4 متوسط

بنك تمارين

الرياضيات في الطور المتوسط

من تأليف الأساتذة :

فرڤوس عبدالحق
بوجلال محمد
هامل حسين
...

عفيصة سايح
حسين صيد
...
...

(نسخة تجريبية) 072020 – v00

الجزء الأول:

أنشطة عددية

التمرين رقم 1

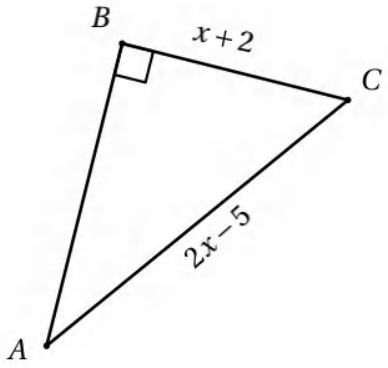
الحل موجود في الصفحة 15

1. احسب $\text{pgcd}(147;343)$.
2. اكتب العدد N في أبسط شكل ممكن حيث : $N = \dfrac{343}{147} + \dfrac{8}{3} \div (-2)$.
3. اجعل مقام النسبة $\dfrac{1}{M}$ ناطقا حيث : $M = \sqrt{147} - 2\sqrt{343} - 7\sqrt{3}$.

التمرين رقم 2

الحل موجود في الصفحة 15

تمعن في الشكل المقابل حيث x عدد حقيقي و $x \geqslant \dfrac{5}{2}$.



1. عبر بدلالة x عن AB^2.
2. انشر و بسط العبارة AB^2.
3. تحقق بالتحليل من أن : $AB^2 = 3(x-7)(x-1)$.
4. حل المعادلة $AB^2 = 0$ ثم فسر النتيجة.

التمرين رقم 3

الحل موجود في الصفحة 15

1. (ا) n عدد طبيعي. انقل و أتمم الجدول التالي :

رقم آحاد n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
رقم آحاد n^2										

(ب) استنتج أنه إذا كان العدد n^2 زوجيا فإن العدد n زوجي أيضا.

2. نفرض فيما يلي أن العدد $\sqrt{2}$ ناطق و نكتبه على الشكل $\sqrt{2} = \dfrac{p}{q}$ حيث p و q عددان طبيعيان غير معدومين و أوليان فيما بينهما.

(ا) بين أن $p^2 = 2q^2$.

(ب) استنتج أن العدد p زوجي.

(ج) بين أن العدد q زوجي أيضا.

(د) هل العددان p و q أوليان فيما بينهما ؟ ماذا يعني هذا ؟

(ه) ماذا تستنتج بالنسبة للعدد $\sqrt{2}$ ؟

التمرين رقم 4

الحل موجود في الصفحة 16

1. هل العددان 98 و 112 أوليان فيما بينهما ؟ علل.
2. احسب $\text{pgcd}(112;98)$ مع تفصيل خطوات الحساب.
3. اكتب الكسر $\dfrac{98}{112}$ على الشكل غير القابل للاختزال.
4. لفلاح قطعة أرض مستطيلة الشكل بعداها 112 m و 98 m.

يريد الفلاح غرس أشجار صنوبر حول المزرعة على أن يغرس شجرة في كل ركن و تكون المسافة الفاصلة بين شجرتين متتاليتين ثابتة و تساوي عددا طبيعيا من الأمتار.

ما هو أقل عدد من الأشجار التي يجب على الفلاح غرسها ؟

التمرين رقم 5

الحل موجود في الصفحة 16

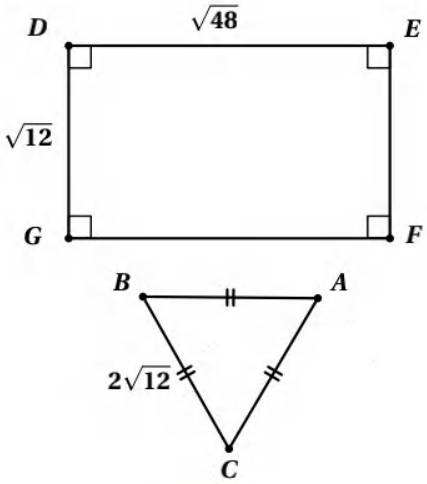
1. حُل المعادلات التالية :

(ا) $x^2+1=8$ (ب) $y^2=-16$ (ج) $z^2+2=2$

2. اجعل مقام النسبة $\dfrac{3}{2\sqrt{5}}$ عددا ناطقا.

التمرين رقم 6

الحل موجود في الصفحة 16



وحدة الطول هي السنتيمتر.

بين أنه للشكلين المقابلين نفس المحيط.

التمرين رقم 7

الحل موجود في الصفحة 17

1. احسب العبارة A حيث : $A=\dfrac{682}{352}+\dfrac{1}{2}\div\dfrac{5}{3}$.

2. قاعة مستطيلة الشكل بعداها $6,82\,\text{m}$ و $3,52\,\text{m}$ أراد صاحبها تبليطها ببلاطات مربعة الشكل دون تقطيع أي بلاطة.

ما هو أقل عدد ممكن من البلاطات التي يجب عليه استعمالها ؟

التمرين رقم 8

الحل موجود في الصفحة 17

1. حُل المعادلات التالية :

(ا) $a^2+100=0$ (ب) $4b^2-14=30$ (ج) $c^2+1=1$

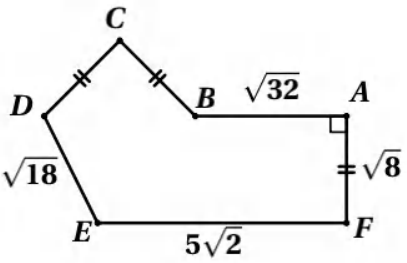
2. اجعل مقام كل نسبة عددا ناطقا :

(ا) $\dfrac{\sqrt{7}-2}{3\sqrt{7}}$ (ب) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

التمرين رقم 9

الحل موجود في الصفحة 17

1. وحدة الطول هي السنتيمتر.
الشكل غير مرسوم بالأطوال الحقيقية.



(ا) احسب محيط الشكل المقابل و اكتبه على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث b أصغر ما يمكن.
(ب) احسب الطول BF.

2. وحدة الطول هي السنتيمتر. A ، B ، C ثلاث نقط بحيث :
$AB = \sqrt{343}$ ، $AC = \sqrt{700}$ و $BC = \sqrt{63}$.
هل هذه النقط على استقامة واحدة ؟ علل.

التمرين رقم 10

الحل موجود في الصفحة 18

بين أن العدد $2^{2019} + 2^{2020} + 2^{2021}$ يقبل القسمة على 7.

التمرين رقم 11

الحل موجود في الصفحة 18

ليكن : $A = \dfrac{425}{1377}$ ؛ $B = \sqrt{1377} - 3\sqrt{425} + 2\sqrt{17}$.

1. احسب $\text{pgcd}\,(425;1377)$ مع تفصيل خطوات الحساب ثم اختزل العدد A.
2. اكتب العبارة B على الشكل $a\sqrt{17}$ حيث a عدد صحيح.
3. اجعل مقام النسبة $\dfrac{-4}{B}$ عددا ناطقا.

التمرين رقم 12

الحل موجود في الصفحة 18

1. لتكن العبارة M حيث : $M = 144x^2 - 5$.
(ا) بين أن : $M - 2020 = (12x - 45)(12x + 45)$.
(ب) حُل المعادلة : $M = 2020$.

2. لتكن المتراجحة : $5(x+3) \geqslant 2(x-1)$.
(ا) هل العددان 2 و (-7) حلان لهذه المتراجحة ؟ علل.
(ب) حُل هذه المتراجحة.
(ج) مثل بيانيا حلول هذه المتراجحة مع تعيين العددين 2 و (-7).

3. في إحدى الشركات عدد الرجال هو 27 و عدد النساء 15.
يريد مدير الشركة توظيف نفس العدد x من الرجال و النساء.
ما هي قيم x التي يكون من أجلها عدد النساء في الشركة لا يقل عن ثُلثي عدد الرجال؟

التمرين رقم 13

الحل موجود في الصفحة 19

جِد ثلاثة أعداد طبيعية متتالية مجموعها 21.

التمرين رقم 14

الحل موجود في الصفحة 19

F عبارة حرفية حيث : $F = (3x+5)(2x-1) + 9x^2 - 25$.

1. انشر و بسط العبارة F.
2. حلل العبارة $9x^2 - 25$ ثم استنتج تحليلا للعبارة F.
3. حُل المعادلة : $(3x+5)(5x-6) = 0$.
4. احسب قيمة العبارة F من أجل $x = \sqrt{11}$.
5. (ا) حُل المتراجحة : $15x^2 + 7x - 30 > 15x^2 + 5$.
   (ب) مثل بيانيا حلول هذه المتراجحة.

التمرين رقم 15

الحل موجود في الصفحة 19

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل :

❶ العددان 1005 و 315 أوليان فيما بينهما.

❷ $10 \div \left(\frac{7}{3} - \frac{3}{7}\right) = \frac{21}{4}$.

❸ يوجد عدد x ، قيس لزاوية حادة، بحيث $\tan x = 8,5$.

التمرين رقم 16

الحل موجود في الصفحة 20

إليك الأعداد التالية : $A = 2\sqrt{343} - \sqrt{112} + \sqrt{28}$ ؛ $B = \frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ ؛ $C = (\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)$.

❶ اكتب العدد A في الشكل $a\sqrt{7}$ حيث a عدد صحيح.

❷ اجعل مقام النسبة B عددا ناطقا.

❸ بين أن العدد C طبيعي.

التمرين رقم 17

الحل موجود في الصفحة 20

F عبارة حرفية حيث : $F = (3x-5)^2 - (2x+1)(5x-8)$.

❶ تحقق بالنشر من أن : $F = -x^2 - 19x + 33$.

❷ احسب قيمة العبارة F من أجل $x = 0$ و من أجل $x = -2$.

❸ حُل المعادلة : $F = -19x$.

التمرين رقم 18 الحل موجود في الصفحة 20

1. انشر و بسط كلا مما يلي :

$(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$ ؛ $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)$ ؛ $(3-2\sqrt{5})(3+2\sqrt{2})$

$(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$ ؛ $(2\sqrt{5}+2)^2$ ؛ $(1-\sqrt{7})^2$ ؛ $\left(\sqrt{\frac{5}{4}}-\frac{3}{2}\right)^2$ ؛ $(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})^2$

$\left(\sqrt{\frac{2}{3}}+\frac{5}{6}\right)^2$ ؛ $\left(\frac{\sqrt{13}}{2}+\frac{\sqrt{8}}{4}\right)\left(\frac{\sqrt{13}}{2}-\frac{\sqrt{8}}{4}\right)$.

2. اكتب كلا من النسب الآتية على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$\frac{231}{\sqrt{3}-2}$ ؛ $\frac{1}{5-\sqrt{5}}$ ؛ $\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$ ؛ $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}$ ؛ $\frac{3}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}$.

التمرين رقم 19 الحل موجود في الصفحة 20

حُل المعادلات التالية :

(ا) $x^2-4=-4$ (ب) $\frac{x^2}{7}=\frac{7}{25}$ (ج) $x^2-3=-5$

التمرين رقم 20 الحل موجود في الصفحة 20

M و N عبارتان حيث :

$M=\sqrt{450}+3\sqrt{50}-\sqrt{2}$ ؛ $N=\sqrt{\frac{20}{7}}\times\sqrt{\frac{112}{5}}$

1. اكتب M على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a و b عددان طبيعيان و b أصغر ما يمكن.
2. بسط العبارة N.
3. اجعل مقام النسبة $\frac{N}{M}$ عددا ناطقا.

التمرين رقم 21 الحل موجود في الصفحة 20

حُل المعادلات التالية :

1. $3-(2x-4)=8-2x$.
2. $x\sqrt{2}+1=x+\sqrt{2}$.
3. $\frac{3}{4}x+\frac{5}{2}=0$.

التمرين رقم 22 الحل موجود في الصفحة 21

تُعطى العبارة : $F=(2x-3)^2-16$.

1. تحقق بالنشر من أن : $F=4x^2-12x-7$.

2. حلل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3. حُل المعادلة : $(2x-7)(2x+1)=0$.

4. احسب قيمة F من أجل $x=1+\sqrt{2}$ و اكتب النتيجة على الشكل $a+b\sqrt{2}$ حيث a و b عددان نسبيان.

التمرين رقم 23

الحل موجود في الصفحة 21

نعتبر المتراجحة : $5-2(2x-1)\leqslant 3(4x+1)$.

1. هل العددان 0 و 1 حلان لهذه المتراجحة ؟ علل.

2. حُل هذه المتراجحة.

3. مثل بيانيا هذه الحلول.

التمرين رقم 24

الحل موجود في الصفحة 21

جِد ثلاثة أعداد طبيعية متتالية مجموعها 393 (مع تفصيل خطوات الحل).

التمرين رقم 25

الحل موجود في الصفحة 22

1. حُل الجملة : $\begin{cases} x+y=50 \\ x-2y=5 \end{cases}$.

2. جِد عددين مجموعهما 50 و الفرق بين العدد الأول و ضعف العدد الثاني هو 5.

التمرين رقم 26

الحل موجود في الصفحة 22

1. حُل الجملة : $\begin{cases} x+2y=109 \\ x+y=78 \end{cases}$.

2. في مزرعة لتربية الدواجن، يوجد دجاج و أرانب عدد رؤوسها الإجمالي 78 رأسا أما العدد الإجمالي لأرجلها فهو 218 رِجلا.

ما هو عدد الدجاج و عدد الأرانب ؟

التمرين رقم 27

الحل موجود في الصفحة 22

1. حُل الجملة : $\begin{cases} 2x-y=1000 \\ x+y=9500 \end{cases}$.

2. يصنف العمال في إحدى الشركات إلى صنفين كما في الجدول التالي :

صنف العمال	الراتب الشهري (ثابت)	العلاوات (للوحدة الواحدة)
الصنف ***A***	30000 DA	20 DA
الصنف ***B***	40000 DA	10 DA

تنتج هذه الشركة منتوجا واحدا.

(ا) جِد راتب عامل من الصنف B بعد بيعه 100 وحدة من المنتوج.

(ب) نسمي $A(x)$ الراتب الشهري لعامل من الصنف A بعد بيع x وحدة من المنتوج و نسمي $B(y)$ الراتب الشهري لعامل من الصنف B بعد بيع y وحدة من المنتوج.

(i) عبر عن $A(x)$ بدلالة x و عن $B(y)$ بدلالة y .
(ii) جِد x و y إذا علمت أنه تم بيع وحدة 9500 من المنتوج و أن العاملين تحصلا على نفس الراتب الشهري.

التمرين رقم 28 الحل موجود في الصفحة 22

زُين غلاف كتاب هندسة بمثلثات و مستطيلات لا تشترك في أي رأس.

1. ما هو عدد الرؤوس في هذه الأشكال إذا كان عدد المثلثات هو 4 و عدد المستطيلات 6 ؟
2. إذا علمت أن عدد الأشكال هو 18 و عدد الرؤوس هو 65 فاحسب عدد المثلثات و عدد المستطيلات في هذا الغلاف.

التمرين رقم 29 الحل موجود في الصفحة 23

لتكن العبارة $C = (4x+1)^2 - (3x-2)(4x+1)$.

1. انشر و بسط العبارة C .
2. حلل العبارة C إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حُل المتراجحة $C \leqslant 4x^2 + 16$ ثم مثل حلولها بيانيا.

التمرين رقم 30 الحل موجود في الصفحة 23

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل :

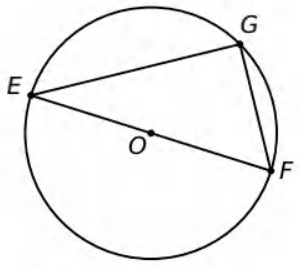
(ا) في الشكل المقابل، المثلث EFG قائم في G.

(ب) 27 يقبل القسمة على 9 .

(ج) $\sqrt{(-3)^2} = -3$.

(د) كل عددين زوجيين أوليان فيما بينهما.

(هـ) المساواة $169 = 11 \times 14 + 15$ تعبر عن قسمة إقليدية.



O مركز الدائرة.

التمرين رقم 31 الحل موجود في الصفحة 23

A و B عددان حيث : $A = 2\sqrt{180} + 5\sqrt{80}$ و $B = \sqrt{\frac{72}{5}} \times \sqrt{\frac{5}{8}}$

(1) اكتب العدد A على الشكل $a\sqrt{5}$.

(2) بين أن B عدد طبيعي.

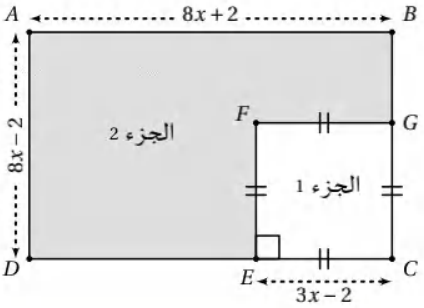
(3) اجعل مقام النسبة $\frac{B}{A}$ عددا ناطقا.

(4) حُل المعادلة : $x^2 = B + 3$.

التمرين رقم 32 الحل موجود في الصفحة 24

وحدة الطول هي السنتيمتر. x عدد حقيقي حيث $x \geqslant \frac{2}{3}$.

الشكل المقابل بمثل قطعة أرض مستطيلة الشكل حيث الجزء 1 يمثل قاعدة منزل مربعة الشكل و الجزء 2 حديقة.



1. اكتب S ، مساحة الأرض، بدلالة x ثم انشرها.
2. عبر بدلالة x عن S_1 ، مساحة الجزء 1 ، ثم انشرها.
3. استنتج S_2 ، مساحة الجزء 2 ، بدلالة x مع التبسيط.

التمرين رقم 33

الحل موجود في الصفحة 24

احسب بتمعن العبارات التالية :

$$A = \frac{18 - 3\left(2^2 + 6^0\right)}{1,6 + 0,4 \times 2} \div 5$$
$$B = (3+1)^4 - \left(2^3 - 2\right)^2 \times 2$$
$$C = 85 - \left[24 - (10 - 4 + 5) + 1^3\right] - 37 \times 0,5$$
$$D = \frac{(3-2)^7 \times 2 \times 10^3}{5^3 \times 2^2} - 2 + 3$$
$$E = 20 \times 11 \times 2009 \div 20 \div 11 \div 2009$$
$$F = 32 - 8\left[-3\,(-2) - (+4)\,(+5)\right] \div (-2)$$
$$G = -48 \div [-23 + 35 \div (-5)] - [-42 \div 7 - 3\,(-8)]$$
$$H = 1 - (-3)\,(-5) - 9\left(7^2 - 52\right) - (-8)\,(-3)^2$$

التمرين رقم 34

الحل موجود في الصفحة 24

علما أنّ $x = -4$ ، $y = -7$ و $z = -20$ ، احسب :

1. $x^2 - y^2 - 3xz$
2. $(x-2) \times y \div z^2$

التمرين رقم 35

الحل موجود في الصفحة 25

احسب و بسِّط النتائج إن أمكن :

$$\alpha = \frac{21}{54} - \frac{91}{63} - \frac{1}{-18}$$
$$\beta = \frac{495}{77} \times (-2) \div \frac{(-15)^2}{56}$$
$$\gamma = 1 - 3 \times \frac{0,4}{1,25} + 0,05 \div (-0,4)$$
$$\delta = \frac{\frac{3}{2}}{5} - \frac{11}{5} \times \frac{\frac{7}{2}}{22} - \frac{2}{\frac{3}{4}}$$
$$\epsilon = 29 - \frac{1}{15} - \left(\frac{19}{11} + \frac{7}{15}\right) - \left(\frac{14}{30} - \frac{30}{11}\right)$$

التمرين رقم 36

الحل موجود في الصفحة 25

يُخصِّص عمر $\frac{2}{5}$ من المبلغ الذي معه لشراء كتاب و $\frac{5}{9}$ من الباقي لشراء كراريس.

1. عبّر بكسر عن المبلغ المتبقي مع عمر.
2. جِد المبلغ الذي كان معه إذا علمت أنه صرف 150 DA في شراء الكراريس.

التمرين رقم 37

الحل موجود في الصفحة 26

تبلغ تكلفة فاتورة الهاتف المشترك بين الإخوة أحمد، محمد و محمود 1260 DA.
ما هو المبلغ يدفعه كل منهم إذا كان أحمد قد استخدمه لمدة 16 h ، محمد لمدة 12 h و محمود لمدة 14 h ؟

التمرين رقم 38

الحل موجود في الصفحة 26

احسب بتمعن العبارات التالية :

$$A = 7 + 7 \times 9 + 8^2 \div 32 - (3+1)^2 \times 5$$

$$B = 3 + 2\left(3^3 - 1^6\right) - \frac{4^3 - 2^4}{16 + 4 \times 2} \div 0,8$$

التمرين رقم 39

الحل موجود في الصفحة 26

صرف حُسام ثلث ما في حصالته في شراء كتاب و خُمسيها في شراء مصحف ليتبقى له 320 DA.
ما هو المبلغ الذي ادخره حُسام ؟

التمرين رقم 40

الحل موجود في الصفحة 26

1. جِد عددا مجموع ضعفه و العدد 5 يساوي 14.
2. جِد عددا الفرق بين أربعة أمثاله و 7 يساوي ثلاثة أمثاله.
3. جِد عددا الفرق بين ثلاثة أمثاله و العدد 3 يساوي مجموع ضعفه و العدد 1.

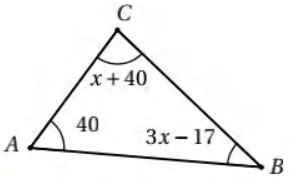
التمرين رقم 41

الحل موجود في الصفحة 27

عمر كوثر يقل بـ 3 سنوات عن عمر أيمن و عمر كريم يساوي ضعف عمر كوثر. مجموع أعمارهم يساوي 107 سنوات.
ما هو عمر كل واحد ؟

التمرين رقم 42

الحل موجود في الصفحة 27



احسب، بالدرجات، أقياس زوايا المثلث ABC.

التمرين رقم 43

الحل موجود في الصفحة 27

قرأ منير كتابا من 240 صفحة خلال ثلاثة أيام. و لكونه محب للمطالعة، يقرأ في كل يوم 20 صفحة زيادة عن ما قرأه في اليوم السابق.
جِد عدد الصفحات التي قرأها منير في كل يوم.

التمرين رقم 44

الحل موجود في الصفحة 27

ثلاثة أعداد طبيعية متتالية، إذا أضفنا للأول 5 و أخذنا ثلاثة أرباع الثاني و أنقصنا من الثالث 7 يكون عندئذ المجموع 42.
ما هي هذه الأعداد ؟

التمرين رقم 45

الحل موجود في الصفحة 28

مستطيل محيطه 180 cm و عرضه نصف طوله.
جِد بُعدَي هذا المستطيل.

التمرين رقم 46

الحل موجود في الصفحة 28

بعد عشر سنوات، سيصبح عمري ضعف عمري قبل عشر سنوات.
ما هو عمري الحالي ؟

التمرين رقم 47

الحل موجود في الصفحة 28

عمر أب 40 سنة و عمر ابنه سنة واحدة.
بعد كم سنة يصبح عمر الأب ضعف عمر ابنه ؟

التمرين رقم 48

الحل موجود في الصفحة 28

في إحدى الشركات، عدد الرجال يفوق عدد النساء بأربع و إذا غادرت ثلاث نساء الشركة يصبح حينئذ عدد الرجال ضعف عدد النساء.
ما هو عدد الرجال و عدد النساء في هذه الشركة ؟

التمرين رقم 49

الحل موجود في الصفحة 28

يساهم مجموعة من التلاميذ في شراء هدية لمعلمهم.
إذا ساهم كل منهم بمبلغ 170 DA فاقت الحصيلة ثمن الهدية بِ 330 DA و إذا ساهم كل منهم بمبلغ 130 DA فإنه ينقصهم 150 DA.
ما هو عدد التلاميذ و ما هو ثمن الهدية ؟

التمرين رقم 50

الحل موجود في الصفحة 28

تحصلت أميرة على 11 و 16 في استجوابَيْ الرياضيات.
كم يجب أن تكون علامتها في الاستجواب الثالث حتى يكون معدلها 15 من 20 ؟

التمرين رقم 51

الحل موجود في الصفحة 29

مجموع أعمار علجية و أمها و جدتها يساوي 90 عاما.
ما هو عمر كل منهن إذا كان عمر الجدة هو ضعف عمر الأم و عمر علجية هو ثلث عمر أمها ؟

التمرين رقم 52

الحل موجود في الصفحة 29

إذا طرحنا عددا من بسط و مقام الكسر $\frac{23}{38}$ فإننا نحصل على مقلوب هذا الكسر. ما هو هذا العدد ؟

التمرين رقم 53

الحل موجود في الصفحة 29

إذا أضفنا 5 إلى عدد فإن مربعه يزداد بِ 295.
ما هو هذا العدد ؟

التمرين رقم 54

الحل موجود في الصفحة 29

قمنا بتبليط حيز من المستوي بمضلعات منتظمة فاشتركت ثلاث منها برأس.
إذا كان عدد رؤوس أحد المضلعات 3 و عدد رؤوس الثاني 10 فما هو عدد رؤوس المضلع الثالث ؟

التمرين رقم 55

الحل موجود في الصفحة 30

1. لتكن العبارة $E = (x-5)^2$.
   (ا) انشر و بسط العبارة E.
   (ب) احسب قيمة E من أجل $x = 100$.
2. حلل العبارة $F = (x-5)^2 - 9025$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. يقطع قطار مسافة 300 km . إذا ازدادت سرعته المتوسطة بِ 20 km/ h فإن مدة الرحلة تنقص بِ 10 min.
   نسمي t مدة الرحلة (قبل الزيادة في السرعة) بالدقائق.
   (ا) بين أن $\frac{300}{t-10} = \frac{300}{t} + \frac{1}{3}$.
   (ب) استنتج أن $t^2 - 10t - 9000 = 0$ ثم احسب مدة الرحلة.
   (ج) ما هي السرعة المتوسطة لهذا القطار ؟

التمرين رقم 56

الحل موجود في الصفحة 30

1. احسب $\text{pgcd}\,(425;100)$.
2. اختزل العدد A حيث $A = \frac{425}{100} - \frac{3}{2}$.
3. اكتب على الشكل $a\sqrt{b}$ العدد K حيث :
   $K = 3\sqrt{3} - \sqrt{48} + 4\sqrt{27}$.
4. اجعل مقام النسبة $\frac{A}{K}$ عددا ناطقا.

التمرين رقم 57

الحل موجود في الصفحة 31

لتكن العبارة E حيث : $E = (3x+1)^2 - 4(3x+1)$.

1. انشر و بسط العبارة E.
2. حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حُل المعادلة : $(3x+1)(3x-3) = 0$.

التمرين رقم 58

الحل موجود في الصفحة 31

1. اشرح لماذا يمكن اختزال الكسر $A = \frac{351}{819}$ ثم اكتبه على شكل غير قابل للاختزال.
2. احسب و اكتب على أبسط شكل العدد $B = 3 + \frac{1}{3} \div \frac{5}{6} - \frac{3}{5}$.
3. بسط العبارة $C = 6\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{192}$.
4. اجعل مقام النسبة $\frac{B}{C}$ عددا ناطقا.

التمرين رقم 59

الحل موجود في الصفحة 31

لتكن العبارة الجبرية $F = 4x^2 - 25 - (2x+5)(3x-7)$.

1. انشر و بسط العبارة F.
2. حلل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حُل المعادلة $F = 0$.
4. حُل المتراجحة $F + 2x^2 \geqslant x - 5$ و مثل بيانيا حلولها.

التمرين رقم 60

الحل موجود في الصفحة 32

حُل الجملتين : $\begin{cases} 2x - 5y = 5 \\ y + 1 = -2 \end{cases}$ ؛ $\begin{cases} y = 2x - 8 \\ y = -3x + 9 \end{cases}$.

التمرين رقم 61

الحل موجود في الصفحة 32

(من كتاب س3 متوسط)
عندما نضيف $20\,\text{cm}$ إلى طول مستطيل، تزداد مساحته بـ $250\,\text{cm}^2$.
– ما هو عرض هذا المستطيل ؟

التمرين رقم 62

الحل موجود في الصفحة 33

1. بين أن العدد M عدد طبيعي حيث $M = (2\sqrt{5}+1)(2\sqrt{5}-1)$.
2. اكتب على الشكل $a\sqrt{3}$ العبارة $N = 3\sqrt{27} - 2\sqrt{48} + \sqrt{75}$ (حيث a عدد طبيعي).
3. اجعل مقام النسبة $\frac{M}{N}$ ناطقا.

1. بين صحة المساواة : $(3x+5)(x-2)=3x^2-x-10$.
2. حلل العبارة الجبرية F حيث : $F=3x^2-x-10-(x-2)(x+3)$.
3. حُل جملة المعادلتين : $\begin{cases} x+y=20 \\ 2x-y=4 \end{cases}$.

حل التمرين رقم 1 — للعودة إلى التمرين 1

1. نطبق خوارزمية إقليدس و نجد : $\boxed{\text{pgcd}(147;343)=49}$.

$343=147\times 2+\boxed{49}$
$147=49\times 3+0$

آخر باق غير معدوم هو 49 إذن $\text{pgcd}(147;343)=49$.

2. لدينا : $N=\frac{343}{147}+\frac{8}{3}\div(-2)=\frac{343\div\mathbf{49}}{147\div\mathbf{49}}+\frac{8}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{3}-\frac{8}{3\times 2}=\frac{7}{3}-\frac{4\times\cancel{2}}{3\times\cancel{2}}=\frac{7}{3}-\frac{4}{3}=\frac{3}{3}=\boxed{1}$

3. لدينا : $M=\sqrt{147}-2\sqrt{343}-7\sqrt{3}=\sqrt{49\times 3}-2\sqrt{49\times 7}-7\sqrt{3}=\cancel{7\sqrt{3}}-2\times 7\sqrt{7}-\cancel{7\sqrt{3}}=-14\sqrt{7}$

منه : $\frac{1}{M}=\frac{1}{-14\sqrt{7}}=-\frac{1\times\sqrt{7}}{14\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=-\frac{\sqrt{7}}{14\times 7}=\boxed{-\frac{\sqrt{7}}{98}}$

حل التمرين رقم 2 — للعودة إلى التمرين 2

1. المثلث ABC قائم في B فحسب نظرية فيثاغورث : $AC^2=AB^2+BC^2$ أي $(2x-5)^2=AB^2+(x+2)^2$ منه $\boxed{AB^2=(2x-5)^2-(x+2)^2}$.

2. النشر و التبسيط : $AB^2=(2x-5)^2-(x+2)^2=(2x)^2-2\times 2x\times 5+5^2-\left[x^2+2\times x\times 2+2^2\right]$
$=4x^2-20x+25-x^2-4x-4=\boxed{3x^2-24x+21}$

3. التحليل : $AB^2=(2x-5)^2-(x+2)^2=[2x-5-(x+2)]\,[2x-5+x+2]$
$=(2x-5-x-2)\,(3x-3)=(x-7)\,[(x-1)]=\boxed{3\,(x-7)\,(x-1)}$

4. $AB^2=0$ معناه $3\,(x-7)\,(x-1)=0$ و بما أن $3\neq 0$ فإن هذا يكافئ $x-7=0$ أو $x-1=0$ منه $x=7$ أو $x=1$ و بما أن $x\geqslant\frac{5}{2}$ فإن $x=7$.

التفسير : من أجل $x=7$ ، تنطبق النقطة B على النقطة A و لا وجود للمثلث.

حل التمرين رقم 3 — للعودة إلى التمرين 3

1. (ا) n عدد طبيعي. انقل و أتمم الجدول :

رقم آحاد n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
رقم آحاد n^2	**0**	**1**	**4**	**9**	**6**	**5**	**6**	**9**	**4**	**1**

(ب) العدد n^2 زوجي معناه رقم آحاده هو 0 أو 4 أو 6 و من الجدول السابق يظهر أن هذا يتحقق عندما يكون رقم آحاد n هو 0 أو 2 أو 4 أو 6 أو 8 أي عندما يكون العدد n زوجيا.

نتيجة : إذا كان العدد n^2 زوجيا فإن العدد n زوجي أيضا.

2. نفرض فيما يلي أن العدد $\sqrt{2}$ ناطق و نكتبه على الشكل $\sqrt{2}=\frac{p}{q}$ حيث p و q عددان طبيعيان غير معدومين و أوليان فيما بينهما.

(ا) لدينا : $(\sqrt{2})^2=\left(\frac{p}{q}\right)^2$ أي $2=\frac{p^2}{q^2}$ و بالتالي $p^2=2q^2$.

(ب) العدد $2q^2$ زوجي أي p^2 زوجي و من السؤال السابق نستنتج أن العدد p زوجي.

(ج) بما أن العدد p زوجي فإنه يكتب على الشكل $p=2k$ (حيث k عدد طبيعي) منه $p^2=(2k)^2=4k^2$.
و بما أن $p^2=2q^2$ فإن $4k^2=2q^2$. بقسمة الطرفين على 2 ينتج $q^2=2k^2$ و هذا يعني أن q^2 زوجي.

و من السؤال الأول نستنتج أن q زوجي.

(د) العددان p و q زوجيان أي يقبلان القسمة على 2 و بالتالي ليسا أوليين فيما بينهما و هذا يناقض الفرضية (الشرط) التي وضعناها على هذين العددين.

(هـ) فرضنا أن العدد $\sqrt{2}$ ناطق و توصلنا إلى أن هذا يؤدي إلى تناقض مما يعني أنه لا يمكن أن يكون عددا ناطقا.

إذن العدد $\sqrt{2}$ عدد أصم (غير ناطق).

حل التمرين رقم 4 — للعودة إلى التمرين 4

1. العددان 98 و 112 ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما زوجيان (يقبلان القسمة على 2).

2. نطبق خوارزمية إقليدس :
$112 = 98 \times 1 + \boxed{14}$
$98 = 14 \times 7 + 0$
آخر باق غير معدوم هو 14 و بالتالي $\text{pgcd}(112;98) = 14$.

3. لدينا : $\frac{98}{112} = \frac{98 \div 14}{112 \div 14} = \frac{7}{8}$.

4. بما أن المسافة بين كل شجرتين متتاليتين عدد طبيعي من الأمتار فهي تقسم طول و عرض المزرعة أي قاسم مشترك للعددين 112 و 98. و إذا كان عدد الأشجار أقل ما يمكن فإن هذه المسافة أكبر ما يمكن و بالتالي فالمسافة التي تفصل كل شجرتين متتاليتين هي $\text{pgcd}(112;98)$ أي تساوي $\boxed{14\,\text{m}}$.
و في هذه الحالة، عدد الأشجار هو 30 شجرة. $2 \times (112 + 98) \div 14 = 2 \times 210 \div 14 = 420 \div 14 = 30$

حل التمرين رقم 5 — للعودة إلى التمرين 5

1. (ا) $x^2 + 1 = 8$ منه $x^2 = 8 - 1$ أي $x^2 = 7$ منه $x = \sqrt{7}$ أو $x = -\sqrt{7}$.
للمعادلة حلان حقيقيان متعاكسان هما $\sqrt{7}$ و $(-\sqrt{7})$.
(ب) المعادلة $y^2 = -16$ ليس لها أي حل حقيقي لأن مربع عدد حقيقي هو دائما عدد موجب.
(ج) $z^2 + 2 = 2$ منه $z^2 = 2 - 2$ أي $z^2 = 0$ منه $z = 0$.
للمعادلة حل حقيقي واحد هو 0.

2. لدينا : $\frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2 \times 5} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$.

حل التمرين رقم 6 — للعودة إلى التمرين 6

- محيط المثلث ABC المتقايس الأضلاع هو $\boxed{12\sqrt{3}\,\text{cm}}$.

$\mathcal{P}_{ABC} = 3BC = 3 \times 2\sqrt{12} = 6\sqrt{4 \times 3} = 6\sqrt{4} \times \sqrt{3} = 6 \times 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$

- محيط المستطيل $DEFG$ هو $\boxed{12\sqrt{3}\,\text{cm}}$.

$\mathcal{P}_{DEFG} = 2(DE + DG) = 2\left(\sqrt{48} + \sqrt{12}\right) = 2\left(\sqrt{16 \times 3} + 2\sqrt{3}\right) = 2\left(\sqrt{16} \times \sqrt{3} + 2\sqrt{3}\right)$
$= 2\left(4\sqrt{3} + 2\sqrt{3}\right) = 2 \times 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$

إذاً للشكلين نفس المحيط.

حل التمرين رقم 7

للعودة إلى التمرين 7

نبدأ بحساب $\text{pgcd}\,(682;352)$ و ذلك بتطبيق خوارزمية إقليدس : آخر باق غير معدوم هو 22 و بالتالي $\text{pgcd}\,(682;352)=22$.

$$682=352\times1+330$$
$$352=330\times1+\boxed{22}$$
$$330=22\times15+0$$

1. لدينا :

$$A=\frac{682}{352}+\frac{1}{2}\div\frac{4}{3}=\frac{682\div22}{352\div22}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{31}{16}+\frac{1\times3}{2\times4}=\frac{31}{16}+\frac{3}{8}=\frac{31}{16}+\frac{3\times2}{8\times2}=$$
$$\frac{31}{16}+\frac{6}{16}=\boxed{\frac{37}{16}}$$

2. لدينا : $6,82\,\text{m}=682\,\text{cm}$ و $3,52\,\text{m}=352\,\text{cm}$.

بما أنه لا يوجد تقطيع فإن طول ضلع البلاطة الواحدة يقسم طول و عرض القاعة أي قاسم مشترك للعددين 682 و 352. و إذا كان عدد البلاطات أقل ما يمكن فإن طول ضلع البلاطة الواحدة أكبر ما يمكن و بالتالي فهو يساوي $\text{pgcd}\,(682;352)$ أي يساوي $\boxed{22\,\text{cm}}$.

و في هذه الحالة، عدد البلاطات هو 496 بلاطة. $\dfrac{682\times352}{22\times22}=\dfrac{240064}{484}=496$

حل التمرين رقم 8

للعودة إلى التمرين 8

1. (ا) $a^2+100=0$ منه $a^2=-100$ و هذه المعادلة ليس لها حل حقيقي لأن مربع أي عدد حقيقي هو دائما موجب.

(ب) $4b^2-14=30$ منه $4b^2=30+14$ أي $4b^2=44$ منه $b^2=44\div4$ أي $b^2=11$ منه $b=\sqrt{11}$ أو $b=-\sqrt{11}$.

للمعادلة حلان حقيقيان هما $\sqrt{11}$ و $(-\sqrt{11})$.

(ج) $c^2+1=1$ منه $c^2=1-1$ أي $c^2=0$ منه $c=0$.

للمعادلة حل حقيقي واحد هو 0.

2. (ا) لدينا :

$$\frac{\sqrt{7}-2}{3\sqrt{7}}=\frac{(\sqrt{7}-2)\times\sqrt{7}}{3\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{7}-2\times\sqrt{7}\times\sqrt{7}}{3\times7}=\frac{7-2\sqrt{7}}{21}$$

(ب) لدينا :

$$\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{5\sqrt{3}}{3\times5}+\frac{3\sqrt{5}}{5\times3}=\frac{5\sqrt{3}}{15}+\frac{3\sqrt{5}}{15}=\frac{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{15}$$

حل التمرين رقم 9

للعودة إلى التمرين 9

1. محيط الشكل هو $\boxed{18\sqrt{2}\,\text{cm}}$.

$$\mathcal{P}=AB+BC+CD+DE+EF+FA=\sqrt{32}+3\sqrt{8}+\sqrt{18}+5\sqrt{2}=$$
$$\sqrt{16\times2}+3\sqrt{4\times2}+\sqrt{9\times2}+5\sqrt{2}$$
$$=\sqrt{16}\times\sqrt{2}+3\sqrt{4}\times\sqrt{2}+\sqrt{9}\times\sqrt{2}+5\sqrt{2}=4\sqrt{2}+3\times2\sqrt{2}+3\sqrt{2}+5\sqrt{2}$$
$$=4\sqrt{2}+6\sqrt{2}+3\sqrt{2}+5\sqrt{2}=(4+6+3+5)\sqrt{2}=18\sqrt{2}$$

2. المثلث ABF قائم في F فحسب نظرية فيثاغورث : $BF^2=AB^2+AF^2=\left(\sqrt{32}\right)^2+\left(\sqrt{8}\right)^2=$
$32+8=40$ منه $BF=\sqrt{40}=\sqrt{4\times10}=\sqrt{4}\times\sqrt{10}=2\sqrt{10}$. إذاً $\boxed{BF=2\sqrt{10}\,\text{cm}}$

3. لدينا :

$AB=\sqrt{343}=\sqrt{49\times7}=\sqrt{49}\times\sqrt{7}=7\sqrt{7}$.

$AC=\sqrt{700}=\sqrt{100\times7}=\sqrt{100}\times\sqrt{7}=10\sqrt{7}$.

$BC=\sqrt{63}=\sqrt{9\times7}=\sqrt{9}\times\sqrt{7}=3\sqrt{7}$.

نلاحظ أن $AB+BC=7\sqrt{7}+3\sqrt{7}=10\sqrt{7}=AC$ و بالتالي فالنقط A ، B ، C على استقامة واحدة.

حل التمرين رقم 10 للعودة إلى التمرين 10

لدينا : $2^{2019}+2^{2020}+2^{2021}=2^{2019+0}+2^{2019+1}+2^{2019+2}=2^{2019}\times 2^0+2^{2019}\times 2^1+2^{2019}\times 2^2$
$=2^{2019}\times\left(2^0+2^1+2^2\right)=2^{2019}\times(1+2+4)=2^{2019}\times 7$
و هو من مضاعفات 7 (أي يقبل القسمة على 7).

حل التمرين رقم 11 للعودة إلى التمرين 11

1. نطبق خوارزمية إقليدس :
$1377=425\times 3+102$
$425=102\times 4+\boxed{17}$
$102=17\times 6+0$
آخر باق غير معدوم هو 17 و بالتالي $\text{pgcd}\,(425;1377)=17$.
منه : $A=\dfrac{425}{1377}=\dfrac{425\div 17}{1377\div 17}=\boxed{\dfrac{25}{81}}$.

2. لدينا : $B=\sqrt{1377}-3\sqrt{425}+2\sqrt{17}=\sqrt{81\times 17}-3\sqrt{25\times 17}+2\sqrt{17}$
$=9\sqrt{17}-3\times 5\sqrt{17}+2\sqrt{17}=9\sqrt{17}-15\sqrt{17}+2\sqrt{17}=(9-15+2)\sqrt{17}=\boxed{-4\sqrt{17}}$

3. لدينا : $\dfrac{-4}{B}=\dfrac{\cancel{-4}}{\cancel{-4}\sqrt{17}}=\dfrac{1}{\sqrt{17}}=\dfrac{1\times\sqrt{17}}{\sqrt{17}\times\sqrt{17}}=\boxed{\dfrac{\sqrt{17}}{17}}$.

حل التمرين رقم 12 للعودة إلى التمرين 12

1. (ا) لدينا : $M-2020=144x^2-5-2020=144x^2-2025=(12x)^2-45^2=(12x-45)(12x+45)$
(ب) $M-2020=0$ منه $(12x-45)(12x+45)=0$ منه $\left(12x-45=0\right.$ أو $\left.12x+45=0\right)$ منه $\left(12x=45\right.$ أو $\left.12x=-45\right)$ منه $\left(x=\dfrac{45}{12}\right.$ أو $\left.x=-\dfrac{45}{12}\right)$ أي $\left(x=\dfrac{15}{4}\right.$ أو $\left.x=-\dfrac{15}{4}\right)$.
للمعادلة حلان حقيقيان هما $\dfrac{15}{4}$ و $\left(-\dfrac{15}{4}\right)$.

