الأستاذ: دقيش علي

أروع ملخص في الرياضيات

BEM 2023

حصريا

خاص بدورات الرياضيات 2023

ملخص لاهم دروس الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة

حساب القاسم المشترك الأكبر

مثال:

مثلا : ايجاد القاسم المشترك الأكبر ل 1547 و 697

$$1547 = 697 \times 2 + 153$$
$$697 = 153 \times 4 + 85$$
$$153 = 85 \times 1 + 68$$
$$85 = 68 \times 1 + 17$$
$$68 = 17 \times 4 + 0$$

$$p\gcd(1547; 697) = 17$$

تمرين: احسب

$$PGCD(1575 \ ; \ 3780)$$

خاصية: نقول عن عدد b انه قاسم ل a إذا وجد عدد k بحيث $a = b \times k$

العددان الأوليان فيما بينهما

تعريف : العددان الأوليان فيما بينهما هما عددان القاسم المشترك الاكبر لهما هو **1**

الأسئلة المقترحة في التمارين :

السؤال 1: بين ان **65** و **56** اوليان فيما بينها

الحل : نحسب القاسم المشترك الأكبر لهما اذا كان **1** فهما اوليان فيما بينهما

السؤال 2: بدون حساب هل **102** و **78** اوليان فيما بينهما

هنا نستعمل قواعد قابلية القسمة على **2** أو **3** أو **5**

الحل

بما ان **2** قاسم ل **102** و قاسم ل **78** فان **102** و **78** غير اوليان فيما بينهما

الإختزال:

لكتابة كسر على شكل كسر غير قابل للاختزال هي ان نقسم بسطه و مقامه على القاسم المشترك الأكبر لهما .

العمليات على الكسور

جمع أو طرح كسرين :

نجمع او نطرح البسطين و نحتفظ بنفس المقام

اذا كانا مختلفين في المقام يجب توحيد المقامات

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

ضرب كسرين: $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

قسمة كسرين : $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

اجراء سلسلة عمليات على الكسور الأولوية في الحساب

- القوى
- الاقواس
- الضرب و القسمة
- الجمع و الطرح

بعض أنواع المسائل PGCD

النوع 1: مسائل التقسيم إلى مجموعات

يريد صاحب مكتبة توزيع 5184 كراسا و 3456 كتابا على أكبر عدد ممكن من التلاميذ المحتاجين بحيث يحصل كل تلميذ على كراريس و كتب في آن واحد على أن تكون القسمة عادلة - أحسب عدد التلاميذ المستفيدين

ملاحظة: pgcd يمثل عدد المجموعات او التلاميذ ..

النوع 2: مسائل الاحاطة

حقل مستطيل الشكل طوله $102m$ و عرضه $78m$ أراد صاحبه إحاطته بأشجار بحيث تبعد كل شجرة عن الأخرى بنفس المسافة و أن سغرس عند كل ركن شجرة

- **ما هي المسافة بين كل شجرة و أخرى**
- **ما هو عدد الأشجار**

ملاحظة: pgcdيمثل هنا دوما المسافة بين الاشجار او الأعمدة

النوع 3: مسائل التقسيم إلى مربعات

أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 140 و 220

صفيحة زجاجية مستطيلة الشكل بعداها 140 و 220 جزئت الى مربعات متماثلة و بأكبر ضلع ممكن

- **أحسب طول ضلع كل مربع**
- **أحسب عدد المربعات الناتجة**

ملاحظة: pgcd هنا يمثل طول ضلع المربع

ملخص المقطع الثاني للأنشطة الهندسية – خاصية طالس و النسب المثلثية

حساب الأطوال	إثبات التوازي	إثبات أن المثلث قائم	حساب الزوايا

حساب الأطوال

خاصية طالس:

شرطها

– التوازي و استقامية النقط

نتيجتها :

تساوي النسب

نظرية فيثاغورث

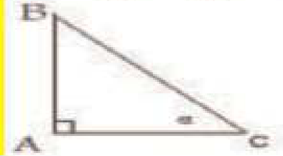
إذا كان المثلث قائما فان مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمين

النسب المثلثية في المثلث القائم:

$$\sin\alpha=\frac{AB}{BC}=\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\tan\alpha=\frac{AB}{AC}=\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\cos\alpha=\frac{AC}{BC}=\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$



