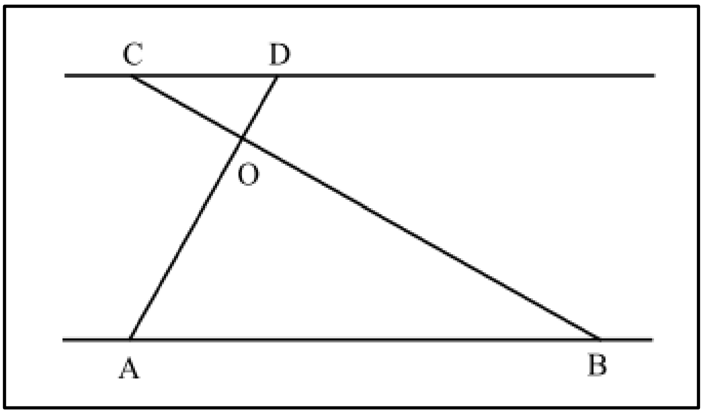
سلسلة تمارين حول مبرهنة طالس

التمرين رقم 01

في الشكل الموالي، وحدة الطول هي السنتيمتر.

حيث:

$OD = 3$ ، $OC = 4$ ، $OB = 12$ ، $OA = 9$



1) برهن أن (AB) و (CD) متوازيان.

2) أحسب الطول (AB) إذا علمت أن:

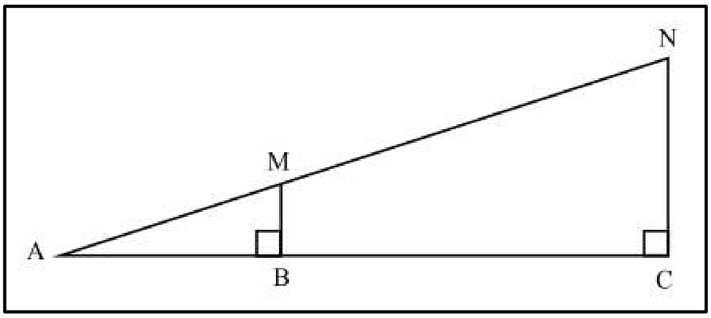
$CD = 5$

التمرين رقم 02

في الشكل الموالي، وحدة الطول هي السنتيمتر.

حيث:

$MB = 3$ ، $AC = 10$ ، $AB = 4$



1) أحسب الطول AM.

2) أحسب الطولين AN و NC.

التمرين رقم 03

ABC مثلث قائم في B حيث:

$BC = 4\sqrt{3}\ cm$ و $AB = 4\ cm$

لتكن M نقطة من $[BC]$ حيث: $BM = \frac{BC}{4}$.

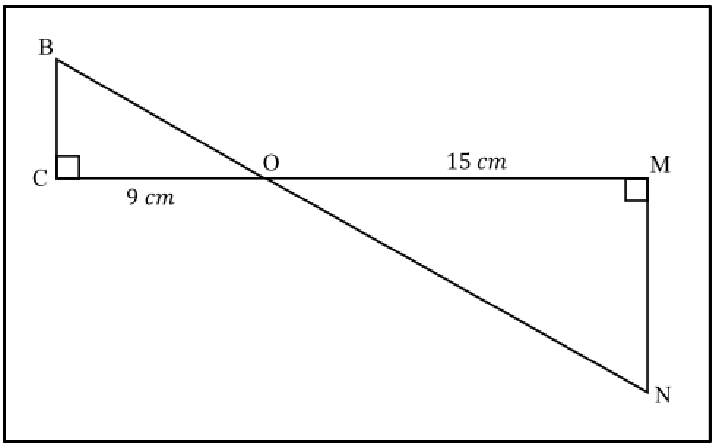
المستقيم (Δ) العمودي على (BC) في النقطة M يقطع $[AC]$ في النقطة H.

1) أنشئ الشكل الموافق.

2) أحسب الطول HM.

التمرين رقم 04

في الشكل أدناه، المستقيمان (BN) و (CM) متقاطعان في النقطة O.



1) برهن أن: $(BC) // (MN)$.