2. (ا)
- $x=2$: لدينا $5(2+3)=5\times 5=25$ و $2(2-1)=2\times 1=2$ و بما أن $25\geqslant 2$ فإن 2 حل للمتراجحة.
- $x=-7$: لدينا $5(-7+3)=5\times(-4)=-20$ و $2(-7-1)=2\times(-8)=-16$ و بما أن $-16\not\geqslant -20$ فإن (-7) ليس حلا للمتراجحة.

(ب) $5(x+3)\geqslant 2(x-1)$ منه $5x+15\geqslant 2x-2$ منه $5x-2x\geqslant -2-15$ منه $3x\geqslant -17$ منه $x\geqslant -\dfrac{17}{3}$.
مجموعة الحلول هي : $\mathcal{S}=\left[-\dfrac{17}{3};+\infty\right[$.

(ج) تمثيل الحلول :

3. عدد الرجال في الشركة يصبح $27+x$ و عدد النساء يصبح $15+x$.
حتى لا يقل عدد النساء في الشركة عن ثلثي عدد النساء يجب أن يكون $15+x\geqslant\dfrac{2}{3}(27+x)$ منه $3(15+x)\geqslant 2(27+x)$ منه $45+3x\geqslant 54+2x$ منه $3x-2x\geqslant 54-45$ أي $x\geqslant 9$.

إذن حتى لا يقل عدد النساء في الشركة عن ثلثي عدد الرجال يجب أن يكون x أكبر من أو يساوي 9.

حل التمرين رقم 13 للعودة إلى التمرين 13

نسمي x العدد الأوسط. العددان الآخران هما $x-1$ و $x+1$.
مجموع هذه الأعداد هو 21 معناه $x-1+x+x+1=21$ منه $3x=21$ منه $x=21\div 3=7$.
منه $x-1=7-1=6$ و $x+1=7+1=8$. إذن هذه الأعدد هي 6 ، 7 و 8. (التحقق من الإجابة: $6+7+8=21$)

حل التمرين رقم 14 للعودة إلى التمرين 14

1. لدينا : $F=(3x+5)(2x-1)+9x^2-25=6x^2-3x+10x-5+9x^2-25=\boxed{15x^2+7x-30}$

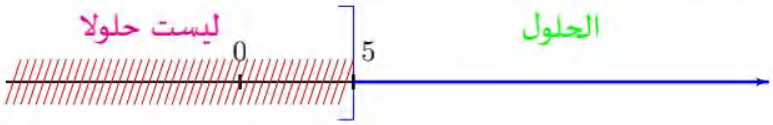
2. لدينا : $9x^2-25=(3x)^2-5^2=(3x-5)(3x+5)$
منه $F=(\underline{3x+5})(2x-1)+(3x-5)(\underline{3x+5})=(\underline{3x+5})(2x-1+3x-5)=$
$\boxed{(3x+5)(5x-6)}$

3. $(3x+5)(5x-6)=0$ منه $\left(3x+5=0 \text{ أو } 5x-6=0\right)$ منه $\left(3x=-5 \text{ أو } 5x=6\right)$ منه $\left(x=-\frac{5}{3} \text{ أو } x=\frac{6}{5}\right)$.
للمعادلة حلان حقيقيان هما $\left(-\frac{5}{3}\right)$ و $\frac{6}{5}$.

4. $x=\sqrt{11}$: $F\left(\sqrt{11}\right)=15\left(\sqrt{11}\right)^2+7\sqrt{11}-30=15\times 11+7\sqrt{11}-30=165-30+7\sqrt{11}=$
$\boxed{135+7\sqrt{11}}$

5. (أ) $15x^2+7x-30>15x^2+5$ منه $\cancel{15x^2}+7x-\cancel{15x^2}>5+30$ أي $7x>35$ منه $x>\frac{35}{7}$ أي $x>5$.
مجموعة حلول هذه المتراجحة هي الأعداد الحقيقية الأكبر تماما من 5 أي $S=]5;+\infty[$.

(ب) تمثيل الحلول :



حل التمرين رقم 15 للعودة إلى التمرين 15

1. خطأ. العددان 1005 و 315 يقبلان القسمة على 5 (و على 3) و بالتالي ليسا أوليين فيما بينهما.

2. صحيح. $10\div\left(\frac{7}{3}-\frac{3}{7}\right)=10\div\left(\frac{7\times 7}{3\times 7}-\frac{3\times 3}{7\times 3}\right)=10\div\left(\frac{49}{21}-\frac{9}{21}\right)=10\div\frac{40}{21}=10\times\frac{21}{40}=\frac{21}{4}$

3. صحيح لأنه إذا كان x قيس زاوية حادة فإن $\tan x>0$ (ليس محصورا بين 0 و 1 أي يمكن أن يكون أكبر من 1).
لدينا : $\boxed{\tan}\ \boxed{\text{2ndf}}\ \boxed{8,5}\approx 83°$ $x=$.

حل التمرين رقم 16 للعودة إلى التمرين 16

1. كتابة العدد A في الشكل $a\sqrt{7}$ حيث a عدد صحيح : $A = 2\sqrt{343} - \sqrt{112} + \sqrt{28} =$
$2\sqrt{49 \times 7} - \sqrt{16 \times 7} + \sqrt{4 \times 7}$
$A = 2\sqrt{49} \times 7\sqrt{7} - \sqrt{16} \times \sqrt{7} + \sqrt{4} \times \sqrt{7} = 2 \times 7\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = 14\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 2\sqrt{7} =$
$(14 - 4 + 2)\sqrt{7} = \boxed{12\sqrt{7}}$

2. جعل مقام النسبة B عددا ناطقا : $B = \dfrac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{(3+\sqrt{2}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \dfrac{3\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}{2} = \boxed{\dfrac{3\sqrt{2}+2}{2}}$

3. إثبات أن العدد C طبيعي : $C = (\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) = (\sqrt{5})^2 - 1^2 = 5 - 1 = \boxed{4}$ و هو عدد طبيعي.

حل التمرين رقم 17 للعودة إلى التمرين 17

1. التحقق بالنشر من أن $F = -x^2 - 19x + 33$: $F = (3x-5)^2 - (2x+1)(5x-8)$
$F = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2 - (10x^2 - 16x + 5x - 8) = 9x^2 - 30x + 25 - (10x^2 - 11x - 8)$
$F = 9x^2 - 30x + 25 - 10x^2 + 11x + 8 = 9x^2 - 10x^2 - 30x + 11x + 25 + 8 = \boxed{-x^2 - 19x + 33}$

2. • حساب قيمة العبارة F من أجل $x = 0$: $F(0) = -0^2 - 19 \times 0 + 33 = -0 - 0 + 33 = \boxed{33}$
• حساب قيمة العبارة F من أجل $x = -2$: $F(-2) = -(-2)^2 - 19 \times (-2) + 33 =$
$-4 + 38 + 33 = \boxed{67}$

3. حل المعادلة $F = -19x$:
$F = -19x$ معناه $-x^2 - 19x + 33 = -19x$ منه $-x^2 + 33 = x^2$ أي $x^2 = 33$ منه $x = \sqrt{33}$
أو $x = -\sqrt{33}$.
للمعادلة حلان حقيقيان متعاكسان هما $\sqrt{33}$ و $-\sqrt{33}$.

حل التمرين رقم 18 للعودة إلى التمرين 18

حل التمرين رقم 19 للعودة إلى التمرين 19

حل التمرين رقم 20 للعودة إلى التمرين 20

حل التمرين رقم 21 للعودة إلى التمرين 21

1. $3 - (2x-4) = 8 - 2x$ منه $3 - 2x + 4 = 8 - 2x$ منه $7 - 2x = 8 - 2x$ منه $2x - 2x = 8 - 7$ منه
$0x = 1$.
هذه المعادلة ليس لها أي حل حقيقي أي مجموعة الحلول هي $S = \{\ \} = \emptyset$.

2. $x\sqrt{2} + 1 = x + \sqrt{2}$ منه $x\sqrt{2} - x = \sqrt{2} - 1$ منه $(\sqrt{2}-1)x = \sqrt{2} - 1$ منه $x = \dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}$ منه $x = 1$.
للمعادلة حل حقيقي واحد هو 1 أي مجموعة الحلول هي $S = \{1\}$.

3. $\frac{3}{4}x+\frac{5}{2}=0$ منه $4\times\frac{3}{4}x+4\times\frac{5}{2}=0$ منه $3x+\frac{20}{2}=0$ منه $3x+10=0$ منه $3x=-10$ منه $x=-\frac{10}{3}$.

للمعادلة حل حقيقي واحد هو $\left(-\frac{10}{3}\right)$ أي مجموعة الحلول هي $S=\left\{-\frac{10}{3}\right\}$.

حل التمرين رقم 22 — للعودة إلى التمرين 22

1. النشر: $F=(2x-3)^2-16=(2x)^2-2\times2x\times3+3^2-16=4x^2-12x+9-16=\boxed{4x^2-12x-7}$

2. التحليل: $F=(2x-3)^2-16=(2x-3)^2-4^2=(2x-3-4)(2x-3+4)=\boxed{(2x-7)(2x+1)}$

3. $(2x-7)(2x+1)=0$ معناه $(2x-7=0$ أو $2x+1=0)$ منه $(2x=7$ أو $2x=-1)$ منه $(x=\frac{7}{2}$ أو $x=-\frac{1}{2})$.

للمعادلة حلان حقيقيان هما $\left(-\frac{1}{2}\right)$ و $\frac{7}{2}$. أي مجموعة الحلول هي $S=\left\{-\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right\}$.

4.
$$F\left(1+\sqrt{2}\right)=\left[2\left(1+\sqrt{2}\right)-3\right]^2-16=\left(2+2\sqrt{2}-3\right)^2-16=\left(2\sqrt{2}-1\right)^2-16$$
$$=\left(2\sqrt{2}\right)^2-2\times2\sqrt{2}\times1+1^2-16=4\times2-4\sqrt{2}+1-16=8-4\sqrt{2}-15=8-15-4\sqrt{2}=\boxed{-7}$$

حل التمرين رقم 23 — للعودة إلى التمرين 23

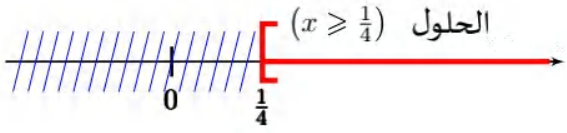
1. • من أجل $x=0$: $5-2(2\times0-1)=5+2=7$ و $3(4\times0+1)=3$. لكن $7\not\leqslant3$ و بالتالي 0 ليس حلا لهذه المتراجحة.
• من أجل $x=1$: $5-2(2\times1-1)=5-2=3$ و $3(4\times1+1)=15$. لكن $3\leqslant15$ و بالتالي 1 حل لهذه المتراجحة.

2. $5-2(2x-1)\leqslant3(4x+1)$ منه $5-4x+2\leqslant12x+3$ أي $7-4x\leqslant12x+3$ منه $-4x-12x\leqslant3-7$

أي $-16x\leqslant-4$ منه $x\geqslant\frac{-4}{-16}$ أي $x\geqslant\frac{1}{4}$.

حلول هذه المتراجحة هي الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي $\frac{1}{4}$ أي $S=\left[\frac{1}{4};+\infty\right[$.

3. تمثيل الحلول :



حل التمرين رقم 24 — للعودة إلى التمرين 24

•اختيار المجهول : نسمي x العدد الأوسط.

•التعبير عن المعطيات بدلالة المجهول : الأعداد الأخرى هي $x-1$ و $x+1$.

•ترجمة المسألة بمعادلة : $x-1+x+x+1=393$.

•حل المعادلة : $x-1+x+x+1=393$ منه $3x=393$ منه $x=393\div3=131$

•الإجابة على السؤال : لدينا : $x-1=130$ و $x+1=132$ و بالتالي فالأعداد هي 130 ، 131 و 132.

حل التمرين رقم 25

للعودة إلى التمرين 25

حل التمرين رقم 26

للعودة إلى التمرين 26

1. حل الجملة $\begin{cases} x+2y=109 \dots\dots\dots ① \\ x+y=78 \dots\dots\dots ② \end{cases}$: من المعادلة ② نجد $x=78-y$. بالتعويض في المعادلة ① ينتج :
$109=78-y+2y$ منه $78+y=109$ منه $y=109-78$ أي $y=31$. إذاً $\boxed{y=31}$
و بالتالي : $x=78-y=78-31=47$. إذاً $\boxed{x=47}$.
للجملة حل واحد هو الثنائية $(47;31)$.
2. نسمي x عدد الدجاج و y عدد الأرانب. عدد الرؤوس هو $x+y=78$.
لكل دجاجة رجلان و لكل أرنب أربعة أرجل و بالتالي عدد الأرجل هو $2x+4y=218$. بقسمة الطرفين على 2 ينتج $x+2y=109$.
لدينا إذاً الجملة $\begin{cases} x+2y=109 \\ x+y=78 \end{cases}$. من السؤال الأول نستنتج أن $\boxed{x=47}$ و $\boxed{y=31}$. عدد الدجاج هو 47 و عدد الأرانب هو 31.

حل التمرين رقم 27

للعودة إلى التمرين 27

1. حل الجملة $\begin{cases} 2x-y=1000 \dots\dots\dots ① \\ x+y=9500 \dots\dots\dots ② \end{cases}$: من المعادلة ② نجد $y=9500-x$. بالتعويض في المعادلة ① ينتج :
$2x-(9500-x)=1000$ منه $2x-9500+x=1000$ منه $3x=1000+9500=10500$ منه $x=\dfrac{10500}{3}=3500$.
إذاً $\boxed{x=3500}$ و بالتالي : $y=9500-x=9500-3500=6000$ إذاً $\boxed{y=6000}$.
للجملة حل واحد هو الثنائية $(3500;6000)$.
2. (أ) بعد بيع 100 وحدة من المنتوج، يكون راتب العامل من الصنف B هو : $\boxed{41000\ \text{DA}}$.
$B(100)=40000+100\times 10=40000+1000=41000$
(ب) i. راتب عامل من الصنف A هو : $A(x)=30000+20\times x=30000+20x$
راتب عامل من الصنف B هو : $B(x)=40000+10\times x=40000+10x$
ii. نسمي x عدد الوحدات التي أنتجها العامل A و y عدد الوحدات التي أنتجها العامل B. لدينا :
$x+y=9500$ و العاملان تحصلا على نفس الراتب معناه $A(x)=B(y)$ أي $30000+20x=40000+10y$ منه $20x-10y=40000-30000=10000$
و بقسمة الطرفين على 10 نجد $\dfrac{20x-10y}{10}=\dfrac{10000}{10}$ و بعد الاختزال : $2x-y=1000$.
لدينا إذاً الجملة $\begin{cases} 2x-y=1000 \\ x+y=9500 \end{cases}$. من السؤال الأول نستنتج أن $\boxed{x=3500}$ و $\boxed{y=6000}$.

حل التمرين رقم 28

للعودة إلى التمرين 28

1. عدد الرؤوس هو : 36 رأسا (لكل مثلث 3 رؤوس و لكل مستطيل 4 رؤوس). $4\times 3+6\times 4=12+24=36$
2. نسمي x عدد المثلثات و y عدد المستطيلات. عدد الأشكال هو $x+y$ و عدد الرؤوس هو $3x+4y$.
لدينا إذاً الجملة : $\begin{cases} x+y=18 & \text{(عدد الأشكال)} \\ 3x+4y=65 & \text{(عدد الرؤوس)} \end{cases}$.
من المعادلة الأولى نجد : $y=18-x$. بالتعويض في المعادلة الثانية ينتج $3x+4(18-x)=65$ منه

$3x+4\times18-4x=65$ أي $3x+72-4x=65$ منه $-x=65-72=-7$ و بالتالي $x=7$
$y=18-x=18-7=11$.
عدد المثلثات هو 7 و عدد المستطيلات هو 11 .

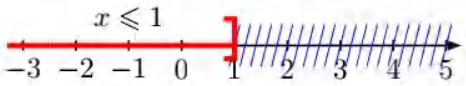
حل التمرين رقم 29

للعودة إلى التمرين 29

1. $C=(4x+1)^2-(3x-2)(4x+1)=(4x)^2+2\times4x\times1+1^2-\left(12x^2+3x-8x-2\right)=$
$16x^2+8x+1-\left(12x^2-5x-2\right)$
$C=16x^2+8x+1-12x^2+5x+2=\boxed{4x^2+13x+3}$

2. $C=(4x+1)^2-(3x-2)(4x+1)=(4x+1)\underline{(4x+1)}-(3x-2)\underline{(4x+1)}=$
$\underline{(4x+1)}\,[4x+1-(3x-2)]$
$C=(4x+1)(4x+1-3x+2)=\boxed{(4x+1)(x+3)}$

3. $C\leqslant4x^2+16$ أي $4x^2+13x+3\leqslant4x^2+16$ منه $\cancel{4x^2}+13x+3-\cancel{4x^2}\leqslant16$ أي $13x+3\leqslant16$
منه $13x\leqslant16-3$ أي $13x\leqslant13$ منه $x\leqslant\frac{13}{13}$ أي $x\leqslant1$.
الحلول هي كل الأعداد الأصغر من أو تساوي 1 أي مجموعة الحلول هي $S=\,]-\infty;1]$.



حل التمرين رقم 30

للعودة إلى التمرين 30

(ا) صحيح. التعليل : الضلع $[EF]$ قطر للدائرة المحيطة بالمثلث EFG و بالتالي فهو قائم و وتره هو الضلع $[EF]$ أي قائم في G.

(ب) صحيح لأن $3\times9=27$.

(ج) خطأ (الجذر لا يمكن أن يكون سالبا). الصواب : $\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=9$

(د) خطأ. الصواب : العددان الزوجيان ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما من مضاعفات 2 (و بالتالي فقاسمهما المشترك الأكبر هو أكبر من 2).

(ه) خطأ. التعليل : في القسمة الإقليدية، الباقي أصغر من القاسم لكن $11>15$ و $14>15$ و بالتالي فهي ليست قسمة إقليدية.

حل التمرين رقم 31

للعودة إلى التمرين 31

1. $A=2\sqrt{180}+5\sqrt{80}=2\sqrt{36\times5}+5\sqrt{16\times5}=2\sqrt{36}\times\sqrt{5}+5\sqrt{16}\times\sqrt{5}=2\times6\sqrt{5}+5\times4\sqrt{5}$
$=12\sqrt{5}+20\sqrt{5}=(12+20)\sqrt{5}=\boxed{32\sqrt{5}}$

2. $B=\sqrt{\frac{72}{5}}\times\sqrt{\frac{5}{8}}=\sqrt{\frac{72}{5}\times\frac{5}{8}}=\sqrt{\frac{72\times\cancel{5}}{\cancel{5}\times8}}=\sqrt{\frac{72}{8}}=\sqrt{9}=\boxed{3}$

3. $\frac{B}{A}=\frac{3}{32\sqrt{5}}=\frac{3\times\sqrt{5}}{32\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{32\times5}=\boxed{\frac{3\sqrt{5}}{160}}$

4. $x^2=B+3$ منه $x^2=3+3$ أي $x^2=6$ منه $x=\sqrt{6}$ أو $x=-\sqrt{6}$.
للمعادلة حلان حقيقيان هما $\sqrt{6}$ و $-\sqrt{6}$.

حل التمرين رقم 32

للعودة إلى التمرين 32

1. مساحة الأرض هي $S = 64x^2 - 4\ (\text{cm}^2)$.

$$S = (8x-2)(8x+2) = (8x)^2 - 2^2 = 64x^2 - 4$$

2. مساحة الجزء 1 هي $S_1 = 9x^2 - 12x + 4\ (\text{cm}^2)$.

$$S_1 = (3x-2)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4$$

3. مساحة الجزء 2 هي $S_2 = 55x^2 + 12x - 8\ (\text{cm}^2)$.

$$S_2 = S - S_1 = 64x^2 - 4 - \left(9x^2 - 12x + 4\right) = 64x^2 - 4 - 9x^2 + 12x - 4 = 55x^2 + 12x - 8$$

حل التمرين رقم 33

للعودة إلى التمرين 33

$$A = \frac{18 - 3\left(2^2 + 6^0\right)}{1,6 + 0,4 \times 2} \div 5 = \frac{18 - 3 \times (4+1)}{1,6 + 0,8} \div 5 = \frac{18 - 3 \times 5}{2,4} \div 5$$
$$= \frac{18-15}{2,4} \div 5 = \frac{3}{2,4} \div 5 = \frac{30}{24} \times \frac{1}{5} = \frac{\cancel{3}}{4} \times \frac{1}{\cancel{5}} = \frac{1}{4} = \boxed{0,25}$$

$$B = (3+1)^4 - \left(2^3 - 2\right)^2 \times 2 = 4^4 - (8-2)^2 \times 2$$
$$= 256 - 6^2 \times 2 = 256 - 36 \times 2 = 256 - 72 = \boxed{184}$$

$$C = 85 - \left[24 - (10 - 4 + 5) + 1^3\right] - 37 \times 0,5$$
$$= 85 - (24 - 11 + 1) - 18,5 = 85 - (13+1) - 18,5$$
$$= 85 - 14 - 18,5 = 71 - 18,5 = \boxed{52,5}$$

$$D = \frac{(3-2)^7 \times 2 \times 10^3}{5^3 \times 2^2} - 2 + 3 = \frac{1^7 \times 2 \times 1000}{125 \times 4} - 2 + 3$$
$$= \frac{1 \times 2000}{500} - 2 + 3 = 4 - 2 + 3 = 2 + 3 = \boxed{5}$$

$$E = 20 \times 11 \times 2009 \div 20 \div 11 \div 2009$$
$$= \frac{\cancel{20} \times \cancel{11} \times \cancel{2009}}{\cancel{20} \times \cancel{11} \times \cancel{2009}} = \frac{1}{1} = \boxed{1}$$

$$F = 32 - 8\left[-3(-2) - (+4)(+5)\right] \div (-2)$$
$$= 32 - 8(6 - (-20)) \div (-2) = 32 - 8(6+20) \div (-2)$$
$$= 32 - 8 \times 26 \div (-2) = 32 - 208 \div (-2) = 32 - (-104) = 32 + 104 = \boxed{136}$$

$$G = -48 \div [-23 + 35 \div (-5)] - [-42 \div 7 - 3(-8)]$$
$$= -48 \div [-23 + (-7)] - (-6 + 24) = -48 \div (-30) - 18$$
$$= 1,6 - 16 = \boxed{-16,4}$$

$$H = 1 - (-3)(-5) - 9\left(7^2 - 52\right) - (-8)(-3)^2$$
$$= 1 - 15 - 9(49 - 52) - (-8) \times 9$$
$$= 1 - 15 - 9 \times (-3) - 72 = -14 + 27 - 72 = 13 - 72 = \boxed{-59}$$

حل التمرين رقم 34

للعودة إلى التمرين 34

علما أنّ $x = -4$ ، $y = -7$ و $z = -20$ ، احسب :

1. $x^2 - y^2 - 3xz$

2. $(x-2) \times y \div z^2$

$$\alpha = \frac{21}{54} - \frac{91}{63} - \frac{1}{-18} = \frac{7}{18} - \frac{13}{9} + \frac{1}{18} = \frac{7}{18} + \frac{1}{18} - \frac{13}{9}$$
$$= \frac{8}{18} - \frac{13}{9} = \frac{4}{9} - \frac{13}{9} = \frac{-9}{9} = \boxed{-1}$$
$$\beta = \frac{495}{77} \times (-2) \div \frac{(-15)^2}{56} = \frac{45 \times \cancel{11}}{7 \times \cancel{11}} \times \frac{-2}{1} \times \frac{56}{5 \times 3 \times 5 \times 3}$$
$$= \frac{5 \times \cancel{9} \times (-2) \times \cancel{7} \times 8}{\cancel{7} \times \cancel{3} \times 5 \times \cancel{9}} = \boxed{-\frac{16}{5}}$$
$$\gamma = 1 - 3 \times \frac{0,4}{1,25} + 0,05 \div (-0,4) = 1 - \frac{3 \times 0,4}{1,25} - \frac{0,05}{0,4}$$
$$= 1 - \frac{1,2}{1,25} - \frac{5}{40} = 1 - \frac{120 \div 5}{125 \div 5} - \frac{5 \div 5}{40 \div 5} = 1 - \frac{24}{25} - \frac{1}{8}$$
$$= \frac{25-24}{25} - \frac{1}{8} = \frac{1 \times 8}{25 \times 8} - \frac{1 \times 25}{8 \times 25} = \frac{8-25}{200} = \boxed{-\frac{17}{200}}$$
$$\delta = \frac{\frac{3}{2}}{5} - \frac{11}{5} \times \frac{\frac{7}{2}}{22} - \frac{2}{\frac{3}{4}} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{5} - \frac{11}{5} \times \frac{7}{2} \times \frac{1}{22} - 2 \times \frac{4}{3}$$
$$= \frac{3 \times 1}{2 \times 5} - \frac{11 \times 7 \times 1}{5 \times 2 \times 22} - \frac{2 \times 4}{3} = \frac{3}{10} - \frac{7 \times \cancel{11}}{10 \times 2 \times \cancel{11}} - \frac{8}{3}$$
$$= \frac{3}{10} - \frac{7}{20} - \frac{8}{3} = \frac{6}{20} - \frac{7}{20} - \frac{8}{3} = -\frac{1}{20} - \frac{8}{3}$$
$$= -\frac{1 \times 3}{20 \times 3} - \frac{8 \times 20}{3 \times 20} = -\frac{3}{60} - \frac{160}{60} = \frac{-3-160}{60} = \boxed{-\frac{163}{60}}$$
$$\epsilon = 29 - \frac{1}{15} - \left(\frac{19}{11} + \frac{7}{15}\right) - \left(\frac{14}{30} - \frac{30}{11}\right)$$
$$= 29 - \frac{1}{15} - \frac{19}{11} - \frac{7}{15} - \frac{14 \div 2}{30 \div 2} + \frac{30}{11} = 29 - \frac{1}{15} - \frac{7}{15} - \frac{7}{15} - \frac{19}{11} + \frac{30}{11}$$
$$= 29 + \frac{-1-7-7}{15} + \frac{-19+30}{11} = 29 - \frac{15}{15} + \frac{11}{11} = 29 - 1 + 1 = \boxed{29}$$

1. الكسر الذي يعبّر عن المبلغ المتبقي بعد شراء الكتاب هو :

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

الكسر الذي يعبّر عن المبلغ المخصص للكراريس هو :

$$\frac{5}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{5 \times 3}{9 \times 5} = \frac{\cancel{5} \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times 3 \times \cancel{5}} = \frac{1}{3}$$

الكسر الذي يعبّر عن المبلغ المتبقي مع عمر هو :

$$1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right) = 1 - \left(\frac{2 \times 3}{5 \times 3} + \frac{1 \times 5}{3 \times 5}\right) = 1 - \left(\frac{6}{15} + \frac{5}{15}\right) = 1 - \frac{11}{15} = \frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$$

2. المبلغ المخصص للكراريس هو ثلث $\left(\frac{1}{3}\right)$ المبلغ الكلي، لدينا إذاً :

$$\frac{1}{3} \longrightarrow 150 \text{ DA} \quad ; \quad \frac{3}{3} \longrightarrow x$$

و بالتالي فالمبلغ الذي كان معه هو : $x = 3 \times 150 \text{ DA} = 450 \text{ DA}$.

حل التمرين رقم 37 للعودة إلى التمرين 37

مدة استخدام الهاتف من طرف الإخوة الثلاثة هي : $16\,\text{h} + 12\,\text{h} + 14\,\text{h} = 42\,\text{h}$.

- المبلغ الذي يدفعه أحمد هو : $\frac{16}{42} \times 1260\ \text{DA} = \frac{16\times 30\times \cancel{42}}{\cancel{42}} = 480\ \text{DA}$
- المبلغ الذي يدفعه محمد هو : $\frac{12}{42} \times 1260\ \text{DA} = \frac{12\times 30\times \cancel{42}}{\cancel{42}} = 360\ \text{DA}$
- المبلغ الذي يدفعه محمود هو : $\frac{14}{42} \times 1260\ \text{DA} = \frac{14\times 30\times \cancel{42}}{\cancel{42}} = 420\ \text{DA}$

ملاحظة : لدينا $480 + 360 + 420 = 1260$.

حل التمرين رقم 38 للعودة إلى التمرين 38

حل التمرين رقم 39 للعودة إلى التمرين 39

•اختيار المجهول : نسمي x المبلغ الذي ادخره حُسام.

•التعبير عن المعطيات بدلالة المجهول : المبلغ الذي صرفه في شراء الكتاب هو $\frac{1}{3}x$ و في شراء المصحف هو $\frac{2}{5}x$.

•كتابة معادلة : $\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x + 320 = x$

•حل المعادلة : $\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x + 320 = x$ منه $x - \frac{1}{3}x - \frac{2}{5}x = 320$ أي $\left(1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right)x = 320$ منه $\left(\frac{15}{15} - \frac{5}{15} - \frac{6}{15}\right)x = 320$ منه $\frac{15-5-6}{15}x = 320$ منه $\frac{4}{15}x = 320$ منه $x = \frac{320}{\frac{4}{15}} = 320 \times \frac{15}{4} = 1200$.

•التحقق من الحل : $\frac{1}{3} \times 1200 + \frac{2}{5} \times 1200 + 320 = 400 + 480 + 320 = 1200$.

•الإجابة على السؤال : المبلغ الذي ادخره حسام هو $\boxed{1200\ \text{DA}}$.

ملاحظة : يمكن حل هذه المسألة بطريقة أخرى و ذلك بالبحث عن الكسر الذي يعبر عن المبلغ المتبقي.

حل التمرين رقم 40 للعودة إلى التمرين 40

1. •اختيار المجهول : نسمي x العدد الذي نبحث عنه.
•التعبير عن المعطيات بدلالة المجهول : ضعفه هو $2x$.
•كتابة معادلة : $2x + 5 = 14$
•حل المعادلة : $2x + 5 = 14$ منه $2x = 14 - 5$ أي $2x = 9$ منه $x = \frac{9}{2}$.
•التحقق من الحل : $2 \times \frac{9}{2} + 5 = 9 + 5 = 14$.
•الإجابة على السؤال : العدد الذي يحقق المطلوب هو $\boxed{\frac{9}{2}}$.

2. •اختيار المجهول : نسمي x العدد الذي نبحث عنه.
•التعبير عن المعطيات بدلالة المجهول : أربعة أمثاله هو $4x$ و ثلاثة أمثاله هو $3x$.
•كتابة معادلة : $4x - 7 = 3x$
•حل المعادلة : $4x - 7 = 3x$ منه $4x - 3x = 7$ أي $x = 7$.

•التحقق من الحل : $4 \times 7 - 7 = 28 - 7 = 21 = 3 \times 7$.

•الإجابة على السؤال : العدد الذي يحقق المطلوب هو $\boxed{7}$.

3. •اختيار المجهول : نسمي x العدد الذي نبحث عنه.

•التعبير عن المعطيات بدلالة المجهول : ثلاثة أمثاله هو $3x$ و ضعفه هو $2x$.

•كتابة معادلة : $3x - 3 = 2x + 1$

•حل المعادلة : $3x - 3 = 2x + 1$ منه $3x - 2x = 1 + 3$ أي $x = 4$.

•التحقق من الحل : $3 \times 4 - 3 = 12 - 3 = 91 = 8 + 1 = 2 \times 4 + 1$.

•الإجابة على السؤال : العدد الذي يحقق المطلوب هو $\boxed{4}$.

حل التمرين رقم 41 للعودة إلى التمرين 41

•اختيار المجهول : نسمي x عمر كوثر.

•التعبير عن المعطيات بدلالة المجهول : أيمن أكبر من كوثر بثلاث سنوات إذاً عمر أيمن هو $x+3$ و عمر كريم هو $2x$.

•كتابة معادلة : $\underbrace{x}_{\text{كوثر}} + \underbrace{x+3}_{\text{أيمن}} + \underbrace{2x}_{\text{كريم}} = 107$

•حل المعادلة : $x + x + 3 + 2x = 107$ منه $4x = 107 - 3$ أي $4x = 104$ منه $x = \dfrac{104}{4} = 26$.

•التحقق من الحل : $26 + 26 + 3 + 2 \times 26 = 55 + 52 = 107$.

•الإجابة على السؤال : عمر كوثر هو 26 سنة ؛ عمر أيمن هو 29 سنة و عمر كريم هو 52 سنة.

حل التمرين رقم 42 للعودة إلى التمرين 42

مجموع أقياس الزوايا الداخلية للمثلث يساوي $180°$ و بالتالي :

$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$ أي $40 + 3x - 17 + x + 40 = 180$ منه $4x + 63 = 180$ منه $4x = 180 - 63$ أي $4x = 117$

منه $x = \dfrac{117}{4} = 29,25$. إذاً : $\boxed{\widehat{A} = 40°}$ ؛

$\widehat{B} = 3 \times 29,25° - 17° = \boxed{70,75°}$ ؛ $\widehat{C} = 29,25° + 40° = \boxed{69,25°}$.

التحقق من الإجابة : $40 + 70,75 + 69,25 = 180$.

حل التمرين رقم 43 للعودة إلى التمرين 43

نسمي x عدد الصفحات التي قرأها منير في اليوم الأول.

في اليوم الثاني قرأ $x+20$ صفحة و في الثالث $x+20+20$ أي $x+40$ صفحة. لدينا إذاً : $x+x+20+x+40 = 240$

منه $3x + 60 = 240$ منه $3x = 240 - 60 = 180$ منه $x = \dfrac{180}{3} = 60$.

إذاً : في اليوم الأول قرأ منير 60 صفحة و في الثاني قرأ 80 صفحة و في الثالث 100 صفحة.

حل التمرين رقم 44 للعودة إلى التمرين 44

نسمي x أصغر هذه الأعداد. الأعداد الأخرى هي إذاً $x+1$ و $x+2$.

إذا أضفنا للأول 5 نحصل على $x+5$ ؛ و إذا أخذنا ثلاثة أرباع الثاني نحصل على $\dfrac{3}{4}(x+1)$ ؛ و إذا طرحنا من

الثالث 7 نحصل على $x-2+7$ أي $x-5$. عندما نجمع هذه المقادير نحصل على 42 أي $x+5+\frac{3}{4}(x+1)+x-5=42$ منه $2x+\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}=42$ منه $4\times 2x+4\times\frac{3}{4}x+4\times\frac{3}{4}=4\times 42$ منه $8x+3x+3=168$ منه $11x=168-3=165$ منه $x=\frac{165}{11}=15$.
الأعداد هي إذاً : 15 ، 16 و 17.

حل التمرين رقم 45

للعودة إلى التمرين 45

نسمي x طول المستطيل فيكون عرضه $\frac{x}{2}$ منه $2\left(x+\frac{x}{2}\right)=180$
منه $2x+2\times\frac{x}{2}=180$ منه $2x+x=180$ منه $3x=180$ منه $x=\frac{180}{3}=60$.
طول المستطيل هو إذاً 60 cm و عرضه 30 cm.

حل التمرين رقم 46

للعودة إلى التمرين 46

نسمي x عمري الحالي.
قبل 10 سنوات كان عمري $x-10$ و بعد 10 سنوات سيصبح $x+10$.
بعد 10 سنوات سيصبح عمري ضعف عمري قبل 10 سنوات معناه $x+10=2(x-10)$ منه $x+10=2x-20$ منه $2x-x=10+20$ منه $x=30$.
إذاً عمري الحالي هو 30 عاما.

حل التمرين رقم 47

للعودة إلى التمرين 47

نسمي x عدد السنوات. عمر الأب يصبح $x+40$ و عمر الابن $x+1$.
لدينا : $x+40=2(1+x)$ منه $x+40=2+2x$ منه $2x-x=40-2$ منه $x=38$.
بعد 38 عاما سيكون عمر الأب هو 78 سنة و عمر ابنه 39 سنة (و 78 هو ضعف 39).

حل التمرين رقم 48

للعودة إلى التمرين 48

نسمي x عدد النساء. عدد الرجال هو $x+4$ و إذا غادرت 3 نساء الشركة يصبح عددهن $x-3$ منه $x+4=2(x-3)$ منه $x+4=2x-6$ منه $2x-x=4+6$ أي $x=10$.
إذاً عدد النساء في الشركة هو 10 نساء و عدد الرجال 14 رجلا.

حل التمرين رقم 49

للعودة إلى التمرين 49

نسمي x عدد التلاميذ. ثمن الهدية في الحالة الأولى هو $170x-330$ و ثمنها في الحالة الثانية هو $130x+150$
لدينا إذاً : $170x-330=130x+150$ منه $170x-130x=150+330$ منه $40x=480$ منه $x=\frac{480}{40}$ أي $x=12$.
عدد التلاميذ هو إذاً 12 و ثمن الهدية هو $130\times 12+150$ أي 1710 DA.

حل التمرين رقم 50

للعودة إلى التمرين 50

نسمي x علامة الاستجواب الثالث.
حتى يكون معدل أميرة 15 يجب أن يكون $\frac{11+16+x}{3}=15$ أي $27+x=3\times 15$ منه $27+x=45$ منه $x=45-27$ أي $x=18$.

يجب أن تتحصل أميرة على 18 في الاستجواب الثالث.

حل التمرين رقم 51

للعودة إلى التمرين 51

نسمي x عمر الأم. عمر الجدة هو إذاً $2x$ و عمر علجية هو $\frac{1}{3}x$.
لدينا : $x+2x+\frac{1}{3}x=90$ منه $\mathbf{3}\times x+\mathbf{3}\times 2x+\mathbf{3}\times\frac{1}{3}x=\mathbf{3}\times 90$ منه $3x+6x+x=270$ منه $10x=270$
منه $x=\dfrac{270}{10}$ أي $x=27$.
عمر الأم هو 27 سنة ، عمر الجدة هو 54 سنة (الضعف) و عمر علجية هو 9 سنوات (الثلث).

حل التمرين رقم 52

للعودة إلى التمرين 52

نسمي x هذا العدد.
لدينا $\dfrac{23-x}{38-x}=\dfrac{38}{23}$ منه $23\,(23-x)=38\,(38-x)$ منه $529-23x=1444-38x$ منه $38x-23x=915$
منه $x=\dfrac{915}{15}$ أي $15x=915$ أي $1444-529$.
إذاً فالعدد الذي يحقق المطلوب هو 61.
التحقق من الإجابة : $\dfrac{23-61}{38-61}=\dfrac{-38}{-23}=\dfrac{38}{23}$.

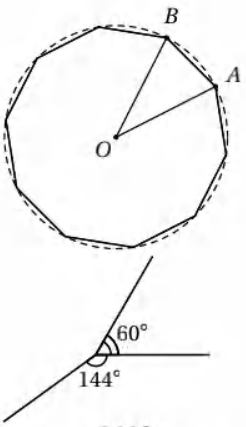
حل التمرين رقم 53

للعودة إلى التمرين 53

نسمي x هذا العدد.
لدينا : $(x+5)^2=x^2+295$ منه $x^2+2\times x\times 5+5^2=x^2+295$ أي $x^2+10x+25=x^2+295$ منه
$x^2+10x-x^2=295-25$ أي $10x=270$ منه $x=\dfrac{270}{10}$ أي $x=27$.
العدد هو 27.
التحقق من الإجابة : $(27+5)^2=32^2=1024=729+295=27^2+295$.

حل التمرين رقم 54

للعودة إلى التمرين 54



المضلع المنتظم هو مضلع كل أضلاعه متقايسة و كل زواياه متقايسة حيث يمكن رسمه داخل دائرة كما يمكن تجزئته إلى مثلثات متساوية الساقين و متقايسة فيما بينها. قيس زاوية الرأس الأساسي لكل مثلث منها هو $\dfrac{360°}{n}$ حيث n هو عدد الرؤوس (و هو أيضا عدد الأضلاع و عدد الزوايا). نستنتج أن مجموع قيسي زاويتي القاعدة في كل مثلث متساوي الساقين هو $180°-\dfrac{360°}{n}$ و هو أيضا قيس كل زاوية من زوايا المضلع المنتظم.

من أجل $n=3$ يكون : $180°-\dfrac{360°}{3}=180°-120°=60°$
و هو قيس الزاوية في المثلث المتقايس الأضلاع.
و من أجل $n=10$ يكون : $180°-\dfrac{360°}{10}=180°-36°=144°$.
و هو قيس الزاوية في المضلع المنتظم ذي 10 رؤوس.
نلاحظ، من الشكل الثاني أعلاه، أن قيس زاوية المضلع المنتظم الثالث هو $360°-(60°+144°)=156°$ و

بالتالي $180^\circ - \frac{360^\circ}{n} = 156^\circ$ منه $180^\circ - 156^\circ = \frac{360^\circ}{n}$ أي $\frac{360^\circ}{n} = 24^\circ$ منه $n = \frac{360}{24} = 15$.
إذاً عدد رؤوس المضلع الثالث هو 15 رأسا.

حل التمرين رقم 55

للعودة إلى التمرين 55

1. (ا) $E = (x-5)^2 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 - 10x + 25$
(ب) $E(100) = (100-5)^2 = 95^2 = 9025$

2. من السؤال السابق $9025 = 95^2$ منه :

$$F = (x-5)^2 - 9025 = (x-5)^2 - 95^2$$
$$= (x-5-95)(x-5+95) = (x-100)(x+90)$$

3. (ا) إذا كانت v السرعة المتوسطة للقطار فإن : $v = \frac{d}{t} = \frac{300}{t}$
الزيادة في السرعة: $20\,\text{km/h} = \frac{20\,\text{km}}{1\,\text{h}} = \frac{20\,\text{km}}{60\,\text{min}} = \frac{20}{60}\,\text{km/min} = \frac{1}{3}\,\text{km/min}$
المدة الجديدة هي $t' = t - 10$ و السرعة الجديدة هي من جهة $v' = \frac{d}{t'} = \frac{300}{t-10}$ و من جهة أخرى $v' = v + \frac{1}{3} = \frac{300}{t} + \frac{1}{3}$.
لدينا إذاً : $\frac{300}{t-10} = \frac{300}{t} + \frac{1}{3}$.

(ب) $\frac{300}{t-10} = \frac{300}{t} + \frac{1}{3}$ منه $\frac{300}{t-10} = \frac{300 \times 3 + t \times 1}{t \times 3}$ أي $\frac{300}{t-10} = \frac{900+t}{3t}$ منه $3t \times 300 = (t-10)(900+t)$ منه $900t = 900t + t^2 - 9000 - 10t$ منه $900t + t^2 - 9000 - 10t - 900t = 0$
أي $t^2 - 9000 - 10t - 900t = 0$.
حلول هذه المعادلة هي نفسها حلول المعادلة $F = 0$ (حيث F هي عبارة السؤال الثاني) و بالتالي $t^2 - 9000 - 10t - 900t = (t-100)(t+90)$ منه $(t-100)(t+90) = 0$ منه ($t - 100 = 0$ أو $t + 90 = 0$) منه ($t = 100$ أو $t = -90$).
الحل (-90) مرفوض (المدة عدد موجب).
نستنتج إذاً أن مدة الرحلة هي $t = 100\,\text{min} = 60\,\text{min} + 40\,\text{min} = \boxed{1\,\text{h}40\,\text{min}}$.