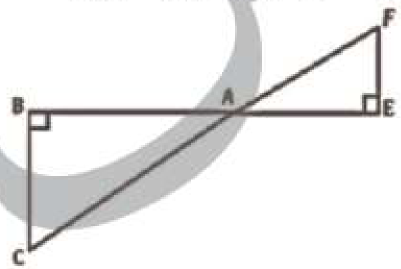
إثبات التوازي

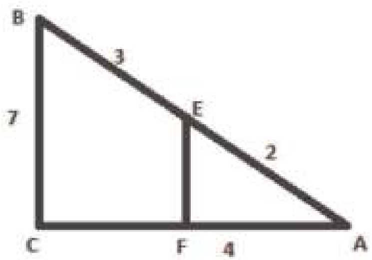
الخاصية العكسية لطالس :

نحسب أولا النسب اذا كانت متساوية و النقاط على استقامية و بنفس الترتيب فإن المستقيمان متوازيان

المستقيمان المتعامدان على نفس المستقيم هما مستقيمان متوازيان:

بعض الأشكال التي توضع في التمارين:





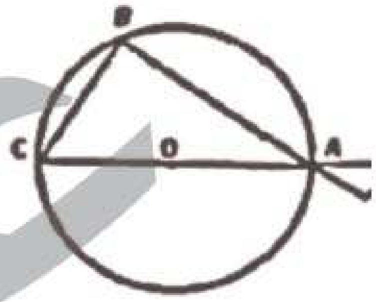
إثبات أن المثلث قائم

الخاصية العكسية لفيثاغورث:

اذا كان في مثلث مربع طول أحد الاضلاع يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمين فان هذا المثلث قائم

الدائرة المحيطة بالمثلث:

إذا كان أحد أضلاع المثلث قطرا للدائرة المحيطة بهذا المثلث فان هذا المثلث قائم



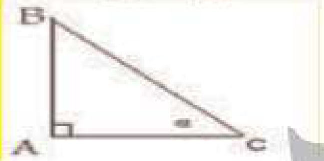
حساب الزوايا

النسب المثلثية في المثلث القائم:

$$\sin\alpha=\frac{AB}{BC}=\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\tan\alpha=\frac{AB}{AC}=\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\cos\alpha=\frac{AC}{BC}=\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$



العلاقة بين النسب المثلثية

تستخدم في حساب القيم المضبوطة لأحد النسب المثلثة

$$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$$

$$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

أ.دقيش علي للرياضيات

ملخص لاهم دروس العمليات على الجذور التربيعية

تعريف الجذر التربيعي و العمليات على الجذور

من أجل كل عدد موجب a، يوجد عدد موجب مربعه a نرمز له $\sqrt{a}$، ونكتب: $(\sqrt{a})^2 = a$.

لا يوجد عدد مربعه عدد سالب.

$\sqrt{49}$

$\sqrt{100}$

$\sqrt{4}$

$\sqrt{9}$

$\sqrt{64}$

خاصية 1:

a و b عددان موجبان.

$\sqrt{a}\times\sqrt{b} = \sqrt{a\times b}$ و $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$.

الخاصية 2:

a و b عددان موجبان حيث $b \neq 0$.

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

الخاصية 3:

a و b عددان موجبان حيث $a > b$.

$\sqrt{a}+\sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$ و $\sqrt{a}-\sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$.

تبسيط عدد غير ناطق (الجذور)

تبسيط عدد غير ناطق هو كتابته على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدد موجب و b أصغر عدد طبيعي ممكن.

مثال: تبسيط العدد $\sqrt{50}$.

- نبحث عن أكبر مربع يقسم 50، أي:

$$50 = 25\times 2$$

- نطبق خاصية جداء جذرين تربيعيين، أي:

$$\sqrt{50} = \sqrt{25\times 2} = \sqrt{25}\times\sqrt{2}$$

- نطبق تعريف الجذر التربيعي، أي:

$$\sqrt{25} = 5$$

إذن: $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

تبسيط عبارة جذور

تبسيط الجذور، أي كتابتها على الشكل $a\sqrt{b}$.

مثال: تبسيط العبارة $A = \sqrt{8}-\sqrt{18}+\sqrt{50}$.

- نكتب العبارة على الشكل $a\sqrt{b}$، أي:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{8}-\sqrt{18}+\sqrt{50} \\ &= \sqrt{4\times 2}-\sqrt{9\times 2}+\sqrt{25\times 2} \\ &= 2\sqrt{2}-3\sqrt{2}+5\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

أكتب العبارات التالية على شكل $a\sqrt{b}$:

$$A = \sqrt{300} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{12}$$

$$B = \sqrt{27} - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{75}$$

$$C = 2\sqrt{18} - 3\sqrt{2} + \sqrt{8}$$

$$D = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{80} + \sqrt{20}$$

التوزيع و جعل مقام نسبة عدد ناطق و المعادلة

الجداء و التوزيع

$3\sqrt{5}\times 2\sqrt{2} =$

$5\sqrt{3}\times 3\sqrt{3} =$

$2\sqrt{3}\left(4-\sqrt{2}\right) =$

$-2\sqrt{5}\left(5-2\sqrt{5}\right) =$

$-\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right) =$

جعل مقام نسبة عدد ناطق

لجعل مقام النسبة $\frac{a}{\sqrt{b}}$ عددا ناطقا نضرب كلا من a و $\sqrt{b}$ في العدد $\sqrt{b}$ ($\sqrt{b}$ عدد ناطق).