2) بين أن:

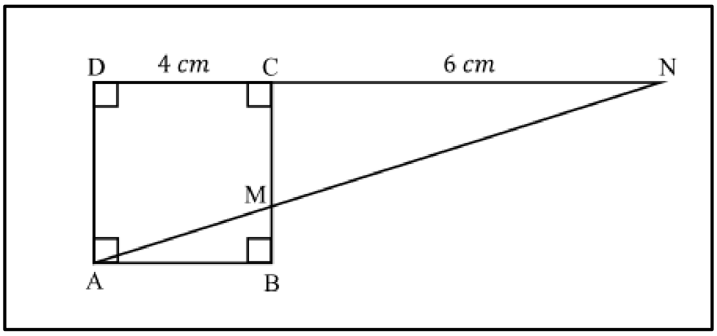
$$\frac{OB}{ON} = 0{,}6$$

3) أحسب الطول OB إذا علمت أن:

$ON = 17{,}5\ cm$

التمرين رقم 05

$ABCD$ مربع طول ضلعه $4\ cm$.



1) أحسب الطول MC.

2) أحسب الطول AM.

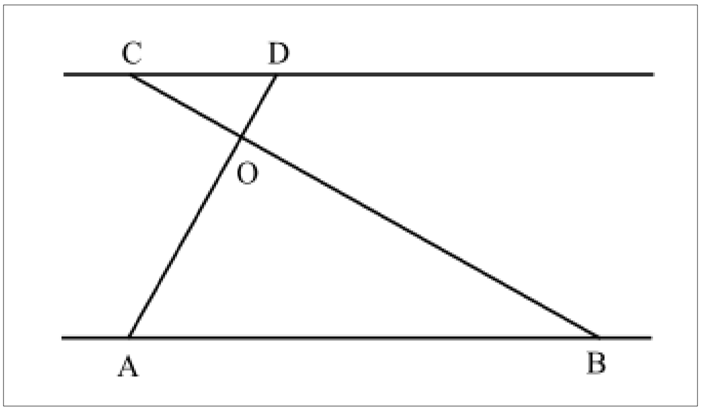
نـــظـــريـــة طـــالـــس

التمرين رقم 01

في الشكل الموالي، وحدة الطول هي السنتيمتر.

حيث:

$OD = 3$ ، $OC = 4$ ، $OB = 12$ ، $OA = 9$



1) برهن أن (AB) و (CD) متوازيان.

2) أحسب الطول (AB) إذا علمت أن:

$CD = 5$

الحل رقم 01

1) البرهان أن (AB) و (CD) متوازيان:

نستعين بالنظرية العكسية لـ طالس.

لدينا:

$$\frac{OA}{OD} = \frac{9}{3} = 3$$

ولدينا أيضا:

$$\frac{OB}{OC} = \frac{12}{4} = 3$$

ومنه:

$$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = 3$$

وحسب الشكل، نلاحظ أن النقط O، A، D والنقط O، B، C بنفس الترتيب.

إذن حسب النظرية العكسية لـ طالس فإن المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان.

$$(AB) \,//\, (CD)$$

2) حساب الطول (AB):

نستعين بنظرية طالس.

فنكتب:

$$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{CD} = 3$$

أي:

$$\frac{AB}{CD} = 3$$

ومنه:

$$AB = 3 \times CD = 3 \times 5 = 15$$

$$AB = 15$$

تذكّر دائما:

في درس نظرية طالس، نستعين بـ :

- نظرية طالس لحساب الأطوال.
- عكس نظرية طالس لإثبات توازي مستقيمين.

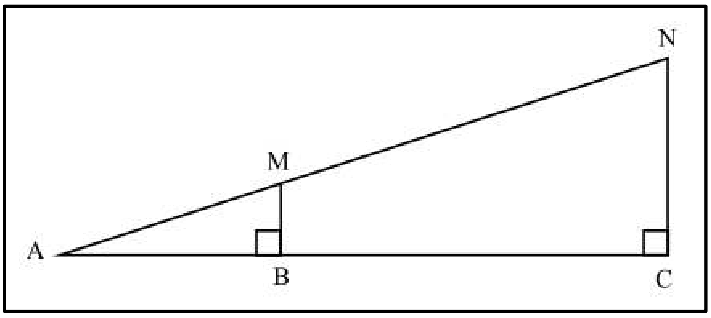
نظرية طالس

التمرين رقم 02

في الشكل الموالي، وحدة الطول هي السنتيمتر.

حيث:

$$MB = 3 \quad ، \quad AC = 10 \quad ، \quad AB = 4$$



1) أحسب الطول AM.

2) أحسب الطولين AN و NC.

الحل رقم 02

1) حساب الطول AM:

لدينا من الشكل:

$$(MB) \perp (AB)$$

أي أن المثلث ABM قائم في B.