(ج) لدينا : $t = 100\,\text{min} = \frac{100}{60}\,\text{h} = \frac{5}{3}\,\text{h}$ و بالتالي فالسرعة المتوسطة للقطار هي : $v = \frac{d}{t} =$
$\frac{300\,\text{km}}{\frac{5}{3}\,\text{h}} = 300 \times \frac{3}{5}\,\text{km/h} = \boxed{180\,\text{km/h}}$

حل التمرين رقم 56

للعودة إلى التمرين 56

1. آخر باق غير معدوم هو 25 و بالتالي $\text{pgcd}(425;100) = 25$.

$$\begin{array}{rcl} 425 & = & 100 \times 4 + \boxed{25} \\ 100 & = & 25 \times 4 + 0 \end{array}$$

2. $A = \frac{425}{100} - \frac{3}{2} = \frac{425 \div \mathbf{25}}{100 \div \mathbf{25}} - \frac{3}{2} = \frac{17}{4} - \frac{3 \times \mathbf{2}}{2 \times \mathbf{2}} = \frac{17}{4} - \frac{6}{4} = \frac{17-6}{4} = \boxed{\frac{11}{4}}$

3. $K = 3\sqrt{3} - \sqrt{48} + 4\sqrt{27} = 3\sqrt{3} - \sqrt{16 \times 3} + 4\sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 4 \times 3\sqrt{3} =$
$(3 - 4 + 12)\sqrt{3} = \boxed{11\sqrt{3}}$

4. $\frac{A}{K} = \frac{\frac{11}{4}}{11\sqrt{3}} = \frac{11}{4} \times \frac{1}{11\sqrt{3}} = \frac{\cancel{11} \times 1}{4 \times \cancel{11}\sqrt{3}} = \frac{1 \times \mathbf{\sqrt{3}}}{4\sqrt{3} \times \mathbf{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{4 \times 3} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{12}}$

حل التمرين رقم 57

للعودة إلى التمرين 57

1. $E=(3x+1)^2-4(3x+1)=(3x)^2+2\times 3x\times 1+1^2-4\times 3x-4\times 1=9x^2+6x+1-12x-4$
$=9x^2+6x-12x+1-4=\boxed{9x^2-6x-3}$

2. $E=(3x+1)^2-4(3x+1)=(3x+1)(3x+1)-4(3x+1)=(3x+1)[3x+1-4]=$
$\boxed{(3x+1)(3x-3)}$

3. $(3x+1)(3x-3)=0$ منه $(3x+1=0$ أو $3x=-1)$ منه $(3x-3=0$ أو $3x=3)$ منه $\left(x=-\frac{1}{3}\right.$ أو $\left.x=\frac{3}{3}=1\right)$.

للمعادلة حلان حقيقيان هما $\left(-\frac{1}{3}\right)$ و 1.

حل التمرين رقم 58

للعودة إلى التمرين 58

1. مجموع أرقام العدد 351 هو 9 إذن 351 يقبل القسمة على 9 و مجموع أرقام العدد 819 هو 18 إذن 819 يقبل القسمة على 9. نستنتج أن العددين 351 و 819 يقبلان القسمة على 9 و بالتالي فهما ليسا أوليين فيما بينهما إذاً يمكن اختزال الكسر $A=\frac{351}{819}$.

لاختزال هذا الكسر، نحسب $\text{pgcd}(819;351)$.
آخر باقٍ غير معدوم هو 117 إذاً :

$819=351\times 2+\boxed{117}$
$351=117\times 3+0$

$\boxed{\text{pgcd}(819;351)=117}$ و بالتالي : $A=\frac{351\div 117}{819\div 117}=\boxed{\frac{3}{7}}$.

2. لدينا :

$$B=3+\frac{1}{3}\div\frac{5}{6}-\frac{3}{5}=3+\frac{1}{3}\times\frac{6}{5}-\frac{3}{5}=3+\frac{1\times 6}{3\times 5}-\frac{3}{5}$$
$$=3+\frac{2\times\cancel{3}}{\cancel{3}\times 5}-\frac{3}{5}=3+\frac{2}{5}-\frac{3}{5}=\frac{3\times 5}{1\times 5}+\frac{2}{5}-\frac{3}{5}=\frac{15}{5}+\frac{2}{5}-\frac{3}{5}$$
$$=\frac{15+2-3}{5}=\boxed{\frac{14}{5}}$$

3. لدينا :

$$C=6\sqrt{12}-\sqrt{27}+\sqrt{192}=6\sqrt{4\times 3}-\sqrt{9\times 3}+\sqrt{64\times 3}$$
$$=6\times 2\sqrt{3}-3\sqrt{3}+8\sqrt{3}=12\sqrt{3}-3\sqrt{3}+8\sqrt{3}$$
$$=(12-3+8)\sqrt{3}=\boxed{17\sqrt{3}}$$

4. لدينا : $\frac{B}{C}=\frac{\frac{14}{5}}{17\sqrt{3}}=\frac{14}{5}\times\frac{1\times\sqrt{3}}{17\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{14\times\sqrt{3}}{5\times 17\times 3}=\boxed{\frac{14\sqrt{3}}{255}}$

حل التمرين رقم 59

للعودة إلى التمرين 59

1. نشر و تبسيط العبارة F :

$$F=4x^2-25-(2x+5)(3x-7)$$
$$=4x^2-25-[6x^2-14x+15x-35]=4x^2-25-[6x^2+x-35]$$
$$=4x^2-25-6x^2-x+35=\boxed{-2x^2-x+10}$$

2. تحليل العبارة F :

$$F = 4x^2 - 25 - (2x+5)(3x-7)$$
$$= (2x)^2 - 5^2 - (2x+5)(3x-7) = (2x-5)\underline{(2x+5)} - \underline{(2x+5)}(3x-7)$$
$$= (2x+5)[2x-5-(3x-7)] = (2x+5)(2x-5-3x+7)$$
$$F = \boxed{(2x+5)(-x+2)}$$

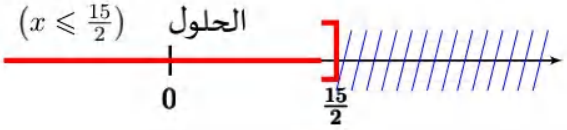
3. $F=0$ معناه $(2x+5)(-x+2)=0$ منه ($2x+5=0$ أو $-x+2=0$) منه ($2x=-5$ أو $x=2$) منه ($x=-\frac{5}{2}$ أو $x=2$).

للمعادلة $F=0$ حلان حقيقيان هما $\left(-\frac{5}{2}\right)$ و 2. .

4. $F+2x^2 \geqslant x-5$ معناه $\cancel{-2x^2} - x + 10 + \cancel{2x^2} \geqslant x-5$

أي $-x+10 \geqslant x-5$ منه $-x-x \geqslant -5-10$ أي $-2x \geqslant -15$ منه $x \leqslant \frac{-15}{-2}$ أي $x \leqslant \frac{15}{2}$. مجموعة الحلول هي $\boxed{S = \left]-\infty\,;\,\frac{15}{2}\right]}$

تمثيل الحلول :



حل التمرين رقم 60

للعودة إلى التمرين 60

⋆ حل الجملة :

$$\begin{cases} 2x-5y = 5 \cdots\cdots ① \\ y+1 = -2 \cdots\cdots ② \end{cases}.$$

من المعادلة ② نجد $y = -2-1$ أي $\boxed{y=-3}$.

بالتعويض في المعادلة ① ينتج : $2x-5\times(-3)=5$ أي $2x+15=5$ منه $2x=5-15=-10$ منه $x=\frac{-10}{2}$ أي $\boxed{x=-5}$.

إذن للجملة حل واحد هو الثنائية $(-5;-3)$.

⋆ حل الجملة :

$$\begin{cases} y = 2x-8 \cdots\cdots ① \\ y = -3x+9 \cdots\cdots ② \end{cases}.$$

بتعويض قيمة y من المعادلة ① في المعادلة ② ينتج : $2x-8=-3x+9$

منه $2x+3x=9+8$ أي $5x=17$ منه $\boxed{x=\frac{17}{5}}$.

و بالتعويض في المعادلة ① (مثلا) نجد :

$$y = 2x-8 = 2\times\frac{17}{5}-8 = \frac{2\times17}{5}-\frac{8\times5}{1\times5} = \frac{34}{5}-\frac{40}{5} = \frac{34-40}{5} = \boxed{-\frac{6}{5}}$$

إذن للجملة حل واحد هو الثنائية $\left(\frac{17}{5}\,;\,-\frac{6}{5}\right)$.

حل التمرين رقم 61

للعودة إلى التمرين 61

ليكن x طول المستطيل و y عرضه. مساحته هي $S=xy$.

عندما يزداد طوله بِ 20 أي يصبح $x'=x+20$ فإن مساحته تصبح $S'=x'y=(x+20)\times y=xy+20y$ و هي تزيد بِ $250\,\text{cm}^2$ عن المساحة السابقة أي $S'=S+250$ منه $xy+20y=xy+250$ منه

$250 = \cancel{xy} + 20y - \cancel{xy}$ أي $20y = 250$ منه $y = \dfrac{250}{20} = 12,5$.

إذاً عرض المستطيل هو $\boxed{y = 12,5\,\text{cm}}$.

حل التمرين رقم 62

للعودة إلى التمرين 62

1. تبيين أن M عدد طبيعي :

$M = (2\sqrt{5}+1)(2\sqrt{5}-1) = (2\sqrt{5})^2 - 1^2 = 20 - 1 = \boxed{19}$

إذن M عدد طبيعي.

2. كتابة N على الشكل $a\sqrt{3}$:

$N = 3\sqrt{27} - 2\sqrt{48} + \sqrt{75} = 3\sqrt{9\times 3} - 2\sqrt{16\times 3} + \sqrt{25\times 3}$

$= 9\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = (9-8+5)\sqrt{3} = \boxed{6\sqrt{3}}$

3. جعل مقام النسبة $\dfrac{M}{N}$ ناطقا :

$\dfrac{M}{N} = \dfrac{19}{6\times\sqrt{3}} = \dfrac{19\sqrt{3}}{6\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \dfrac{193}{6\times 3} = \boxed{\dfrac{19\sqrt{3}}{18}}$

حل التمرين رقم 63

للعودة إلى التمرين 63

1. تبيين صحة المساواة $(3x+5)(x-2) = 3x^2 - x - 10$:

لدينا $(3x+5)(x-2) = 3x^2 - 6x + 5x - 10 = 3x^2 - x - 10$

إذن فالمساواة $(3x+5)(x-2) = 3x^2 - x - 10$ صحيحة.

2. تحليل العبارة الجبرية F :

$F = 3x^2 - x - 10 - (x-2)(x+3)$

$= (3x+5)(x-2) - (x-2)(x+3) = (x-2)[3x+5-(x+3)]$

$= (x-2)[3x+5-x-3] = \boxed{(x-2)(2x+2)}$

3. حل الجملة $\begin{cases} x+y=20 \cdots\cdots ① \\ 2x-y=4 \cdots\cdots ② \end{cases}$:

بجمع المعادلتين ① و ② طرفا لطرف نجد $x + \cancel{y} + 2x - \cancel{y} = 20 + 4$ أي $3x = 24$ منه $x = \dfrac{24}{3} = 8$.

بتعويض x بالقيمة 8 في المعادلة ① نجد : $8 + y = 20$ منه $y = 20 - 8 = 12$.

إذن للجملة حل واحد هو الثنائية $(8;12)$.

الجزء الثالث:

الدوال و تنظيم المعطيات

التمرين رقم 1

الحل موجود في الصفحة 9

f دالة خطية، تمثيلها البياني يشمل النقطة $G(3;-6)$.

1. جد، حسابيا، العبارة الحرفية للدالة f.
2. مثل بيانيا الدالة f في معلم متعامد و متجانس.
3. جِد العدد الذي صورته 90 بالدالة f.
4. حدد، بقراءة بيانية، صورة العدد 1 بالدالة f.

التمرين رقم 2

الحل موجود في الصفحة 9

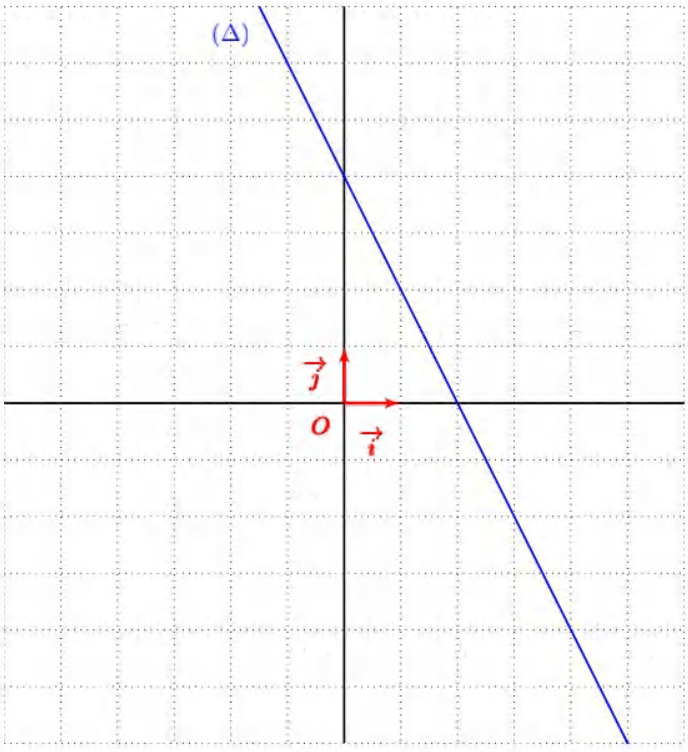
f دالة تآلفية حيث $f(0)=3$ و $f(4)=-1$.

1. جِد العبارة الحرفية للدالة f.
2. مثل الدالة f في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
3. جِد، بالحساب، العدد الذي صورته (-2) بالدلة f.
4. علم، في المعلم السابق، النقطتين $G(1;-1)$ و $K(-1;-5)$.
5. جِد، بقراءة بيانية، العبارة الحرفية للدالة g التي تمثيلها البياني هو المستقيم (GK).
6. حُل بيانيا جملة المعادلتين التالية : $\begin{cases} y=-x+3 \\ y=2x-3 \end{cases}$.

التمرين رقم 3

الحل موجود في الصفحة 10

تمعن في الشكل المقابل الذي يُطلب إتمامه.



1.

(ا) عين من الشكل العبارة الجبرية للدالة f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (Δ).

(ب) ما نوع الدالة f ؟ علل.

2. جِد عبارة الدالة التآلفية g التي تمثيلها البياني يمر من النقطتين $M(1;-2)$ و $N(3;2)$.
3. بين أن النقط $P(4;4)$ ، M ، N في استقامية.
4. ارسم المستقيم (MN) ثم اقرأ من الشكل العددين x و y بحيث $f(-1)=y$ و $g(x)=-3$.
5. اقرأ إحداثيتي النقطة R ، نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (MN).
6. تحقق من النتيجة السابقة حسابيا.

التمرين رقم 4

الحل موجود في الصفحة 10

ورث عبدالودود عن جده قطعة ذهبية على شكل متوازي مستطيلات أبعاده $7,5\,\text{cm}$ ، $3\,\text{cm}$ و $2,3\,\text{cm}$.
احسب ثمن بيع هذه القطعة الذهبية إذا علمت أن الكتلة الحجمية للذهب هي $19,3\,\text{kg/dm}^3$ و ثمن $1\,\text{g}$ من الذهب هو $1800\ \text{DA}$.

التمرين رقم 5

الحل موجود في الصفحة 11

m عدد حقيقي و f_m دالة تآلفية بحيث $f(1) = m^2 + m + 1$ و $f(0) = m + 2$ و (Δ_m) تمثيلها البياني في المستوي.

1. حدد عبارة الدالة f_m.
2. جد قيم m حتى تنتمي النقطة $M(-1;3)$ إلى المستقيم (Δ_m) ؟ علل.
3. جد قيم m حتى تكون الدالة f_m ثابتة.

التمرين رقم 6

الحل موجود في الصفحة 11

f دالة خطية حيث : $f(-5) = 15$.

1. جِد العبارة الحرفية للدالة f.
2. احسب صورة العدد -8 بالدالة f.
3. جِد العدد الذي صورته 90 بالدالة f.

التمرين رقم 7

الحل موجود في الصفحة 11

f دالة تآلفية حيث $f(2) = 5$ و $f(6) = 17$.

1. اكتب العبارة الجبرية لهذه الدالة.
2. احسب $f(1)$ و $f(-3)$.
3. جِد العدد الذي صورته (-7) بالدالة f.

التمرين رقم 8

الحل موجود في الصفحة 11

اختر الإجابة أو الإجابات الصحيحة في كل حالة مع التعليل :

1. ارتفاع مقدار بنسبة $3,1\%$ يُترجم بالدالة :
   - $f : x \mapsto 1,31x$
   - $f : x \mapsto 1,031x$
   - $f : x \mapsto 0,969x$
2. الدالة $k(x) = 0,9x$ تمثل :
   - تخفيض بِـ 10%.
   - زيادة بِـ 10%.
   - تخفيض بِـ 1%.
3. انخفض سعر بنسبة 10% ثم ارتفع بنسبة 10%. السعر النهائي :
   - لا يتغير.
   - ينخفض بنسبة 1%.
   - يُضرب في $0,99$.

التمرين رقم 9

الحل موجود في الصفحة 12

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
f دالة تآلفية حيث : $f(x)=-x+1$.

1. جد صورة العدد 3 بالدالة f.
2. جد العدد الذي صورته 4 بالدالة f.
3. أنشئ التمثيل البياني للدالة f.
4. هل النقطة $P\left(-1,\frac{3}{2}\right)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f ؟ علل.

التمرين رقم 10

الحل موجود في الصفحة 13

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
f دالة تآلفية حيث : $f(x)=-\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}$.

1. جد صورة العدد 4 بالدالة f.
2. جد العدد الذي صورته 4 بالدالة f.
3. أنشئ التمثيل البياني للدالة f.
4. هل النقطة $P\left(-1,-\frac{3}{2}\right)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f ؟ علل.

التمرين رقم 11

الحل موجود في الصفحة 14

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
f دالة تآلفية حيث : $f(x)=-\frac{15}{2}x+\frac{23}{2}$.

1. جد صورة العدد -1 بالدالة f.
2. جد العدد الذي صورته -1 بالدالة f.
3. أنشئ التمثيل البياني للدالة f.
4. هل النقطة $P\left(-3,\frac{9}{2}\right)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f ؟ علل.

التمرين رقم 12

الحل موجود في الصفحة 15

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
f دالة تآلفية حيث : $f(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$.

1. جد صورة العدد -1 بالدالة f.
2. جد العدد الذي صورته -5 بالدالة f.
3. أنشئ التمثيل البياني للدالة f.

4. هل النقطة $P\left(0, \frac{3}{2}\right)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f ؟ علل.

التمرين رقم 13

الحل موجود في الصفحة 16

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.
f دالة تآلفية حيث : $f(x) = -3x + 6$.

1. جد صورة العدد 3 بالدالة f.
2. جد العدد الذي صورته 4 بالدالة f.
3. أنشئ التمثيل البياني للدالة f.
4. هل النقطة $P\left(-3, -\frac{7}{2}\right)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f ؟ علل.

التمرين رقم 14

الحل موجود في الصفحة 17

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.
f دالة تآلفية حيث : $f(x) = \frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$.

1. جد صورة العدد -1 بالدالة f.
2. جد العدد الذي صورته -2 بالدالة f.
3. أنشئ التمثيل البياني للدالة f.
4. هل النقطة $P(4, -3)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f ؟ علل.

التمرين رقم 15

الحل موجود في الصفحة 18

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.
f دالة تآلفية حيث : $f(x) = \frac{7}{8}x - \frac{7}{8}$.

1. جد صورة العدد 4 بالدالة f.
2. جد العدد الذي صورته 5 بالدالة f.
3. أنشئ التمثيل البياني للدالة f.
4. هل النقطة $P\left(-2, \frac{9}{2}\right)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f ؟ علل.

التمرين رقم 16

الحل موجود في الصفحة 19

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.
f دالة تآلفية حيث : $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$.

1. جد صورة العدد -4 بالدالة f.

2. جد العدد الذي صورته 0 بالدالة f.
3. أنشئ التمثيل البياني للدالة f.
4. هل النقطة $P(5,4)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f ؟ علل.

التمرين رقم 17

الحل موجود في الصفحة 20

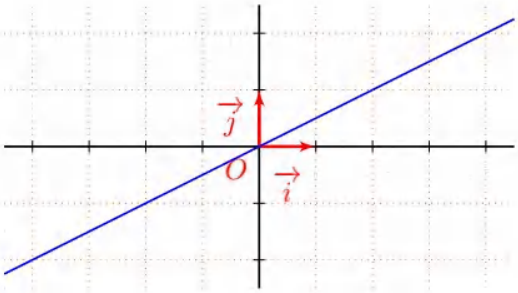
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
f دالة تآلفية حيث : $f(x)=\frac{3}{5}x+\frac{39}{10}$.

1. جد صورة العدد -2 بالدالة f.
2. جد العدد الذي صورته 1 بالدالة f.
3. أنشئ التمثيل البياني للدالة f.
4. هل النقطة $P(-1,-2)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f ؟ علل.

التمرين رقم 18

الحل موجود في الصفحة 21

الشكل المقابل تمثيل بياني لدالة f في معلم متعامد و متجانس.



1. هل هذه الدالة خطية ؟ علل.
2. جد، بقراءة بيانية، صورة كل من -2 و 3 بالدالة f.
3. جد، بقراءة بيانية، العدد الذي صورته 2 بالدالة f.

التمرين رقم 19

الحل موجود في الصفحة 21

نعتبر الدالتين f و g حيث $f(x)=3,5x$ و $g(x)=-4x$.

1. ما طبيعة كل من f و g ؟ علل.
2. جِد صورة العدد -2 بالدالة f و بالدالة g.
3. مثل بيانيا، في نفس المعلم، هاتين الدالتين.

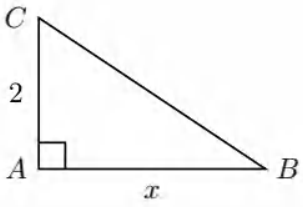
التمرين رقم 20

الحل موجود في الصفحة 21

نعتبر الدوال f ، g ، h حيث :
• $f(x)=(x+3)^2-(x-3)^2$ • $g(x)=(x+2)(x+3)-x^2$ • $h(x)=2(x+5)-5(x+2)$.
هل هي دوال خطية ؟ إذا كان الجواب نعم فحدد معامل كل منها.

التمرين رقم 21

الحل موجود في الصفحة 21



x عدد حقيقي موجب تماما.
ABC مثلث قائم في A بحيث $AB = x$ و $AC = 2$.

1. هل يمكن التعبير عن الطول BC بدالة خطية في x ؟
2. هل يمكن التعبير عن مساحة هذا المثلث بدالة خطية في x ؟

التمرين رقم 22

الحل موجود في الصفحة 21

تقترح شركة مختصة في نقل البضائع التسعيرة التالية : دفع 32 DA لكل كيلومتر.

1. ما هو المبلغ المدفوع من أجل مسافة تساوي 200 km ؟
2. نسمي x عدد الكيلومترات المقطوعة خلال رحلة واحدة و $f(x)$ المبلغ المدفوع.
   (ا) عبر بدلالة x عن $f(x)$.
   (ب) جد سابقة العدد 1600 بالدالة f ثم فسر النتيجة.
   (ج) مثل بيانيا الدالة f في معلم متعامد بأخذ 1 cm لكل 20 km على محور الفواصل و 1 cm لكل 400 DA على محور التراتيب.
   (د) جد، بقراءة بيانية، نتيجة السؤال 2ب

التمرين رقم 23

الحل موجود في الصفحة 21

1. جد عبارة الدالة التآلفية f بحيث $f(0) = 1$ و $f(3) = 7$.
2. جد عبارة الدالة التآلفية g بحيث $g(1) = -1$ و $g(2) = -4$.
3. مثل بيانيا، في نفس المعلم، الدالتين f و g.
4. (ا) جد بيانيا صورة كل من 1 و 3 بالدالة f و سابقة كل من -1 و 5 بالدالة g.
   (ب) تحقق بالحساب من نتائج السؤال أ.

التمرين رقم 24

الحل موجود في الصفحة 21

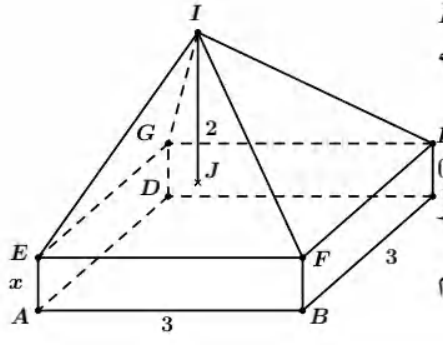
نعتبر الدوال f ، g ، h حيث :

• $f(x) = x(2x+3) - 2x^2 + 2$ • $g(x) = \dfrac{3}{2x} + 10$ • $h(x) = (3x-2)^2 - (3x+1)^2$.

هل هي دوال تآلفية ؟ إذا كان الجواب نعم فحدد معاملَيْ كل منها.

التمرين رقم 25

الحل موجود في الصفحة 21



الشكل المقابل يمثل مجسما يتكون من جزأين : هرم ارتفاعه $IJ = 2\,\text{cm}$ و متوازي مستطيلات قاعدته مربع طول ضلعه $AB = 3\,\text{cm}$ و ارتفاعه $AE = x$.

1. عبر بدلالة x عن الحجم $V(x)$ لهذا المجسم.
2. مثل بيانيا، في معلم متعامد، الدالة V من أجل x محصور بين 0 و 6 حيث 1 cm على محور الفواصل يمثل 1 cm و 1 cm على محور التراتيب يمثل $5\,\text{cm}^3$.
3. بالاستعانة بالتمثيل البياني، جد قيم x التي يكون من أجلها حجم هذا المجسم محصورا بين $33\,\text{cm}^3$ و $60\,\text{cm}^3$.

التمرين رقم 26

الحل موجود في الصفحة 22

من أجل مساعدة زميلهم المريض، قرر تلاميذ السنة الرابعة متوسط بيع قطع حلوى تقليدية حضرتها أستاذتهم حيث المبلغ المدفوع من طرف الزبون يتضمن ثمن الحلوى الذي يضاف إليه مبلغ ثابت يمثل تكاليف التغليف و التوزيع.
نعلم أن المبلغ المدفوع من أجل 4 قطع حلوى هو 190 DA و من أجل 10 قطع حلوى هو 370 DA.
نرمز بِ x لعدد قطع الحلوى المشتراة.

1. مثل بيانيا، في معلم متعامد، هذه الوضعية ($1\,\text{cm}$ على محور الفواصل = قطعة حلوى واحدة و $1\,\text{cm}$ على محور التراتيب = 50 DA).
2. جد، بقراءة بيانية، الثمن المدفوع من أجل 12 قطعة حلوى.
3. عبر بدلالة x عن المبلغ المدفوع $f(x)$ ثم استنتج مبلغ تكاليف التغليف و التوزيع.
4. تحقق بالحساب من نتيجة السؤال 2.

التمرين رقم 27

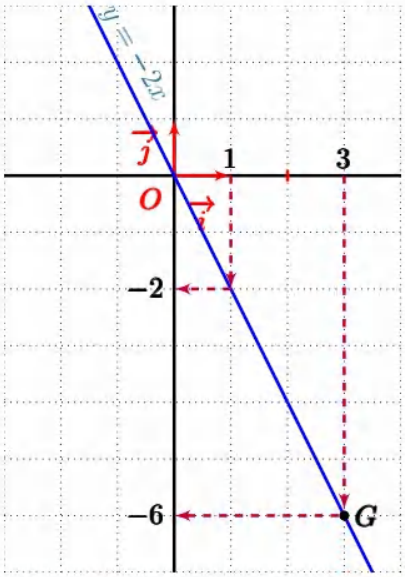
الحل موجود في الصفحة 22

في الجزائر، وحدة قياس درجة الحرارة هي الدرجة المئوية ($°C$) أما في الولايات المتحدة الأمريكية، فالوحدة المعتمدة هي الفهرنهايت ($°F$; Fahrenheit).
إذا كانت $t(x)$ درجة الحرارة بالفهرنهايت فإن t دالة تآلفية عبارتها $t(x) = ax + b$.

1. جِد عبارة الدالة t إذا علمت أن الماء يتجمد عند $32°F$ و يغلي عند $212°F$.
2. مثل بيانيا هذه الدالة من أجل $x \in [-10; 50]$.
3. ما هي، بالفهرنهايت، درجة الحرارة المقابلة لِ $30°C$ ؟
4. هل درجة الحرارة $90°F$ مرتفعة ؟
5. درجة حرارة جسم سمير هي $100°F$. هل هو مصاب بالحمى ؟
6. هل توجد درجة حرارة لها نفس القيمة في النظامين (بالوحدتين) ؟

حل التمرين رقم 1

للعودة إلى التمرين 1



1. f دالة خطية إذن عبارتها من الشكل $f(x)=ax$.
التمثيل البياني للدالة f يشمل النقطة $G(3;-6)$ معناه $f(3)=-6$ أي $a\times 3=-6$ منه $a=-6\div 3=-2$ إذن $\boxed{f(x)=-2x}$. (ن0,75)

2. التمثيل البياني للدالة f هو المستقيم (OG) الذي معادلته $y=-2x$. (ن0,75)

3. العدد x الذي صورته 90 يحقق $f(x)=90$ أي $-2x=90$ منه $x=90\div(-2)=-45$ إذن $\boxed{x=-45}$. (ن0,75)

4. من التمثيل البياني، نقرأ أن صورة العدد 1 بالدالة f هي العدد $\boxed{-2}$. (ن0,75)

حل التمرين رقم 2

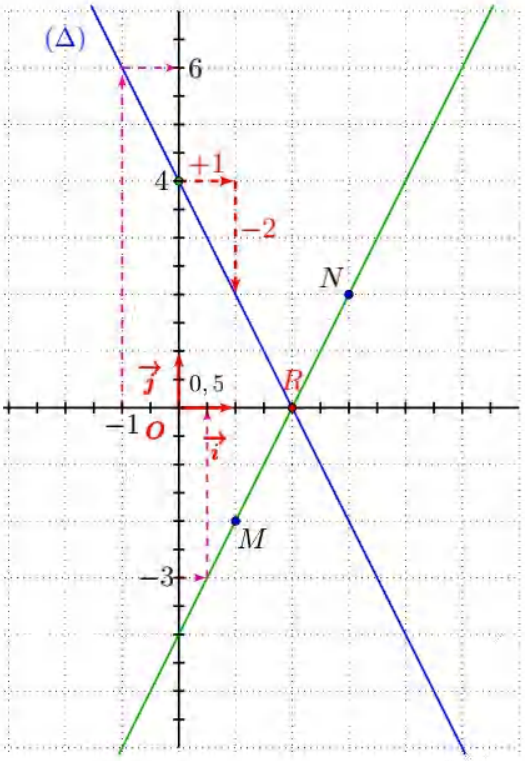
للعودة إلى التمرين 2

حل التمرين رقم 3

للعودة إلى التمرين 3

1. (أ) الدالة f دالة تآلفية لأن تمثيلها البياني مستقيم لا يشمل المبدأ و لا يوازي حامل محور التراتيب.

(ب) عبارة الدالة f هي من الشكل $f(x)=ax+b$ حيث a هو معامل توجيه المستقيم (Δ). نقرأ بيانيا $a=-2$ (عندما نتنقل أفقيا بوحدة إلى اليمين فإننا نتزل عموديا بوحدتين نحو الأسفل) و b هو ترتيبة نقطة تقاطع هذا المستقيم مع محور التراتيب. نقرأ $b=4$. لدينا إذاً : $\boxed{f(x)=-2x+4}$.



2. بما أن g دالة تآلفية فإن عبارتها من الشكل $g(x)=\alpha x+\beta$.
التمثيل البياني للدالة g يشمل النقطة $M(1;-2)$ معناه $g(1)=-2$
و هو يشمل أيضا النقطة $N(3;2)$ أي $g(3)=2$.

لدينا : $\alpha=\dfrac{g(3)-g(1)}{3-1}=\dfrac{2-(-2)}{2}=\dfrac{4}{2}=2$

منه $g(x)=2x+\beta$. و بما أن $g(3)=2$ فإن $2\times 3+\beta=2$ أي $6+\beta=2$ منه $\beta=2-6=-4$.

إذاً : $\boxed{g(x)=2x-4}$.

3. لدينا : $g(4)=2\times 4-4=8-4=4$ إذاً فالنقطة $(4;4)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة g الذي هو المستقيم (MN) أي $P\in(MN)$ و هذا يعني أن النقط $P(4;4)$، M، N في استقامية.

4. رسم المستقيم (MN).
y هو صورة العدد (-1) بالدالة f. نقرأ $y=6$.
x هو سابقة العدد (-3) بالدالة g. نقرأ $x=0,5$.

5. نقرأ $R(2;0)$.

6. فاصلة نقطة التقاطع تحقق $f(x)=g(x)$ أي $-2x+4=2x-4$ منه $2x+2x=4+4$ أي $4x=8$ منه $x=\dfrac{8}{4}$ أي $x=2$
و ترتيبتها هي (مثلا) $y=f(2)=-2\times 2+4=-4+4=0$ منه $R(2;0)$.

حل التمرين رقم 4

للعودة إلى التمرين 4

- حجم القطعة الذهبية (حجم متوازي المستطيلات) هو $\boxed{V=51,75\,\text{cm}^3}$. $V=2,3\times 3\times 7,5=51,75$
- التحويل : $\boxed{V=0,05175\,\text{dm}^3}$. $V=51,75\,\text{cm}^3=51,75\div 1000\,\text{dm}^3=0,05175\,\text{dm}^3$
- وزن القطعة الذهبية هو : $\boxed{m=998,775\,\text{g}}$. $m=\rho\times V=19,3\,\text{kg/dm}^3\times 0,05175\,\text{dm}^3=0,998775\,\text{kg}=998,775\,\text{g}$
- ثمن بيع القطعة الذهبية هو : $\boxed{1\ 797\ 795\ \text{DA}}$. $998,775\times 1800=1797795$

حل التمرين رقم 5

للعودة إلى التمرين 5

1. بما أن f_m دالة تآلفية فإن عبارتها من الشكل $f_m(x) = ax + b$ حيث : $b = f_m(0) = m + 2$

و $a = \dfrac{f_m(1) - f_m(0)}{1 - 0} = \dfrac{m^2 + m + 1 - (m+2)}{1} = m^2 + \cancel{m} + 1 - \cancel{m} - 2 = m^2 - 1$

إذاً $\boxed{f_m(x) = (m^2 - 1)x + m + 2}$.

2. النقطة $M(-1;3)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ_m) معناه $f_m(-1) = 3$ أي $(m^2 - 1) \times (-1) + m + 2 = 3$

منه $-m^2 + 1 + m + 2 = 3$ أي $-m^2 + m = 3 - 3$ منه $-m \times m + m \times 1 = 0$ منه $m(-m + 1) = 0$

منه (معادلة الجداء المعدوم) : $(m = 0$ أو $-m + 1 = 0)$ منه $(m = 0$ أو $m = 1)$.

للمعادلة حلان حقيقيان هما 0 و 1 . إذاً قيم m التي من أجلها تنتمي النقطة $M(-1;3)$ إلى المستقيم (Δ_m) هي 0 و 1.

3. الدالة f_m ثابتة معناه $a = 0$ أي $m^2 - 1 = 0$ منه $m^2 - 1^2 = 0$ منه $(m-1)(m+1) = 0$

منه (معادلة الجداء المعدوم) : $(m - 1 = 0$ أو $m + 1 = 0)$ منه $(m = 1$ أو $m = -1)$.

للمعادلة حلان حقيقيان هما (-1) و 1 . إذاً قيم m التي من أجلها تكون الدالة f_m ثابتة هي (-1) و 1.

حل التمرين رقم 6

للعودة إلى التمرين 6

1. عبارة الدالة الخطية f هي $f(x) = ax$ حيث $a = \dfrac{f(-5)}{-5} = \dfrac{15}{-5} = -3$. إذاً : $\boxed{f(x) = -3x}$.

2. صورة العدد (-8) بالدالة f هي العدد 24. $f(-8) = -3 \times (-8) = \boxed{24}$

3. $f(x) = 90$ معناه $-3x = 90$ منه $x = \dfrac{90}{-3}$ أي $x = -30$ إذاً فالعدد الذي صورته 90 بالدالة f هو $\boxed{-30}$.

حل التمرين رقم 7

للعودة إلى التمرين 7

1. بما أن f دالة تآلفية فإن عبارتها من الشكل $f(x) = ax + b$ حيث: $a = \dfrac{f(6) - f(2)}{6 - 2} = \dfrac{17 - 5}{4} = 3$.

منه $f(x) = 3x + b$. $\dfrac{12}{4} = 3$.

و بما أن $f(2) = 5$ فإن $3 \times 2 + b = 5$ أي $6 + b = 5$ منه $b = 5 - 6 = -1$.

إذاً : $\boxed{f(x) = 3x - 1}$.

2. $f(1) = 3 \times 1 - 1 = 3 - 1 = 2$ و $f(-3) = 3 \times (-3) - 1 = -9 - 1 = -10$.

3. $f(x) = -7$ معناه $3x - 1 = -7$ منه $3x = -7 + 1 = -6$ منه

$x = \dfrac{-6}{3} = -2$ إذاً فالعدد الذي صورته (-7) بالدالة f هو $\boxed{-2}$.

حل التمرين رقم 8

للعودة إلى التمرين 8

1. ارتفاع مقدار بنسبة $3,1\%$ يُترجم بالدالة :

- $f : x \mapsto 1,31x$
- $\boxed{f : x \mapsto 1,031x}$
- $f : x \mapsto 0,969x$

التعليل: زيادة بنسبة $3,1\%$ تُترجم بالمساواة

$$f(x)=\left(1+\frac{3,1}{100}\right)x=(1+0,031)\,x=1,031x$$

2. الدالة $k(x)=0,9x$ تمثل :

• تخفيض بِـ 10%. • زيادة بِـ 10%. • تخفيض بِـ 1%.

التعليل:

$$k(x)=0,9x=(1-0,1)\,x=\left(1-\frac{10}{100}\right)x$$

و هو ما يُقابل تخفيض بنسبة 10%.

3. انخفض سعر بنسبة 10% ثم ارتفع بنسبة 10%. السعر النهائي:

• لا يتغير. • ينخفض بنسبة 1%. • يُضرب في $0,99$.

التعليل: إذا انخفض مقدار x بنسبة 10% فإنه يصبح :

$$g(x)=\left(1-\frac{10}{100}\right)x=(1-0,1)\,x=0,9x$$

و إذا ازداد هذا الأخير بنسبة 10% فإنه يصبح :

$$h(x)=\left(1+\frac{10}{100}\right)g(x)=(1+0,1)\,g(x)=1,1g(x)=1,1\times 0,9x=0,99x$$

أي يُضرب في $0,99$.

$$h(x)=0,99x=(1-0,01)\,x=\left(1-\frac{1}{100}\right)x$$

و هو ما يُترجم تخفيض بنسبة 1%.

حل التمرين رقم 9

للعودة إلى التمرين 9

1. صورة العدد 3 بالدالة f هي -2.

$$f(3)=-1\times 3+1=-3+1=-2$$

2. العدد الذي صورته 4 بالدالة f هو -3.

$f(x)=4$ معناه $-x+1=4$ منه

$$-x=4-1$$
$$-x=3$$
$$x=-3$$

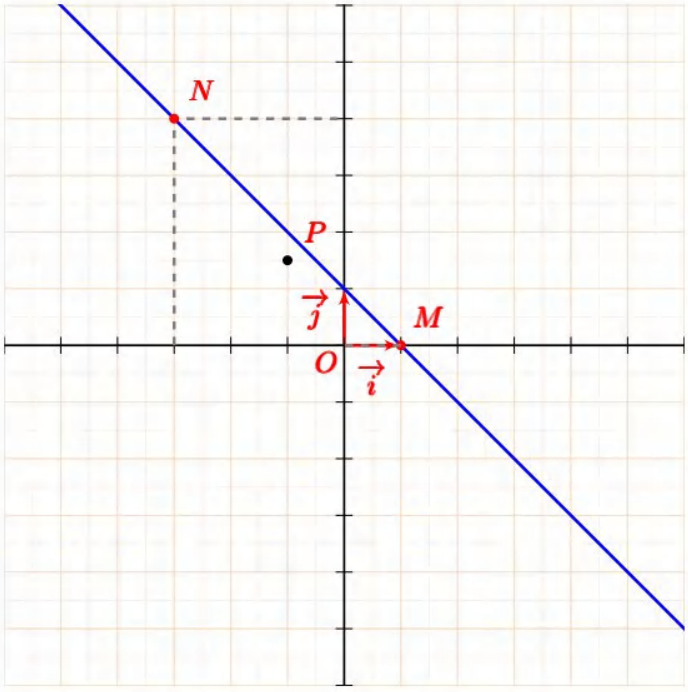
3. الدالة f تآلفية و بالتالي فتمثيلها البياني عبارة عن مستقيم يمر من النقطتين $M(1;0)$ و $N(-3;4)$.

$$f(1)=-1\times 1+1=-1+1=0$$
$$f(-3)=-1\times(-3)+1=3+1=4$$

4. حتى تنتمي النقطة $P\left(-1,\frac{3}{2}\right)$ إلى التمثيل البياني للدالة f ، يجب أن يكون $f(-1)=\frac{3}{2}$. لكن :

$$f(-1)=-1\times(-1)+1=1+1=2$$

أي $f(-1)\neq\frac{3}{2}$ و بالتالي فالنقطة P لا تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f.



حل التمرين رقم 10 للعودة إلى التمرين 10

1. صورة العدد 4 بالدالة f هي $-\frac{15}{2}$.

$$f(4) = -\frac{5}{2} \times 4 + \frac{5}{2} = \frac{-5 \times 4}{2 \times 1} + \frac{5}{2} = -\frac{20}{2} + \frac{5}{2} = -10 + \frac{5}{2} = \frac{-10\times\mathbf{2}}{1\times\mathbf{2}} + \frac{5}{2} = \frac{-20}{2} + \frac{5}{2} = \frac{-15}{2}$$

2. العدد الذي صورته 4 بالدالة f هو $-\frac{3}{5}$.

$f(x) = 4$ معناه $-\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} = 4$ منه

$$2 \times \left(-\frac{5}{2}\right) x + 2 \times \frac{5}{2} = 2 \times 4$$
$$-5x + 5 = 8$$
$$-5x = 8 - 5$$
$$-5x = 3$$
$$x = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$$

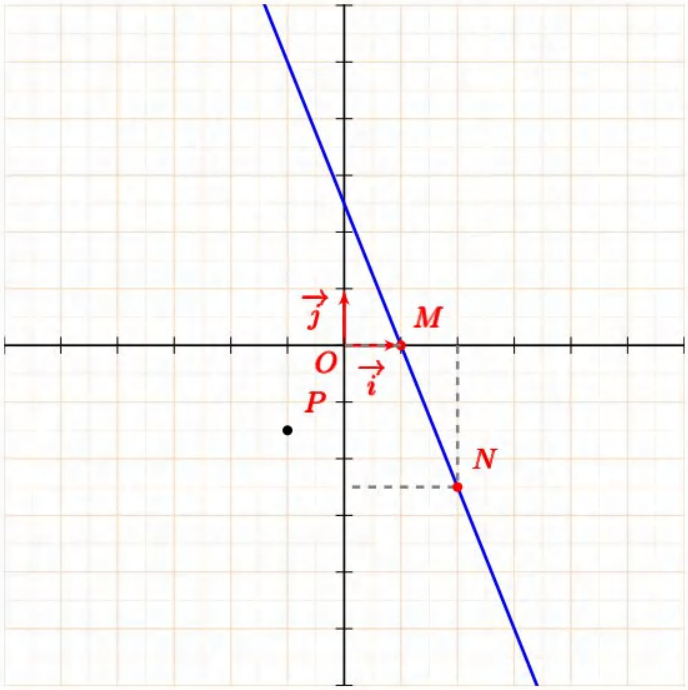
3. الدالة f تآلفية و بالتالي فتمثيلها البياني عبارة عن مستقيم يمر من النقطتين $M(1;0)$ و $N\left(2;-\frac{5}{2}\right)$.

$$f(1) = -\frac{5}{2} \times 1 + \frac{5}{2} = -\frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 0$$
$$f(2) = -\frac{5}{2} \times 2 + \frac{5}{2} = \frac{-5 \times 2}{2 \times 1} + \frac{5}{2} = -\frac{10}{2} + \frac{5}{2} = -5 + \frac{5}{2} = \frac{-5\times\mathbf{2}}{1\times\mathbf{2}} + \frac{5}{2} = \frac{-10}{2} + \frac{5}{2} = \frac{-5}{2}$$

4. حتى تنتمي النقطة $P\left(-1,-\frac{3}{2}\right)$ إلى التمثيل البياني للدالة f ، يجب أن يكون $f(-1) = -\frac{3}{2}$. لكن :

$$f(-1) = -\frac{5}{2} \times (-1) + \frac{5}{2} = \frac{5}{2} + \frac{5}{2} == \frac{5+5}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

أي $f(-1) \neq -\frac{3}{2}$ و بالتالي فالنقطة P لا تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f.



