثانية : DA 100 للوجبة الواحدة مع مشاركة شهرية قدرها DA 600.

⊗ أنقل الجدول على ورقة الإجابة ثم أكمله:

عدد الوجبات			6	
التسعيرة الأولى (DA)		800		
التسعيرة الثانية (DA)	600			1400

⊗ ليكن x عدد الوجبات المستهلكة و Y_1 المبلغ حسب التسعيرة الأولى و Y_2 المبلغ حسب التسعيرة الثانية

1- عبر عن Y_1 و Y_2 بدلالة x .

2- حل المتراجحة : $200x > 100x + 600$.

⊗ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; O\vec{i}; O\vec{j})$

1- مثل بيانها الدالتين f و g حيث: $f(x) = 200x$ و $g(x) = 100x + 600$

($1cm$ على محور الفواصل يمثل وجبتين "2") و ($1cm$ على محور الترتيب يمثل 200 DA).

2- حل الجملة: $\begin{cases} y = 200x \\ y = 100x + 600 \end{cases}$. ماذا يمثل هذا الحل؟

3- استعمل التمثيل البياني لتحديد أقل تسعيرة مع الشرح.

يعرض صاحب مقهى انترنت (Cybercafé) على زبائنه صيغتين لاستعمال الانترنت .
 الصيغة الأولى : دفع 50DA للساعة الواحدة .
 الصيغة الثانية : دفع مبلغ مسبق شهريا قدره 600DA يسمح للزبون بدفع 20DA للساعة الواحدة.

الجزء I

1/ ما هي الصيغة الرابحة لشخص يستعمل الانترنت 20 ساعة شهريا ؟ مع التعليل
 2/ ما هي الصيغة الرابحة لشخص يستعمل الانترنت 45 ساعة شهريا ؟ مع التعليل
 3/ شخص دفع في الشهر بالصيغة الثانية 900DA

- كم ساعة استعمل في الشهر ؟
- هل كان اختياره صائب ؟ علل

الجزء II

نسمي x عدد الساعات المستعملة شهريا من طرف الزبون . ونسمي $f(x)$ الكلفة المدفوعة بالصيغة الأولى ونسمي $k(x)$ الكلفة المدفوعة بالصيغة الثانية .

1/ عبر عن $f(x)$ و $k(x)$ بدلالة x

2/ أوجد حسابيا متى تكون الصيغة الثانية أحسن من الصيغة الأولى .

3/ ارسم في معلم متعامد المستقيمين $(d_1): y = 50x$ و $(d_2): y = 20x + 600$

نأخذ 1cm على محور الفواصل لكل 5 ساعات ونأخذ 1cm على محور الترتيب لكل 100 DA

4/ باستعمال البيان أجب عن الأسئلة التالية

- متى تكون الصيغتان متساويتان
- ما هو أكبر عدد ممكن من الساعات شهريا لشخص يخصص 2000DA للانترنت .

تعرض وكالة سياحة وأسفار على المناصرين الراغبين للذهاب إلى البرازيل لتشجيع الفريق الوطني في كأس العالم 2014 التسعيرتين:

التسعيرة الأولى: دفع مبلغ $350000DA$ للأسبوع الواحد.

التسعيرة الثانية: دفع مبلغ تذكرة الطائرة قدره $105000DA$ على أن يستفيد المناصر من تخفيض قدره 10% من المبلغ $350000DA$.

الجزء الأول:

(1) أحمد أختار التسعيرة الثانية، بين أنه يدفع مبلغ $420000DA$ للأسبوع الواحد.

(2) أنقل ثم أتمم الجدول:

عدد الأسابيع	...	3	4
المبلغ حسب التسعيرة الأولى (DA)	700000
المبلغ حسب التسعيرة الثانية (DA)	...	1050000	1365000

(3) ليكن x عدد الأسابيع و $f(x)$ هو التكلفة بالتسعيرة الأولى و $g(x)$ هو لتكلفة بالتسعيرة الثانية.
- عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .

الجزء الثاني:

(1) مثل بيانيا في معلم متعامد ومتجانس المستقيمين (d) و (d_1) المعرفين بالمعادلتين:

$$y = 350000x \quad \text{و} \quad y = 315000x + 105000$$

بأخذ على محور الفواصل $2cm$ يمثل أسبوعا واحدا، وعلى محور الترتيب $2cm$ يمثل $200000DA$.

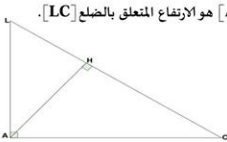
(2) حل المعادلة: $f(x) = g(x)$. ماذا يمثل حل هذه المعادلة؟

(3) بقراءة بيانية بسيطة، حدد أي التسعيرتين أفضل حسب عدد الأسابيع.

- المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس (O.I.J) وحدة الطول هي (cm).
- لنكن النقطتين A (-3,1), B(-3,-1)
- 1- ضع النقطتين A و B على المعلم
- 2- (D) المستقيم ذو المعادلة $y=2x+5$
- أ– بين أن A و B نقطتان من المستقيم (D)
- ب– ارسم المستقيم (D) على المعلم
- 3- نضع M منتصف القطعة [AB]
- (ا) أحسب احداثيات النقطة M
- (ب) أعط معادلة المستقيم (MO)
- 4- نعلم أن المستقيمين (MO) و (AB) متعامدان
- لنكن النقطة C نظيرة النقطة O بالنسبة الى النقطة M
- (ا) بين بالحساب أن احداثيات C هي (-2,4)
- (ب) أحسب الأطوال OC و AB (أعط النتيجة على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a و b طبيعيان)
- (ج) استنتج طبيعة الرباعي AOBC - مع التعليل-
- 5- أنشئ صورة الرباعي AOBC بالانسحاب الذي شعاعه \vec{CO}

مسألة 08

الجزء الأول:



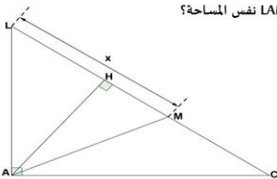
ليكن LAC مثلث قائم في A حيث: $AC = 12\text{cm}$ و $LA = 9\text{cm}$ و $[AH]$ هو الارتفاع المتعلق بالضلع $[LC]$.

- (1) احسب مساحة المثلث LAC .
- (2) أوجد قياس الزاوية \widehat{ACL} واستنتج الطول AH .
- (3) برهن أن: $LC = 15\text{cm}$.

الجزء الثاني:

نضع M نقطة من الضلع $[LC]$ للمثلث LAC ونرمز بـ x للطول LM حيث: $(0 < x < 15)$.

- (1) احسب الطول MC بدلالة x .
- (2) القطعة $[AH]$ يمكن اعتبارها في نفس الوقت ارتفاعا للمثلثين LAM , MAC .
- (أ) برهن أن: مساحة المثلث LAM هي $3,6x(\text{cm}^2)$.



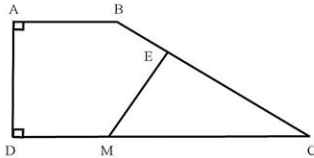
(ب) ما هي قيمة x التي تجعل المثلثين LAM , MAC نفس المساحة؟
♦ وما هي قيمتها عندئذ؟

ب. برهن أن: مساحة المثلث MAC هي $54 - 3,6x(\text{cm}^2)$.

وحدة الأطوال هي hm

ورث اخ وأخت قطعة أرض على شكل شبه منحرف قائم في A و D حيث:

$AB = 4$ ، $AD = 9$ ، $DC = 16$ كما هو مبين في الشكل :



(1) أحسب مساحة شبه المنحرف ABCD

(2) E نقطة ثابتة من $[BC]$ حيث $BE = 5$

M نقطة متحركة على $[DC]$ بحيث تختلف عن كل من C و D

نضع $CM = x$

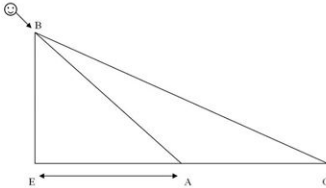
احسب مساحة القطعة EMC بدلالة x

(3) احسب مساحة القطعة ABEMD بدلالة x

(4) اوجد قيمة x بحيث تكون القطعة EMC من نصيب الأخت والقطعة ABEMD من نصيب الأخ

ملاحظة (الأخ له ضعف الأخت)

يقف رجل على سطح منزله الذي يعلو على سطح الأرض ب : m18. رأى ولدا في النقطة C بزاوية 60° . كما رأى أيضا كرة في النقطة A على نفس الخط المستقيم الأفقي وعلى مسافة m12 من المنزل. (الشكل الموالي)



- 1) احسب المسافة بين الولد في النقطة C والمنزل إذا علمت أن ارتفاع عيني الرجل عن المستوى الواقف عليه هو m1.6 .
- 2) احسب الزاوية التي رأى منها الكرة في النقطة A.
- 3) احسب المسافة بين الولد والكرة.
- 4) احسب المسافة بين الرجل والولد ، المسافة بين الرجل والكرة (بقيمة مقربة إلى 10^{-2})