حسب نظرية فيثاغورس نكتب:

$$AM^2 = AB^2 + MB^2$$

ومنه:

$$AM = \sqrt{AB^2 + MB^2}$$

$$AM = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

$$AM = 5$$

2) حساب الطولين AN و NC:

لدينا من الشكل:

$$(MB) \perp (AC)$$

ولدينا أيضا:

$$(NC) \perp (AC)$$

ومنه:

$$(MB) \,//\, (NC)$$

يمكن الاستعانة بنظرية طالس كما يلي:

$$\frac{AN}{AM} = \frac{AC}{AB} = \frac{NC}{MB}$$

أي:

$$\frac{AN}{5} = \frac{10}{4} = \frac{NC}{3}$$

ومنه:

$$\begin{cases} \frac{AN}{5} = \frac{10}{4} \\ \frac{NC}{3} = \frac{10}{4} \end{cases}$$

ونكتب:

$$\begin{cases} AN = \frac{5 \times 10}{4} = \frac{50}{4} = 12{,}5 \\ NC = \frac{3 \times 10}{4} = \frac{30}{4} = 7{,}5 \end{cases}$$

ومنه:

$AN = 12{,}5$ و $NC = 7{,}5$

نظرية طالس

التمرين رقم 03

ABC مثلث قائم في B حيث:

$BC = 4\sqrt{3}\,cm$ و $AB = 4\,cm$

لتكن M نقطة من $[BC]$ حيث:

$$BM = \frac{BC}{4}$$

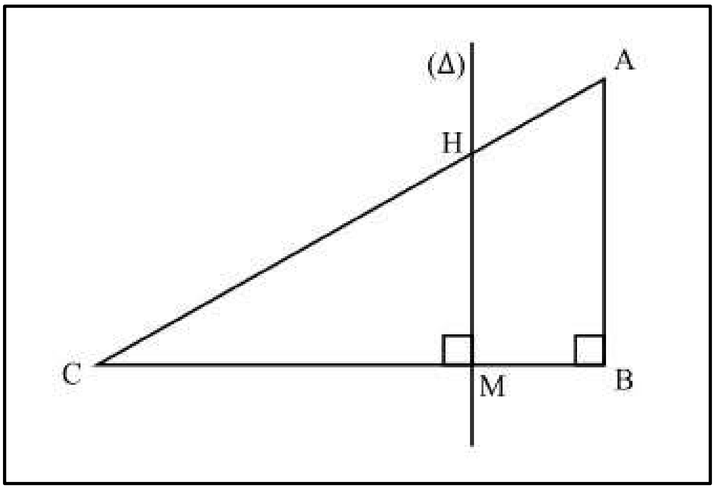
المستقيم (Δ) العمودي على (BC) في النقطة M يقطع $[AC]$ في النقطة H.

1) أنشئ الشكل الموافق.

2) أحسب الطول HM.

الحل رقم 03

1) إنشاء الشكل الموافق:



2) حساب الطول HM:

المثلث ABC قائم في B معناه:

$$(AB) \perp (BC)$$

المستقيم (Δ) العمودي على (BC) في النقطة M يقطع $[AC]$ في النقطة H معناه:

$$(HM) \perp (BC)$$

ومنه:

$$(HM) \,//\, (AB)$$

يمكن الاستعانة بنظرية طالس كما يلي:

$$\frac{CA}{CH} = \frac{CB}{CM} = \frac{AB}{HM}$$

أي:

$$\frac{CA}{CH} = \frac{4\sqrt{3}}{CM} = \frac{4}{HM}$$

ومنه:

$$HM = \frac{4CM}{4\sqrt{3}} = \frac{CM}{\sqrt{3}}$$

حساب CM:

لدينا من المعطيات:

$$BM = \frac{BC}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

$$BM = \sqrt{3}\,cm$$

ولدينا:

$$CM = BC - BM = 4\sqrt{3} - \sqrt{3} = (4-1)\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$CM = 3\sqrt{3}\,cm$$

مما سبق لدينا:

$$HM = \frac{CM}{\sqrt{3}}$$

ومنه:

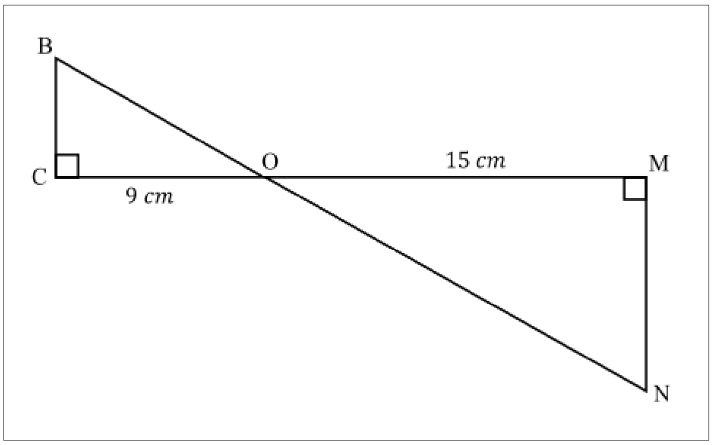
$$HM = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3$$

$$HM = 3\,cm$$

نـــظـــريـــة طـــالـــس

التمرين رقم 04

في الشكل أدناه، المستقيمان (BN) و (CM) متقاطعان في النقطة O.



1) برهن أن: $(BC) \mathbin{//} (MN)$.

2) بين أن:

$$\frac{OB}{ON} = 0{,}6$$

3) أحسب الطول OB إذا علمت أن:

$$ON = 17{,}5\ cm$$

الحل رقم 04

1) البرهان أن $(BC) \mathbin{//} (MN)$:

المثلث OCB قائم في C معناه:

$$(BC) \perp (CM)$$

المثلث OMN قائم في M معناه:

$$(MN) \perp (CM)$$

ومنه:

$$(BC) \mathbin{//} (MN)$$

لأن:

ـ كل مستقيمين يعامدان نفس المستقيم متوازيان ـ

2) البرهان أن $\frac{OB}{ON} = 0{,}6$:

يمكن الاستعانة بنظرية طالس كما يلي:

$$\frac{OB}{ON} = \frac{OC}{OM} = \frac{BC}{NM}$$

أي:

$$\frac{OB}{ON} = \frac{9}{15} = \frac{BC}{NM}$$

ومنه:

$$\frac{OB}{ON} = \frac{9}{15} = 0{,}6$$

3) حساب الطول OB:

لدينا مما سبق:

$$\frac{OB}{ON} = 0{,}6$$

ومنه:

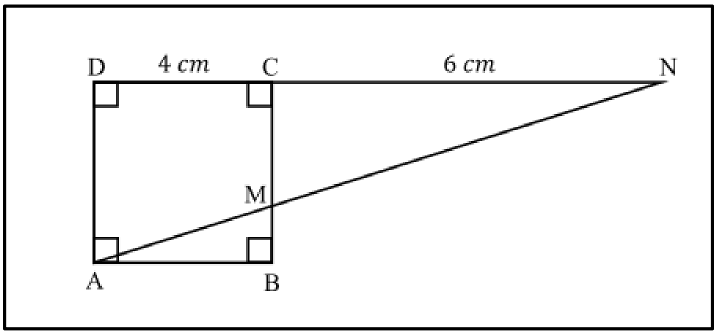
$$OB = 0{,}6 \times ON = 0{,}6 \times 17{,}5 = 10{,}5$$

$$OB = 10{,}5\ cm$$

نظرية طالس

التمرين رقم 05

$ABCD$ مربع طول ضلعه $4\ cm$.



1) أحسب الطول MC.

2) أحسب الطول AM.

الحل رقم 05

1) حساب الطول MC:

في المربع، كل ضلعان متقابلان متوازيان.

ومنه:

$$(AD)\ //\ (BC)$$

وبما أن النقطة M تنتمي إلى (BC) فنكتب كذلك:

$$(AD)\ //\ (MC)$$

يمكن الاستعانة بنظرية طالس كما يلي:

$$\frac{NA}{NM} = \frac{ND}{NC} = \frac{AD}{MC}$$

أي:

$$\frac{NA}{NM} = \frac{10}{6} = \frac{4}{MC}$$

ومنه:

$$MC = \frac{6 \times 4}{10} = \frac{24}{10} = 2{,}4\ cm$$

$$MC = 2{,}4\ cm$$

2) حساب الطول AM:

المثلث ABM قائم في B (لأن $ABCD$ مربع).

فنكتب حسب مبرهنة فيثاغورس:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2$$

حيث:

$$AB = BC = CD = AD = 4\ cm$$

$$AB = 4\ cm$$

و:

$$BM = BC - MC = 4 - 2{,}4 = 1{,}6\ cm$$

$$BM = 1{,}6\ cm$$

لدينا مما سبق:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2$$

ومنه:

$$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2}$$

بالتعويض:

$$AM = \sqrt{4^2 + 1{,}6^2} = \sqrt{16 + 2{,}56} = \sqrt{18{,}56} = 4{,}3\ cm$$

$$AM = 4{,}3\ cm$$