حل التمرين رقم 11 للعودة إلى التمرين 11

1. صورة العدد -1 بالدالة f هي 19.

$$f(-1) = -\frac{15}{2} \times (-1) + \frac{23}{2} = \frac{15}{2} + \frac{23}{2} == \frac{15+23}{2} = \frac{38}{2} = 19$$

2. العدد الذي صورته -1 بالدالة f هو $\frac{5}{3}$.

$f(x) = -1$ معناه $-\frac{15}{2}x + \frac{23}{2} = -1$ منه

$$2 \times \left(-\frac{15}{2}\right) x + 2 \times \frac{23}{2} = 2 \times (-1)$$
$$-15x + 23 = -2$$
$$-15x = -2 - 23$$
$$-15x = -25$$
$$x = \frac{-25}{-15} = \frac{5}{3}$$

3. الدالة f تآلفية و بالتالي فتمثيلها البياني عبارة عن مستقيم يمر من النقطتين $M(1;4)$ و $N\left(2;-\frac{7}{2}\right)$.

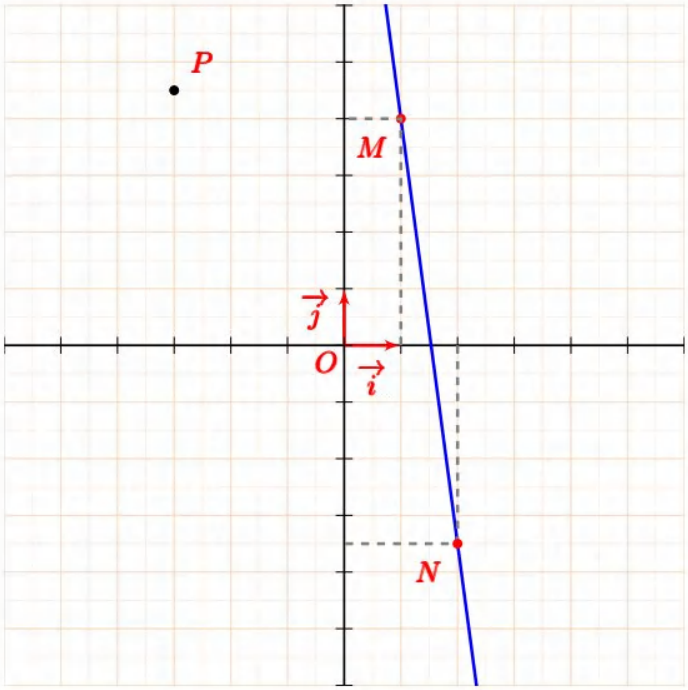
$$f(1) = -\frac{15}{2} \times 1 + \frac{23}{2} = -\frac{15}{2} + \frac{23}{2} == \frac{-15+23}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$f(2) = -\frac{15}{2} \times 2 + \frac{23}{2} = \frac{-15 \times 2}{2 \times 1} + \frac{23}{2} = -\frac{30}{2} + \frac{23}{2} = -15 + \frac{23}{2} = \frac{-15\times\mathbf{2}}{1\times\mathbf{2}} + \frac{23}{2} = \frac{-30}{2} + \frac{23}{2} = \frac{-7}{2}$$

4. حتى تنتمي النقطة $P\left(-3,\frac{9}{2}\right)$ إلى التمثيل البياني للدالة f ، يجب أن يكون $f(-3) = \frac{9}{2}$. لكن :

$$f(-3) = -\frac{15}{2} \times (-3) + \frac{23}{2} = \frac{-15 \times (-3)}{2 \times 1} + \frac{23}{2} = \frac{45}{2} + \frac{23}{2} == \frac{45+23}{2} = \frac{68}{2} = 34$$

أي $f(-3) \neq \frac{9}{2}$ و بالتالي فالنقطة P لا تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f.



حل التمرين رقم 12 للعودة إلى التمرين 12

1. صورة العدد -1 بالدالة f هي 2.

$$f(-1) = -\frac{1}{2} \times (-1) + \frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} == \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

2. العدد الذي صورته -5 بالدالة f هو 13.

$f(x) = -5$ معناه $-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = -5$ منه

$$2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) x + 2 \times \frac{3}{2} = 2 \times (-5)$$
$$-x + 3 = -10$$
$$-x = -10 - 3$$
$$-x = -13$$
$$x = 13$$

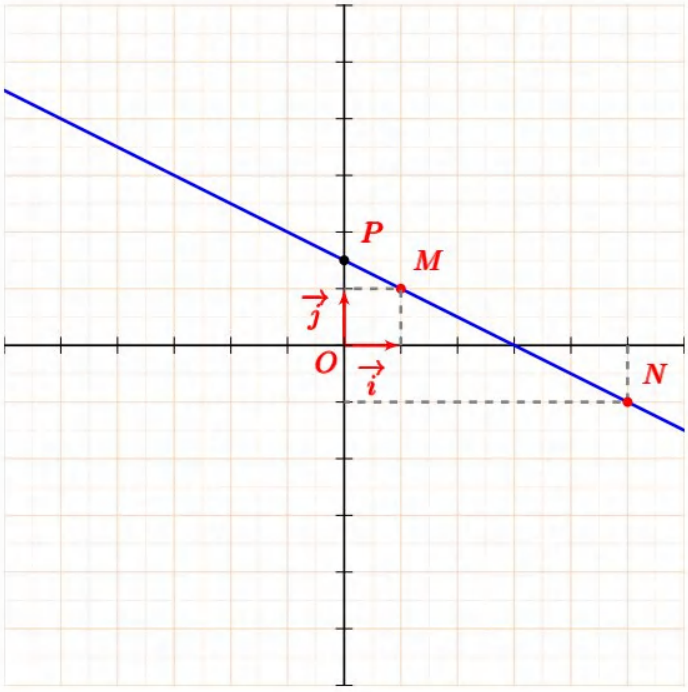
3. الدالة f تآلفية و بالتالي فتمثيلها البياني عبارة عن مستقيم يمر من النقطتين $M(1;1)$ و $N(5;-1)$.

$$f(1) = -\frac{1}{2} \times 1 + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} == \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$
$$f(5) = -\frac{1}{2} \times 5 + \frac{3}{2} = \frac{-1 \times 5}{2 \times 1} + \frac{3}{2} = -\frac{5}{2} + \frac{3}{2} == \frac{-5+3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

4. حتى تنتمي النقطة $P\left(0, \frac{3}{2}\right)$ إلى التمثيل البياني للدالة f ، يجب أن يكون $f(0) = \frac{3}{2}$. لكن :

$$f(0) = -\frac{1}{2} \times 0 + \frac{3}{2} = 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

أي $f(0) = \frac{3}{2}$ و بالتالي فالنقطة P تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f.



حل التمرين رقم 13 للعودة إلى التمرين 13

1. صورة العدد 3 بالدالة f هي -3.

$f(3) = -3 \times 3 + 6 = -9 + 6 = -3$

2. العدد الذي صورته 4 بالدالة f هو $\frac{2}{3}$.

$f(x) = 4$ معناه $-3x + 6 = 4$ منه

$-3x = 4 - 6$

$-3x = -2$

$x = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$

3. الدالة f تآلفية و بالتالي فتمثيلها البياني عبارة عن مستقيم يمر من النقطتين $M(1;3)$ و $N(2;0)$.

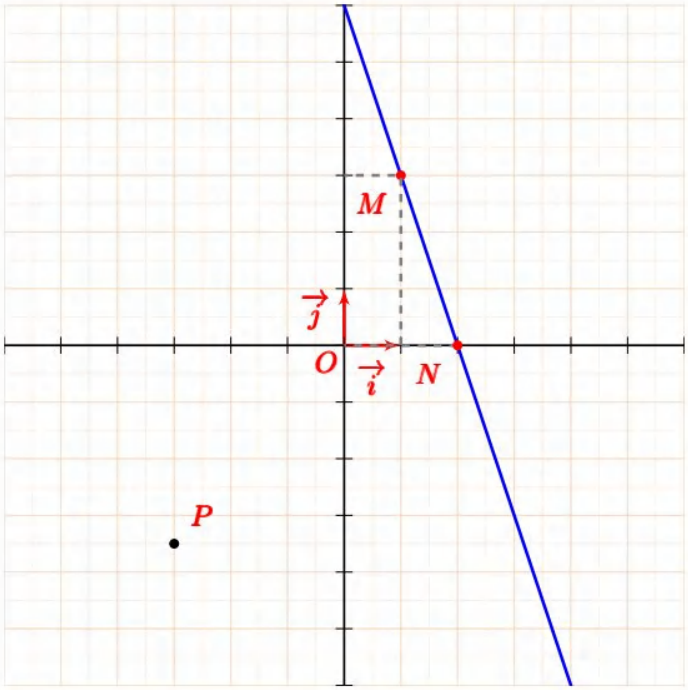
$f(1) = -3 \times 1 + 6 = -3 + 6 = 3$

$f(2) = -3 \times 2 + 6 = -6 + 6 = 0$

4. حتى تنتمي النقطة $P\left(-3, -\frac{7}{2}\right)$ إلى التمثيل البياني للدالة f ، يجب أن يكون $f(-3) = -\frac{7}{2}$. لكن :

$f(-3) = -3 \times (-3) + 6 = 9 + 6 = 15$

أي $f(-3) \neq -\frac{7}{2}$ و بالتالي فالنقطة P لا تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f.



حل التمرين رقم 14 للعودة إلى التمرين 14

1. صورة العدد -1 بالدالة f هي 2.

$$f(-1)=\frac{3}{2}\times(-1)+\frac{7}{2}=-\frac{3}{2}+\frac{7}{2}==\frac{-3+7}{2}=\frac{4}{2}=2$$

2. العدد الذي صورته -2 بالدالة f هو $-\frac{11}{3}$.

$f(x)=-2$ معناه $\frac{3}{2}x+\frac{7}{2}=-2$ منه

$$2\times\left(\frac{3}{2}\right)x+2\times\frac{7}{2}=2\times(-2)$$
$$3x+7=-4$$
$$3x=-4-7$$
$$3x=-11$$
$$x=\frac{-11}{3}=-\frac{11}{3}$$

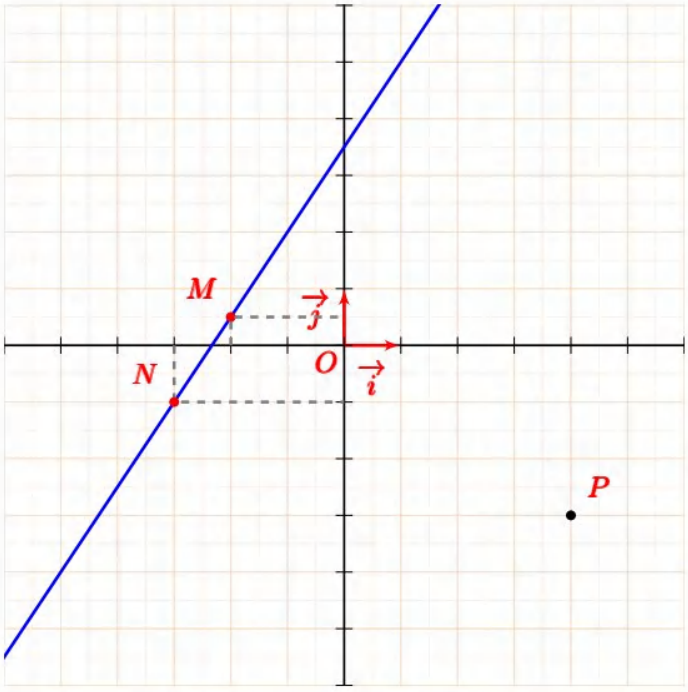
3. الدالة f تآلفية و بالتالي فتمثيلها البياني عبارة عن مستقيم يمر من النقطتين $M\left(-2;\frac{1}{2}\right)$ و $N(-3;-1)$.

$$f(-2)=\frac{3}{2}\times(-2)+\frac{7}{2}=\frac{3\times(-2)}{2\times1}+\frac{7}{2}=-\frac{6}{2}+\frac{7}{2}=\frac{-3\times\mathbf{2}}{1\times\mathbf{2}}+\frac{7}{2}=\frac{-6}{2}+\frac{7}{2}=\frac{1}{2}$$
$$f(-3)=\frac{3}{2}\times(-3)+\frac{7}{2}=\frac{3\times(-3)}{2\times1}+\frac{7}{2}=-\frac{9}{2}+\frac{7}{2}==\frac{-9+7}{2}=\frac{-2}{2}=-1$$

4. حتى تنتمي النقطة $P(4,-3)$ إلى التمثيل البياني للدالة f ، يجب أن يكون $f(4)=-3$. لكن :

$$f(4)=\frac{3}{2}\times4+\frac{7}{2}=\frac{3\times4}{2\times1}+\frac{7}{2}=\frac{12}{2}+\frac{7}{2}=6+\frac{7}{2}=\frac{6\times\mathbf{2}}{1\times\mathbf{2}}+\frac{7}{2}=\frac{12}{2}+\frac{7}{2}=\frac{19}{2}$$

أي $f(4)\neq-3$ و بالتالي فالنقطة P لا تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f.



حل التمرين رقم 15 للعودة إلى التمرين 15

1. صورة العدد 4 بالدالة f هي $\frac{21}{8}$.

$$f(4)=\frac{7}{8}\times 4-\frac{7}{8}=\frac{7\times 4}{8\times 1}-\frac{7}{8}=\frac{28}{8}-\frac{7}{8}=\frac{7\times\mathbf{4}}{2\times\mathbf{4}}-\frac{7}{8}=\frac{28}{8}-\frac{7}{8}=\frac{21}{8}$$

2. العدد الذي صورته 5 بالدالة f هو $\frac{47}{7}$.

$f(x)=5$ معناه $\frac{7}{8}x-\frac{7}{8}=5$ منه

$$8\times\frac{7}{8}x+8\times\left(-\frac{7}{8}\right)=8\times 5$$
$$7x-7=40$$
$$7x=40+7$$
$$7x=47$$
$$x=\frac{47}{7}=\frac{47}{7}$$

3. الدالة f تآلفية و بالتالي فتمثيلها البياني عبارة عن مستقيم يمر من النقطتين $M(1;0)$ و $N\left(-3;-\frac{7}{2}\right)$.

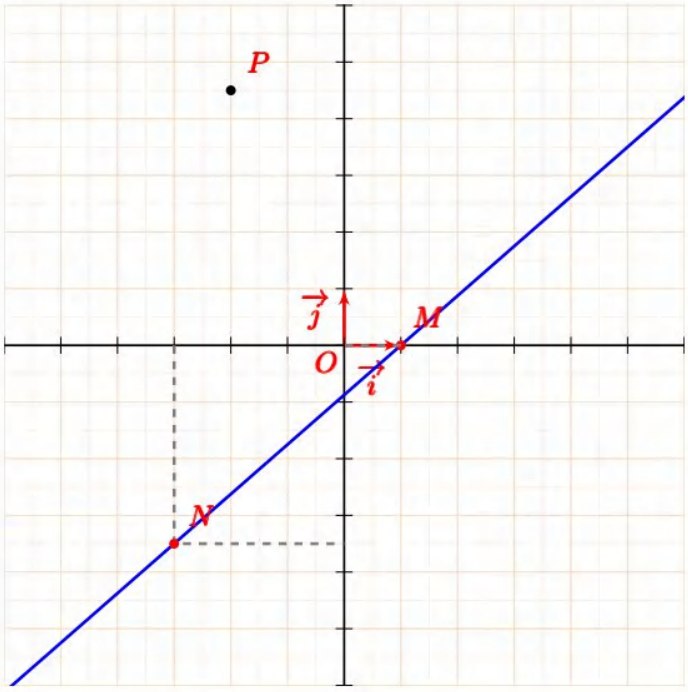
$$f(1)=\frac{7}{8}\times 1-\frac{7}{8}=\frac{7}{8}-\frac{7}{8}=0$$

$$f(-3)=\frac{7}{8}\times(-3)-\frac{7}{8}=\frac{7\times(-3)}{8\times 1}-\frac{7}{8}=-\frac{21}{8}-\frac{7}{8}=\frac{-21-7}{8}=-\frac{28}{8}=\frac{-21+(-7)}{8}=$$
$$-\frac{-28}{8}=-\frac{-28\div\mathbf{4}}{8\div\mathbf{4}}-\frac{-7}{2}$$

4. حتى تنتمي النقطة $P\left(-2;\frac{9}{2}\right)$ إلى التمثيل البياني للدالة f ، يجب أن يكون $f(-2)=\frac{9}{2}$. لكن :

$$f(-2)=\frac{7}{8}\times(-2)-\frac{7}{8}=\frac{7\times(-2)}{8\times 1}-\frac{7}{8}=-\frac{14}{8}-\frac{7}{8}=\frac{-7\times\mathbf{2}}{4\times\mathbf{2}}-\frac{7}{8}=\frac{-14}{8}-\frac{7}{8}=\frac{-21}{8}$$

أي $f(-2)\neq\frac{9}{2}$ و بالتالي فالنقطة P لا تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f.



حل التمرين رقم 16

للعودة إلى التمرين 16

1. صورة العدد -4 بالدالة f هي $-\frac{8}{3}$.

$$f(-4)=\frac{1}{3}\times(-4)-\frac{4}{3}=\frac{1\times(-4)}{3\times1}-\frac{4}{3}=-\frac{4}{3}-\frac{4}{3}=\frac{-4-4}{3}=-\frac{8}{3}$$

2. العدد الذي صورته 0 بالدالة f هو 4.

$f(x)=0$ معناه $\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}=0$ منه

$$3\times\frac{1}{3}x+3\times\left(-\frac{4}{3}\right)=3\times0$$
$$x-4=0$$
$$x=0+4$$
$$x=4$$

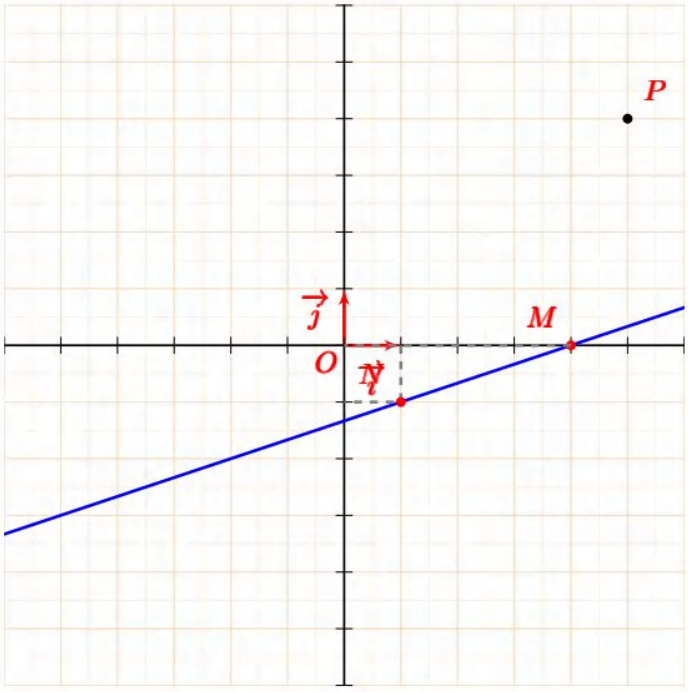
3. الدالة f تآلفية و بالتالي فتمثيلها البياني عبارة عن مستقيم يمر من النقطتين $M(4;0)$ و $N(1;-1)$.

$$f(4)=\frac{1}{3}\times4-\frac{4}{3}=\frac{1\times4}{3\times1}-\frac{4}{3}=\frac{4}{3}-\frac{4}{3}=0$$
$$f(1)=\frac{1}{3}\times1-\frac{4}{3}=\frac{1}{3}-\frac{4}{3}=\frac{1-4}{3}=\frac{-3}{3}=-1$$

4. حتى تنتمي النقطة $P(5,4)$ إلى التمثيل البياني للدالة f ، يجب أن يكون $f(5)=4$. لكن :

$$f(5)=\frac{1}{3}\times5-\frac{4}{3}=\frac{1\times5}{3\times1}-\frac{4}{3}=\frac{5}{3}-\frac{4}{3}=\frac{5-4}{3}=\frac{1}{3}$$

أي $f(5)\neq4$ و بالتالي فالنقطة P لا تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f.



حل التمرين رقم 17 للعودة إلى التمرين 17

1. صورة العدد -2 بالدالة f هي $\frac{27}{10}$.

$$f(-2)=\frac{3}{5}\times(-2)+\frac{39}{10}=\frac{3\times(-2)}{5\times 1}+\frac{39}{10}=-\frac{6}{5}+\frac{39}{10}=\frac{-6\times\mathbf{2}}{5\times\mathbf{2}}+\frac{39}{10}=\frac{-12}{10}+\frac{39}{10}=\frac{27}{10}$$

2. العدد الذي صورته 1 بالدالة f هو $-\frac{29}{6}$.

$f(x)=1$ معناه $\frac{3}{5}x+\frac{39}{10}=1$ منه

$$10\times\frac{3}{5}x+10\times\frac{39}{10}=10\times 1$$
$$6x+39=10$$
$$6x=10-39$$
$$6x=-29$$
$$x=\frac{-29}{6}=-\frac{29}{6}$$

3. الدالة f تآلفية و بالتالي فتمثيلها البياني عبارة عن مستقيم يمر من النقطتين $M\left(1;\frac{9}{2}\right)$ و $N\left(-4;\frac{3}{2}\right)$.

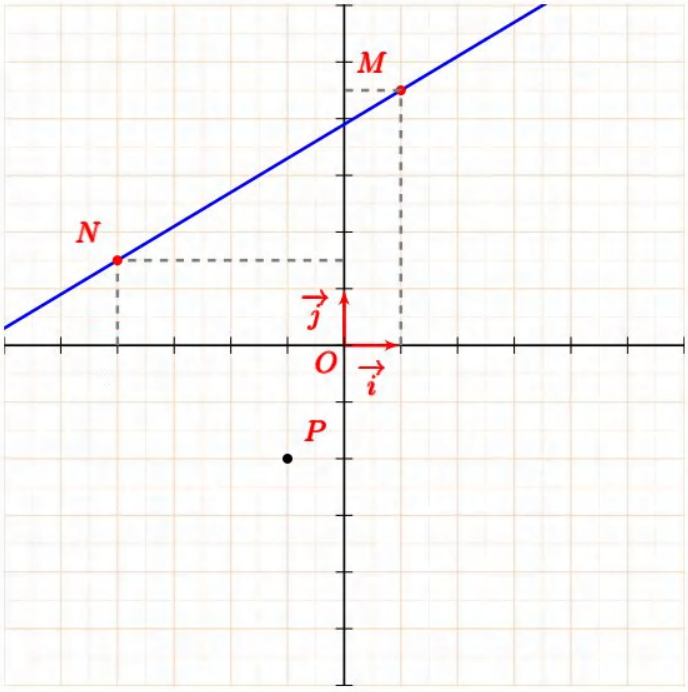
$$f(1)=\frac{3}{5}\times 1+\frac{39}{10}=\frac{3}{5}+\frac{39}{10}=\frac{3\times\mathbf{2}}{5\times\mathbf{2}}+\frac{39}{10}=\frac{6}{10}+\frac{39}{10}=\frac{45}{10}=\frac{45\div\mathbf{5}}{10\div\mathbf{5}}=\frac{9.0}{2.0}$$

$$f(-4)=\frac{3}{5}\times(-4)+\frac{39}{10}=\frac{3\times(-4)}{5\times 1}+\frac{39}{10}=-\frac{12}{5}+\frac{39}{10}=\frac{-12\times\mathbf{2}}{5\times\mathbf{2}}+\frac{39}{10}=\frac{-24}{10}+\frac{39}{10}=\frac{15}{10}=\frac{15\div\mathbf{5}}{10\div\mathbf{5}}=\frac{3.0}{2.0}$$

4. حتى تنتمي النقطة $P(-1;-2)$ إلى التمثيل البياني للدالة f ، يجب أن يكون $f(-1)=-2$. لكن :

$$f(-1)=\frac{3}{5}\times(-1)+\frac{39}{10}=-\frac{3}{5}+\frac{39}{10}=\frac{-3\times\mathbf{2}}{5\times\mathbf{2}}+\frac{39}{10}=\frac{-6}{10}+\frac{39}{10}=\frac{33}{10}$$

أي $f(-1)\neq -2$ و بالتالي فالنقطة P لا تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f.



حل التمرين رقم 18 للعودة إلى التمرين 18

حل التمرين رقم 19 للعودة إلى التمرين 19

حل التمرين رقم 20 للعودة إلى التمرين 20

حل التمرين رقم 21 للعودة إلى التمرين 21

حل التمرين رقم 22 للعودة إلى التمرين 22

حل التمرين رقم 23 للعودة إلى التمرين 23

حل التمرين رقم 24 للعودة إلى التمرين 24

حل التمرين رقم 25 للعودة إلى التمرين 25

حل التمرين رقم **26** للعودة إلى التمرين 26

حل التمرين رقم **27** للعودة إلى التمرين 27

الجزء الثاني:

أنشطة هندسية

التمرين رقم 1 الحل موجود في الصفحة 19

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. وحدة الطول هي السنتيمتر (cm).

1. علم النقطتين $S\,(0;+4)$ و $P\,(-5;+2)$.
2. احسب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{PS}$ ثم استنتج الطول PS.
3. علما أن $OS=4$ و $OP=\sqrt{29}$، ما نوع المثلث POS ؟ علل.
4. احسب إحداثيتي النقطة T حيث $\overrightarrow{PS}=\overrightarrow{OT}$.
5. احسب إحداثيتي النقطة M، مركز تناظر الرباعي $STOP$.

التمرين رقم 2 الحل موجود في الصفحة 19

(I) رتب تصاعديا الأعداد $4\sqrt{5}$، $\sqrt{125}$ ، $\sqrt{45}$ مع التعليل.

(II) وحدة الطول هي السنتيمتر.

ABC مثلث حيث $AB=4\sqrt{5}$ ، $AC=\sqrt{125}$ و $BC=\sqrt{45}$.

1• ا) بين أن المثلث ABC قائم.

ب) احسب محيط هذا المثلث و اكتب النتيجة على الشكل $a\sqrt{5}$.

ج) احسب مساحة المثلث ABC.

2• نعتبر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

ا) عين موضع مركزها K بدقة مع التعليل.

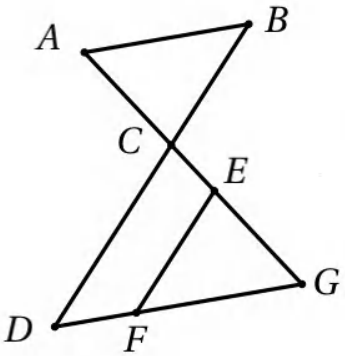
ب) احسب نصف قطر هذه الدائرة و اكتب النتيجة على الشكل $\frac{a\sqrt{c}}{b}$.

3• لتكن D النقطة بحيث يكون الرباعي $ACBD$ متوازي الأضلاع و النقطة O مركزه.

ا) بين أن المستقيمين (BC) و (OK) متوازيان.

ب) احسب الطول OK.

التمرين رقم 3 الحل موجود في الصفحة 20



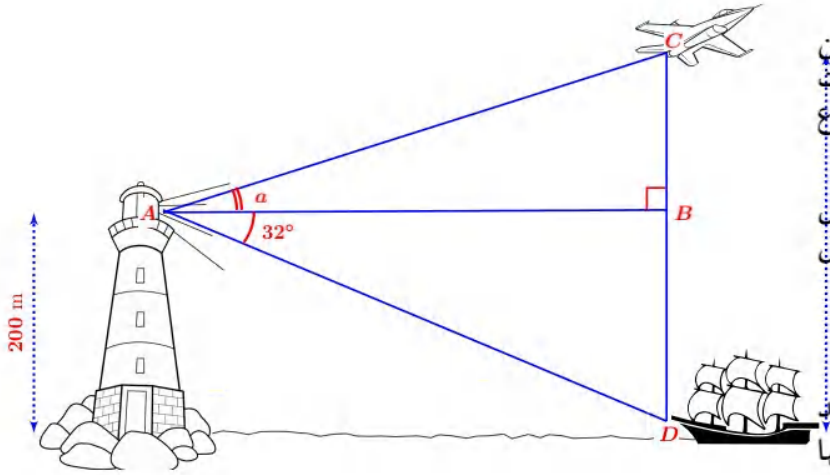
وحدة الطول هي السنتيمتر.

الشكل المقابل ليس مرسوما بالأبعاد الحقيقية حيث : $(AB)\,//\,(DG)$ ؛ $AB=4,2$ ؛ $AC=3$ ؛ $GD=6,3$ ؛ $GF=2,8$ ؛ $EG=2$.

1. احسب الطول CG.
2. هل المستقيمان (EF) و (CD) متوازيان ؟ علل.

التمرين رقم 4

الحل موجود في الصفحة 20



يقف راصد في أعلى برج مراقبة على ارتفاع 200 m.
شاهد الراصد سفينة تقترب من البرج و في نفس اللحظة مرت طائرة فوق السفينة على ارتفاع 293 m.

1. احسب المسافة التي تفصل السفينة عن البرج (الطول AB).
2. احسب الطول BC.
3. استنتج قيس زاوية الرصد $\widehat{BAC}$ التي رأى وفقها الطائرة.

التمرين رقم 5

الحل موجود في الصفحة 21

x هو قيس زاوية حادة حيث $\cos x = 0,6$.

1. احسب القيمة المضبوطة للعدد $\sin x$.
2. أنشئ، بدون استعمال المنقلة، زاوية قيسها x.

التمرين رقم 6

الحل موجود في الصفحة 21

1. ارسم مثلثا ABC متقايس الأضلاع طول ضلعه 4 cm.
2. أنشئ النقطة M ، صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.
3. ما نوع الرباعي $ABMC$ ؟ علل.
4. (ا) أنشئ النقطة N بحيث : $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.
   (ب) بين أن المثلث ANB متقايس الأضلاع.
5. (ا) بين أن : $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BN}$.
   (ب) ماذا تستنتج بالنسبة للنقطة B ؟
6. أتمم باستعمال نقط الشكل :

(ا) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \cdots$ (ب) $\overrightarrow{BN} + \overrightarrow{BC} = \cdots$ (ج) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MB} = \cdots$

التمرين رقم 7

الحل موجود في الصفحة 21

ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي A.

1. (ا) أنشئ النقطة D ، صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$.
   (ب) ما نوع الرباعي $ADBC$ ؟ علل.
2. (ا) أنشئ النقطة E بحيث : $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}$.

(ب) بين أن النقطة A هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث BCE.

3. أنشئ النقطة F ، نظيرة النقطة D بالنسبة إلى A.

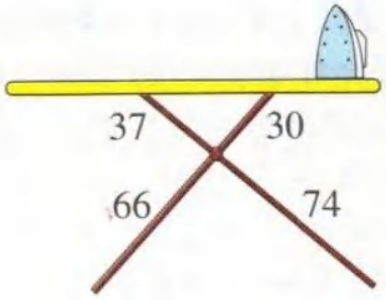
4. بين أن $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{EF}$.

5. أتمم باستعمال نقط الشكل :

(ا) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} = \cdots$ (ب) $\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{BD} = \cdots$ (ج) $\overrightarrow{CA} + \cdots = \overrightarrow{0}$.

التمرين رقم 8

الحل موجود في الصفحة 22



وحدة الطول هي السنتيمتر.

الشكل المقابل يمثل طاولة كيّ الملابس.

هل سطح هذه الطاولة أفقي (يوازي سطح الأرض) ؟ علل.

التمرين رقم 9

الحل موجود في الصفحة 22

(C) دائرة مركزها O و نصف قطرها r. $[AC]$ قطر لهذه الدائرة.
نرسم وترين $[AB]$ و $[AD]$ بحيث $\widehat{BAC} = 45°$ و $\widehat{CAD} = 30°$.

1. ما نوع المثلث ABC ؟

2. احسب الطول AB بدلالة r.

3. ما نوع المثلث COD ؟

(من ش.ت.م 1981).

التمرين رقم 10

الحل موجود في الصفحة 22

1. α هو قيس زاوية حادة. برهن ما يلي :

(ا) $(\cos\alpha + \sin\alpha)^2 = 1 + 2\sin\alpha\cos\alpha$ (ب) $(\cos\alpha + \sin\alpha)^2 + (\cos\alpha - \sin\alpha)^2 = 2$

2. ABC مثلث قائم في A . نضع $\widehat{ABC} = \alpha$ برهن أن : $\cos\alpha + \sin\alpha > 1$.

التمرين رقم 11

الحل موجود في الصفحة 22

(C) دائرة مركزها O و $[AC]$ قطر لها حيث $AC = 7\,\text{cm}$.
B نقطة من الدائرة (C) بحيث $AB = 3\,\text{cm}$.

1. أنشئ الشكل.

2. احسب قيس الزاوية $\widehat{BCA}$ بالتدوير إلى الوحدة.

3. احسب الطول BC بالتدوير إلى المليمتر.

التمرين رقم 12

الحل موجود في الصفحة 22

التمرين رقم 13

الحل موجود في الصفحة 23

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
نعتبر النقط $A(1;0)$ ، $B(-2;4)$ ، $C(2,7)$.

1. علم النقط A ، B ، C.
2. احسب إحداثيتي النقطة M ، منتصف القطعة $[AC]$.
3. احسب الطول AB.
4. إذا علمت أن $AC=5\sqrt{2}$ و $BC=5$ فما نوع المثلث ABC ؟
5. احسب إحداثيتي النقطة D بحيث $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$.

التمرين رقم 14

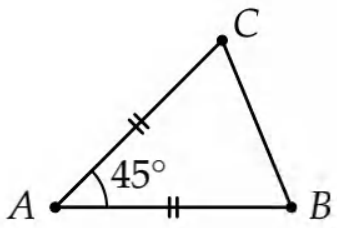
الحل موجود في الصفحة 23

$[AB]$ قطعة مستقيم حيث $AB=4\,\text{cm}$.

1. أنشئ النقطة C ، صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $90°$ في الاتجاه الموجب.
2. ما نوع المثلث ABC ؟ علل.

التمرين رقم 15

الحل موجود في الصفحة 23



1. بين أن C هي صورة B بدوران يطلب تعيين مميزاته.
2. أنشئ النقطة D ، صورة A بالدوران الذي مركزه C و زاويته $45°$ في الاتجاه السالب.
3. بين أن D هي صورة A بانسحاب يطلب تعيين شعاعه.

التمرين رقم 16

الحل موجود في الصفحة 24

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ النقطة $A(0;-4)$ و المستقيم (d) الذي معادلته $(d):y=3x+6$.

1. علم النقطة A و ارسم المستقيم (d).
2. بين بالحساب أن النقطتين $B(-2,0)$ و $C(-1;3)$ تنتميان إلى المستقيم (d).
3. لتكن النقطة $H(-3;-3)$.

(ا) هل النقطة H تنتمي إلى المستقيم (d) ؟ علل.
(ب) بين أن المثلث AHC قائم في H.
(ج) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم (d).

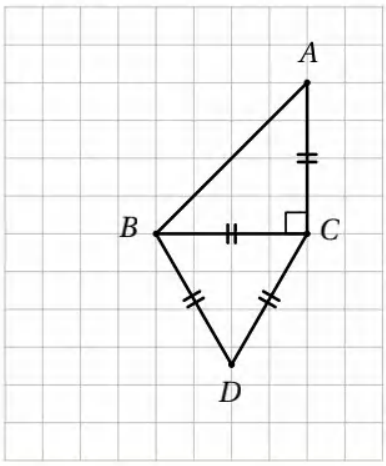
4. لتكن $(\mathcal{C})$ الدائرة التي مركزها A و تمس المستقيم (d).

(ا) ما هو نصف قطر الدائرة $(\mathcal{C})$ ؟
(ب) بين أن النقطة $E(3;-5)$ تنتمي إلى هذه الدائرة.

5. لتكن $(\mathcal{C}')$ صورة $(\mathcal{C})$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{HC}$.

(ا) جد إحداثيي النقطة I ، مركز الدائرة $(\mathcal{C}')$.
(ب) ما نوع الرباعي $AICH$ ؟ علل.

التمرين رقم 17 الحل موجود في الصفحة 25

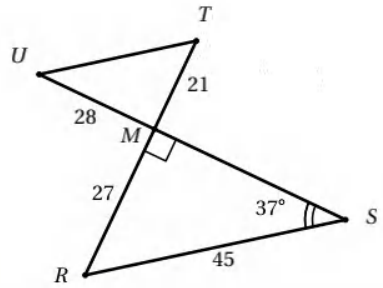


1. تأمل في الشكل المقابل ثم حدد مركز، زاوية و اتجاه الدوران الذي :

(ا) يحول A إلى B.
(ب) يحول B إلى C.
(ج) يحول D إلى A.

2. أنشئ صورة المثلث ABC بالدوران الذي مركزه B و زاويته $90°$ في الاتجاه الموجب.

التمرين رقم 18 الحل موجود في الصفحة 25



وحدة الطول هي السنتيمتر.
الشكل المقابل غير مرسوم بالقياسات الحقيقية.

1. احسب الطول MS بالتدوير إلى الوحدة.

2. بين أن المستقيمين (RS) و (TU) متوازيان.

التمرين رقم 19 الحل موجود في الصفحة 25

1. لتكن $\widehat{A}$ زاوية حادة بحيث $\cos\widehat{A}=\frac{12}{13}$.

احسب $\sin\widehat{A}$ و $\tan\widehat{A}$.

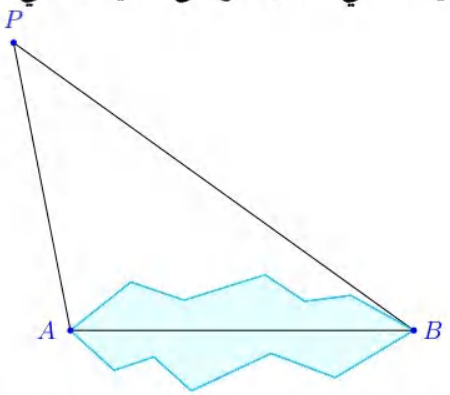
2. $\widehat{B}$ زاوية حادة بحيث $\tan\widehat{B}=2\sqrt{2}$.

احسب $\cos\widehat{B}$ و $\sin\widehat{B}$.

التمرين رقم 20

الحل موجود في الصفحة 26

تحلق طائرة P أفقيا و على ارتفاع $1050\,\text{m}$ قرب بحيرة تفصل بين مدينتين A و B كما هو ممثل في الشكل أدناه.
المسافة التي تفصل الطائرة عن المدينة A هي $1850\,\text{m}$ و عن المدينة B هي $2460\,\text{m}$.



جد قيس الزاوية التي يرى بها الطيار البحيرة و احسب طول البحيرة (الطول AB).

التمرين رقم 21

الحل موجود في الصفحة 26

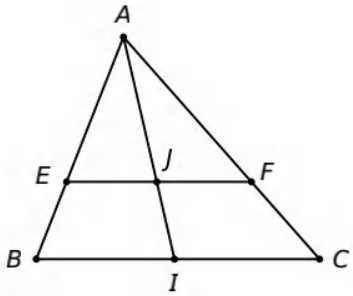
وحدة الطول هي السنتيمتر.
ABC مثلث بحيث $AB = 10$ ، $AC = 12$ و $BC = 16$. نسمي H المسقط العمودي للنقطة A على الضلع $[BC]$.
نضع $AH = h$ و $BH = x$.

1. بتطبيق نظرية فيثاغورث في المثلث ABH، عبّر عن h^2 بدلالة x .
2. بتطبيق نظرية فيثاغورث في المثلث ACH، جِد علاقة أخرى بين h^2 و x .
3. حُل جملة المعادلتين التي تحصلت عليها في السؤالين السابقين.
4. جِد أقياس زوايا المثلث ABC .
5. احسب مساحة المثلث ABC .

التمرين رقم 22

الحل موجود في الصفحة 26

تأمل في الشكل التالي الذي فيه : $(EF) // (BC)$ ، $AE = 5$ ، $EB = 3$ ، $AI = 6$ ، $FC = 4$ ، $EF = 7$ ، $IC = 8$.

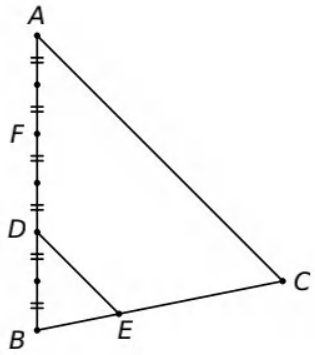


احسب الأطوال AJ ، AC ، JF و BI.

التمرين رقم 23

الحل موجود في الصفحة 27

تأمل في الشكل التالي الذي فيه :
$AF = FD = DB$ ، $(DE) // (AC)$ و مساحة المثلث BDE تساوي $6\,\text{cm}^2$.



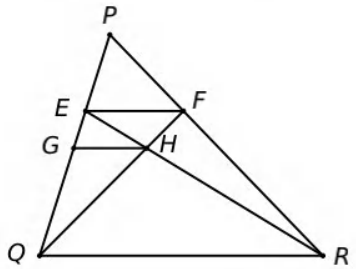
احسب مساحة شبه المنحرف $ACED$.

التمرين رقم 24

الحل موجود في الصفحة 27

تأمل في الشكل التالي الذي فيه :

المستقيمات (EF) ، (GH) ، (QR) متوازية ؛ $PE = \frac{1}{3}PQ = 3\,\text{cm}$ ؛ $FR = 8\,\text{cm}$ ؛ $QR = 15\,\text{cm}$ ؛ $QE = 6\,\text{cm}$ ؛ $HR = 9,6\,\text{cm}$.



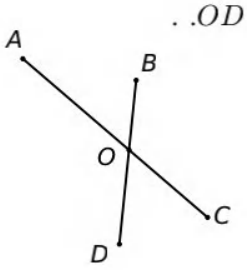
احسب الأطوال EF ، PF ، EH ، GH و GQ.

التمرين رقم 25

الحل موجود في الصفحة 28

تأمل في الشكل التالي الذي فيه :

$OA = 85$ ؛ $OB = 39$ ؛ $OC = 51$ ؛ $OD = 65$.



هل الرباعي (غير المتصالب) $ABCD$

1. متوازي الأضلاع ؟ علل.
2. شبه منحرف ؟ علل.