$\frac{5}{3\sqrt{2}}$ $\quad$ $\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}}$

- المعادلة: $x^2 = b$

b عدد حقيقي.

- إذا كان $b > 0$، فإن للمعادلة: $x^2 = b$ حلين مختلفين هما $\sqrt{b}$ و $-\sqrt{b}$.
- إذا كان $b = 0$، فإن للمعادلة: $x^2 = b$ حلا واحدا فقط هو العدد 0.
- إذا كان $b < 0$، فإن المعادلة: $x^2 = b$ ليس لها حلا

ملخص نشر و تبسيط عبارة جبرية

تبسيط عبارة جبرية هو كتابتها بأقل عدد من الحدود

حذف الأقواس:

- قوس مسبوقة بإشارة سالبة (-) : نحذف الأقواس و نغير الإشارات
- قوس مسبوقة بإشارة موجبة (+) : نحذف الأقواس و لا نير الإشارات

$A=+(-2x^2-2x+15)=-2x^2-2x+15$

$B=-(-3x^3+2x^2-7x+3)=3x^3-2x^2+7x-3$

التوزيع :

$* \; k(a+b)=ka+kb$

$* \; k(a-b)=ka-kb$

$* \; (a+b)(c+d)=a(c+d)+b(c+d)$

$= ac+ad+bc+bd$

المتطابقات :

1. مربع مجموع: $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$
2. مربع فرق: $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$

جداء مجموع حدين و فرقهما

$(m-n)(m+n)=m^2-n^2$

بعد إجراء التبسيط باستخدام حذف الأقواس أو التوزيع أو المتطابقات الشهيرة نقوم بجمع الحدود المتشابهة

الحدود المتشابهة : هي التي لها نفس الحرف و نفس الأس

مثال:

$$A=2x^2+5x+6+5x^2-3x+10$$

$$A=2x^2+5x^2+5x-3x+6+10$$

$$A=7x^2+2x+16$$

الأستاذ دقيش علي للرياضيات

ملخص التحليل

التحليل البسيط المباشر

العامل المشترك

$$A=(2x-1)(x+2)-(2x-1)(4x+1)$$
$$A=(2x-1)[(x+2)-(4x+1)]$$
$$A=(2x-1)[x+2-4x-1]$$
$$A=(2x-1)(-3x+1)$$

المتطابقات الشهيرة

رقم 1

$$A=4x^2+9+12x$$
$$A=(2x+3)^2$$

رقم 2

$$A=25x^2+49-70x$$
$$A=(5x-7)^2$$

المتطابقة رقم 3

$$9x^2-16=(3x-4)(3x+4)$$

$$C=(x-1)^2-4$$
$$C=[(x-1)-2][(x-1)+2]$$
$$C=[x-1-2][x-1+2]$$
$$C=(x-3)(x+1)$$

$$D=(x-1)^2-(2x+3)^2$$
$$D=[(x-1)-(2x+3)][(x-1)+(2x+3)]$$
$$D=[x-1-2x-3][x-1+2x+3]$$
$$D=(-x-3)(3x+2)$$

تحليل العبارات غير مباشر

الحالة 1: بالعامل المشترك

ملاحظة :

العامل المشترك يكون غير ظاهر و من أجل تحليل العبارة يجب تحليل أحد حدودها أو أحد العوامل حتى يظهر لنا العامل المشترك

$$A=(12x^2-6x)-(2x-1)(4x+3)$$
$$A=6x(2x-1)-(2x-1)(4x+3)$$
$$A=(2x-1)[6x-(4x+3)]$$
$$A=(2x-1)[6x-4x-3]$$
$$A=(2x-1)(2x-3)$$

الحالة 2: بالمتطابقات

ملاحظة:

العامل المشترك غير ظاهر و من أجل تحليل العبارة نقوم بتحليل احد الحدود بالمتطابقات الشهيرة و بعدها نحلل العبارة كاملة بالعامل

$$A=(16x^2-9)-(2x-1)(4x+3)$$
$$A=(4x+3)(4x-3)-(2x-1)(4x+3)$$
$$A=(4x+3)[(4x-3)-(2x-1)]$$
$$A=(4x+3)[4x-3-2x+1]$$
$$A=(4x+3)(2x-2)$$

الحالة 3: بصحة مساواة

ملاحظة :

العامل المشترك غير ظاهر نقوم بإثبات صحة مساواة ثم نستغل نتيجتها في تحليل العبارة

إثبات صحة المساواة

$$A=(2x+3)(x-1)$$
$$=2x(x-1)+3(x-1)$$
$$=2x^2-2x+3x-3$$
$$=2x^2+x-3$$

$$B=2x^2+x-3+(2x+3)(5x-2)$$
$$B=(2x+3)(x-1)+(2x+3)(5x-2)$$
$$B=(2x+3)[(x-1)+(5x-2)]$$
$$B=(2x+3)[x-1+5x-2]$$
$$B=(2x+3)(6x-3)$$

أ/ بقيش علي

المعادلات

من الدرجة الأولى

1- معادلة من الشكل:

$$ax = b$$

مع

$$a \neq 0$$

حلها هو

$$x = \frac{b}{a}$$

$2x = 10$ $x = \frac{10}{2} = 5$	$\frac{5}{2}x = \frac{7}{11}$ $x = \frac{7}{11} \div \frac{5}{2}$ $x = \frac{7}{11} \times \frac{2}{5} = \frac{14}{55}$
$-5x = 60$ $x = \frac{60}{-5} = -12$	
$-2x = \frac{3}{5}$ $x = \frac{3}{5} \div (-2)$ $x = \frac{3}{5} \times \frac{1}{-2} = -\frac{3}{10}$	$\frac{4}{7}x = -3$ $x = -3 \div \frac{4}{7}$ $x = -3 \times \frac{7}{4} = -\frac{24}{4}$

2- طريقة حل معادلة من الدرجة الأولى:

1- تبسيط الطرفان

2- المعالم في طرف و المجاهيل في طرف (تغيير الإشارة عند تغيير الطرف)

3- جمع الحدود المتشابهة

4- حل معادلة من الشكل $ax = b$

$$2(3x-1)-(5x+2)=3(x+1)$$
$$6x-2-5x-2=3x+3$$
$$6x-5x-3x=+2+2+3$$
$$-2x=7$$
$$x=-\frac{7}{2}$$

من الدرجة الثانية

3- معادلة من الشكل:

$$x^2 = b$$

ثلاثة

$b \rangle 0$ للمعادلة حلان هما $x = \sqrt{b}$ $x = -\sqrt{b}$ ومنه $x^2 = 16$ $x = \sqrt{16} = 4$ $x = -\sqrt{16} = -4$	$b = 0$ للمعادلة حل واحد $x = 0$ $x^2 = 0$ ومنه $x = 0$	$b \langle 0$ المعادلة ليس لها حل $x^2 = -10$ ليس لها حل

4- معادلة الجداء المعدوم:

إذا كان

$$a \times b = 0$$

إذن

$$a = 0$$

أو

$$b = 0$$

$$(2x+3)(3x-5) = 0$$

أو	إما
$3x-5=0$ $3x=5$ $x=\frac{5}{3}$	$2x+3=0$ $2x=-3$ $x=\frac{-3}{2}$

5- معادلة يؤول حلها إلى حل معادلة الجداء المعدوم:

1- جعل الطرف الأيمن 0

2- تحليل الطرف الأيسر

3- حل معادلة الجداء المعدوم

$$49 = (2x+3)^2$$
$$49-(2x+3)^2 = 0$$
$$[7-(2x+3)][7+(2x+3)] = 0$$
$$[7-2x-3][7+2x+3] = 0$$
$$(4-2x)(2x+10) = 0$$

أو	إما
$4-2x=0$ $-2x=-4$ $x=\frac{-4}{-2}=2$	$2x+10=0$ $2x=-10$ $x=-\frac{10}{2}=-5$

المتراجحات

خطوات حل متراجحة

1- تبسيط طرفي المتراجحة
2- المعالم في طرف و المجاهيل في طرف مع تغيير الاشارة عند تغيير الطرف
3- جمع الحدود المتشابهة
4- حل متراجحة بسيطة:

$$ax \leq b$$
$$ax \geq b$$
$$ax \prec b$$
$$ax \succ b$$

ملاحظة مهمة جدا جدا جدا :