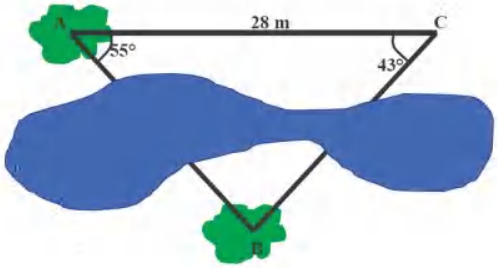
التمرين رقم 26

الحل موجود في الصفحة 28

باستعمال مسطرة غير مدرجة و مدور فقط، قسِّم القطعة $[AB]$ إلى 5 أجزاء متقايسة مع شرح الطريقة.

التمرين رقم 27 الحل موجود في الصفحة 28

يريد محمد حساب المسافة بين شجرتين A و B تفصل بينهما بحيرة. من أجل ذلك، يقف في نقطة تبعد عن A بـ $28\,\text{m}$ بحيث يمكنه رؤية الشجرتين من هذه النقطة.
من النقطة C ، يقيس بالمزولة (Le théodolite) الزاوية $\widehat{ACB} = 43°$ و من النقطة A ، يقيس الزاوية $\widehat{CAB} = 55°$.



1. اشرح لماذا لا يمكن تطبيق النسب المثلثية في المثلث ABC.
2. لهذا السبب، قرر محمد رسم الارتفاع $[BH]$ المتعلق بالضلع $[AC]$ في المثلث ABC.
   نضع $AH = x$ و $BH = h$.
   احسب x و h بالتدوير إلى الجزء من مائة.
3. احسب المسافة بين الشجرتين بالتدوير إلى $0,01$.

التمرين رقم 28 الحل موجود في الصفحة 29

1. علم، في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$ ، النقط $A\,(3;-2)$ ، $B\,(-1;4)$ و $C\,(5;2)$.
2. حدد إحداثيتي النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.
3. حدد إحداثيتي مركز متوازي الأضلاع $ABCD$.

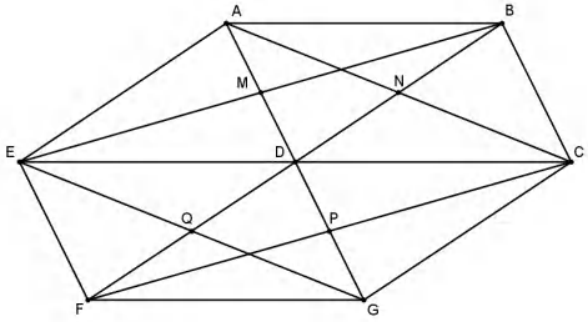
التمرين رقم 29 الحل موجود في الصفحة 29

1. علم، في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$ ، النقط $F\,(-1;2)$ ، $H\,(1;3)$ ، $K\,(3;-5)$ و $L\,(-2;-2)$.
2. حدد معادلة ديكارتية لكل من المستقيمين (FH) و (KL).
3. حدد إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيمين (FH) و (KL).
4. حدد إحداثيتي النقطة J ، نقطة تقاطع المستقيم (KL) مع حامل محور الفواصل.

التمرين رقم 30 الحل موجود في الصفحة 30

نعتبر الشكل أدناه الذي فيه

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{FG}$
- $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DG}$



1. بين، باستعمال المعطيات و علاقة شال، أن $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EG}$ و استنتج طبيعة الرباعي $ACGE$.
2. أتمم، إن أمكن، المساويات التالية :

(ا) $\overrightarrow{AM} = \cdots \overrightarrow{MG}$ (ب) $\overrightarrow{DQ} = \cdots \overrightarrow{DB}$

(ج) $\overrightarrow{EM} = \cdots \overrightarrow{ED}$ (د) $\overrightarrow{FB} = \cdots \overrightarrow{AE}$

(ه) $\overrightarrow{BB} = \cdots \overrightarrow{EN}$ (و) $\overrightarrow{DQ} = \cdots \overrightarrow{DN}$

3. حدد ممثلا للأشعة التالية باستعمال نقط الشكل فقط : (ا) $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{PD}$ (ب) $\overrightarrow{FC} - \overrightarrow{ED} - \overrightarrow{PG}$

(ج) $\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{QE} + \overrightarrow{FP}$ (د) $\overrightarrow{QD} - \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GQ}$

التمرين رقم 31

الحل موجود في الصفحة 31

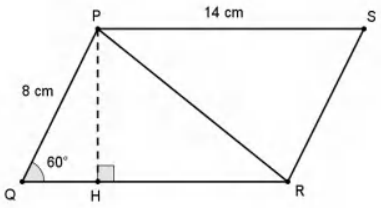
سلم طوله $3,50\,\text{m}$ ، يستند إلى جدار و يصنع معه زاوية قيسها $20°$.

1. احسب ارتفاع نقطة تماس السلم مع الجدار عن سطح الأرض.
2. حدد ارتفاع منتصف السلم عن الأرض بالتدوير إلى السنتيمتر.
3. احسب المسافة بين أسفل السلم و الجدار.

التمرين رقم 32

الحل موجود في الصفحة 31

تأمل في الشكل ثم احسب :



1. طول الارتفاع $[PH]$.
2. طول القطر $[PR]$.
3. مساحة متوازي الأضلاع $PQRS$.

التمرين رقم 33

الحل موجود في الصفحة 32

ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي A ، فيه طول الارتفاع المتعلق بالقاعدة $[BC]$ يساوي طول هذه القاعدة.
احسب أقياس زوايا هذا المثلث بالتدوير إلى 10^{-2}.

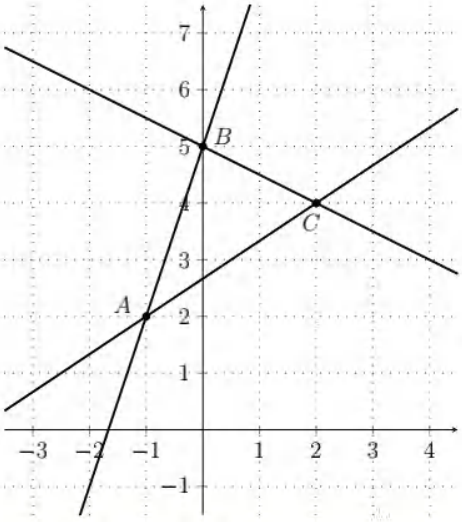
التمرين رقم 34

الحل موجود في الصفحة 32

رأى راصد من نقطة B على سطح الأرض برجا بزاوية قيسها $18°$ و رأى راصد آخر هذا البرج من الجهة المقابلة من نقطة C و بزاوية قيسها $14°$.
احسب ارتفاع البرج إذا علمت أن المسافة بين الراصدين هي $BC = 200\,\text{m}$ (نهمل قامتيْ الراصدين أي نعتبر أن أعينهما في مستوى سطح الأرض).

التمرين رقم 35

الحل موجود في الصفحة 33



1. حدد معادلة ديكارتية لكل من (AB) ، (AC) و (BC).
2. حدد، من كل مستقيم، نقطتين إحداثيتيْ كل منهما أعداد صحيحة.
3. هل النقطة $P\,(2018; 1348)$ تنتمي إلى أحد هذه المستقيمات؟

التمرين رقم 36

الحل موجود في الصفحة 33

نعتبر عائلة المستقيمات $(d_m) : 3x - my + 2m = 0$ حيث m وسيط حقيقي.

1. حدد قيمة m حتى يمر المستقيم (d_m) من النقطة $A\,(-5; 9)$ ثم اكتب معادلة هذا المستقيم في أبسط شكل.
   مثل بيانيا هذا المستقيم في معلم متعامد متجانس وحدته $0,5\,\text{cm}$.
2. حدد قيمة m حتى يكون معامل توجيه المستقيم (d_m) يساوي $-\frac{1}{2}$ ثم اكتب معادلته في أبسط شكل.
   مثل بيانيا هذا المستقيم في المعلم السابق.
3. بين أن النقطة $I\,(0; 2)$ تنتمي إلى كل المستقيمات (d_m).
   هل النقطة $J\,(1; 2)$ تنتمي إلى كل المستقيمات (d_m) ؟

التمرين رقم 37

الحل موجود في الصفحة 34

في معلم متعامد و متجانس، علم النقط التالية :
$A\,(-2; 3)$ ؛ $B\,(1; 4)$ ؛ $C\,(-3; -2)$ ؛ $D\,(0; -1)$.

1. احسب مركبتي كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$.
2. استنتج نوع الرباعي $ABDC$.

التمرين رقم 38 الحل موجود في الصفحة 34

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس.

1. علم النقط : $A(1;3)$ ؛ $B(-3;-2)$ ؛ $C(4;1)$.
2. جِد مركبتي كل من $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ حسابيا و بيانيا.
3. $\vec{V}\begin{pmatrix}8-x\\y+9\end{pmatrix}$ شعاع في هذا المستوي بحيث $\vec{V}$.
   احسب العددين x و y علما أن $\vec{V}=\overrightarrow{AC}$.

التمرين رقم 39 الحل موجود في الصفحة 34

$\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1. علم النقط : $A(3;7)$ ؛ $B(3;-3)$ ؛ $C(-1;-1)$.
2. احسب الأطوال AB ، AC و BC.
3. بين أن المثلث ABC قائم.
4. ارسم الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ثم احسب احداثيتي مركزها E.
5. بين أن المستقيم (AC) مماس للدائرة التي قطرها $[BC]$.

التمرين رقم 40 الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

1. علم النقط : $A(2;2)$ ؛ $B(-3;-1)$ ؛ $C(5;-3)$.
2. احسب الطول AB.
3. علما أن $AC=\sqrt{34}$ و $BC=2\sqrt{17}$، ما نوع المثلث ABC ؟
4. احسب إحداثيتي النقطة D حيث $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}$.
5. ما نوع الرباعي $ABDC$ ؟ احسب إحداثيتي النقطة M ، نقطة تلاقي قطريه.

التمرين رقم 41 الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
وحدة الطول هي السنتيمتر.

1. علم النقط : $A(-3;2)$ ؛ $B(-2;4)$ ؛ $C(2;2)$.
2. ما نوع المثلث ABC ؟ علل.
3. محور الضلع $[BC]$ يقطعه في H و يقطع الضلع $[AC]$ في G.
   – احسب إحداثيتي النقطة H.
4. استنتج مما سبق الطول GH.
5. عين النقطة D، نظيرة B بالنسبة إلى G.
   – ما نوع الرباعي الناتج ؟ علل.

6. احسب إحداثيتي النقطة D.

التمرين رقم 42

الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. علم النقط $A(-3;4)$ ، $B(-2;1)$ ، $C(3;-3)$ ، $D(6;2)$.
2. احسب مركبتي الشعاع $\vec{u}$ حيث $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$.
3. علم النقطة I حيث $\overrightarrow{OI}=\vec{u}$.

التمرين رقم 43

الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

A نقطة خاضعة لثلاث قوى ممثلة بالأشعة $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ و $\vec{w}$ حيث $A(3;-1)$ ، $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ ، $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\-3\end{pmatrix}$ ، $\vec{w}\begin{pmatrix}-4\\1\end{pmatrix}$.

1. مثل هذه المعطيات.
2. ما هي محصلة القوى التي تخضع لها النقطة A ؟ ماذا تستنتج ؟
3. احسب شدة كل قوة.

التمرين رقم 44

الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. علم النقط $A(-2;2)$ ، $B(2;-1)$ ، $C(5;3)$ ، $D(1;6)$.
2. احسب إحداثيتي K ، منتصف $[AC]$.
3. احسب إحداثيتي L ، منتصف $[BD]$.
4. استنتج نوع الرباعي $ABCD$.
5. احسب الأطوال AB ، AC ، BC.
6. ما نوع المثلث ABC ؟ علل.
7. استنتج نوع الرباعي $ABCD$.

التمرين رقم 45

الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. علم النقط $A(-1;6)$ ، $B(7;-2)$ ، $C(1;-2)$ ، $D(9;6)$.
2. بين أن النقطة $E(4;3)$ مركز دائرة تشمل النقط A ، B ، C و D. ما هو نصف قطر هذه الدائرة ؟
3. بين أن النقطة $M(4;1)$ تنتمي إلى القطعة $[AB]$ و إلى القطعة $[CD]$.
4. قارن بين $MA\times MB$ و $MC\times MD$.
5. بين أن $(BC)//(AD)$.

التمرين رقم 46

الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
وحدة الطول هي السنتيمتر.

1. علم النقط $A(-2;-3)$ ، $B(-4;4)$ ، $C(3;6)$.
2. احسب مركبتي كل من $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{BC}$.
3. (ا) احسب الأطوال AB ، AC و BC.
   (ب) ما نوع المثلث ABC ؟ علل.
4. لتكن النقطة D بحيث $ABCD$ متوازي الأضلاع.
   (ا) احسب إحداثيتي النقطة D.
   (ب) ما نوع الرباعي $ABCD$ ؟ علل.
5. عين مركز و نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.
6. بين أن النقطة D تنتمي إلى هذه الدائرة.
7. جد إحداثيتي E ، صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.
8. ما نوع الرباعي $ABEC$ ؟ علل.
9. احسب مساحة الرباعي $ABEC$.

التمرين رقم 47

الحل موجود في الصفحة 35

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس (وحدة الطول هي السنتيمتر).

1. علم النقط $A(-3;1)$ ، $B(0;4)$ ، $C(1;-3)$.
2. احسب مركبتَي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ثم استنتج الطول AB.
3. بين أن المثلث ABC قائم في A إذا علمت أن $AC=4\sqrt{2}$ و $BC=5\sqrt{2}$.
4. عيّن على الشكل النقطة D، صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ثم اقرأ إحداثيها.
5. احسب إحداثيي النقطة M ، مركز تناظر الرباعي $ABDC$.

التمرين رقم 48

الحل موجود في الصفحة 36

ABC مثلث كيفي. ترجم بمساواة شعاعية العبارات التالية ثم أنشئ النقط D ، E ، F ، G ، H.

1. D نظيرة B بالنسبة إلى A.
2. C منتصف القطعة $[BE]$.
3. F صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.
4. $BDGF$ متوازي الأضلاع.
5. H مركز متوازي الأضلاع $ADGC$.

التمرين رقم 49

الحل موجود في الصفحة 36

A ، B ، C ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة.

1. أنشئ النقطة D بحيث $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$.
2. أنشئ النقطة E بحيث $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{0}$.
3. استنتج نوع الرباعي $CEDB$.

التمرين رقم 50

الحل موجود في الصفحة 36

ABC مثلث قائم في A.
أنشئ النقط D ، E ، F ، G ، H و I بحيث :

$\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AC}$ ؛ $\overrightarrow{DE} = 2\overrightarrow{BC}$ ؛ $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF}$ ؛ $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AH}$ ؛ $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}$.

التمرين رقم 51

الحل موجود في الصفحة 37

$ABCD$ معين. مثِّل الأشعة التالية :

$\vec{u} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$ ؛ $\vec{v} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ ؛ $\vec{w} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB}$.

التمرين رقم 52

الحل موجود في الصفحة 37

$EFGH$ متوازي الأضلاع و I منتصف $[EF]$.

1. أنشئ الشكل.
2. (أ) ما هي صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ ؟
   (ب) ما هي صورة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ ؟ علِّل.
3. أنشئ النقطة J ، صورة I بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$.
   ماذا تمثل النقطة J بالنسبة للقطعة $[GH]$ ؟ علِّل.
4. أنشئ النقطة K بحيث $\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{EH}$.
   بين أن J منتصف $[EK]$.

التمرين رقم 53

الحل موجود في الصفحة 38

1. أنشئ متوازي الأضلاع $ABCD$ ثم النقط E ، F ، G و H بحيث :

$\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{0}$ ؛ $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ ؛ $2\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{CD}$ ؛ $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{FB}$.

2. ماذا تمثل النقط E ، F ، G ، H بالنسبة للقطع $[AB]$ ، $[BC]$ ، $[CD]$ ، $[DA]$ على الترتيب ؟
3. استنتج نوع الرباعي $EFGH$.

التمرين رقم 54

الحل موجود في الصفحة 38

A ، B ، C ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة.

1. (ا) أنشئ النقطة E بحيث $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BE}$.
   (ب) بين أن الرباعي $ABEC$ متوازي الأضلاع.
2. (ا) أنشئ النقطة G ، صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CA}$.
   (ب) بين أن A منتصف $[GC]$.
   (ج) استنتج $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AC}$.
3. (ا) أنشئ النقطة H بحيث $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AG}$.
   (ب) بين أن : $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{0}$.

التمرين رقم 55

الحل موجود في الصفحة 38

ABC مثلث كيفي.

1. عين النقطة H بحيث $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BH}$.
2. عين النقطة E بحيث $\overrightarrow{HC} = \overrightarrow{CE}$.
3. برهن أن $(AE) // (BC)$.

التمرين رقم 56

الحل موجود في الصفحة 39

ABC مثلث كيفي.

1. أنشئ النقطتين D و N بحيث :
   $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
2. بين أن B منتصف $[DN]$.

التمرين رقم 57

الحل موجود في الصفحة 39

1. ارسم مثلثا MEC ثم عين K ، منتصف $[CM]$.
2. أنشئ النقطة N ، نظيرة E بالنسبة إلى K.
3. بين أن $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{EM}$.
4. (ا) أنشئ النقطة D ، صورة النقطة M بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CN}$.
   (ب) ماذا تمثل النقطة M بالنسبة للقطعة $[ED]$ ؟ علل.
5. أتمم المساويات التالية باستعمال نقط الشكل :
   (ا) $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{MD} = \dots$ (ب) $\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{ND} = \dots$ (ج) $\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EC} = \dots$.

التمرين رقم 58

الحل موجود في الصفحة 39

EFG مثلث كيفي.

1. أنشئ النقطة K ، صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FG}$.
2. أنشئ النقطة L حيث $\overrightarrow{EK}+\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{EL}$.
3. بين أن النقطة G منتصف القطعة $[FL]$.

التمرين رقم 59

الحل موجود في الصفحة 39

المستوي مزود بمعلم م.م $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. وحدة الطول هي السنتيمتر.

1. علم النقط $A(-3;2)$ ، $D(4;3)$ و $F(5;-4)$.
2. بين أن المثلث ADF متساوي الساقين رأسه الأساسي D علما أن $DF=\sqrt{50}$.
3. بين أن F هي صورة A بدوران يُطلب تحديد عناصره.
4. احسب إحداثيتي النقطة E حتى يكون الرباعي $DAEF$ معينا.

التمرين رقم 60

الحل موجود في الصفحة 40

1. أنشئ مثلثا ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي A بحيث $BC=4\,\text{cm}$ و $\widehat{ABC}=43°$.
2. أنشئ E ، صورة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $180°$.
3. بين نوع المثلث BEC ثم ارسم الدائرة المحيطة به.
4. احسب قيس الزاوية $\widehat{CAE}$.
5. نسمي H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC).
   احسب الطول AH و استنتج مساحة المثلث ABC.
6. احسب الطول EC.

التمرين رقم 61

الحل موجود في الصفحة 41

ارسم مثلثا كيفيا ABC.

1. أنشئ النقطة E بحيث $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{0}$.
2. عين النقطة F بحيث $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{FC}$.
3. عين النقطة I ، منتصف $[BC]$.
4. برهن أن المستقيمين (BC) و (AF) متوازيان.
5. نسمي J نقطة تقاطع (BF) و (AC).
   بين أن النقط E ، I و J في استقامية.

التمرين رقم 62

الحل موجود في الصفحة 42

علم، في م.م.م، النقط $A\,(2;3)$ ، $B\,(-1;2)$ ، $C\,(4;-1)$ ، $D\,(-4;1)$ و $E\,(6;-5)$.

1. بين أن B منتصف $[AD]$ و C منتصف $[AE]$.
2. ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (BC) و (DE) ؟

التمرين رقم 63

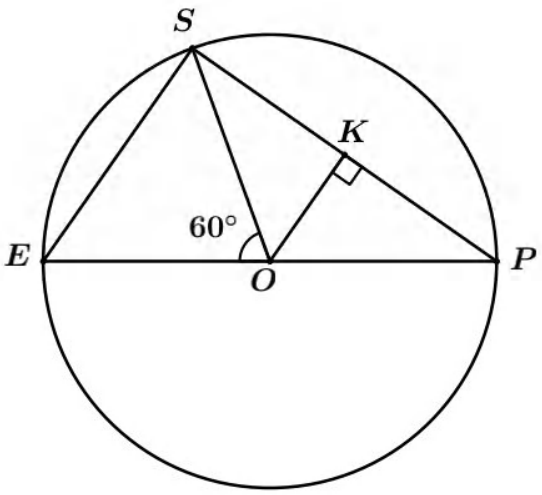
الحل موجود في الصفحة 42

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. وحدة الطول هي السنتيمتر.

1. علم النقط $A\,(-1;3)$ ؛ $B\,(5;5)$ ؛ $C\,(3;1)$.
2. احسب الطول AC.
3. بين أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين علما أن $BC=2\sqrt{5}$ و $AB=2\sqrt{10}$.
4. أنشئ النقطة D ، صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CA}$.
   – ما نوع الرباعي $ACBD$ ؟ علل.

التمرين رقم 64

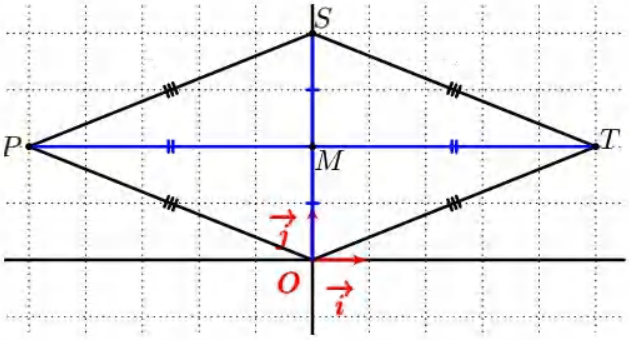
الحل موجود في الصفحة 43



الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية (وحدة الطول هي السنتيمتر).
يُعطى : $EP=8$.

1. بين أن S هي صورة E بدوران يطلب تعيين مركزه، اتجاهه و زاويته.
2. احسب قيس الزاوية $\widehat{EPS}$.
3. احسب الطولين PS و PK (بالتدوير إلى الوحدة).

حل التمرين رقم 1 للعودة إلى التمرين 1



1. تعليم النقطتين $S(0;4)$ و $P(-5;2)$.

2. $\overrightarrow{PS}\begin{pmatrix}x_S-x_P\\y_S-y_P\end{pmatrix}$ منه $\overrightarrow{PS}\begin{pmatrix}0-(-5)\\4-2\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{PS}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$.

منه $PS=\sqrt{5^2+2^2}\,\text{cm}=\sqrt{25+4}\,\text{cm}=$ $\boxed{\sqrt{29}\,\text{cm}}$.

3. بما أن $OP=PS=\sqrt{29}\,\text{cm}$ فإن المثلث POS متساوي الساقين رأسه الأساسي P.

4. $\overrightarrow{OT}=\overrightarrow{PS}$ معناه $\overrightarrow{OT}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ إذن $\boxed{T(5;2)}$ (إحداثيتا النقطة T هما مركبتا الشعاع $\overrightarrow{OT}$).

5. بما أن $\overrightarrow{OT}=\overrightarrow{PS}$ فإن الرباعي $STOP$ متوازي الأضلاع و بالتالي فمركز تناظره هو نقطة تلاقي قطريه منه M منتصف $[OS]$ و بالتالي : $x_M=\dfrac{x_O+x_S}{2}=\dfrac{0+0}{2}=0$ و $y_M=\dfrac{y_O+y_S}{2}=\dfrac{0+4}{2}=2$ إذن $\boxed{M(0;2)}$.

حل التمرين رقم 2 للعودة إلى التمرين 2

(I) لدينا : $\sqrt{80}=\sqrt{16\times5}=\sqrt{16}\times\sqrt{5}=\sqrt{4^2}\times\sqrt{5}=4\sqrt{5}$.
و بما أن $45<80<125$ فإن $\sqrt{45}<\sqrt{80}<\sqrt{125}$ أي $\sqrt{45}<4\sqrt{5}<\sqrt{125}$.

(II) ABC مثلث حيث $AB=4\sqrt{5}$ ، $AC=\sqrt{125}$ و $BC=\sqrt{45}$.

1• ا) من الجزء الأول : $BC<AB<AC$ و $AB=\sqrt{80}$.
من جهة أخرى $AC^2=\left(\sqrt{125}\right)^2=125$ و $AB^2+BC^2=\left(\sqrt{80}\right)^2+\left(\sqrt{45}\right)^2=80+45=125$ أي $AB^2+BC^2=AC^2$
فحسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث ABC قائم في B (الوتر هو $[AC]$).

ب) محيط هذا المثلث هو $\boxed{12\sqrt{5}\,\text{cm}}$.
$\mathcal{P}_{ABC}=AB+BC+AC=4\sqrt{5}+\sqrt{45}+\sqrt{125}=4\sqrt{5}+\sqrt{9\times5}+\sqrt{25\times5}=$
$4\sqrt{5}+34\sqrt{5}+54\sqrt{5}=(4+3+5)\sqrt{5}=12\sqrt{5}$

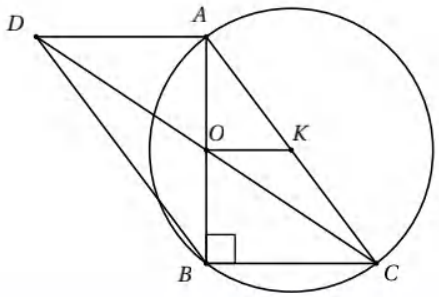
ج) احسب مساحة المثلث ABC هي $\boxed{30\,\text{cm}^2}$.

$$\mathcal{S}_{ABC}=\frac{AB\times BC}{2}=\frac{4\sqrt{5}\times3\sqrt{5}}{2}=\frac{12\times\left(\sqrt{5}\right)^2}{2}=6\times5=30$$

2• نعتبر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.
ا) مركز الدائرة المحيطة بالمثلث القائم هي منتصف وتره إذن K منتصف $[AC]$.

ب) نصف قطر هذه الدائرة هو $\boxed{\dfrac{5\sqrt{5}}{2}\,\text{cm}}$. $AK=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{\sqrt{125}}{2}=\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$

3• لتكن D النقطة بحيث يكون الرباعي $ACBD$ متوازي الأضلاع و لتكن O مركزه.
قطرا متوازي الأضلاع متناصفان إذن O منتصف $[AB]$. و بما أن K منتصف $[AC]$ فحسب نظرية مستقيم المنتصفين نستنتج:
ا) أن المستقيمين (BC) و (OK) متوازيان.
ب) و أن $OK=\dfrac{BC}{2}=\dfrac{\sqrt{45}}{2}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}\,\text{cm}$.



حل التمرين رقم 3 — للعودة إلى التمرين 3

1. في المثلث ABC لدينا : $G \in (CA)$ و $D \in (CB)$ بحيث $(DG) // (AB)$ فحسب خاصية طاليس :

$\frac{CA}{CG} = \frac{CB}{CD} = \frac{AB}{DG}$ أي $\frac{4,2}{6,3} = \frac{3}{CG}$ منه $CG = \frac{6,3 \times 3}{4,2} = \frac{18,9}{4,2} = 4,5$ إذن $\boxed{CG = 4,5\,\text{cm}}$.

2. نبدأ بمقارنة النسبتين $\frac{GE}{CC}$ و $\frac{GF}{GD}$. لدينا : $\frac{GE}{GC} = \frac{2}{4,5}$ و $\frac{GF}{GD} = \frac{2,8}{6,3}$.

بما أن $2,8 \times 4,5 = 12,6$ و $6,3 \times 2 = 12,6$ أي $2,8 \times 4,5 = 6,3 \times 2$ فإن $\frac{2,8}{6,3} = \frac{2}{4,5}$ أي $\boxed{\frac{GE}{GC} = \frac{GF}{GD}}$.

النقط G ، E ، C من جهة و النقط G ، F ، D من جهة أخرى على استقامة واحدة و بنفس الترتيب بحيث $\frac{GE}{GC} = \frac{GF}{GD}$ فحسب الخاصية العكسية لخاصية طاليس : $(EF) // (CD)$.

حل التمرين رقم 4 — للعودة إلى التمرين 4

1. في المثلث ABD القائم في B لدينا : $\tan \widehat{BAD} = \frac{DB}{AB}$ أي $\tan 32° = \frac{200}{AB}$ منه :

$$AB = \frac{200}{\tan 32°} \approx \frac{200}{0,6249} \approx 320,05$$

إذن فالمسافة التي تفصل السفينة عن البرج هي $\boxed{AB = 320\,\text{m}}$ بالتدوير إلى الوحدة.

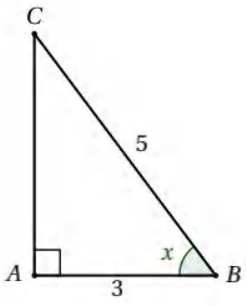
2. لدينا : $BC = CD - BD = 293\,\text{m} - 200\,\text{m} = \boxed{93\,\text{m}}$.

3. في المثلث ABC القائم في B لدينا : $\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AB} = \frac{93}{320} \approx 0,2906$ منه $\widehat{BAC} \approx 16,2°$ $\boxed{0,2906}$ $\boxed{\text{2ndf}}$ $\boxed{\tan}$.

إذن زاوية الرصد التي يرى وفقها الطائرة هي $\boxed{\widehat{BAC} = 16°}$ بالتدوير إلى الوحدة.

حل التمرين رقم 5

للعودة إلى التمرين 5

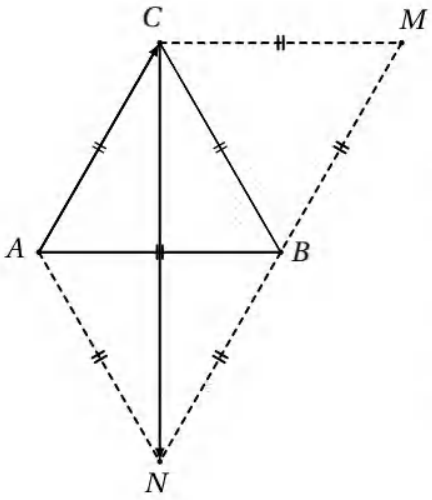


1. نعلم أن $\cos^2 x+\sin^2 x=1$ أي $(0,6)^2+\sin^2 x=1$ أي $0,36+\sin^2 x=1$ منه $\sin^2 x=1-0,36=0,64$ و بما أن x قيس زاوية حادة فإن $\sin x>0$ منه $\sin x=\sqrt{0,64}=\boxed{0,8}$.

2. لدينا : $\cos x=0,6=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}=\cdots$.
نرسم مثلثا ABC قائما في A بحيث $AB=3\,\text{cm}$ و $BC=5\,\text{cm}$ فيكون $\cos\widehat{B}=\frac{BA}{BC}=\frac{3}{5}=0,6$ إذن $x=\widehat{B}$.

حل التمرين رقم 6

للعودة إلى التمرين 6



1. الشكل.

2. الشكل.

3. بما أن M صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$ فإن الرباعي $ABMC$ متوازي الأضلاع و بما أن $AB=AC$ فهو معين (له ضلعان متتاليان متقايسان).

4. (ا) الشكل.
(ب) بما أن $\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$ فإن الرباعي $ANBC$ متوازي الأضلاع و بالتالي $AN=BC$ و $NB=AC$. لكن $AB=AC=BC$ و بالتالي $AB=NB=AN$ و هذا يعني أن المثلث ANB متقايس الأضلاع.

5. (ا) بما أن $ABMC$ متوازي الأضلاع فإن $\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CA}$ و بما أن $ANBC$ متوازي الأضلاع فإن $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{CA}$.
نستنتج إذاً أن $\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{BN}$.
(ب) بما أن $\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{BN}$ فإن B منتصف $[MN]$.

6. (ا) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{\overrightarrow{AC}}$
(ب) $\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{\overrightarrow{BA}}$
(ج) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{MB}=\boldsymbol{\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{BB}=\vec{0}}$

حل التمرين رقم 7

للعودة إلى التمرين 7

1. (ا) الشكل.
(ب) بما أن D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$ فإن $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}$ و هذا يعني أن الرباعي $ADBC$ متوازي الأضلاع.

2. (ا) الشكل.
(ب) بما $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$ فإن A منتصف $[BE]$ منه $AB=AE$. لكن $AB=AC$ إذن $AB=AC=AE$ و هذا يعني أن A مركز الدائرة المحيطة بالمثلث BCE (و بالتالي فهو قائم في C). . . . . .

3. الشكل.

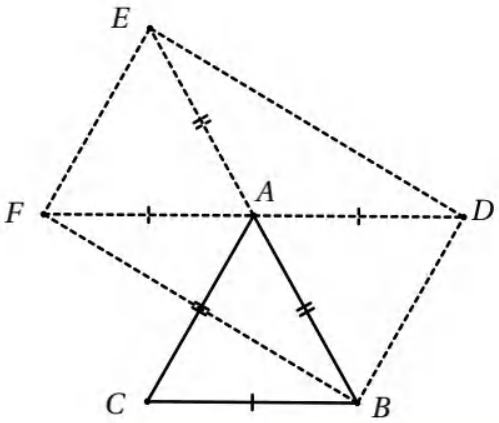
4. بما أن F نظيرة D بالنسبة إلى A فإن $AF = AD$.

و نعلم أن $AB = AE$ إذن فقطريْ الرباعي $BFED$ متناصفان و بالتالي فهو متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{EF}$.

5. (ا) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \boldsymbol{\overrightarrow{BD}}$ أو $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = \boldsymbol{\overrightarrow{CA}}$ أو $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AE} = \boldsymbol{\overrightarrow{FE}}$

(ب) $\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{BD} = \boldsymbol{\overrightarrow{BE}}$ (قاعدة متوازي الأضلاع)

(ج) $\overrightarrow{CA} + \boldsymbol{\overrightarrow{AC}} = \vec{0}$ أو $\overrightarrow{CA} + \boldsymbol{\overrightarrow{DB}} = \vec{0}$ أو $\overrightarrow{CA} + \boldsymbol{\overrightarrow{EF}} = \vec{0}$



حل التمرين رقم 8 للعودة إلى التمرين 8

نقارن النسبتين $\frac{37}{74}$ و $\frac{30}{66}$. بما أن : $37 \times 66 = 2442$ و $74 \times 30 = 2220$ أي $37 \times 66 \neq 74 \times 30$ فإن $\frac{37}{74} \neq \frac{30}{66}$.
و حسب العكس النقيض لخاصية طاليس نستنتج أن سطح طاولة الكي لا يوازي سطح الأرض ما يعني أن الطاولة ليست أفقية.

حل التمرين رقم 9 للعودة إلى التمرين 9

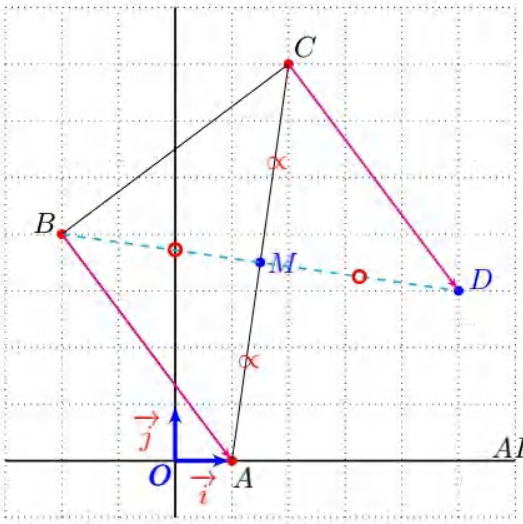
حل التمرين رقم 10 للعودة إلى التمرين 10

حل التمرين رقم 11 للعودة إلى التمرين 11

حل التمرين رقم 12 للعودة إلى التمرين 12

حل التمرين رقم 13

للعودة إلى التمرين 13



1. الشكل.

2. لدينا : $M\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$

منه $M\left(\frac{1+2}{2};\frac{0+7}{2}\right)$ أي $M\,(1,5\ ;\ 3,5)$

3. لدينا : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

أي $AB=\sqrt{(-2-1)^2+(4-0)^2}=\sqrt{(-3)^2+4^2}$

$AB=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=\boxed{5}$

4. بما أن $AB=BC$ فإن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي B.

من جهة أخرى : $AC^2=\left(5\sqrt{2}\right)2=25\times 2=50$ و $AB^2+BC^2=5^2+5^2=25+25=50$ أي $AB^2+BC^2=AC^2$ فحسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث ABC قائم في B. إذاً فالمثلث ABC قائم في B و متساوي الساقين.

5. لدينا : $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}x_A-x_B\\y_A-y_B\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D-x_C\\y_D-y_C\end{pmatrix}$ منه $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}1-(-2)\\0-4\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D-2\\y_D-7\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D-2\\y_D-7\end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$ معناه $\begin{cases}x_D-2&=3\\y_D-7&=-4\end{cases}$ منه $\begin{cases}x_D&=3+2\\y_D&=-4+7\end{cases}$ أي $\begin{cases}x_D&=5\\y_D&=3\end{cases}$ إذاً $D\,(5;3)$.

حل التمرين رقم 14

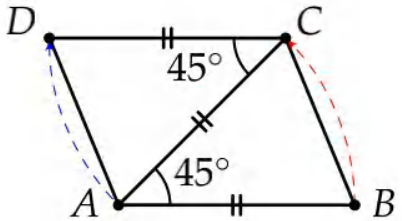
للعودة إلى التمرين 14

حل التمرين رقم 15

للعودة إلى التمرين 15

1. بما أن $AB=AC$ و $\widehat{BAC}=45°$ فإن C هي صورة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $45°$ في الاتجاه الموجب (عكس عقارب الساعة). (ن1,5)

2. الشكل. (ن1,5)



3. بما أن D صورة A بالدوران الذي مركزه C و زاويته $45°$ فإن $CA=CD$ و $\widehat{ACD}=45°$.

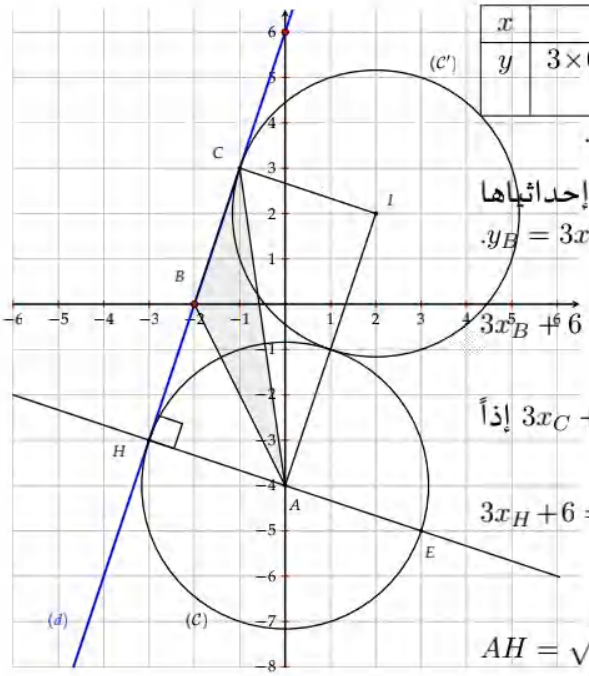
لدينا إذاً $\widehat{BAC}=\widehat{ACD}=45°$ (زاويتان متبادلتان داخليا و متقايستان) و بالتالي $(AB)//(CD)$. و بما أن $AB=AC$ و $AC=CD$ فإن $AB=CD$ و هذا يعني أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع (له ضلعان متقابلان متقايسان و حاملاهما متوازيان) منه $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ و بالتالي فإن D هي صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$. (ن2)

1. تعليم النقطة A.

لرسم المستقيم ، نحتاج إلى نقطتين منه :

x	0	-2
y	$3\times0+6=0+6=\mathbf{6}$	$3\times(-2)+6=$ $-6+6=\mathbf{0}$

المستقيم (d) يشمل النقطتين $(0;6)$ و $(-2;0)$.



2. النقطة B تنتمي إلى المستقيم (d) إذا كان إحداثياها يحققان معادلة المستقيم (d) أي إذا كان $y_B = 3x_B + 6$.
(انظر أيضا السؤال السابق)
لكن : $3x_B + 6 = 3\times(-2)+6 = -6+6 = 0 = y_B$
إذاً $B \in (d)$.

بالمثل : $3x_C + 6 = 3\times(-1)+6 = -3+3 = y_C$ إذاً $C \in (d)$.

3. (أ) لدينا : $3x_H+6 = 3\times(-3)+6 = -9+6 = -3 = y_H$
إذاً $H \in (d)$.

(ب) لدينا :
$$AH = \sqrt{(x_H-x_A)^2+(y_H-y_A)^2}$$
$$= \sqrt{(-3-0)^2+(-3-(-4))^2} = \sqrt{(-3)^2+(-3+4)^2}$$
$$= \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$CH = \sqrt{(x_H-x_C)^2+(y_H-y_C)^2} = \sqrt{(-3-(-1))^2+(-3-3)^2} = \sqrt{(-3+1)^2+(-6)^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40}$$
$$AC = \sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2} = \sqrt{(-1-0)^2+(3-(-4))^2} = \sqrt{(-1)^2+(3+4)^2} = \sqrt{1+49} = \sqrt{50}$$
منه $AC^2 = \sqrt{50}^2 = 50$ و $AH^2+CH^2 = \sqrt{10}^2+\sqrt{40}^2 = 10+40 = 50$ أي $AH^2+CH^2 = AC^2$ و حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث AHC قائم في H.

(ج) بما أن $(AH)\perp(d)$ فإن بعد النقطة A عن المستقيم (d) يساوي الطول AH أي $\sqrt{10}$.

4. (أ) بما أن (d) مماس للدائرة $(\mathcal{C})$ فإن نصف قطرها r يساوي بُعد المركز A عن المستقيم (d) إذاً $r = AH = \sqrt{10}$.

(ب) النقطة E تنتمي إلى الدائرة $(\mathcal{C})$ لأن $AE = \sqrt{10} = r$.

$$AE = \sqrt{(x_E-x_A)^2+(y_E-y_A)^2} = \sqrt{(3-0)^2+(-5-(-4))^2} = \sqrt{3^2+(-1)^2} =$$
$$\sqrt{9+1} = \sqrt{10} = r$$

5. (أ) I هي صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{HC}$ منه $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{HC}$ منه $\begin{pmatrix} x_I-x_A \\ y_I-y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_C-x_H \\ y_C-y_H \end{pmatrix}$

أي $\begin{pmatrix} x_I-0 \\ y_I-(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1-(-3) \\ 3-(-3) \end{pmatrix}$

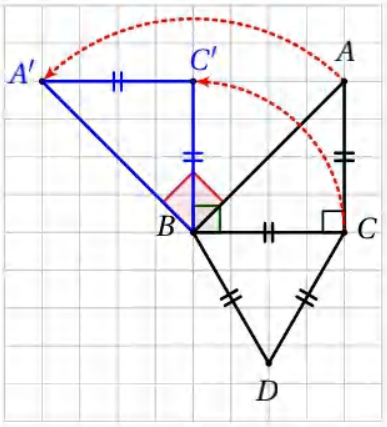
أي $\begin{pmatrix} x_I \\ y_I+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+3 \\ 3+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ منه $\begin{cases} x_I = 2 \\ y_I+4 = 6 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_I = 2 \\ y_I = 6-4 = 2 \end{cases}$ إذاً $I(2;2)$.

(ب) بما أن $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{HC}$ فإن الرباعي $AICH$ متوازي الأضلاع و بما أن $\widehat{AHC} = 90°$ فهو مستطيل (ليس مربعا لأن $AH \neq HC$).

المستوى : 4 م
بنك تمارين الرياضيات لمرحلة المتوسط
v01 (072020)

حل التمرين رقم 17

للعودة إلى التمرين 17



1. (أ) B هي صورة A بالدوران الذي مركزه C و زاويته $90°$ في الاتجاه الموجب.