اذا كان معامل x سالبا يتغير اتجاه المتباينة عند القسمة

أمثلة تطبيقية

$$2(5x+3)-(x+1) \leq x-2$$
$$10x+6-x-1 \leq x-2$$
$$10x-x-x \leq -6-2$$
$$8x \leq -8$$
$$x \leq \frac{-8}{8}$$
$$x \leq -1$$

$$12x^2-5x+2 \geq 12x^2+17$$
$$12x^2-12x^2-5x \geq 17-2$$
$$-5x \geq 15$$
$$x \leq \frac{15}{-5}$$
$$x \leq -3$$

التمثيل البياني لحلول المتراجحة

مثل بيانيا مجموعة حلول المتراجحت التالية

	$x<3$
	$x>2$
	$x \leq 4$
	$x \geq -5$
	$x > \frac{3}{2}$
	$x \leq -3$
	$x > -100$

	الشكل العام لعبارة الدالة	حساب الصورة و العدد		عبارة الدالة	
الدالة الخطية	الشكل العام نسمي f دالة خطية إذا كانت من الشكل $f(x) = ax$ أمثلة $f(x) = 6x$ $g(x) = -x$ $l(x) = \frac{9x}{5}$	حساب **صورة** عدد بدالة نقوم بتعويض قيمة x في عبارة الدالة : $f(x) = 8x$، صورة العدد 7 بالدالة f هي : $f(7) = 8 \times 7 = 56$	حساب **العدد** الذي صورته بالدالة f هي 24 يؤول إلى حل معادلة $f(x) = 24$ $8x = 24$ $x = \frac{24}{8} = 3$	تعيين دالة خطية ❖ حسابيا المعطيات: صورة و سابقة لتعيين دالة حسابيا يجب حساب قيمة a . $a = \frac{\text{الصورة}}{\text{السابقة}} = \frac{f(x_1)}{x_1}$ مثال: عين الدالة الخطية f حيث $f(7) = 14$ الحل fدالة خطية معناه $f(x) = ax$ - حساب a $a = \frac{f(x_1)}{x_1} = \frac{14}{7} = 2$ إذن : $f(x) = 2x$	عين عبارة الدالة الخطية التي تمثيلها البياني يشمل النقطة $A(7;14)$
الدالة التآلفية	الشكل العام نسمي f دالة تآلفية إذا كانت من الشكل $f(x) = ax + b$ أمثلة $f(x) = 6x + 2$ $g(x) = -x + 8$ $h(x) = -7 - 2x$ $l(x) = \frac{9x + 2}{3}$ $A(x) = \frac{7}{3}x + 8$	$f(x) = 8x + 2$ حساب صورة العدد 5 بالدالة f $f(5) = 8 \times 5 + 2$ $f(5) = 40 + 2$ $f(5) = 42$	حساب العدد الذي صورته بالدالة f هي 18 $f(x) = 18$ $8x + 2 = 18$ $8x = 18 - 2$ $8x = 16$ $x = 16 \div 8 = 2$	عين الدالة التآلفية f حيث $f(5) = 11$ و $f(2) = 5$ الحل fدالة تآلفية معناه $f(x) = ax + b$ - حساب a $a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{5 - 11}{2 - 5} = \frac{-6}{-3} = 2$ - حساب b لدينا $f(2) = 5$ معناه $2a + b = 5$ نعوضa فنجد$2 \times 2 + b = 5$ $4 + b = 5$ $b = 5 - 4$ $b = 1$ إذن : $f(x) = 2x + 1$	عين عبارة الدالة االتآلفية التي تمثيلها البياني يشمل النقطتين $A(5;11)$ $B(2;5)$

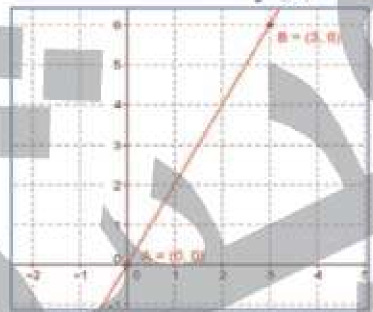
التمثيل البياني

الدالة الخطية

التمثيل البياني لدالة خطية هو خط مستقيم يشمل المبدأ

الدالة الخطية

$f(x) = 2x$



لتمثيل هذه الدالة نستعين بالجدول التالي

x	0	3
y	0	6

معناه

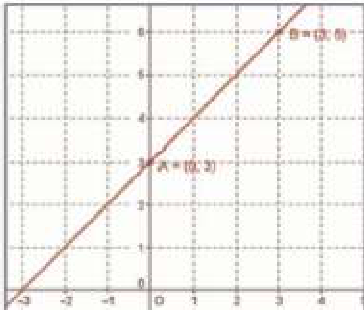
$A(0;0)$ $B(3;6)$

الدالة التآلفية

التمثيل البياني

الدالة التآلفية

$f(x) = x + 3$



لتمثيل هذه الدالة نستعين بالجدول التالي

x	0	3
y	3	6

معناه

$A(0;3)$ $B(3;6)$

التمثيل البياني لدالة تآلفية هو خط مستقيم لا يشمل المبدأ

نقطة تقاطع دالتين

لتحديد إحداثيات نقطة تقاطع دالتين $f(x)$ و $g(x)$ نقوم بحل المعادلة $g(x) = f(x)$ و بعد ايجاد قيمة x نقوم بتعويضها في إحدى الدالتين فنجد y