(ب) C هي صورة B بالدوران الذي مركزه D و زاويته $60°$ في الاتجاه السالب.

(ج) A هي صورة D بالدوران الذي مركزه C و زاويته $150°$ $(90°+60°)$ في الاتجاه السالب.

2. • صورة B بالدوران الذي مركزه B و زاويته $90°$ في الاتجاه الموجب هي B نفسها (صورة مركز الدوران هي المركز نفسه).
• صورة A بهذا الدوران هي النقطة A' بحيث $BA' = BA$ و $\widehat{A'BA} = 90°$.
• صورة C بهذا الدوران هي النقطة C' بحيث $C'B = CB$ و $\widehat{C'BC} = 90°$.

حل التمرين رقم 18

للعودة إلى التمرين 18

1. في المثلث MRS القائم في M لدينا : $\cos\widehat{MSR} = \dfrac{MS}{SR}$ أي $\cos 37° = \dfrac{MS}{45}$ منه

$$MS = 45 \times \cos 37° \approx 45 \times 0,7986 = 35,937 \approx 36$$

إذاً $\boxed{MS = 36\,\text{cm}}$ بالتدوير إلى الوحدة.

طريقة أخرى : $\tan 37° = \dfrac{MR}{MS}$ منه $MS = \dfrac{MR}{\tan 37°} = \dfrac{27}{\tan 37°} \approx \dfrac{27}{0,7536} = 35,828 \approx 36$.

طريقة أخرى : بتطبيق نظرية فيثاغورث نجد $MS^2 = RS^2 - RM^2 = 45^2 - 27^2 = 1296$ منه $MS = \sqrt{1296}\,\text{cm} = 36\,\text{cm}$.

2. لدينا : $\dfrac{MR}{MT} = \dfrac{27 \div 3}{21 \div 3} = \dfrac{9}{7}$ و $\dfrac{MS}{MU} = \dfrac{36 \div 4}{28 \div 4} = \dfrac{9}{7}$ أي $\dfrac{MR}{MT} = \dfrac{MS}{MU}$.

النقط R ، M ، T من جهة و النقط S ، M ، U من جهة أخرى على استقامة واحدة و بنفس الترتيب بحيث $\dfrac{MR}{MT} = \dfrac{MS}{MU}$ فحسب النظرية العكسية لنظرية طاليس نستنتج أن $(RS) \,//\, (TU)$.

حل التمرين رقم 19

للعودة إلى التمرين 19

1. لدينا $\cos^2\widehat{A} + \sin^2\widehat{A} = 1$ منه

$$\sin^2\widehat{A} = 1 - \cos^2\widehat{A} = 1 - \left(\tfrac{12}{13}\right)^2 = 1 - \tfrac{144}{169} = \tfrac{25}{169}$$

و بالتالي $\sin\widehat{A} = \sqrt{\tfrac{25}{169}} = \tfrac{5}{13}$.

من جهة أخرى :

$$\tan\widehat{A} = \tfrac{\sin\widehat{A}}{\cos\widehat{A}} = \tfrac{5}{13} \div \tfrac{12}{13} = \tfrac{5}{13} \times \tfrac{13}{12} = \tfrac{5\times\cancel{13}}{\cancel{13}\times 12} = \tfrac{5}{12}$$

2. لدينا : $\tan^2\widehat{B} = \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 4 \times 2 = 8$.

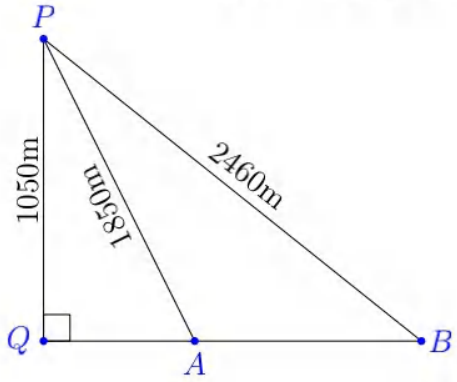
من جهة أخرى $\tan^2\widehat{B} = \left(\dfrac{\sin\widehat{B}}{\cos\widehat{B}}\right)^2 = \dfrac{\sin^2\widehat{B}}{\cos^2\widehat{B}}$ إذا $\dfrac{\sin^2\widehat{B}}{\cos^2\widehat{B}} = 8$. منه $\sin^2\widehat{B} = 8\cos^2\widehat{B}$.

لكن $\cos^2\widehat{B} + \sin^2\widehat{B} = 1$ منه $\cos^2\widehat{B} + 8\cos^2\widehat{B} = 1$ أي $9\cos^2\widehat{B} = 1$ منه $\cos^2\widehat{B} = \tfrac{1}{9}$ و بالتالي $\cos\widehat{B} = \sqrt{\tfrac{1}{9}} = \tfrac{1}{3}$.

نستنتج أنّ : $\sin\widehat{B} = \cos\widehat{B} \times \tan\widehat{B} = \tfrac{1}{3} \times 2\sqrt{2} = \tfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

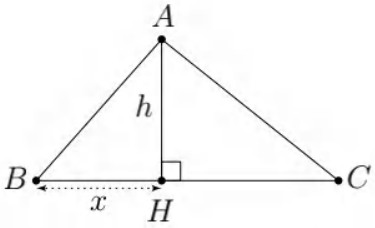
حل التمرين رقم 20 — للعودة إلى التمرين 20

لدينا : $\cos\widehat{APQ}=\frac{PQ}{PA}=\frac{1050}{1850}\approx 0,568$ منه $\widehat{APQ}=\cos^{-1}(0.568)\approx 55°$.
بالمثل : $\cos\widehat{BPQ}=\frac{PQ}{PB}=\frac{1050}{2460}\approx 0,427$ منه $\widehat{BPQ}=\cos^{-1}(0.427)\approx 65°$ و بالتالي قيس الزاوية التي يرى تحتها الطيار البحيرة هو $\widehat{APB}=\widehat{BPQ}-\widehat{APQ}\approx 10°$.



من جهة أخرى : $\tan\widehat{APQ}=\frac{AQ}{PQ}$ منه
$AQ=PQ\times\tan\widehat{APQ}=1850\,\text{m}\times\tan 55°\approx 1850\,\text{m}\times 1,428=1499,4\,\text{m}$.
بالمثل : $\tan\widehat{BPQ}=\frac{BQ}{PQ}$ إذا :
$BQ=PQ\times\tan\widehat{BPQ}=1850\,\text{m}\times\tan 65°\approx 1850\,\text{m}\times 2,144=2251,2\,\text{m}$.
و بالتالي طول البحيرة هو $AB=BQ-AQ=2251,2\,\text{m}-1499,4\,\text{m}=751,8\,\text{m}$.

حل التمرين رقم 21 — للعودة إلى التمرين 21



1. $AB^2=h^2+x^2$ منه $100=h^2+x^2$ أي $h^2=100-x^2$ . . . . . (1)
2. $AC^2=h^2+HC^2$ منه $144=h^2+(16-x)^2$ أي $h^2=144-(16-x)^2$ . . . . . (2)
3. من (1) و (2) ينتج : $100-x^2=144-(16-x)^2$
أي $100-x^2=144-\left(256-32x+x^2\right)$ أي $100-\cancel{x^2}=144-256+32x-\cancel{x^2}$ منه $100=-112+32x$
منه $32x=212$ منه $x=\frac{212}{32}=\frac{53}{8}$.
من (1) نستنتج أن $h^2=100-x^2=100-\left(\frac{53}{8}\right)^2=\frac{3591}{64}$ منه $h=\sqrt{\frac{3591}{64}}=\frac{3\sqrt{399}}{8}$.
4. لدينا $\tan\widehat{B}=\frac{h}{x}=\frac{3\sqrt{399}}{53}$ منه $\widehat{B}=\tan^{-1}\left(\frac{3\sqrt{399}}{53}\right)\approx 49°$.
بالمثل $\tan\widehat{C}=\frac{h}{16-}=\frac{3\sqrt{399}}{8}\div\left(16-\frac{53}{8}\right)=\frac{3\sqrt{399}}{75}$ منه $\widehat{C}=\tan^{-1}\left(\frac{3\sqrt{399}}{75}\right)\approx 37°$.
أخيرا $\widehat{A}=180°-\left(\widehat{B}+\widehat{C}\right)\approx 180°-(49°+37°)=94°$

حل التمرين رقم 22 — للعودة إلى التمرين 22

1. في المثلث ABI لدينا : $E\in(AB)$ و $J\in(AI)$ بحيث $(EJ)//(BI)$ فحسب خاصية طاليس : $\frac{AJ}{AI}=$

$AJ = \frac{5\times 8}{8} = \frac{30}{8} = \frac{30\div 2}{8\div 2} = \boxed{\frac{15}{4}}$ منه $\frac{AJ}{6} = \frac{5}{5+3} = \frac{5}{8}$ منه $\frac{AE}{AB} = \frac{JE}{IB}$.

2. في المثلث ABC لدينا : $E \in (AB)$ و $F \in (AC)$ بحيث $(EF) // (BC)$ فحسب خاصية طاليس:

$\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{FE}{CB}$ منه $\frac{AF}{AF+4} = \frac{5}{8}$ منه $8AF = 5(AF+4)$ أي $8AF = 5AF + 20$ منه $8AF - 5AF = 20$ أي $3AF = 20$ منه $AF = \frac{20}{3}$ و بالتالي :

$AC = AF + FC = \frac{20}{3} + 4 = \frac{20}{3} + \frac{12}{3} = \frac{20+12}{3} = \boxed{\frac{32}{3}}$.

3. في المثلث ACI لدينا : $F \in (AC)$ و $J \in (AI)$ بحيث $(FJ) // (CI)$ فحسب خاصية طاليس:

$\frac{AJ}{AI} = \frac{AF}{AC} = \frac{JF}{IC}$ منه $\frac{JF}{8} = \frac{\frac{15}{4}}{6} = \frac{15}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{15\times 1}{4\times 6} = \frac{15\div 3}{24\div 3} = \frac{5}{8}$ منه :

$JF = \frac{5\times \cancel{8}}{\cancel{8}} = \boxed{5}$.

4. من السؤال الثاني : $\frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB}$ أي $\frac{7}{BC} = \frac{5}{8}$ منه $BC = \frac{7\times 8}{5} = \frac{56}{5}$ و بالتالي :

$BI = BC - IC = \frac{56}{5} - 8 = \frac{56}{5} - \frac{8\times 5}{5} = \frac{56}{5} - \frac{40}{5} = \frac{56-40}{5} = \boxed{\frac{16}{5}}$

حل التمرين رقم 23

للعودة إلى التمرين 23

في المثلث ABC لدينا : $D \in (BA)$ و $E \in (BC)$ بحيث $(DE) // (AC)$ إذاً فالمثلثان BDE و BAC في وضعية طاليس و بالتالي فالمثلث BAC تكبير للمثلث BDE و معامل التكبير هو :

$k = \frac{BA}{BD} = \frac{6}{2} = 3$.

نستنتج أن مساحة المثلث BAC تساوي :

$S_{BAC} = k^2 \times S_{BDE} = 3^2 \times S_{BDE} = 9 \times 6\,\text{cm}^2 = 54\,\text{cm}^2$

و بالتالي فمساحة شبه المنحرف $ACED$ تساوي :

$S_{ACED} = S_{BAC} - S_{BDE} = 54\,\text{cm}^2 - 6\,\text{cm}^2 = \boxed{48\,\text{cm}^2}$.

حل التمرين رقم 24

للعودة إلى التمرين 24

1. في المثلث PQR لدينا : $E \in (PQ)$ و $F \in (PR)$ بحيث $(EF) // (QR)$ فحسب خاصية طاليس :

$\frac{PE}{PQ} = \frac{PF}{PR} = \frac{EF}{QR}$ منه $\frac{1}{3} = \frac{EF}{15}$ منه $EF = \frac{15\times 1}{3} = 5$ إذاً $\boxed{EF = 5\,\text{cm}}$.

2. من المساواة $\frac{PE}{PQ} = \frac{PF}{PR} = \frac{EF}{QR}$ نستنتج أن $\frac{PE}{PQ} = \frac{PF}{PF+8}$ أي $\frac{1}{3} = \frac{PF}{PF+8}$ منه $3\times PF = 1\times(PF+8)$ أي $3PF = PF + 8$ منه $3PF - PF = 8$ أي $2PF = 8$ منه $PF = \frac{8}{2} = 4$ إذاً $\boxed{PF = 4\,\text{cm}}$.

3. المستقيمان (ER) و (FQ) متقاطعان في النقطة H بحيث $(EF) // (QR)$ فحسب خاصية طاليس (وضعية الفراشة) : $\frac{HE}{HR} = \frac{HF}{HQ} = \frac{EF}{QR}$ منه $\frac{HE}{9,6} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ منه $HE = \frac{9,6\times 1}{3} = 3,2$

إذاً $\boxed{HE = 3,2\,\text{cm}}$.

4. في المثلث EQR لدينا : $G \in (EQ)$ و $H \in (ER)$ بحيث $(GH) // (QR)$ فحسب خاصية طاليس :

$\frac{EG}{EQ} = \frac{EH}{ER} = \frac{GH}{QR}$ منه $\frac{GH}{15} = \frac{3,2}{3,2+9,6} = \frac{3,2}{12,8}$ منه $GH = \frac{15\times 3,2}{12,8} = 3,75$

إذاً $\boxed{GH = 3,75\,\text{cm}}$.

5. في المثلث QEF لدينا : $G \in (QE)$ و $H \in (QF)$ بحيث $(GH) // (EF)$ فحسب خاصية طاليس :
$\frac{QG}{QE} = \frac{QH}{QF} = \frac{GH}{EF}$ منه $\frac{QG}{6} = \frac{3,75}{5}$ منه $QG = \frac{6 \times 3,75}{5} = 4,5$ إذاً $\boxed{QG = 4,5\,\text{cm}}$.

حل التمرين رقم 25

للعودة إلى التمرين 25

1. الرباعي (غير المتصالب) $ABCD$ ليس متوازي الأضلاع لأن قطريه AC و BD ليسا متناصفين ($OA \neq OC$).

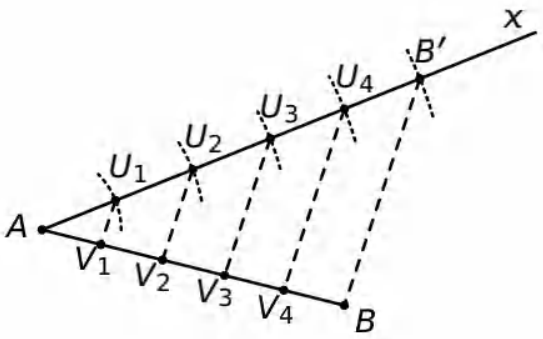
2. لدينا : $\frac{OA}{OC} = \frac{85}{51} = \frac{85 \div 17}{51 \div 17} = \frac{5}{3}$ و $\frac{OD}{OB} = \frac{65}{39} = \frac{65 \div 13}{39 \div 13} = \frac{5}{3}$

أي : $\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$.

النقط A ، O ، C من جهة و النقط D ، O ، B من جهة أخرى على استقامة واحة و بنفس الترتيب بحيث $\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$ فحسب النظرية العكسية لنظرية طاليس نستنتج أن $(AD) // (BC)$ و هذا يعني أن الرباعي (غير المتصالب) $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AD]$ و $[BC]$ (متوازيتان).

حل التمرين رقم 26

للعودة إلى التمرين 26



نرسم نصف مستقيم $[Ax)$ مبدؤه A و نعين عليه 5 نقط U_1 ، U_2 ، U_3 ، U_4 و B' متساوية المسافة فيما بينها ثم نرسم القطعة $[BB']$ و المستقيمات التي تشمل U_1 ، U_2 ، U_3 و U_4 على الترتيب و توازي (BB'). هذه المستقيمات تقطع القطعة $[AB]$ في النقط V_1 ، V_2 ، V_3 و V_4 على الترتيب و التي تجزئ القطعة $[AB]$ إلى 5 قطع متقايسة. بالفعل، فحسب خاصية طاليس لدينا : $\frac{AV_1}{AB} = \frac{AU_1}{AB'} = \frac{1}{5}$ ، $\frac{AV_2}{AB} = \frac{AU_2}{AB'} = \frac{2}{5}$ ، $\frac{AV_3}{AB} = \frac{AU_3}{AB'} = \frac{3}{5}$ ، $\frac{AV_4}{AB} = \frac{AU_4}{AB'} = \frac{4}{5}$.

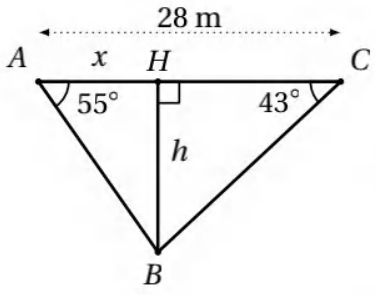
حل التمرين رقم 27

للعودة إلى التمرين 27

1. المثلث ABC ليس قائما لأن :

$\widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 43° + 55° = 98° \neq 90°$

و بالتالي لا يمكن تطبيق النسب المثلثية فيه.



2. في المثلث AHB لدينا :

$\tan 55° = \frac{h}{x}$ منه $h = x \cdot \tan 55°$ ..... (1)

و في المثلث CHB لدينا :

$\tan 43° = \frac{h}{28 - x}$ منه $h = (28 - x) \cdot \tan 43°$ ... (2)

من المساوتين (1) و (2) نستنتج أن : $x \cdot \tan 55° = (28 - x) \cdot \tan 43°$

منه $x \cdot \tan 55° = 28 \cdot \tan 43° - x \cdot \tan 43°$
منه $x \cdot \tan 55° + x \cdot \tan 43° = 28 \cdot \tan 43°$
منه $x \cdot (\tan 55° + \tan 43°) = 28 \cdot \tan 43°$
منه $x = \dfrac{28 \cdot \tan 43°}{\tan 55° + \tan 43°}$
منه $x \approx \dfrac{28 \times 0.9325}{1.4281 + 0.9325} = \dfrac{26,11}{2,3606} \approx 11,06$

إذاً $\boxed{x = 11,06\,\text{m}}$ بالتدوير إلى الجزء من مائة.
و بالتالي :
$h = x \cdot \tan 55° \approx 11,06 \times 1,4281 \approx 15,80$
أي $\boxed{h = 15,80\,\text{m}}$ بالتدوير إلى الجزء من مائة.

3. في المثلث AHB القائم في H لدينا :

$\cos 55° = \dfrac{x}{AB}$ منه $AB = \dfrac{x}{\cos 55°} \approx \dfrac{11,06}{0,5736} \approx 19,28$

إذاً فالمسافة بين الشجرتين هي $\boxed{AB = 19,28\,\text{m}}$ بالتدوير إلى 0,01.

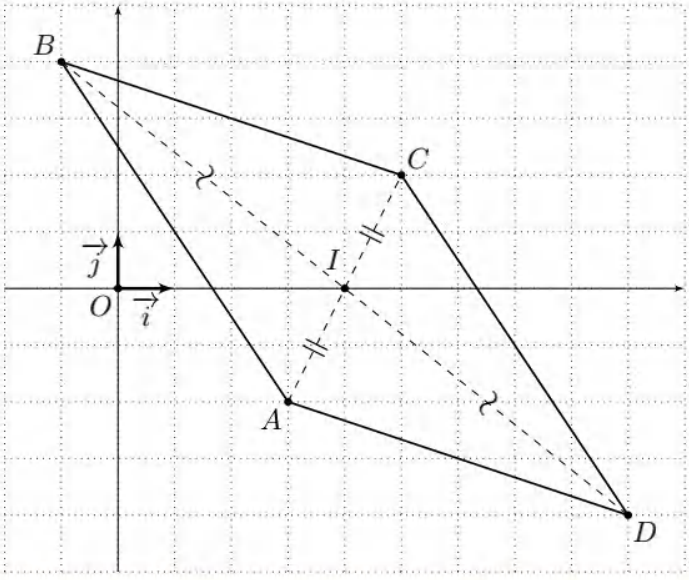
حل التمرين رقم 28

للعودة إلى التمرين 28

1. $ABCD$ متوازي الأضلاع معناه $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ أي $(5 - x_D; 2 - y_D) = (-1 - 3; 4 - (-2))$ أي $(-4; 6)$
منه $\begin{cases} 5 - x_D = -4 \\ 2 - y_D = 6 \end{cases}$ منه $\begin{cases} x_D = 5 + 4 = 9 \\ y_D = 2 - 6 = -4 \end{cases}$.

إذاً $D\,(9; -4)$.

2. مركز متوازي الأضلاع $ABCD$ هو منتصف قطريه إذاً I هي منتصف $[AC]$ (و منتصف $[BD]$) منه
$I\left(\dfrac{x_A + x_C}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$ أي $I\left(\dfrac{3+5}{2}; \dfrac{-2+2}{2}\right)$ أي $I\,(4; 0)$.



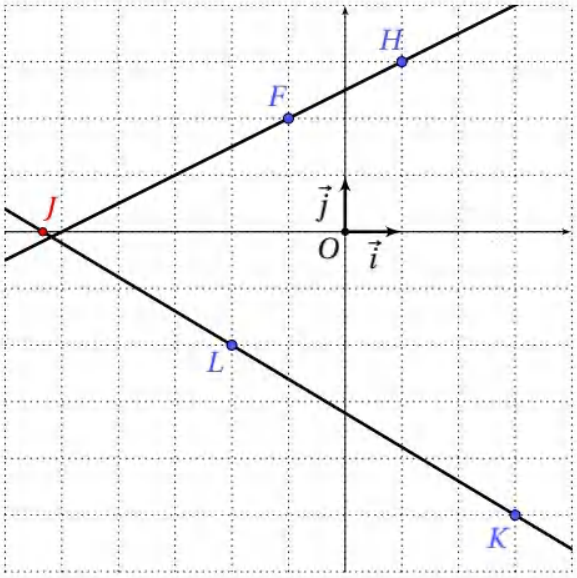
حل التمرين رقم 29

للعودة إلى التمرين 29

1. معادلة المستقيم (FH) هي من الشكل $y = ax + b$ حيث $a = \dfrac{y_H - y_F}{x_H - x_F} = \dfrac{3-2}{1-(-1)} = \dfrac{1}{2}$ منه
$y = \dfrac{1}{2}x + b$ و بما أن H تنتمي إلى هذا المستقيم فإن $y_H = \dfrac{1}{2}x_H + b$ أي $3 = \dfrac{1}{2} \times 1 + b$ منه

$b = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ إذاً معادلة المستقيم (FH) هي $\boxed{y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}}$.

معادلة المستقيم (KL) هي من الشكل $y = \alpha x + \beta$ حيث $\alpha = \frac{y_L - y_K}{x_L - x_K} = \frac{-2-(-5)}{-2-3} = -\frac{3}{5}$ منه $y = -\frac{3}{5}x + \beta$ و بما أن L تنتمي إلى هذا المستقيم فإن $y_L = -\frac{3}{5}x_L + \beta$ أي $-2 = -\frac{3}{5} \times (-2) + \beta$ أي $-2 = \frac{6}{5} + \beta$ منه $\beta = -2 - \frac{6}{5} = -\frac{16}{5}$ إذاً معادلة المستقيم (KL) هي $\boxed{y = -\frac{3}{5}x - \frac{16}{5}}$.



2. لإيجاد إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيمين (FH) و (KL) نحل جملة المعادلتين $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} & (1) \\ y = -\frac{3}{5}x - \frac{16}{5} & (2) \end{cases}$.

و بالتعويض ينتج $\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} = -\frac{3}{5}x - \frac{16}{5}$.

بضرب الطرفين في المقام المشترك 10 ينتج $5x + 25 = -6x - 32$ منه $5x + 6x = -32 - 25$ أي $11x = -57$ منه $x = -\frac{57}{11}$.

بالتعويض في المعادلة (1) (مثلا) ينتج :

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{57}{11}\right) + \frac{5}{2} = \frac{-57}{22} + \frac{5 \times 11}{2 \times 11} = \frac{-57+55}{22} = \frac{-2}{22} = -\frac{1}{11}$$

إذاً نقطة تقاطع المستقيمين هي $\boxed{\left(-\frac{57}{11}; -\frac{1}{11}\right)}$.

3. لدينا : $y_J = 0$ و $-\frac{3}{5}x_J - \frac{16}{5}$ بضرب الطرفين في 5 ينتج $-3x_J - 16 = 0$ منه $-3x_J = 16$ منه $x_J = -\frac{16}{3}$.

نقطة تقاطع المستقيم (KL) مع حامل محور الفواصل هي $\boxed{J\left(-\frac{16}{3}; 0\right)}$.

حل التمرين رقم 30

للعودة إلى التمرين 30

1. حسب علاقة شال :

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$

لكن، و من المعطيات : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DG}$ و $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{ED}$

و بالتالي :

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DG} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{EG}$

و هذا يعني أن الرباعي $ACGE$ متوازي الأضلاع.

2. (ا) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{MG}$ (ب) $\overrightarrow{DQ} = -\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{DB}$

(ج) $\overrightarrow{EM} = \times \cdot \overrightarrow{ED}$ لا يمكن (ليس لهما نفس المنحى). (د) $\overrightarrow{FB} = -2 \cdot \overrightarrow{AE}$

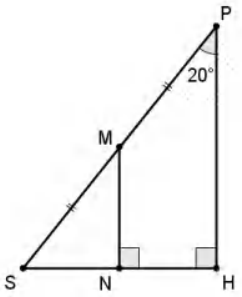
(ه) $\overrightarrow{BB} = 0 \cdot \overrightarrow{EN}$ (و) $\overrightarrow{DQ} = (-1) \cdot \overrightarrow{DN}$

3.

- $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{PD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{PD} = \overrightarrow{PD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{PN}$
- $\overrightarrow{FC} - \overrightarrow{ED} - \overrightarrow{PG} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{GP} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{FM}$
- $\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{QE} + \overrightarrow{FP} = \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{PA}$
- $\overrightarrow{QD} - \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GQ} = \overrightarrow{GQ} + \overrightarrow{QD} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{GQ} + \overrightarrow{QD} + \overrightarrow{DP} = \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DP} = \overrightarrow{GP}$

حل التمرين رقم 31 للعودة إلى التمرين 31

لدينا : $SP = 3,50\,\text{m}$ و $\widehat{P} = 20°$.



1. في المثلث PHS القائم في H لدينا : $\cos 20° = \frac{PH}{PS} = \frac{PH}{3,50}$

منه $PH = 3,50 \times \cos 20° \approx 3,50 \times 0,9397 \approx 3,289$

إذاً، ارتفاع نقطة تماس السلم مع الجدار عن سطح الأرض هو $PH = 3,29\,\text{m}$ بالتدوير إلى السنتيمتر.

2. بما أن $(MN) \perp (SH)$ و $(PH) \perp (SH)$ فإن $(MN) \,//\, (PH)$.

في المثلث PHS لدينا : $M \in (SP)$ و $N \in (SH)$ بحيث $(MN) \,//\, (PH)$

فحسب خاصية طاليس : $\frac{SN}{SH} = \frac{SM}{SP} = \frac{MN}{PH}$.

لكن $\frac{SM}{SP} = \frac{1}{2}$ (لأن M منتصف $[SP]$) و بالتالي : $\frac{MN}{PH} = \frac{1}{2}$ منه $MN = \frac{PH}{2} = \frac{3,29}{2} = 1,645$ إذاً، ارتفاع منتصف السلم عن الأرض هو $MN = 1,65\,\text{m}$ بالتدوير إلى السنتيمتر.

3. في المثلث PHS القائم في H لدينا : $\sin 20° = \frac{SH}{SP} = \frac{PH}{3,50}$

منه $SH = 3,50 \times \cos 20° \approx 3,50 \times 0,3420 = 1,197$

إذاً، المسافة بين أسفل السلم و الجدار هي $SH = 1,20\,\text{m}$ بالتدوير إلى السنتيمتر.

حل التمرين رقم 32 للعودة إلى التمرين 32

1. في المثلث PHQ القائم في H لدينا : $\sin 60° = \frac{PH}{PQ} = \frac{PH}{8}$

منه $PH = 8 \sin 60° = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

إذاً، طول الارتفاع هو $\boxed{PH = 4\sqrt{3}\,\text{cm}}$.

2. في المثلث PHQ القائم في H لدينا : $\cos 60° = \frac{QH}{QP} = \frac{QH}{8}$

منه $QH = 8\cos 60° = 8 \times \dfrac{1}{2} = 4$

منه $QH = 4\,\text{cm}$ و بالتالي $HR = QR - QH = 14 - 4 = 10$ أي $HR = 10\,\text{cm}$.

و حسب نظرية فيثاغورث : $PR^2 = PH^2 + HR^2 = \left(4\sqrt{3}\right)^2 + 10^2 = 16 \times 3 + 100 = 48 + 100 = 148$

منه $PR = \sqrt{148} = \sqrt{4 \times 37} = 2\sqrt{37}$

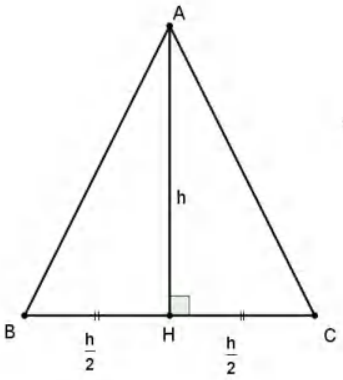
إذاً، طول القطر هو $\boxed{PR = 2\sqrt{37}}$.

3. $\mathcal{A}_{PQRS} = QR \times PH = 14 \times 4\sqrt{3} = 56\sqrt{3}$

مساحة متوازي الأضلاع $PQRS$ تساوي $\boxed{56\sqrt{3}\,\text{cm}^2}$.

حل التمرين رقم 33 للعودة إلى التمرين 33

لدينا : $BC = AH = h$.



في المثلث المتساوي الساقين، الارتفاع المتعلق بالقاعدة هو أيضا محور القاعدة، المتوسط المتعلق بالقاعدة و منصف زاوية الرأس الاساسي.
نستنتج أن H منتصف $[BC]$ و بالتالي :

$$BH = HC = \frac{BC}{2} = \frac{h}{2}.$$

في المثلث AHB القائم في H لدينا : $\tan\widehat{B} = \dfrac{AH}{BH} = \dfrac{h}{\frac{h}{2}} = \not{h} \times \dfrac{2}{\not{h}} = 2$

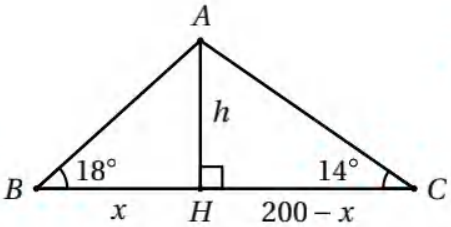
منه $\widehat{B} = 2\,\boxed{\text{2ndf}}\,\boxed{\tan} \approx 63,43°$

و بما أن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي A فإن $\widehat{C} = \widehat{B} = 63,43°$

من جهة أخرى : $\widehat{A} = 180° - 2 \times \widehat{B}180° - 2 \times 63,43° = 180° - 126,86° = 53,14°$

في الأخير، أقياس زوايا المثلث ABC هي $\boxed{\widehat{A} = 53,14° \;:\; \widehat{B} = \widehat{C} = 63,43°}$ بالتدوير إلى 10^{-2}.

حل التمرين رقم 34 للعودة إلى التمرين 34



نسمي $h = AH$ ارتفاع البرج و $x = BH$ بُعد النقطة B عن البرج.
بُعد النقطة C عن البرج هو إذاً $CH = 200 - x$.

لدينا : $\tan 14° = \dfrac{h}{200 - x}$ منه $h = (200 - x) \cdot \tan 14°$

من جهة أخرى : $\tan 18° = \dfrac{h}{x}$ منه $h = x \cdot \tan 18°$.

و بالمطابقة نجد : $x \cdot \tan 18° = (200 - x) \cdot \tan 14°$

منه $x \cdot \tan 18° = 200 \cdot \tan 14° - x \cdot \tan 14°$ أي $x \cdot \tan 18° + x \cdot \tan 14° = 200 \cdot \tan 14°$

منه $(\tan 18° + \cdot \tan 14°)\, x = 200 \cdot \tan 14°$ منه $x = \dfrac{200 \cdot \tan 14°}{\tan 18° + \cdot \tan 14°}$

أي $x \approx \dfrac{200 \times 0,2493}{0,3249 + 0,2493} = \dfrac{49,86}{0,5742} \approx 86,83$.

و بالتالي : $h = x \cdot \tan 18° \approx 86,83 \times 0,3249 \approx 28,21$

إذاً، ارتفاع البرج هو حوالي $\boxed{28,21\,\text{m}}$.

حل التمرين رقم 35

للعودة إلى التمرين 35

1. • معادلة المستقيم (AB) هي من الشكل $y=ax+b$ حيث نقرأ بيانيا $a=3$ (نتقدم بوحدة نحو اليمين ثم نصعد بثلاث وحدات نحو الأعلى).
الترتيب إلى المبدأ لهذا المستقيم هو المعامل b إذاً $b=5$.
معادلة المستقيم (AB) هي $\boxed{(AB):y=3x+5}$.

• معادلة المستقيم (AC) هي من الشكل $y=ax+b$ حيث نقرأ بيانيا $a=\frac{2}{3}$ (نتقدم بثلاث وحدات نحو اليمين ثم نصعد بوحدتين نحو الأعلى) إذاً $(AC):y=\frac{2}{3}x+b$.
و بما أن هذا المستقيم يمر من النقطة $A(-1;2)$ فإن $2=\frac{2}{3}\times(-1)+b$ منه $b=2+\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$.
إذاً، معادلة المستقيم هي $\boxed{(AB):y=\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}}$.

• معادلة المستقيم (BC) هي من الشكل $y=ax+b$ حيث نقرأ بيانيا $a=-\frac{1}{2}$ (نتقدم بوحدتين نحو اليسار ثم نصعد بوحدة نحو الأعلى).
الترتيب إلى المبدأ لهذا المستقيم هو المعامل b إذاً $b=5$.
معادلة المستقيم (BC) هي $\boxed{(BC):y=-\frac{1}{2}x+5}$.

2. بعض النقط $M(x;y)$ ذات الإحداثيات الصحيحة التي تنتمي إلى :

• المستقيم (AB) :

x	-2	-1	0	1
y	-1	2	5	8

• المستقيم (AC) :

x	-4	-1	2	5
y	0	2	4	6

• المستقيم (BC) :

x	-2	0	2	4
y	6	5	4	3

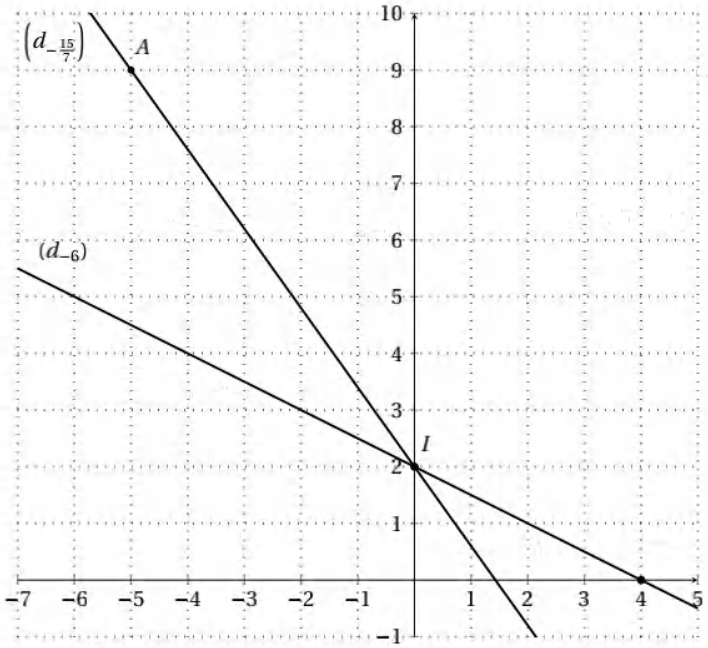
3. • بما أن $3\times2018+5\neq1348$ فإن $P\notin(AB)$.
• بما أن $\frac{2}{3}\times2018+\frac{8}{3}=1348$ فإن $P\notin(AC)$.
• بما أن $-\frac{1}{2}\times2018+5\neq1348$ فإن $P\notin(BC)$.

حل التمرين رقم 36

للعودة إلى التمرين 36

1. $A(-5;9)\in(d_m)$ معناه $3\times(-5)-m\times9+2m=0$ أي $-15-9m+2m=0$ أي $-15-7m=0$
منه $7m=-15$ منه $m=-\frac{15}{7}$ ، إذاً : $\left(d_{-\frac{15}{7}}\right):3x+\frac{15}{7}-\frac{30}{7}=0$.
بضرب طرفي هذه المعادلة في 7 ثم التبسيط تصبح $21x+15y-30=0$ ،
ثم بقسمة طرفيها على 3 تصبح $\boxed{7x+5y-10=0}$.
لتمثيل هذا المستقيم بيانيا، نحتاج إلى نقطتين منه.

• من أجل $x=0$ نجد $5y-10=0$ منه $y=\frac{10}{5}=2$ منه النقطة $(0;2)$.
• و من أجل $x=5$ نجد $35+5y-10=0$ منه $y=-\frac{25}{5}=-5$ منه النقطة $(5;-5)$.



2. من أجل $m \neq 0$، نكتب معادلة (d_m) في الشكل $y = ax + b$ فيكون a معامل توجيه المستقيم (d_m).

$3x - my + 2m = 0$ منه $my = 3x + 2m$ منه $y = \frac{3x+2m}{m} = \frac{3x}{m} + \frac{2m}{m} = \frac{3}{m}x + 2$ إذاً $a = \frac{3}{m}$.

حتى يكون معامل توجيه المستقيم (d_m) يساوي $-\frac{1}{2}$ يجب أن يكون $\frac{3}{m} = -\frac{1}{2}$

أي $m = \frac{-2 \times 3}{1} = -6$.

معادلة هذا المستقيم هي : $(d_{-6}) : 3x - (-6)y + 2(-6) = 0$ أي $3x + 6y - 12 = 0$.

بقسمة الطرفين على 3 ثم التبسيط نجد : $x + 2y - 4 = 0$. لتمثيل هذا المستقيم بيانيا، نحتاج إلى نقطتين منه.

- من أجل $x = 0$ نجد $6y - 12 = 0$ منه $y = \frac{12}{6} = 2$ منه النقطة $(0;2)$.
- و من أجل $x = 4$ نجد $4 + 2y - 4$ منه $y = 0$ منه النقطة $(4;0)$.

3.
- بما أن $3 \times 0 - 2 \times m + 2m = -2m + 2m = 0$ فإن النقطة $(0;2)$ تحقق معادلة المستقيم (d_m) أي تنتمي إليه.

  إذاً، فالنقطة $I\,(0;2)$ تنتمي إلى كل المستقيمات (d_m).
- بما أن $3 \times 1 - 2 \times m + 2m = 3 - 2m + 2m = 3 \neq 0$ فإن النقطة $(1;2)$ لا تحقق معادلة المستقيم (d_m) أي لا تنتمي إليه.

  إذاً، فالنقطة $J\,(1;2)$ لا تنتمي إلى أي من المستقيمات (d_m).

حل التمرين رقم 37 للعودة إلى التمرين 37

حل التمرين رقم 38 للعودة إلى التمرين 38

حل التمرين رقم 39 للعودة إلى التمرين 39

حل التمرين رقم 40 للعودة إلى التمرين 40

حل التمرين رقم 41 للعودة إلى التمرين 41

حل التمرين رقم 42 للعودة إلى التمرين 42

حل التمرين رقم 43 للعودة إلى التمرين 43

حل التمرين رقم 44 للعودة إلى التمرين 44

حل التمرين رقم 45 للعودة إلى التمرين 45

حل التمرين رقم 46 للعودة إلى التمرين 46

حل التمرين رقم 47 للعودة إلى التمرين 47

1. تعليم النقط.

2. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 0-(-3) \\ 4-1 \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$.

منه : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$= \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$

إذاً : $\boxed{AB = 3\sqrt{2}\,\text{cm}}$.

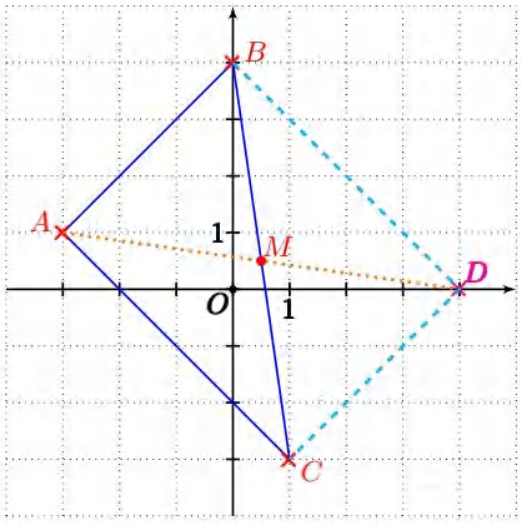
3. لدينا : $BC^2 = \left(5\sqrt{2}\right)^2 = 25 \times 2 = 50$

و $AB^2 + AC^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 + \left(4\sqrt{2}\right)^2 =$

$9 \times 2 + 16 \times 2 = 18 + 32 = 50$

أي $AB^2 + AC^2 = BC^2$

و حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث ABC قائم في A.



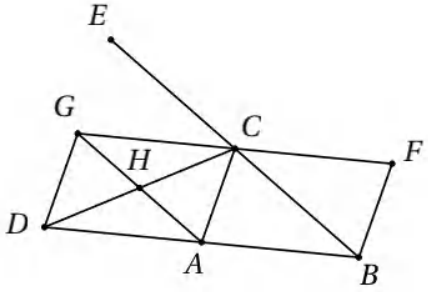
4. تعيين النقطة D ، صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

نقرأ بيانيا : $D\,(4;0)$.

5. بما أن D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ فإن الرباعي $ABDC$ متوازي الأضلاع و بالتالي مركز تناظره M هو منتصف قطره $[BC]$ منه $M\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)$ أي $M\left(\frac{0+1}{2};\frac{4+(-3)}{2}\right)$ أي $M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

حل التمرين رقم 48

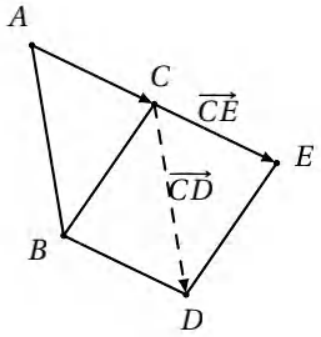
للعودة إلى التمرين 48



1. مثلا $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AB}$ أو $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{0}$.
2. مثلا $\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{CB}$ أو $\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{0}$ أو $\overrightarrow{EC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{EB}$ أو $\overrightarrow{EB}=2\overrightarrow{EC}$.
3. مثلا $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BF}$ أو $\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AB}$.
4. مثلا $\overrightarrow{GF}=\overrightarrow{DB}$ أو $\overrightarrow{DG}=\overrightarrow{BF}$.
5. مثلا $\overrightarrow{CH}=\overrightarrow{HD}$ و $\overrightarrow{GH}=\overrightarrow{HA}$ أو $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HD}+\overrightarrow{HG}+\overrightarrow{HC}=\overrightarrow{0}$.