مثال :

أوجد نقطة تقاطع الدالتين :

$$f(x) = 3x$$

$$g(x) = x + 2$$

الحل :

$$f(x) = g(x)$$

$$3x = x + 2$$

$$3x - x = 2$$

$$2x = 2$$

$$x = \frac{2}{2}$$

$$x = 1$$

بالتعويض في إحدى الدالتين نجد

$$f(1) = 3 \times 1 = 3$$

نقطة تنتمي إلى التمثيل البياني لدالة

هل النقطة $A(4;11)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة $f(x) = 2x + 3$

نقوم بتعويض العدد 4 في الدالة اذا وجدنا النتيجة 11 فان A تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة و إذا وجدنا عدد لا يساوي 11 فإن A لا تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة :

الحل :

$$f(4) = 2 \times 4 + 3 = 11$$

و منه فإن A تنتمي للتمثيل البياني للتمثيل البياني للدالة .

النقاط على إستقامة واحدة

هل النقاط على إستقامة واحدة :

$A(5;11)$ $B(2;5)$ $C(1;3)$

نقوم بإختيار نقطتين و نستخرج عبارة الدالة التآلفية التي تشمل النقطتين ثم نعوض النقطة الأخيرة في العبارة المستخرجة إذا كانت تنتمي إلى المستقيم فإن النقاط على إستقامة واحدة :

الحل:

عبارة الدالة من النقطتين A و B هي $f(x) = 2x + 1$

(تم إستخراجها سابقا)

بتعويض النقطة c في الدالة نجد

$$f(1) = 2 \times 1 + 1 = 3$$

و منه النقاط A و B و C على إستقامة واحدة

الدوران و المضلعات المنتظمة

الدوران

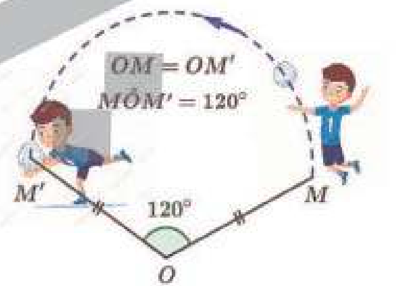
مفاهيم تجريبية للدوران

إذا قمنا بدوران حول نقطة O بزاوية قيسها α .

فإن الشكل 1 يتموقع على الشكل 2 .

نقول أن الشكل 1 هو صورة الشكل 2 بالدوران الذي مركزه O

و الزاوية التي قيسها α في إتجاه المختار .



خواص الدوران

الدوران يحفظ

الأطوال ، الإستقامية ، الزوايا و المساحات

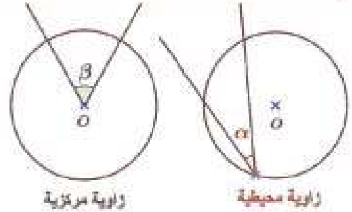
ملاحظة: هذا الجزء الخاص بالدوران ليس من أعمال الأستاذ دفيش

الزاوية المركزية و الزاوية المحيطية

الزاوية المحيطة و الزاوية المركزية

1) الزاوية المحيطية في دائرة : هي الزاوية المشكلة من وترين للدائرة يلتقيان في نقطة منها .

2) الزاوية المركزية في دائرة : هي الزاوية التي رأسها هو مركز هذه الدائرة .