حل التمرين رقم 49

للعودة إلى التمرين 49

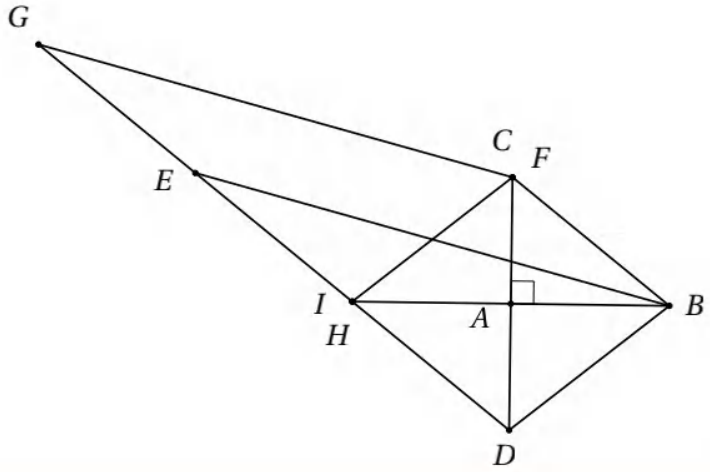


1. ننشئ النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABDC$ متوازي الأضلاع.
2. $\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{0}$ يعني $\overrightarrow{CE}=-\overrightarrow{CA}$ أي $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AC}$ و بالتالي C هي منتصف $[AE]$ أي E نظيرة A بالنسبة إلى C.
3. نعلم، من السؤال الأول، أن $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$ و من السؤال الثاني أن $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CE}$ نستنتج إذاً أن $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{CE}$ و هذا يعني بالضبط أن الرباعي $CEDB$ متوازي الأضلاع.

حل التمرين رقم 50

للعودة إلى التمرين 50

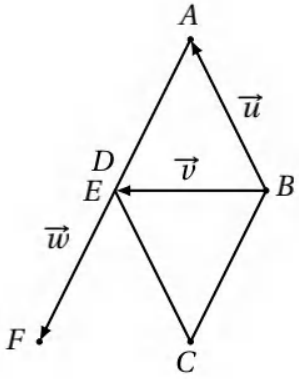
1. D هي نظيرة C بالنسبة إلى A.
2. للشعاعين $\overrightarrow{DE}$ و $\overrightarrow{BC}$ نفس المنحى ، نفس الاتجاه و $DE=2BC$.
3. حسب علاقة شال : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ إذاً $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}$ و بالتالي فالنقطة F تنطبق على النقطة C.
4. للشعاعين $\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{BF}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة G بحيث يكون $BEGF$ متوازي الأضلاع.
5. ليس للشعاعين $\overrightarrow{AF}$ و $\overrightarrow{BD}$ نفس المبدأ إذاً ننشئ النقطة H بحيث $\overrightarrow{FH}=\overrightarrow{BD}$.
6. الشعاعان $\overrightarrow{IA}$ و $\overrightarrow{BA}$ متعاكسان إذاً I هي نظيرة B بالنسبة إلى A أي I تنطبق على H.



حل التمرين رقم 51

للعودة إلى التمرين 51

1. حسب علاقة شال : $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BA}$ إذاً $\vec{u}=\overrightarrow{BA}$.



2. للشعاعين $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{BC}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة E بحيث يكون $ABCE$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AE}$ و بالتالي E تنطبق على D. لدينا إذاً : $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BD}$ منه $\vec{v}=\overrightarrow{BD}$.

3. لدينا : $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AD}+\left(-\overrightarrow{CB}\right)=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$.

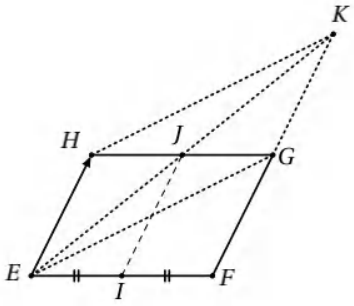
ليس للشعاعين $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BD}$ نفس المبدأ إذاً ننشئ النقطة F بحيث $\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{BC}$ فيكون $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{AF}$.

إذاً $\vec{w}=\overrightarrow{AF}$.

حل التمرين رقم 52

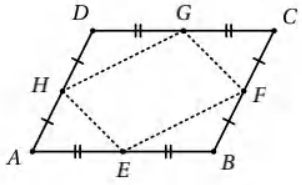
للعودة إلى التمرين 52

1. الشكل.
2. بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ ، صورة النقطة E هي النقطة H.
3. بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ ، صورة النقطة F هي النقطة G لأن $EFGH$ متوازي الأضلاع.



4. الانسحاب يحول منتصف قطعة إلى منتصف قطعة و بما أن صورة القطعة $[EF]$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ هي القطعة $[GH]$ فإن منتصف $[GH]$ هي صورة منتصف $[EF]$ أي J منتصف $[GH]$.
5. حسب قاعدة متوازي الأضلاع : الرباعي $EGKH$ متوازي الأضلاع إذاً قطراه متناصفان أي J هي منتصف $[EK]$ (و هي منتصف $[GH]$).

حل التمرين رقم 53 للعودة إلى التمرين 53



1. الشكل.

2. العلاقات التي عرفت بها النقط E ، F ، G ، H تعني بالضبط أنها منتصفات القطع $[AB]$ ، $[BC]$ ، $[CD]$ ، $[DA]$ على الترتيب.

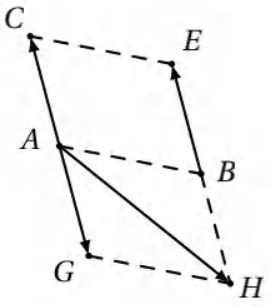
3. بما أن $ABCD$ متوازي الأضلاع فإن $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ منه :

$$\overrightarrow{AH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{FC} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{EA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CG}$$

منه : $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{FC}$ و حسب علاقة شال : $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CG}$ أي $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{FG}$

و هذا يعني أن الرباعي $EFGH$ متوازي الأضلاع.

حل التمرين رقم 54 للعودة إلى التمرين 54



1. (ا) الشكل.

(ب) بما أن $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BE}$ فإن $AC = BE$ و $(AC) // (BE)$ إذاً للرباعي $ABEC$ ضلعان متقابلان متقايسان و حاملاهما متوازيان و بالتالي فهو متوازي الأضلاع.

2. (ا) الشكل.

(ب) لدينا : $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AC}$ و هذا يعني أن النقطة A هي منتصف $[GC]$.

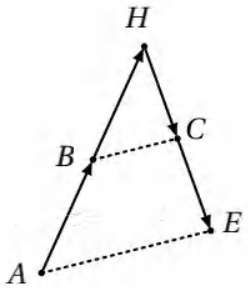
(ج) بما أن $\overrightarrow{AG} = -\overrightarrow{AC}$ فإن $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0}$.

3. للشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AG}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة H بحيث يكون $ABHG$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AG}$.

4. حسب علاقة شال :

$$\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \underbrace{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}}_{\overrightarrow{AE}} + \underbrace{\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CA}}_{\overrightarrow{EA}} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$$

حل التمرين رقم 55 للعودة إلى التمرين 55



1. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BH}$ إذاً H هي نظيرة A بالنسبة إلى B أي B منتصف $[AH]$.

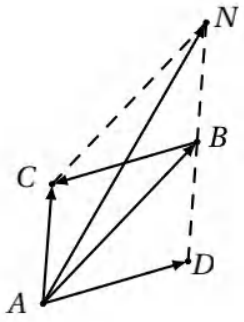
2. $\overrightarrow{HC} = \overrightarrow{CE}$ إذاً E هي نظيرة H بالنسبة إلى C أي C منتصف $[HE]$.

3. بما أن B منتصف $[AH]$ و C منتصف $[HE]$ فحسب نظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أن $(AE) // (BC)$ (و $BC = \frac{1}{2}AE$).

ملاحظة : يمكن أيضا تطبيق النظرية العكسية لنظرية طاليس.

حل التمرين رقم 56

للعودة إلى التمرين 56

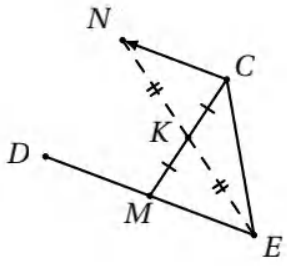


1. بما أن $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB}$ فإن $ACBD$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AC}$.
للشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة N بحيث يكون $ABNC$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AC}$.
2. بما أن $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AC}$ فإن $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{BN}$ و هذا يعني أن B منتصف $[DN]$.

حل التمرين رقم 57

للعودة إلى التمرين 57

1. الشكل.
2. الشكل.
3. الرباعي $MECN$ متوازي الأضلاع لأن قطريه $[MC]$ و $[EN]$ متناصفان و بالتالي $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{EM}$ و $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{EC}$.

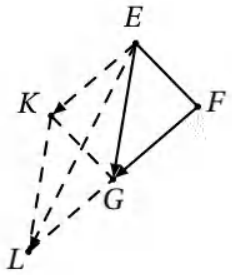


4. (ا) D صورة النقطة M بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CN}$ معناه $CNDM$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CN}$.
(ب) بما أن $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{EM}$ و $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CN}$ فإن $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{MD}$ و هذا يعني أن M منتصف $[ED]$.

5. (ا) بما أن $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CN}$ فإن $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{EN}$ حسب علاقة شال.
(ب) حسب علاقة شال : $\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{CD}$.
(ج) حسب علاقة شال : $\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{EN}$.

حل التمرين رقم 58

للعودة إلى التمرين 58



1. K صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FG}$ معناه $FGKE$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{FG}$.
2. للشعاعين $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{EK}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة L بحيث يكون $EGLK$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{GL} = \overrightarrow{EK}$.
3. بما أن $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EK}$ و $\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{GL}$ فإن $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{GL}$ و هذا يعني أن G منتصف $[FL]$.

حل التمرين رقم 59

للعودة إلى التمرين 59

1. تعليم النقط $A(-3;2)$ ، $D(4;3)$ و $F(5;-4)$ (انظر الشكل).

2. $AD=\sqrt{(x_D-x_A)^2+(y_D-y_A)^2}=\sqrt{(4-(-3))^2+(3-2)^2}$

$AD=\sqrt{(4+3)^2+1^2}=\sqrt{7^2+1}=\sqrt{49+1}=\sqrt{50}=\sqrt{25\times 2}=5\sqrt{2}$

و بما أن $DF=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ فإن $DF=AD$ و هذا يعني أن المثلث ADF متساوي الساقين رأسه الأساسي D.

3. $AF=\sqrt{(x_F-x_A)^2+(y_F-y_A)^2}=\sqrt{(5-(-3))^2+(-4-2)^2}$

$AF=\sqrt{(5+3)^2+(-6)^2}=\sqrt{8^2+36}=\sqrt{64+36}=\sqrt{100}=10$

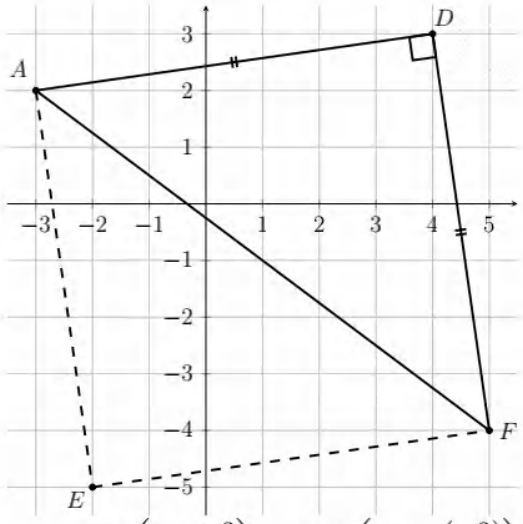
لدينا : $AF^2=10^2=100$

و $AD^2+DF^2=\left(\sqrt{50}\right)^2+\left(\sqrt{50}\right)^2=50+50=100$

أي $AD^2+DF^2=AF^2$ و حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث ADF قائم في D منه $\widehat{FAD}=90°$.

لدينا إذن $DF=DA$ و $\widehat{FAD}=90°$ و هذا يعني أن F هي صورة A بالدوران الذي مركزه D و زاويته $90°$ في الاتجاه الموجب.

4. حتى يكون الرباعي $DAEF$ معينا (مربعا) يجب (و يكفي) أن تكون E صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{DF}$ أي أن يكون $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{DF}$



من جهة : $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}x_E-x_A\\y_E-y_A\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}x_E-(-3)\\y_E-2\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}x_E+3\\y_E-2\end{pmatrix}$.

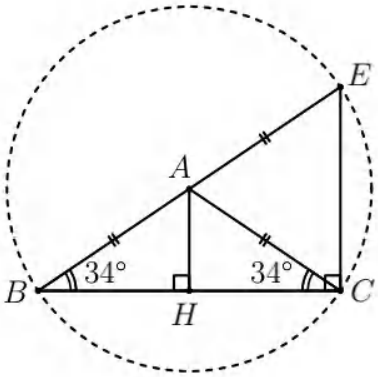
و من جهة أخرى : $\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix}x_F-x_D\\y_F-y_D\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}5-4\\-4-3\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}1\\-7\end{pmatrix}$.

إذاً : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{DF}$ معناه $\begin{cases}x_E+3=1\\y_E-2=-7\end{cases}$ منه $\begin{cases}x_E=1-3=-2\\y_E=-7+2=-5\end{cases}$.

نستنتج أن $\boxed{E\,(-2;-5)}$.

حل التمرين رقم 60 للعودة إلى التمرين 60

1. إنشاء مثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي A بحيث $BC=4\,\text{cm}$ و $\widehat{ABC}=43°$.



2. إنشاء E ، صورة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $180°$ (أي E نظيرة B بالنسبة إلى A).

3. بما أن E نظيرة B بالنسبة إلى A فإن A منتصف $[BE]$ و بالتالي $AC = AB = \frac{1}{2}BE$ و هذا يعني أن طول المتوسط $[CA]$ المتعلق بالضلع $[BE]$ يساوي نصف طول هذا الضلع و حسب النظرية العكسية لنظرية طول المتوسط المتعلق بالوتر نستنتج أن المثلث BEC قائم و وتره هو الضلع $[BE]$ أي قائم في C.

4. الزاوية المركزية $\widehat{CAE}$ تحصر نفس القوس $\overset{\frown}{CE}$ مع الزاوية المحيطية $\widehat{CBE}$ و بالتالي $\widehat{CAE} = 2\times\widehat{CBE} = 2\times 34° = \boxed{68°}$.

5. بما أن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي A فإن الارتفاع $[AH]$ المتعلق بالقاعدة $[BC]$ هو أيضا محور هذه القاعدة و بالتالي H منتصف $[BC]$ منه $BH = \frac{4\,\text{cm}}{2} = 2\,\text{cm}$.

في المثلث ABH القائم في H لدينا : $\tan\widehat{ABH} = \frac{AH}{BH}$

أي $\tan 34° = \frac{AH}{2}$ منه $AH = 2\times\tan 34° \approx 2\times 0,67 = 1,34$

إذاً $\boxed{AH \approx 1,3\,\text{cm}}$ و مساحة المثلث ABC هي :

$$S_{ABC} = \frac{BC\times AH}{2} = \frac{4\times 1,3}{2} = \boxed{2,6\,\text{cm}^2}$$

6. في المثلث ACE القائم في C لدينا : $\tan\widehat{EBC} = \frac{EC}{BC}$

أي $\tan 34° = \frac{EC}{4}$ منه $EC = 4\times\tan 34° \approx 4\times 0,67 = 2,68$

إذاً $\boxed{EC \approx 2,7\,\text{cm}}$.

ملاحظة : يمكن أيضا تطبيق نظرية طاليس أو النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين.

حل التمرين رقم 61 للعودة إلى التمرين 61

1. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{0}$ معناه A منتصف $[BE]$ أي E نظيرة B بالنسبة إلى A.

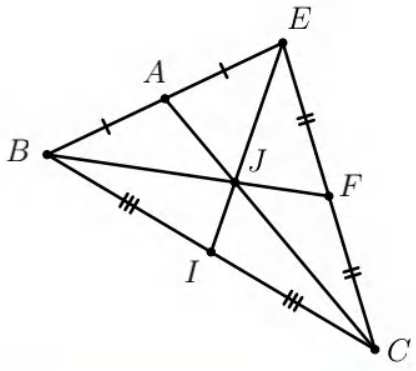
2. $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FC}$ معناه F منتصف $[EC]$.

3. عين النقطة I ، منتصف $[BC]$.

4. المستقيمان (BC) و (AF) متوازيان حسب نظرية مستقيم المنتصفين.

5. نسمي J نقطة تقاطع (BF) و (AC).

بما أن $[BF]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[EC]$ في المثلث EBC و $[CA]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[BE]$ فإن نقطة تقاطعهما J هي مركز ثقل المثلث EBC و بالتالي J تنتمي إلى المتوسط الثالث $[EI]$ أي $J \in [EI]$ و هذا يعني أن النقط E ، I و J في استقامية.



حل التمرين رقم 62

للعودة إلى التمرين 62

1. إحداثيا منتصف $[AD]$ هما :

$$\left(\frac{x_A+x_D}{2};\frac{y_A+y_D}{2}\right)=\left(\frac{2+(-4)}{2};\frac{3+1}{2}\right)=(-1;3)$$

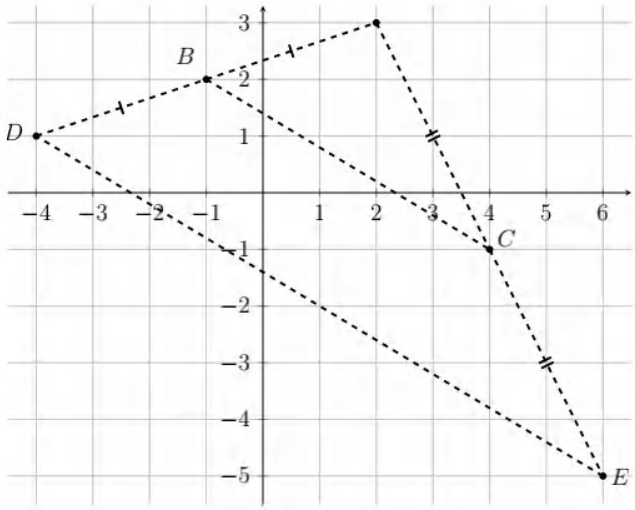
و هما إحداثيا B إذاً B هي منتصف $[AD]$.

إحداثيا منتصف $[AE]$ هما :

$$\left(\frac{x_A+x_E}{2};\frac{y_A+y_E}{2}\right)=\left(\frac{2+6}{2};\frac{3+(-5)}{2}\right)=(4;-1)$$

و هما إحداثيا C إذاً C هي منتصف $[AE]$.

2. نستنتج أن المستقيمين (BC) و (DE) متوازيان حسب نظرية مستقيم المنتصفين.



حل التمرين رقم 63

للعودة إلى التمرين 63

1. تعليم النقط $A(-1;3)$ ، $B(5;5)$ و $C(3;1)$. (انظر الشكل).

2. حساب الطول AC :

$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(3-(-1))^2+(1-3)^2}$$
$$=\sqrt{(3+1)^2+(-2)^2}=\sqrt{4^2+4}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}=\sqrt{4\times5}=\boxed{2\sqrt{5}}$$

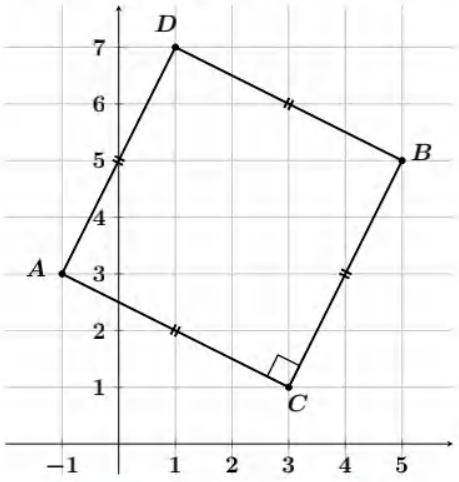
3. إثبات أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين :

لدينا : $AC^2+BC^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2=20+20=40$ و $AB^2=\left(2\sqrt{10}\right)^2=4\times10=40$ أي $AC^2+BC^2=AB^2$ و حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث فالمثلث ABC قائم في C.

و بما أن $AC = BC = 2\sqrt{5}$ فإنه متساوي الساقين أي ABC مثلث قائم في C و متساوي الساقين.

4. إنشاء النقطة D ، صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CA}$ (انظر الشكل).

– نوع الرباعي $ACBD$: بما أن D صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CA}$ فإن الرباعي $ACBD$ متوازي الأضلاع. و بما أن $AC = BC$ و $\widehat{ACB} = 90°$ فإن الرباعي $ACBD$ مربع.



حل التمرين رقم 64 للعودة إلى التمرين 64

1. تبيين أن S هي صورة E بدوران يطلب تعيين مركزه، اتجاهه و زاويته :

لدينا E و S نقطتان من الدائرة التي مركزها O إذن $OS = OE$ و بما أن $\widehat{SOE} = 60°$ فإن S هي صورة E بالدوران الذي مركزه O و زاويته $60°$ في الاتجاه السالب.

2. حساب قيس الزاوية $\widehat{EPS}$:

الزاوية $\widehat{EPS}$ محيطية و تحصر نفس القوس $\overset{\frown}{ES}$ مع الزاوية المركزية $\widehat{EOS}$ نستنتج إذن أن :

$\widehat{EPS} = \dfrac{\widehat{EOS}}{2} = \dfrac{60°}{2} = 30°$ أي $\boxed{\widehat{EPS} = 30°}$.

3. •حساب الطول PS:

طريقة 1 : المثلث EPS قائم في S لأن ضلعه $[EP]$ قطر للدائرة المحيطة به منه $\cos\widehat{EPS} = \dfrac{PS}{PE}$ أي $\cos 30° = \dfrac{PS}{8}$ منه $PS = 8 \times \cos 30° \approx 8 \times 0,866 = 6,928$.

إذن $\boxed{PS = 7\,\text{cm}}$ بالتدوير إلى الوحدة.

ملاحظة : لدينا أيضا $PS = PE \times \sin\widehat{PES} = 8\,\text{cm} \times \sin 60° \approx 7\,\text{cm}$.

طريقة 2 : المثلث OSE متقايس الأضلاع منه $ES = OE = \dfrac{EP}{2} = \dfrac{8}{2} = 4$ و بما أن المثلث EPS قائم في S فحسب نظرية فيثاغورث : $PS^2 = PE^2 - ES^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48$ منه $PS = \sqrt{48}\,\text{cm} \approx 6,928$.

إذن $\boxed{PS = 7\,\text{cm}}$ بالتدوير إلى الوحدة.

•حساب الطول PK:

طريقة 1 : بما أن $(OK) \perp (PS)$ و $(ES) \perp (PS)$ فإن $(OK)//(ES)$.

في المثلث EPS لدينا : $O \in (PE)$ و $K \in (PS)$ بحيث $(OK)//(ES)$ فحسب خاصية طاليس :

$\dfrac{PK}{PS} = \dfrac{PO}{PE} = \dfrac{OK}{ES}$ أي $\dfrac{PK}{7} = \dfrac{1}{2} = \dfrac{OK}{ES}$ منه $PK = \dfrac{7 \times 1}{2} = 3,5$ أي $PK = 3,5\,\text{cm}$.

إذن $\boxed{PK = 4\,\text{cm}}$ بالتدوير إلى الوحدة.

طريقة **2** : $PK = PO \times \cos\widehat{OPK} = 4\,\text{cm} \times \cos 30° \approx 3,5\,\text{cm}$ إذن $\boxed{PK = 4\,\text{cm}}$ بالتدوير إلى الوحدة.

طريقة **3** : حسب النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين K منتصف $[PS]$ و بالتالي :

$PK = \dfrac{PS}{2} = \dfrac{7\,\text{cm}}{2} = 3,5\,\text{cm}$. إذن $\boxed{PK = 4\,\text{cm}}$ بالتدوير إلى الوحدة.

الجزء الرابع:

وضعيات إدماجية

التمرين رقم 1 الحل موجود في الصفحة 14

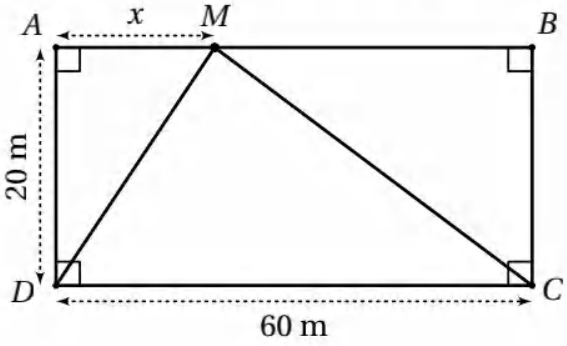
في هذه المسألة، الجزءان مستقلان عن بعضهما.

الجزء الأول :

1. السيد ياسين رجل أعمال، استثمر في قطعة أرض مستطيلة الشكل محيطها 160 m و طولها a يساوي ثلاثة أمثال عرضها b ، حيث حولها إلى حديقة ألعاب و تسلية.

☜ بين أن $a = 60\,\text{m}$ و $b = 20\,\text{m}$.

2. قسم السيد ياسين حديقة الألعاب و التسلية كما في الشكل المقابل، حيث الطول AM لم يقرره بعد ؛ خصص الجزء AMD للأطفال الأقل من 6 سنوات، الجزء MBC للفئة ما بين 6 و 12 سنة، بينما الجزء MCD خصصه لفئة المراهقين.

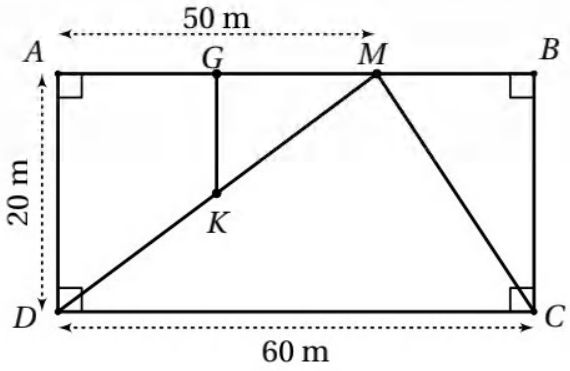


☜ ساعد السيد ياسين على تحديد مواضع النقطة M (أي قيم x) التي من أجلها تكون مساحة الجزء AMD لا تفوق ثلث مجموع مساحتي الجزأين MBC و MCD.

الجزء الثاني :

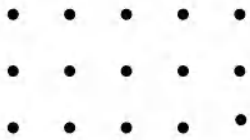
لاحظ السيد ياسين إقبالا كبيرا للفئة الأقل من 6 سنوات على الحديقة، فقرر أن يكون $AM = 50\,\text{m}$

و الشكل المقابل يوضح كيف قسم السيد ياسين الجزء AMD بوضع حاجز $[GK]$ بين ركن الألعاب $AGKD$ و الركن MGK لاستراحة الأطفال حيث $AG = 35\,\text{m}$.



1. احسب طول الحاجز $[GK]$.
2. احسب قيس الزاوية $\widehat{AMD}$ بالتدوير إلى الوحدة.

حرصا منه على المساهمة في المحافظة على الغطاء النباتي، خصص العم مقران جزءا من مزرعته لغرس أشجار مختلفة. هذا الجزء مستطيل الشكل بعداه 45 m و 65 m و قد غرس أشجارا في خطوط متوازية بحيث توجد شجرة في كل ركن من أركان هذا الجزء و المسافة التي تفصل شجرتين متتاليتين ثابتة و تساوي عددا طبيعيا من الأمتار.

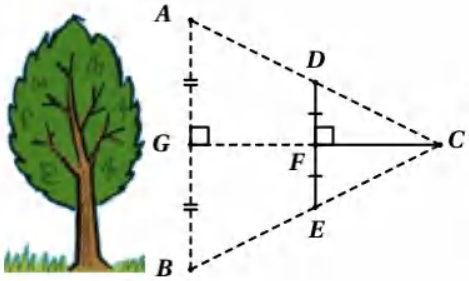


مخطط توضيحي لوضعية الأشجار

1. جِد عدد الأشجار علما أن المسافة بين كل شجرتين متتاليتين أكبر ما يمكن.

أثناء تفقده لأشجاره، لاحظ العم مقران وجود شجرة منكسرة و قد رافقته حفيدته ثيللي التي اعتقدت أنها أطول شجرة في المزرعة.

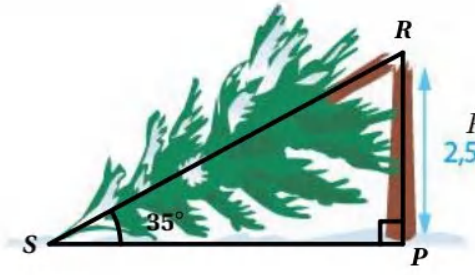
من أجل تبديد شكوكها، فكرت ثيللي في حساب علو هذه الشجرة قبل انكسارها و مقارنته بعلو أطول شجرة لا تزال قائمة باستعمال أدوات بسيطة فأخذت القياسات التالية.



2. (ا) ساعد ثيللي في حساب علو الشجرة القائمة (الطول AB) علما أن :

$CF = 20\,\text{cm}$ ؛ $DF = 10\,\text{cm}$ ؛ $CG = 5,4\,\text{m}$.

(لاحظ أن $AB = 2AG$).



(ب) احسب طول الشجرة المنكسرة ($PR = 2,5\,\text{m}$ ؛ $\widehat{PSR} = 35°$).

– هل ثيللي محقة ؟

3. ما هو حجم الحطب الذي يحصل عليه العم مقران من جذع الشجرة المنكسرة باعتباره أسطوانة دوران نصف قطر قاعدتها $r = 0,25\,\text{m}$ و ارتفاعها $h = 5,5\,\text{m}$ ؟ (تذكير : $\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h$)

التمرين رقم 3

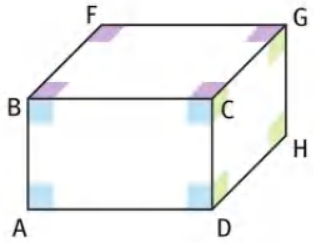
الحل موجود في الصفحة 15

لتعليب منتوجهم، يستعمل أحد مصانع العطور علبا مكعبة الشكل حيث يكون الوزن الصافي للعلبة المعبأة هو $312,5\,\text{g}$.

الجزء الأول :

يتم وضع العلب في صناديق على شكل متوازي المستطيلات أبعاد كل منها هي $0,45\,\text{m}$ ، $0,60\,\text{m}$ ، $0,90\,\text{m}$ بحيث تملأ هذه العلب الصناديق و لا يتبقى أي فراغ.

1. ما هي القيم الممكنة لطول حرف العلبة الواحدة علما أنه عدد طبيعي من السنتيمترات ؟
2. جِد طول حرف العلبة الواحدة حتى يكون عدد العلب أقل ما يمكن.
3. استنتج عدد العلب في كل صندوق.

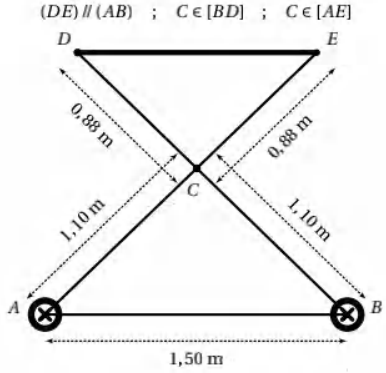


الجزء الثاني :

لتحسين ظروف العمل، قررت إدارة المصنع شراء عربات تسمح للعمال بشحن الصناديق دون أي عناء حيث يمكن تكييف ارتفاعها حسب الحاجة.

الوزن الأقصى الذي تتحمله العربة الواحدة هو $45\,\text{kg}$.

1. احسب طول طاولة العربة.
2. احسب العدد الأقصى للصناديق التي يمكن نقلها على العربة الواحدة.



الجزء الثالث :

للترويج بمنتوجهم، يرفق العمال كل صندوق ببطاقات إشهارية مطوية على شكل أنبوب طوله $1,15\,\text{m}$.

هل يستطيع العمال إدخال هذا الأنبوب في الصندوق ؟ اشرح ذلك علما أن قطر الأنبوب و سمك الصندوق مهملان.

التمرين رقم 4

الحل موجود في الصفحة 15

العدد الذهبي (Le nombre d'or - Golden Mean)

العدد الذهبي نسبة (عدد أصم) لها تطبيقات عديدة في فنون الزخرفة المعمارية (مثلا هرم خوفو) و الرسم كما نجدها في الطبيعة (مثلا زهرة عباد الشمس، قوقعة الحلزون، جسم الإنسان، ... إلخ).

الجزء الأول :

نرمز إلى العدد الذهبي بالرمز φ (و هو حرف يوناني يُقرأ «في» phi) و قيمته المضبوطة هي $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

1. أعطِ قيمة مقربة إلى $0,001$ للعدد الذهبي.
2. احسب و اكتب على أبسط شكل العدد φ^2.
3. احسب و اكتب على أبسط شكل العدد $\varphi + 1$.
4. استنتج أن العدد φ حل للمعادلة $x^2 - x - 1 = 0$.

جزء اختياري :

ا) بين أن $\dfrac{1}{\varphi} = \varphi - 1$.

ب) بين أن $\varphi^3 = 2\varphi + 1$.

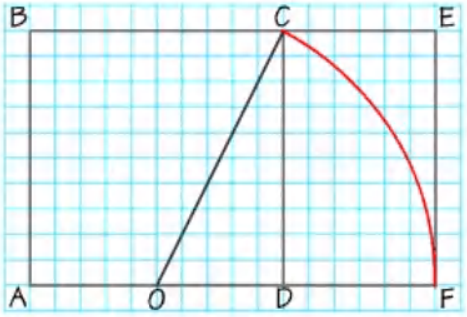
ج) بين أن $\varphi^4 = 3\varphi + 2$.

د) بين أن $\varphi^5 = 5\varphi + 3$.

الجزء الثاني :

نسمي مستطيلا ذهبيا كل مستطيل طوله L و عرضه l بحيث $\dfrac{L}{l} = \varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

لإنشاء مستطيل ذهبي، نتبع الخطوات التالية :



- نرسم مربعا $ABCD$ طول ضلعه $6\,\text{cm}$ (مثلا).
- نعين النقطة O ، منتصف الضلع $[AD]$.
- نعين النقطة F على نصف المستقيم (AD) بحيث $OC = OF$.
- نعين النقطة E بحيث يكون الرباعي $DFEC$ مستطيلا.

سنبرهن أن المستطيل $ABEF$ مستطيل ذهبي.

1. احسب الطول OD.
2. بين أن $OC = \sqrt{45}\,\text{cm}$.
3. اكتب الطول OC على الشكل $a\sqrt{b}$.
4. احسب الطول AF.
5. بين أن $\dfrac{AF}{AB} = \varphi$. ماذا تستنتج بالنسبة للمستطيل $ABEF$ ؟
6. برهن أن المستطيل $CDFE$ مستطيل ذهبي.

التمرين رقم 5

الحل موجود في الصفحة 15

سنحاول فيما يلي إيجاد القيم المضبوطة للنسب المثلثية لبعض الزوايا الشهيرة.

الجزء الأول :

1. ارسم مربعا $ABCD$ طول ضلعه $1\,\text{dm}$.
2. بين أن $AC = \sqrt{2}\ \text{dm}$.
3. بين أن $\widehat{BAC} = 45°$.
4. احسب القيم المضبوطة لكل من $\cos 45°$ ، $\sin 45°$ و $\tan 45°$.

الجزء الثاني :

نُذَكِّر أنه في المثلث المتقايس الأضلاع، محور كل ضلع هو أيضا منصف الزاوية المقابلة لهذا الضلع، الارتفاع المتعلق بهذا الضلع و المتوسط المتعلق بهذا الضلع.

ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه a و $[AH]$ ارتفاع فيه.

1. ما هو قيس الزاوية $\widehat{B}$ ؟
2. ما هو قيس الزاوية $\widehat{BAH}$ ؟
3. عبر عن الطول BH بدلالة a.
4. بين أن $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.
5. احسب القيم المضبوطة للنسب المثلثية لكل من الزاويتين $30°$ و $60°$.

الجزء الثالث :

نقبل أن : $\cos 0° = 1$ ، $\sin 0° = 0$ ، $\tan 0° = 0$ ، $\cos 90° = 0$ ، $\sin 90° = 1$.

أتمم الجدول التالي :

الزاوية x	$\cos x$	$\sin x$	$\tan x$
$0°$			
$30°$			
$45°$			
$60°$			
$90°$			غير موجود

التمرين رقم 6

الحل موجود في الصفحة 15

المسافة بين مدينتين A و B هي $900\,\text{km}$. على الساعة الثامنة صباحا، ينطلق أحمد من المدينة A بسرعة متوسطة تساوي $60\,\text{km/h}$ نحو المدينة B و في نفس اللحظة ينطلق إلياس من المدينة B نحو المدينة A بسرعة متوسطة تساوي $90\,\text{km/h}$.

نسمي x الوقت المنقضي (بالساعات) منذ لحظة الانطلاق (عند الانطلاق $x = 0$).

بعد ساعة واحدة (أي $x = 1$)، يكون أحمد على بُعد $60\,\text{km}$ من المدينة A و يكون إلياس على بُعد $810\,\text{km}$ من المدينة A.

1. جِد المسافة التي تفصل أحمد عن المدينة A من أجل :
   (ا) $x = 4$.
   (ب) $x = 10$.
2. جِد المسافة التي تفصل إلياس عن المدينة A من أجل :
   (ا) $x = 4$.
   (ب) $x = 10$.
3. (ا) عبر بدلالة x عن المسافة التي تفصل أحمد عن المدينة A.
   (ب) عبر بدلالة x عن المسافة التي تفصل إلياس عن المدينة A.
4. نعتبر الدالتين $f : x \longmapsto 60x$ و $g : x \longmapsto 900 - 90x$.
   انقل ثم أتمم الجدولين التاليين :

x	0	1	4	10
$f(x)$				

x	0	1	4	10
$g(x)$				

5. مثل بيانيا الدالتين f و g في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد حيث :
   - على محور الفواصل : $1\,\text{cm}$ يمثل ساعة واحدة.
   - على محور التراتيب : $1\,\text{cm}$ يمثل $100\,\text{km}$.
6. حدد، بقراءة بيانية (مع ترك الآثار على الشكل) :
   (ا) المدة التي يتلاقى بعدها أحمد بإلياس.
   (ب) المسافة التي تفصلهما عن المدينة A عند الالتقاء.
7. أجب على السؤال (6) بالحساب.

التمرين رقم 7

الحل موجود في الصفحة 16

في نهاية العام الدراسي، نظمت إحدى المتوسطات رحلة مدرسية إلى الجنوب لفائدة التلاميذ الناجحين في شهادة التعليم المتوسط.

1. دفعت ليلى تكاليف الرحلة على النحو التالي : ثلث المبلغ دفعته جمعية أولياء التلاميذ، خمس المبلغ المتبقي دفعته ليلى بما ادخرته و باقي المبلغ دفعه والداها.
   عبر بكسر عن المبلغ الذي دفعته ليلى بمدخراتها.
2. الرحلة كانت ليلا حيث انطلقت الحافلة التي نقلتهم من المتوسطة على الساعة 22 h 30 و وصلت على الساعة 7 h 42 بعد أن قطعت مسافة كلية تساوي 690 km.
   (ا) ما هي مدة الرحلة ؟
   (ب) احسب السرعة المتوسطة التي سارت بها الحافلة.
3. قررت المجموعة المكونة من 56 تلميذا و مؤطرا زيارة أحد المتاحف حيث ثمن تذكرة الدخول هو 120 DA للفرد الواحد مع الاستفادة من تخفيض 1200 DA على المبلغ الكلي أو 35% على ثمن التذكرة الواحدة.
   ساعدهم على اختيار العرض الأفضل.

التمرين رقم 8

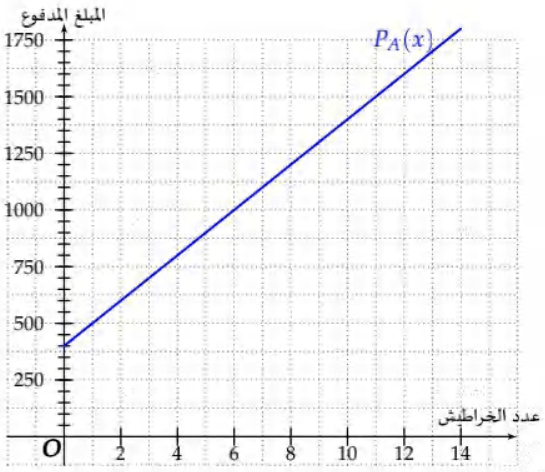
الحل موجود في الصفحة 17

ثمن خرطوشة طابعة في أحد المحلات هو 150 DA و في أحد مواقع الأنترنت ثمنها 100 DA مع دفع تكاليف التوصيل المقدرة بـ 400 DA مهما كان عدد الخراطيش المشتراة.

1. انقل و أتمم الجدول التالي :

عدد الخراطيش	2	5	11	14
المبلغ المدفوع في المحل (DA)		750		
المبلغ المدفوع في موقع الأنترنت (DA)		900		

2. نسمي x عدد الخراطيش.
   (ا) عبر بدلالة x عن المبلغ P_A المدفوع عند الشراء في المحل.
   (ب) عبر بدلالة x عن المبلغ P_B المدفوع عند الشراء عبر الأنترنت.



3. في المعلم المقابل، رسمنا المستقيم (d') ، التمثيل البياني للدالة $x \longmapsto 100x + 400$.
   ارسم في نفس المعلم المستقيم (d) ، التمثيل البياني للدالة $x \longmapsto 150x$.
4. حدد بقراءة بيانية مع ترك الآثار :
   (ا) الصيغة المناسبة لشراء 6 خراطيش.
   (ب) الصيغة المناسبة لشراء أكبر عدد من الخراطيش بمبلغ 800 DA.
   (ج) بدءاً من أي عدد من الخراطيش يكون ثمن الشراء عبر الأنترنت أصغر من أو يساوي ثمن الشراء في المحل.

التمرين رقم 9

الحل موجود في الصفحة 17

في إطار التضامن و التكافل مع العائلات، نضمت جمعية «كافل اليتيم» رحلة سياحية إلى مرتفعات تيكجدة لفائدة أبناء جنوبنا الكبير قصد ممارسة بعض الرياضات الشتوية التي من بينها التزحلق على الثلج.

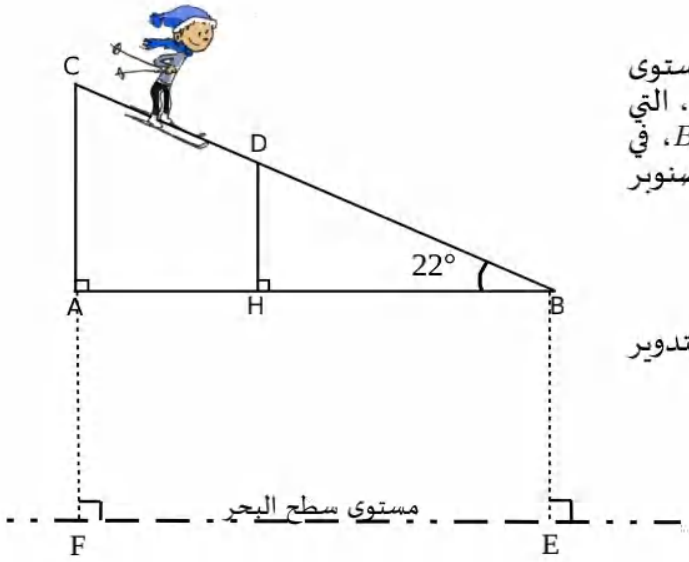
الجزء الأول :

كان عدد الأطفال المستفيدين من هذه الرحلة 54 طفلا، رافقهم 12 مؤطرا ، حيث تم تشكيل أكبر عدد ممكن من الفرق المتماثلة من حيث عدد الأطفال و عدد المؤطرين.

1. ما هو عدد المجموعات التي تم تشكيلها ؟
2. ما هي تركيبة كل مجموعة (عدد الأطفال و عدد المؤطرين) ؟

الجزء الثاني :

وحدة الطول هي المتر.



ينطلق المتزحلقون من النقطة C ، التي ترتفع عن مستوى سطح البحر بِـ $CF = 1450\,\text{m}$، باتجاه النقطة B ، التي ترتفع عن مستوى سطح البحر بِـ $BE = 1000\,\text{m}$، في مسار مستقيم و يمرون في النقطة D على شجرة صنوبر تبعد عن نقطة الانطلاق بِـ $CD = 400\,\text{m}$.

1. بين أن $CA = 450\,\text{m}$.
2. احسب طول مسار التزحلق (الطول CB) بالتدوير إلى الوحدة.
3. احسب الطول DH بالتدوير إلى الوحدة.

الجزء الثالث :

اللافتة المقابلة تمثل انحدار جزء من الطريق المؤدي إلى منتجع (مكان) التزحلق.

أيهما أشد انحدارا، مسار التزحلق أم هذا الجزء من الطريق ؟ علل.

التمرين رقم 10

الحل موجود في الصفحة 18

⚠ الأجزاء الثلاثة مستقلة عن بعضها

تقترح شركة مختصة في تصنيع أغلفة الهواتف الذكية، تزيينها بأشكال و ألوان حسب ذوق الزبون (المشتري).

الجزء الأول

يريد منير شراء غلاف مستطيل الشكل لهاتفه النقال، مساحته $160\,\text{cm}^2$ حيث عرضه b يساوي خُمسَيْ طوله a.

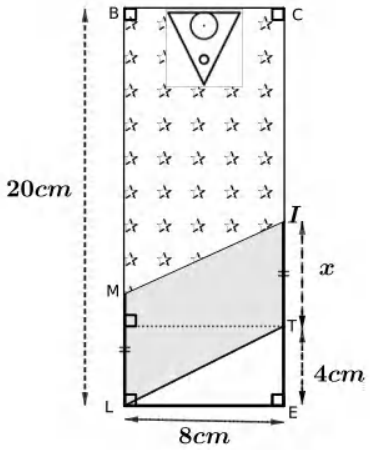
☜ جِد بُعدَي هذا المستطيل.

الجزء الثاني

نعتبر في هذا الجزء أن $a = 20\,\text{cm}$ و $b = 8\,\text{cm}$.

يريد منير تزيين غلاف هاتفه الذكي كما في الشكل المقابل حيث الرباعي $MITL$ متوازي الأضلاع و الطول IT لم يقرره بعد ($IT = x\,\text{cm}$).

الجزء المخصص لإظهار الكاميرا و الفلاش هو مثلث مساحته $S_1 = 2\,\text{cm}^2$.

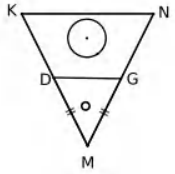


1. بين أن مساحة الجزء $MIEL$ هي $S_2 = 8x + 16$.
2. بين أن مساحة الجزء $BCIM$ المزين بالنجوم (بدون S_1 أي بدون المثلث) هي $S_3 = 142 - 8x$.
3. ساعد منير على تحديد قيم x التي تكون من أجلها المساحة S_3 تفوق المساحة S_2.

الجزء الثالث

الشكل المقابل يمثل الجزء المخصص لإظهار الكاميرا و الفلاش (غير مرسوم بالقياسات الحقيقية) حيث :

$(DG) // (KN)$ ، $MG = MD = 0,8\,\text{cm}$ ، $MN = 2,4\,\text{cm}$ ، $KN = 1,8\,\text{cm}$.



احسب الطول DG.

تذكير ببعض القوانين :

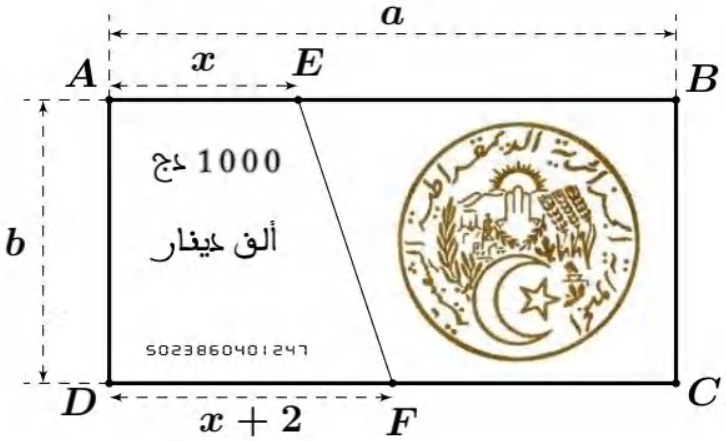
- مساحة شبه المنحرف : $\dfrac{\text{الارتفاع} \times (\text{القاعدة الصغرى} + \text{القاعدة الكبرى})}{2}$.
- مساحة متوازي الأضلاع : القاعدة ×الارتفاع.

التمرين رقم 11

الحل موجود في الصفحة 19

وحدة الطول هي السنتيمتر.

لتجديد الأوراق النقدية من فئة 1000 DA ، اقترح أحد الرسامين الشكل المقابل.



الجزء الأول:

الورقة النقدية عبارة عن مستطيل مساحته $S = 128\,\text{cm}^2$ و عرضه b يساوي نصف طوله a.

– بين أن بعدَيْ هذه الورقة النقدية هما 16 cm و 8 cm.

الجزء الثاني:

وجه الورقة النقدية يتألف من جزءين :

الجزء $AEFD$: مخصص لكتابة قيمة الورقة النقدية بالحروف و الأرقام، بالإضافة إلى رموز تسمح بالتحقق من موثوقيتها (أي التأكد من أن الورقة النقدية غير مزورة).
الجزء $BCFE$: مخصص لرسومات (شعارات و رموز وطنية).
نضع $AE = x$ و $DF = x + 2$ حيث x عدد حقيقي و $0 \leqslant x \leqslant 8$.

1. عبر بدلالة x عن S_1 ، مساحة الجزء $AEFD$ علما أنها تُعطى بالعبارة $S_1 = \dfrac{(AE + DF) \times AD}{2}$.
2. استنتج S_2 ، مساحة الجزء $BCFE$.
3. نعتبر الدالتين f و g حيث : $f(x) = 8x + 8$: $g(x) = 120 - 8x$.
   (ا) مثل، في معلم متعامد، الدالتين f و g باعتماد السلم التالي :
   - على محور الفواصل : 1 cm يمثل 1 cm.
   - على محور التراتيب : 1 cm يمثل $8\,\text{cm}^2$.

   (ب) حُل المتراجحة $f(x) < g(x)$ و فسر النتيجة.
   (ج) جِد، بقراءة بيانية، قيمة x التي من أجلها يكون $S_2 = S_1$.

الجزء الثالث:
من أجل حماية الأوراق النقدية من التزوير، يُسجل على كل ورقة نقدية عدد تسلسلي N مؤلف من 13 رقما، و إذا كانت الورقة النقدية غير مزورة فإن القاسم المشترك الأكبر لمجموع أرقام N و العدد 2019 هو 3.
– تأكد من موثوقية ورقة نقدية عددها التسلسلي هو : $N = 5023860401247$.

التمرين رقم 12

الحل موجود في الصفحة 20

تقترح شركة تراموای الجزائر التسعيرات التالية :
التسعيرة A: دفع 50 DA للتذكرة الواحدة.
التسعيرة B: دفع 200 DA كاشتراك شهري ثم 40 DA للتذكرة الواحدة.
التسعيرة C: دفع 3000 DA كاشتراك شهري و عدد الرحلات غير محدود.
1. ما هو عدد الرحلات التي يمكنك القيام بها بمبلغ 2000 DA بالتسعيرتين A و B ؟
2. باعتبار x عدد الرحلات في الشهر و بالاستعانة بتمثيل بياني، أعط أفضل التسعيرات A ، B ، C حسب عدد الرحلات في الشهر. (يمكنك أخذ 1 cm على محور الفواصل يمثل 10 رحلات و 1 cm على محور التراتيب يمثل 250 DA).

التمرين رقم 13

الحل موجود في الصفحة 20

(ش.ت.م Aix Marseille 1999 / 2018 — بتصرف)
عبدالله، محمد و أمين عمال في مؤسسة لصناعة ألعاب الأطفال، رواتبهم الشهرية على النحو التالي :

- عبدالله راتبه 20000 DA إضافة إلى 200 DA لكل لعبة يقوم بصنعها.
- محمد راتبه 30000 DA إضافة إلى 100 DA لكل لعبة يقوم بصنعها.
- أمين راتبه ثابت و يُقدر بِ 44000 DA.

1. أتمم الجدول التالي :

عدد اللعب	راتب عبدالله	راتب محمد	راتب أمين
130 لعبة			
100 لعبة			

2. ليكن x عدد اللعب المصنوعة في مدة شهر.
عبر بدلالة x عن y_1 ، راتب عبدالله ؛ y_2 ، راتب محمد و y_3 ، راتب أمين.

3. في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$ حيث نختار الوحدات التالية :

- على محور الفواصل : 1 cm يمثل 50 لعبة.
- على محور التراتيب : 1 cm يمثل 5000 DA.

ارسم المستقيمات (d_1) ، (d_2) و (d_3) ؛ التمثيلات البيانية للدوال $f(x) = 200x + 20000$، $g(x) = 100x + 30000$ و $h(x) = 44000$ على الترتيب.

4. تحصل محمد في شهر فيفري على مبلغ 35000 DA. حدد بقراءة بيانية :

(ا) عدد اللعب التي قام بصنعها.

(ب) راتب عبدالله إذا قام بصنع نفس العدد من اللعب.

5. تحصل عبدالله في شهر مارس على مبلغ 50000 DA. حدد بقراءة بيانية :

(ا) عدد اللعب التي قام بصنعها.

(ب) راتب محمد إذا قام بصنع نفس العدد من اللعب.

6. حل المتراجحة $f(x) \leqslant g(x)$ ثم فسر النتيجة.

7. بالاستعانة بالتمثيلات البيانية السابقة، أجب على الأسئلة التالية :

(ا) بدءاً من أي عدد من اللعب المصنوعة في الشهر يكون راتب محمد أكبر من أو يساوي راتب أمين ؟

(ب) بدءاً من أي عدد من اللعب المصنوعة في الشهر يكون راتب محمد أكبر من أو يساوي راتب أمين و راتب عبدالله ؟

(ج) هل يمكن أن يتقاضى العمال الثلاثة نفس الراتب ؟ علل.

التمرين رقم 14

الحل موجود في الصفحة 20

(Brevet des Collèges – Caen 1995)

الجزء الأول:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد.

على محور الفواصل : الوحدة هي 2 cm. على محور التراتيب : كل 1 cm يمثل 20 وحدة.

1. مثل بيانيا، في هذا المعلم، المستقيمات التالية :

- $(D_1) : y = -90x + 270$ (بالأزرق).
- $(D_2) : y = -40x + 150$ (بالأحمر).
- $(D_3) : y = -10x + 50$ (بالأسود).

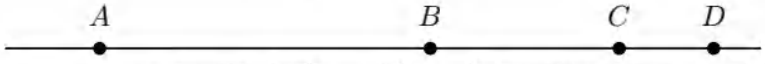
2. اقرأ إحداثيتي النقطة M، نقطة تقاطع المستقيمين (D_1) و (D_2).

الجزء الثاني:

توجه ثلاثة أشخاص إلى مدينة D لمشاهدة سباق سيارات حيث انطلقوا من مقر سكناهم في نفس اللحظة :

- انطلق حسام بسيارته من مدينة A بسرعة متوسطة تساوي 90 km/h.
- انطلق فريد بدراجته النارية من مدينة B بسرعة متوسطة تساوي 40 km/h.
- انطلق جمال بدراجته من مدينة C بسرعة متوسطة تساوي 10 km/h.

المسافة بين المدينتين A و B هي 120 km ، بين B و C هي 100 km و بين C و D هي 50 km.



نسمي x عدد الساعات المنقضية منذ الانطلاق و y المسافة المتبقية (بـ km) للوصول إلى المدينة D.

1. (ا) عبر بدلالة x عن المسافة التي يقطعها حسام.

(ب) استنتج أن المسافة المتبقية لحسام للوصول إلى المدينة D هي $H(x) = 270 - 90x$.

2. عبر بدلالة x عن المسافة $F(x)$ التي تفصل فريد عن المدينة D.
3. عبر بدلالة x عن المسافة $J(x)$ التي تفصل جمال عن المدينة D
4. ما هي دلالة إحداثيتي النقطة M من السؤال الثاني من الجزء الأول ؟
5. حدد، بقراءة بيانية، المسافة التي تفصل حسام عن المدينة D عندما يتجاوز جمال (عند الالتقاء).
6. حدد، بالحساب، ساعة التقاء فريد بجمال و المسافة التي تفصلهما عن المدينة D.

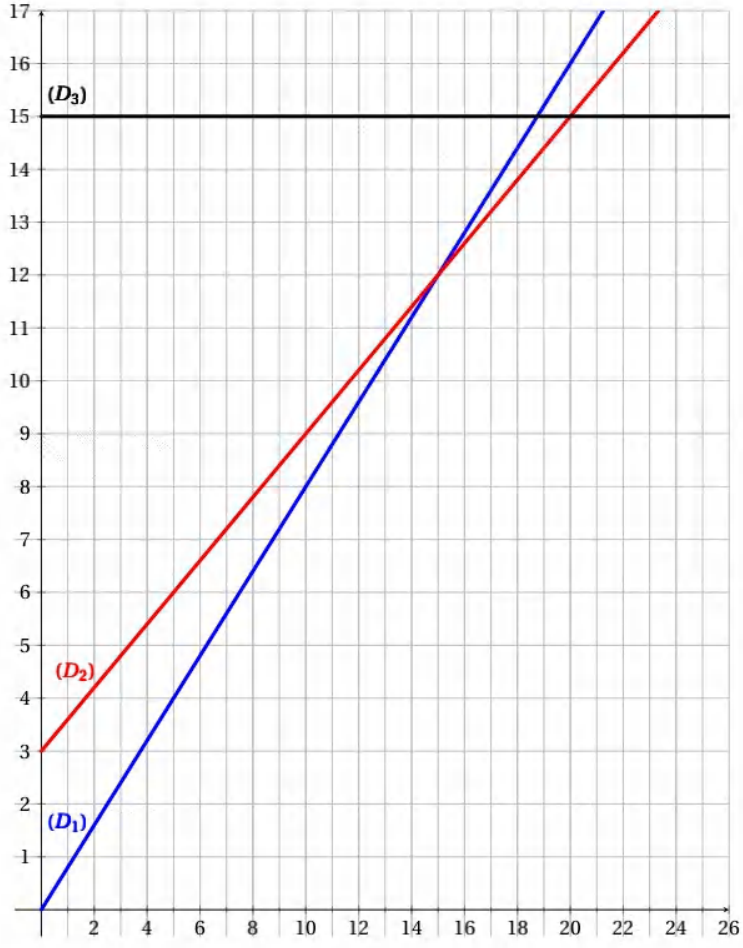
التمرين رقم 15 الحل موجود في الصفحة 20

(Brevet des Collèges – Polynésie 1999 — بتصرف)

الجزء الأول:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد $(O; I, J)$ حيث الوحدة على محور الفواصل هي $5\,\text{mm}$ و على محور التراتيب هي $1\,\text{cm}$.

(D_1) ، (D_2) و (D_3) مستقيمات تمثيلاتها البيانية معطاة في الشكل أدناه.



1. تعرف على نوع الدالة التي يمثلها كل مستقيم.
2. جِد صورة 10 و سابقة 12 بكل دالة.
3. حدد، بقراءة بيانية، معادلة كل من (D_1) ، (D_2) و (D_3).
4. اقرأ إحداثيتي النقطة A، نقطة تقاطع (D_2) و (D_3). تحقق من النتيجة بالحساب.
5. اقرأ إحداثيتي النقطة B، نقطة تقاطع (D_1) و (D_2). تحقق من النتيجة بالحساب.

الجزء الثاني:

تقترح مؤسسة لنقل البضائع ثلاث صيغ للدفع :

الصيغة (أ): 800 DA للرحلة الواحدة.

الصيغة (ب): 600 DA للرحلة الواحدة مع دفع اشتراك قدره 3000 DA.

الصيغة (ج) دفع اشتراك قدره 15000 DA و عدد الرحلات غير محدود.

1. انقل الجدول التالي ثم أتممه :

	المبلغ المدفوع		
عدد الرحلات	بالصيغة (أ)	بالصيغة (ب)	بالصيغة (ج)
5			
18			
25			

2. نسمي x عدد الرحلات و p المبلغ المدفوع بكل صيغة.
عبر بدلالة x عن المبلغ المدفوع بكل صيغة.

3. نسمي y المبلغ المدفوع معبرا عنه بآلاف الدنانير.
جِد عبارة y بدلالة x لكل صيغة من الصيغ الثلاث.

4. بالاستعانة بالتمثيل البياني من الجزء الأول، حدد الصيغة المناسبة من أجل 16 رحلة مع ترك الآثار على الشكل. تحقق من النتيجة بالحساب.

5. متى تكون الصيغة (أ) هي الأفضل ؟ علل بيانيا.

6. متى ندفع نفس المبلغ بالصيغتين (ب) و (ج) ؟ فسر النتيجة بيانيا.

حل التمرين رقم 1

للعودة إلى التمرين 1

الجزء الأول

1. لدينا : $a = 3b$ و $2(a+b) = 60$ منه $2 \times 4b = 160$ أي $8b = 160$ منه $b = 160 \div 8$ إذن $\boxed{b = 20\,\text{m}}$
و بالتالي $a = 3 \times 20$ أي $\boxed{a = 60\,\text{m}}$.

2. مساحة الجزء AMD هي $\boxed{10x\ (\text{m}^2)}$.

$$S_1 = \frac{AM \times AD}{2} = \frac{x \times 20}{2} = 10x$$

مساحة الجزء MBC هي $\boxed{600 - 10x\ (\text{m}^2)}$. $S_2 = \dfrac{BM \times BC}{2} = \dfrac{(60-x) \times 20}{2} = 10(60-x) = 600 - 10x$

مساحة الجزء MCD هي $\boxed{600\ (\text{m}^2)}$.

$$S_3 = \frac{CD \times AD}{2} = \frac{60 \times 20}{2} = 600$$

مساحة AMD لا تفوق ثُلث مجموع مساحتي MBC و MCD معناه $S_1 \leqslant \frac{1}{3}(S_2 + S_3)$ أي $10x \leqslant \frac{1}{3}(600 - 10x + 600)$

منه $30x \leqslant 1200 - 10x$ منه $30x + 10x \leqslant 1200$ أي $40x \leqslant 12000$ منه $x \leqslant \dfrac{1200}{40}$ أي $x \leqslant 30$.

و بما أن $x > 0$ (لأنه طول) فإن $\boxed{0 < x \leqslant 30\,\text{m}}$.

الجزء الثاني

1. بما أن $(GK) \perp (AM)$ و $(AD) \perp (AM)$ فإن $(GK) \,//\, (AD)$.
في المثلث AMD لدينا : $G \in (MA)$ و $K \in (MD)$ بحيث $(GK) \,//\, (AD)$ فحسب خاصية طاليس
$$\frac{MG}{MA} = \frac{MK}{MD} = \frac{GK}{AD}$$
منه $\dfrac{50-35}{50} = \dfrac{GK}{20}$ أي $\dfrac{15}{50} = \dfrac{GK}{20}$ منه $GK = \dfrac{20 \times 15}{50} = 6$ إذن طول الحاجز هو $\boxed{GK = 6\,\text{m}}$.

2. المثلث AMD قائم في A إذن $\tan \widehat{AMD} = \dfrac{AD}{AM} = \dfrac{20}{50} = 0,4$ منه
$\widehat{AMD} = \boxed{0,4}\ \boxed{2\,\text{ndf}}\ \boxed{\tan} \approx 21,8°$.
إذن $\boxed{\widehat{AMD} = 22°}$ بالتدوير إلى الوحدة.

حل التمرين رقم 2

للعودة إلى التمرين 2

1. حساب عدد الأشجار : نبدأ بتعيين المسافة التي تفصل كل شجرتين متتاليتين.
المسافة بين شجرتين متتاليتين قاسم للعدد 45 و قاسم للعدد 65 أي قاسم مشترك للعددين 45 و 65.
و بما أن هذه المسافة أكبر ما يمكن فإنها تساوي $\text{pgcd}(45;65)$.

لحسابه، نطبق خوارزمية إقليدس :
$65 = 45 \times 1 + 20$
$45 = 20 \times 2 + \boxed{5}$
$20 = 5 \times 4 + 0$
آخر باق غير معدوم هو 5 و بالتالي $\text{pgcd}(45;65) = 5$.

إذن المسافة التي تفصل كل شجرتين متتاليتين هي 5 m.

- عدد الأشجار طولا هو 13 شجرة. $65 \div 5 = 13$
- عدد الأشجار عرضا هو 9 أشجار. $45 \div 5 = 9$
- عدد الأشجار الكلي هو $\boxed{117\ \text{شجرة}}$. $13 \times 9 = 117$

2. (أ) حساب علو الشجرة القائمة : التحويل: $\boxed{5,4\,\text{m} = 540\,\text{cm}}$

بما أن $(DF) \perp (GC)$ و $(GC) \perp (AG)$ فإن $(DF) \,//\, (AG)$ (إذا عامد مستقيمان نفس المستقيم فهما متوازيان).

في المثلث AGC لدينا : $D \in (CA)$ و $F \in (CG)$ بحيث $(DF) \,//\, (AG)$ فحسب خاصية طاليس :

$$\frac{CD}{CA} = \frac{CF}{CG} = \frac{DF}{AG}$$

أي $\dfrac{CD}{CA} = \dfrac{20}{540} = \dfrac{10}{AG}$ منه $AG = \dfrac{540 \times 10}{20} = 270$ إذن $AG = 270\,\text{cm} = 2,7\,\text{m}$.

و بالتالي $AB = 2AG = 2 \times 2,7\,\text{cm} = 5,4\,\text{m}$. إذن علو الشجرة القائمة هو $\boxed{5,4\,\text{m}}$.

(ب) حساب طول الشجرة المنكسرة : $h = PR + RS = 2,5 + RS$.

- حساب الطول RS : في المثلث RSP القائم في P لدينا : $\sin \widehat{PSR} = \dfrac{PR}{RS}$ أي $\sin 35° = \dfrac{2,5}{RS}$

منه $RS = \dfrac{2,5}{\sin 35°} \approx \dfrac{2,5}{0,574} \approx 4,36$ و بالتالي : $h = 2,5 + RS = 2,5 + 4,36 = 6,86$.

إذن طول الشجرة المنكسرة هو $\boxed{6,86\,\text{m}}$ بالتدوير إلى الجزء من 100.

- بما أن $6,86 > 5,4$ فإن ثيلالي محقة أي الشجرة المنكسرة هي أطول شجرة في المزرعة.

3. حساب حجم الحطب الذي يتحصل عليه العم مقران من جذع الشجرة المنكسرة :

$$\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h = \pi r^2 \times h \approx 3,14 \times (0,25)^2 \times 5,5 \approx 1,079$$

إذن حجم الحطب الذي يتحصل عليه العم مقران من جذع الشجرة المنكسرة هو حوالي $\boxed{1,079\,\text{m}^3}$.

حل التمرين رقم 3

للعودة إلى التمرين 3

حل التمرين رقم 4

للعودة إلى التمرين 4

حل التمرين رقم 5

للعودة إلى التمرين 5

حل التمرين رقم 6

للعودة إلى التمرين 6

1. (أ) بعد 4 ساعات، يكون أحمد على بعد 240 km من المدينة A. $d = v \times t = 60\,\text{km/h} \times 4\,\text{h} = 240\,\text{km}$.

(ب) بعد 10 ساعات، يكون أحمد على بعد 600 km من المدينة A. $d = v \times t = 60\,\text{km/h} \times 10\,\text{h} = 600\,\text{km}$.

2. (أ) بعد 4 ساعات يكون إلياس قد قطع مسافة $90 \times 4 = 360\,\text{km}$ و بالتالي يكون على بُعد $900 - 360 = 540\,\text{km}$ من المدينة A.

(ب) بعد 10 ساعات يكون إلياس قد قطع مسافة $90 \times 10 = 900\,\text{km}$ و بالتالي يكون على بُعد $900 - 900 = 0\,\text{km}$ من المدينة A (أي بعد 10 ساعات يكون إلياس قد وصل إلى المدينة A).

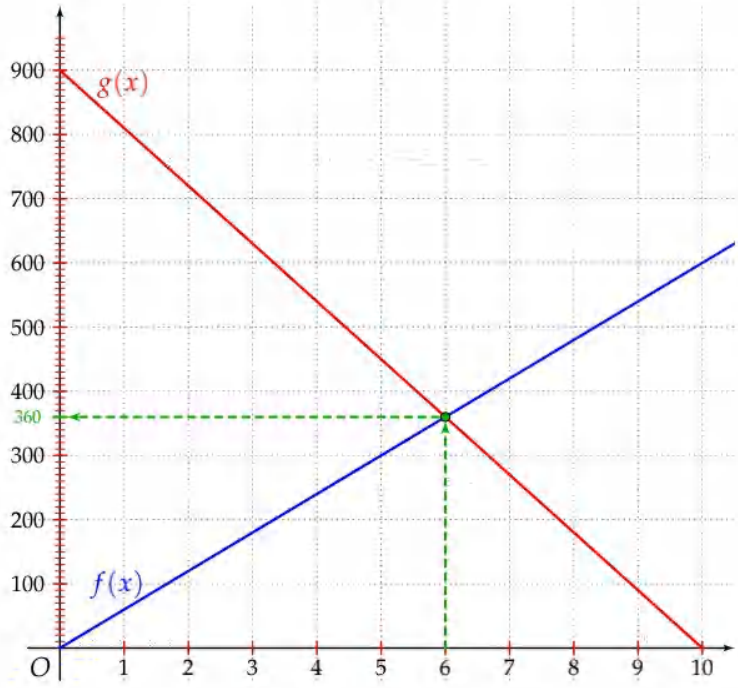
3. (أ) المسافة التي تفصل أحمد عن المدينة A هي $\boxed{d_1(x) = 60x}$ $d_1 = v_1 \times t = 60 \times x = 60x$

(ب) المسافة التي يقطعها إلياس خلال x ساعة هي $90x$ و بالتالي فالمسافة التي تفصله عن المدينة A هي $\boxed{d_2(x) = 900 - 90x}$.

4. من المعطيات و الأسئلة السابقة :

x	0	1	4	10
$f(x)$	0	60	240	600

x	0	1	4	10
$g(x)$	900	810	540	0



5. لتمثيل الدالتين f و g ، نستعين بالسؤال السابق.

تمثيل الدالة f عبارة عن مستقيم يشمل المبدأ (لأنها دالة خطية) و النقطة التي إحداثياها $(10, 600)$

و تمثيل الدالة g عبارة عن مستقيم يمر من النقطتين $(0, 900)$ و $(10, 0)$.

6. (ا) زمن الالتقاء هو فاصلة نقطة تقاطع التمثيلين البيانيين السابقين.

على الشكل، نقرأ فاصلة نقطة التقاطع $x = 6$.

إذاً يلتقي أحمد بإلياس بعد $6\,\text{h}$ من الانطلاق.

(ب) المسافة التي تفصلهما عن المدينة A هي ترتيبة نقطة التقاطع. على الشكل، نقرأ ترتيبة نقطة التقاطع $y = 360$.

إذاً عند الالتقاء، يكون أحمد و إلياس على بعد $360\,\text{km}$ من المدينة A.

7. (ا) عند الالتقاء يكون $f(x) = g(x)$ أي $60x = 900 - 90x$ منه $60x + 90x = 900$ أي $150x = 900$

منه $x = \dfrac{900}{150} = 6$.

يلتقي أحمد و إلياس بعد $6\,\text{h}$ من الانطلاق.

(ب) المسافة التي تفصلهما عن المدينة A عند الالتقاء هي $f(6) = 60 \times 6 = 360$.

عند الالتقاء، يكون أحمد و إلياس على بُعد $360\,\text{km}$ من المدينة A.

حل التمرين رقم 7 للعودة إلى التمرين 7

1. إذا دفعت جمعية أولياء التلاميذ $\dfrac{1}{3}$ المبلغ الكلي فإن المبلغ المتبقي هو $1 - \dfrac{1}{3} = \dfrac{3}{3} - \dfrac{1}{3} = \dfrac{3-1}{3} = \dfrac{2}{3}$.

و خمس هذا المبلغ المتبقي هو $\dfrac{1}{5} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{1 \times 2}{5 \times 3} = \dfrac{2}{15}$. إذاً دفعت ليلى $\boxed{\dfrac{2}{15}}$ من تكاليف الرحلة.

ملاحظة : يمكن الإجابة على السؤال بسلسلة عمليات واحدة : $\dfrac{1}{5} \times \left(1 - \dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{1}{5} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{1 \times 2}{5 \times 3} = \dfrac{2}{15}$.

2. (ا) مدة الرحلة هي : $9\,\text{h}12\,\text{min}$ (من $22\,\text{h}30$ إلى $24\,\text{h}00 \leftarrow 1\,\text{h}30$ و $1\,\text{h}30 + 7\,\text{h}42 = 9\,\text{h}12$).

$$\begin{array}{rccc} & {\scriptstyle 1} & & \\ & 01 & \text{h} & 30 \\ + & 07 & \text{h} & 42 \\ \hline = & 09 & \text{h} & 12 \end{array}$$

(ب) المسافة الكلية هي $d = 690\,\text{km}$ و الزمن المستغرق لقطع هذه المسافة هو $t = 9\,\text{h}12 = 9\,\text{h} + \dfrac{12}{60}\,\text{h} = 9\,\text{h} + 0,2\,\text{h} = 9,2\,\text{h}$

و بالتالي فالسرعة المتوسطة التي سارت بها الحافلة هي $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{690\,\text{km}}{9,2\,\text{h}} = \boxed{75\,\text{km/h}}$.

3. • إذا اختاروا التخفيض بـ $1200\,\text{DA}$ فإنهم سيدفعون : $\boxed{5520\,\text{DA}}$ $56 \times 120 - 1200 = 6720 - 1200 = 5520$

• و إذا اختاروا تخفيض 35% من ثمن التذكرة الواحدة فإنهم سيدفعون : $\boxed{4368\,\text{DA}}$.

$$56 \times \left(1 - \frac{35}{100}\right) \times 120 = 56 \times (1 - 0,35) \times 120 = 56 \times 0,65 \times 120 = 4368$$

العرض الأفضل هو الثاني (تخفيض بنسبة 35% على ثمن التذكرة الواحدة).

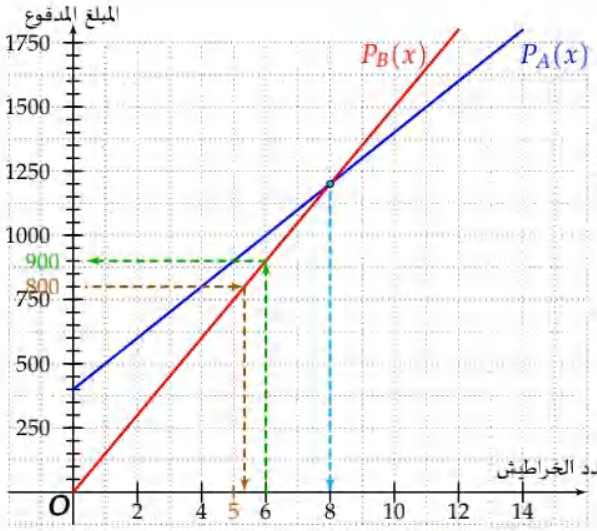
طريقة أخرى : نسبة التخفيض في الحالة الأولى هي $\frac{1200}{6720} \times 100 \approx 18\%$ و هي أقل من نسبة التخفيض في الحالة الثانية.

حل التمرين رقم 8

للعودة إلى التمرين 8

عدد الخراطيش	2	5	11	14
المبلغ في المحل (DA)	$2 \times 150 = 300$	750	$11 \times 150 = 1650$	$14 \times 150 = 2100$
المبلغ في الأنترنت (DA)	$2 \times 100 + 400 = 600$	900	$11 \times 100 + 400 = 1500$	$14 \times 100 + 400 = 1800$

1.



2. (أ) $P_A(x) = 150 \times x = 150x$.

(ب) $P_B(x) = 100 \times x = 100x + 400 = 100x + 400$.

3. المستقيم (d) يشمل المبدأ O و النقطة $(5; 750)$ مثلا (السؤال الأول).

4. (أ) من أجل 6 خراطيش، يستحسن الشراء في المحل.

(ب) بمبلغ 800 يمكن شراء 5 خراطيش على الأكثر (و هذا في المحل).

(ج) بدءاً من 8 خراطيش، يكون ثمن الشراء عبر الأنترنت أصغر من أو يساوي ثمن الشراء في المحل.

حل التمرين رقم 9

للعودة إلى التمرين 9

الجزء الأول :

1. عدد الفرق قاسم مشترك للعددين 54 و 12 و هو أكبر ما يمكن إذاً عدد الفرق هو $\text{pgcd}(54; 12) = 6$.

$$54 = 12 \times 4 + 6$$
$$12 = 6 \times 2 + 0$$

2. عدد الأطفال في كل مجموعة هو $54 \div 6 = 9$ و عدد المؤطرين هو $12 \div 6 = 2$.

تتشكل كل مجموعة من 6 أطفال و مؤطرَيْن اثنين.

الجزء الثاني :

1. لدينا : $\boxed{450\,\text{m}}$ $CA = CF - AF = CF - BE = 1450\,\text{m} - 1000\,\text{m} = \boxed{450\,\text{m}}$.

2. في المثلث ABC القائم في A لدينا : $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{CB}$ أي $\frac{450}{CB} = \sin 22°$ منه $CB = \frac{450}{\sin 22°} \approx \frac{450}{0,375} = 1200$

إذاً طول مسار التزحلق هو $\boxed{CB = 1200\,\text{m}}$ بالتدوير إلى الوحدة.

3. $BD = BC - CD = 1200\,\text{m} - 400\,\text{m} = 800\,\text{m}$.

بما أن $(DH) \perp (AB)$ و $(CA) \perp (AB)$ فإن $(DH) // (CA)$ (إذا عامد مستقيمان نفس المستقيم فهما متوازيان).

في المثلث ABC لدينا : $H \in (AB)$ و $D \in (CB)$ بحيث $(DH) // (CA)$ فحسب خاصية طاليس :

$$\frac{BH}{BA} = \frac{BD}{BC} = \frac{DH}{AC}$$ أي $$\frac{BH}{BA} = \frac{800}{1200} = \frac{DH}{450}$$ منه $$DH = \frac{450 \times 800}{1200} = 300$$

إذاً $\boxed{DH = 300\,\text{m}}$ بالتدوير إلى الوحدة.

طريقة أخرى : في المثلث DBH القائم في H لدينا : $\sin \widehat{DBH} = \frac{DH}{DB}$ منه

$$DH = DB \times \sin \widehat{DBH} = 800\,\text{m} \times \sin 22° \approx 800\,\text{m} \times 0,375 = 300\,\text{m}$$

الجزء الثالث :

إذا كان α قيس زاوية انحدار هذا الجزء من الطريق فإن $\tan\alpha = 30\% = \frac{30}{100} = 0,3$ منه $\alpha \approx 17°$

$0,3$ 2ndf cos.

بما أن $\alpha < 22°$ فإن مسار التزحلق أشد انحدارا من هذا الجزء من الطريق.

حل التمرين رقم 10 — للعودة إلى التمرين 10

الجزء الأول

مساحة الغلاف (المستطيل) هي $S = a \times b = 160\,\text{cm}^2$. لكن $b = \frac{2}{5}a$ منه $a \times \frac{2}{5}a = 160$ أي $\frac{2}{5}a^2 = 160$

منه

$a = \sqrt{400}\,\text{cm} = 20\,\text{cm}$ منه $a^2 = \frac{160}{\frac{2}{5}} = 160 \times \frac{5}{2} = \frac{160 \times 5}{2} = 400$ و بالتالي $b = \frac{2}{5}a = \frac{2}{5} \times 20\,\text{cm} = \frac{2 \times 20}{5}\,\text{cm} = 8\,\text{cm}$.

إذاً طول الغلاف هو $a = 20\,\text{cm}$ و عرضه هو $b = 8\,\text{cm}$.

الجزء الثاني

1. مساحة الجزء $MIEL$ هي : $S_2 = S_{LTE} + S_{MITL} = \frac{LE \times TE}{2} + LE \times IT = \frac{8 \times 4}{2} + 8 \times x = 16 + 8x\ (\text{cm}^2)$

طريقة أخرى : $S_2 = \frac{(LM + IE) \times LE}{2} = \frac{(x + 4 + x) \times 8}{2} = (2x + 4) \times 4 = 8x + 16\ (\text{cm}^2)$

2. مساحة الجزء $BCIM$ هي :

$S_3 = S - (S_1 + S_2) = 160 - (2 + 8x + 16) = 160 - (8x + 18) = 160 - 8x - 18 = 142 - 8x\ (\text{cm}^2)$

3. S_3 تفوق S_2 معناه $S_3 > S_2$ أي $142 - 8x > 8x + 16$ منه $142 - 16 > 8x + 8x$ أي $-16x > -126$

منه $x < \frac{-126}{-16}$ أي $x < 7,875$. و بما أن x عدد موجب (لأنه طول) فإن $0 \leqslant x < 7,875$.

ملاحظة : يجب أن يكون $x \leqslant CT$ أي $x \leqslant 16$ و هذا محقق.

الجزء الثالث

في المثلث KMN لدينا : $D \in (KM)$ و $G \in (NM)$ بحيث $(DG) // (KN)$ فحسب خاصية طاليس :

$\frac{MD}{MK} = \frac{MG}{MN} = \frac{DG}{KN}$ أي $\boxed{\frac{0,8}{2,4} = \frac{DG}{1,8}}$ منه $\frac{0,8}{MK} = \frac{0,8 \times 1,8}{2,4} = 0,6$.

إذاً : $DG = 0,6\,\text{cm}$.

الجزء الأول: لنبين أن بعدي الورقة النقدية هما 16 cm و 8 cm :
لدينا : $S = 128$ أي $a \times b = 128$.
علما أن العرض b يساوي نصف الطول a فإن : $a = 2b$ منه $2b \times b = 128$ أي $2b^2 = 128$ منه $b^2 = \frac{128}{2}$ أي $b^2 = 64$ منه $\boxed{8\,\text{cm}}$ $= \sqrt{64}\,\text{cm} = b$ و بالتالي $\boxed{16\,\text{cm}}$ $= 2 \times 8\,\text{cm} = 2b = a$.

الجزء الثاني:

1. التعبير بدلالة x عن مساحة الجزء $AEFD$:

$$S_1 = \frac{(AE + DF) \times AD}{2} = \frac{(x + x + 2) \times 8}{2} = (2x + 2) \times \frac{8}{2} = 4(2x + 2) = 8x + 8$$

إذن $\boxed{S_1 = 8x + 8 \quad (\text{cm}^2)}$.

2. استنتاج مساحة الجزء $BCFE$:

$$S_2 = S - S_1 = 128 - (8x + 8) = 128 - 8x - 8 = 120 - 8x$$

إذن $\boxed{S_2 = 120 - 8x \quad (\text{cm}^2)}$.

3. (أ) تمثيل الدالتين f و g :

	$f(x) = 8x + 8$	
x	1	7
y	16	64

f دالة تآلفية إذن تمثيلها البياني هو المستقيم الذي يشمل النقطتين $(1;16)$ و $(7;64)$.

	$g(x) = 120 - 8x$	
x	0	7
y	120	64

g دالة تآلفية إذن تمثيلها البياني هو المستقيم الذي يشمل النقطتين $(0;120)$ و $(7;64)$.

(ب) حل المتراجحة $f(x) < g(x)$:

$f(x) < g(x)$ معناه $8x + 8 < 120 - 8x$ منه $8x + 8x < 120 - 8$ أي $16x < 112$ منه $x < \frac{112}{16}$
أي $x < 7$.
و بالتالي : كل قيم x الأصغر تماما من 7 حلول للمتراجحة $f(x) < g(x)$.
تفسير النتيجة: عندما يكون الطول AE أصغر تماما من 7 cm (و أكبر من 0)، يكون الجزء $AEFD$ أصغر مساحة من الجزء $BCFE$.

(ج) إيجاد قيمة x بحيث $S_1 = S_2$ بقراءة بيانية :
بما أن فاصلة نقطة تقاطع المستقيمين الممثلين للدالتين f و g هي 7 فإن $\boxed{x = 7}$.

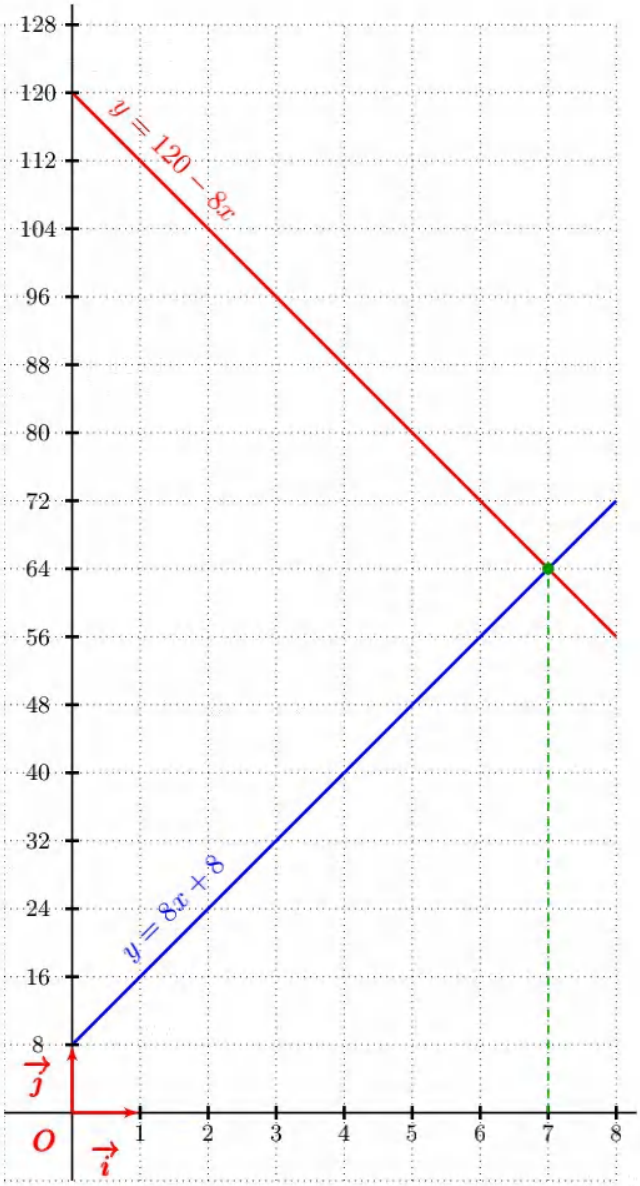
الجزء الثالث

التأكد من موثوقية ورقة نقدية عددها التسلسلي هو $N = 5023860401247$:

مجموع أرقام العدد N هو 42.
لنحسب $\text{pgcd}(2019;42)$:

$2019 = 42 \times 48 + \boxed{3}$
$42 = 3 \times 14 + 0$

آخر باقٍ غير معدوم هو 3 إذن $\text{pgcd}(2019;42) = 3$ و بالتالي فالورقة النقدية غير مزورة.



حل التمرين رقم 12 للعودة إلى التمرين 12

حل التمرين رقم 13 للعودة إلى التمرين 13

حل التمرين رقم 14 للعودة إلى التمرين 14

حل التمرين رقم 15 للعودة إلى التمرين 15