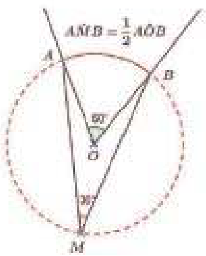


خاصية قيس الزاوية المحيطية

قيس الزاوية المحيطة في دائرة يساوي نصف قيس الزاوية المركزية التي تحصر معها نفس القوس

نقول أن الزاوية $A\hat{O}B$ هي الزاوية المركزية المشتركة مع الزاوية المحيطة $A\hat{M}B$ يعني أنهما يحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$

$$A\hat{M}B = \frac{1}{2}A\hat{O}B$$

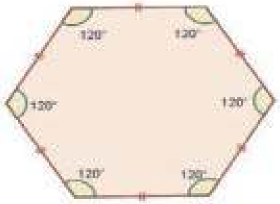


الزاويتان المحيطيتان اللتان تحصران نفس القوس متقايستان

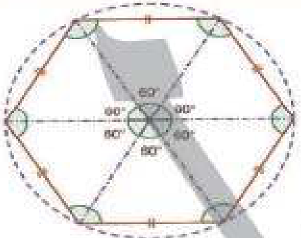
المضلعات المنتظمة

المضلعات المنتظمة

المضلع المنتظم هو مضلع أضلاعه متقايسة و زاوياه لها نفس القيس .



توجد دائرة مارة على جميع رؤوس المضلع المنتظم نقول أن هذه : الدائرة المحيطة بالمضلع المنتظم و مركزها هو مركز المضلع المنتظم



حساب قيس الزاوية $A\hat{O}B$ لمضلع منتظم مركزه O ، A ، B رأسان متتاليان للمضلع وعدد أضلاعه n

نقسم الزاوية 360° على n بمعنى : $A\hat{O}B = \frac{360°}{n}$

حساب قيس الزاوية $A\hat{B}C$ لمضلع منتظم مركزه A ، B ، C هي رؤوس للمضلع

1) نعين الزاوية المركزية $A\hat{O}C$ التي ترسم نفس القوس التي ترسمه الزاوية المحيطية $A\hat{B}C$

2) نستعمل خاصية قيس الزاوية المحيطية $A\hat{B}C = \frac{1}{2}A\hat{O}C$

جملة معادلتين

طريقة الحل بالتعويض

تعتمد إستخراج قيمة أحد المجهولين من إحدى المعادلات و تعويضه في المعادلة الأخرى

- حل الجملة التالية

$$\begin{cases} x-3y=-8 \;\dots (1) \\ 2x+y=5 \;\dots (2) \end{cases}$$

من المعادلة (1) نجد:

$$x=3y-8$$

بالتعويض في المعادلة (2) نجد

$$2(3y-8)+y=5$$
$$6y-16+y=5$$
$$7y=5+16$$
$$7y=21$$
$$y=\frac{21}{7}=3$$

بالتعويض في المعادلة (3) نجد

$$x=3\times 3-8=1$$

الثنائية $(1;3)$ حل لجملة المعادلتين

طريقة الحل بالجمع و التعويض

تعتمد على جعل معاملي أحد المجهولين متعاكسين ثم جمع المعادلتين من أجل التخلص من ذلك المجهول و حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

$$\begin{cases} x-3y=-8 \;\dots (1) \\ 2x+y=5 \;\dots (2) \end{cases}$$

بضرب المعادلة (1) في العدد -2 نجد

$$-2x+6y=16$$
$$2x+y=5$$

بالجمع نجد:

$$7y=21$$
$$y=\frac{21}{7}$$
$$y=3$$

بالتعويض في المعادلة 1 نجد:

$$x-3\times 3=-8$$
$$x=9-8=1$$

الثنائية $(1;3)$ حل لجملة المعادلتين

تربيض مسألة بإستخدام جملة معادلتين

يعرض عمي موسى على الشاطئ كراسي و شمسيات للكراء في كل يوم.

طلبت عائلة صيام أربع كراسي و شمسيتين فدفعت مبلغ 840DA بينما عائلة رمضان طلبت 3 شمسيات و 5 كراسي فدفعت 1140DA.

نريد معرفة ثمن كراء الكرسي الواح و الشمسية الواحدة في اليوم.

الحل:

نفرض x ثمن الكرسي الواحد و y ثمن الشمسية الواحدة

ومنه : $\begin{cases} 4x+2y=840 \\ 5x+3y=1140 \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة الأولى في (3-) نجد : $\begin{cases} -12x-6y=-2520 \\ 10x+6y=2280 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرف لطرف نجد : $-2x=-240$

و منه : $x=120$

بتعويض قيمة x في المعادلة الأولى نجد :

$$4\times 120+2y=840$$
$$2y=840-480$$
$$2y=360$$
$$y=180$$

إذن ثمن الكرسي الواحد هو 120 دج و ثمن الشمسية الواحدة هو (

ملخص الأشعة و الانسحاب

إثبات أن رباعي متوازي أضلاع

بالانسحاب (الصورة)

تمرين:

ABC مثلث كيفي أنشئ **D** صور **B** بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$

بما أن **D** صور **B** بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$ فإن الرباعي متوازي أضلاع

تساوي شعاعين

تمرين:

ABC مثلث عين **D** بحيث $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

بما أن $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ فإن الرباعي $ADCB$ متوازي أضلاع

علاقة متوازي الأضلاع

تمرين:

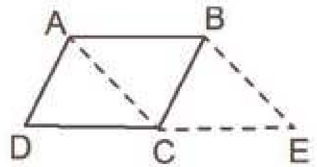
E. F. G ثلاث نقط ليست على إستقامة واحدة

- أنشئ M بحيث $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{FM}$

بما أن $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{FM}$ فإن $FEMG$ *متوازي أضلاع*

إثبات أن نقطة منتصف قطعة

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ فإن M منتصف $[AB]$



- بما أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ لأن $ABCD$ م-أ
- و $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ لأن $ABEC$ م-أ
- فإن $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$
- و منه C منتصف $[DE]$

علاقة شال

مهما تكن النقاط A-B-C فإن

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

ملاحظة : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

و نقول أن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BA}$ شعاعان متعاكسان و نكتب $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

اثبات أن الرباعي : مستطيل , معين , مربع

لإثبات أن الرباعي مستطيل أو معين أو مربع أولا نثبت أنه متوازي الأضلاع بإحدى الخواص السابقة ثم نضيف خواص أخرى

متوازي الأضلاع	مستطيل	معين	
	زاوية قائمة ⊕	ضلعان متتاليان متقايسان	المربع
	القطران متقايسان ⊕	القطران متعامدان	

المعالم

حساب مركبات شعاع و تساوي شعاعين

$B(x_B\,;y_B)$ و $A(x_A\,;y_A)$

فإن مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\ y_B-y_A\end{pmatrix}$$

$B(5\,;3)$ و $A(-3\,;4)$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\ y_B-y_A\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5-(-3)\\ 3-4\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}8\\ -1\end{pmatrix}$$

تساوي شعاعين:

$\vec{U}(x;y)$ $\vec{V}(x';y')$

$x=x'$

$y=y'$

$\vec{U}=\vec{V}\rightarrow$

إستعمال مركبات شعاع و تساوي شعاعين :

1- إثبات أن الرباعي متوازي الأضلاع و ذلك بحساب مركبتي شعاعين

2- حساب إحداثات نقطة حتى يكون الرباعي متوازي الأضلاع

مثال:

$C(1;-3)$ ، $B(2;4)$ ، $A(1;2)$

C' صورة C بالانسحاب ذي الشعاع $\overrightarrow{AB}$

أوجد حسابيا إحداثيا النقطة C'

حل: لدينا $\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AB}$

أي : $\overrightarrow{AB}\binom{1}{2}$ و $\overrightarrow{CC'}\binom{x-1}{y+3}$

$x-1=1$

$y+3=2$

نجد إحداثيا النقطة : $C'(2;-1)$

المسافة بين نقطتين

$B(x_B\,;y_B)$ و $A(x_A\,;y_A)$

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

مثال:

$B(-3\,;5)$ و $A(-1\,;2)$ ، احسب AB

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

$$AB=\sqrt{(-3+1)^2+(5-2)^2}$$

$$AB=\sqrt{(-2)^2+(3)^2}$$

$$AB=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$$

- حساب طول قطعة.
- اثبات ان المثلث قائم (فيتاغورث العكسية).
- إثبات ان المثلث متساوي الساقين أو متقايس الأضلاع.
- حساب نصف قطر دائرة محيطة بالمثلث.
- حساب طول المتوسط المتعلق بالوتر في المثلث القائم.
- إثبات أن نقاط تنتمي إلى نفس الدائرة .
- إثبات أن نقطة تنتمي إلى المحور.

منتصف قطعة

M منتصف القطعة [AB]

$$x_M=\frac{x_A+x_B}{2}$$

$$y_M=\frac{y_A+y_B}{2}$$

مثال : لدينا $B(5;3)$ و $A(-3;4)$

أحسب احداثيا M منتصف [AB]

بما أن M منتصف [AB] ، فإن :

$x_M=\frac{x_A+x_B}{2}$	$=\frac{(-3)+5}{2}=1$
$y_M=\frac{y_A+y_B}{2}$	$=\frac{4+3}{2}=3{,}5$

إذا إحدثيا النقطة M هما : $(1\,;3{,}5)$

- حساب إحداثيات مركز تناظر الرباعي و هي نقطة تقاطع قطريه أي حساب إحداثيات منتصف أحد أقطاره
- حساب إحداثيات مركز الدائرة المحيطة بالمثلث القائم حيث مركز الدائرة المحيطة بالمثلث القائم هى منتصف وتره