

ملاحظة :

* إذا أخذت الميزة الكمية قيما معزولة (مثل: العمر - عدد الإخوة - سنة الميلاد - ...) نقول إنها ميزة متقطعة * و إذا أخذت الميزة الكمية قيما في مجال (مثل: القامة - الوزن - المسافة - ...) نقول إنها ميزة مستمرة .
الميزة الكمية تسمى أيضا : متغيرا إحصائيا .
الميزة المدروسة : ميزة كمية مستمرة .

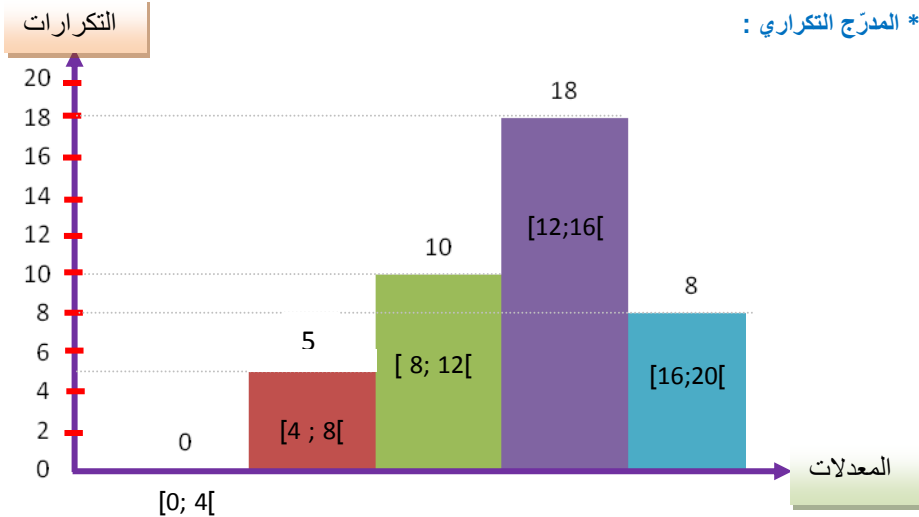
الفئة : هي كل مجال من الشكل $[a; b]$ غالبا ما تكون الفئات متساوية الطول .

- طول الفئة : الفئة $[a; b]$ طولها العدد الموجب $(b - a)$

- مركز الفئة : مركز الفئة $[a; b]$ هو العدد $\frac{a+b}{2}$

التمثيل البياني لسلسلة إحصائية :

* المدرج التكراري :



* المخطط الدائري :

المجموع :	[0; 4[	[4 ; 8[	[8; 12[	[12;16[	[16;20[
التكرارات :	00	05	10	18	08
أقياس الزوايا	0	44	88	158	70

مثال :

إليك معدلات الفصل الثاني لمادة الرياضيات الخاصة بالقسم 4 م 1 لامكالية مبارك الميلبي ... بينام ...
04.60 - 17.80 - 10.60 - 13 - 12.60 - 04.80 - 12.60 - 14.40 - 09.20 - 18.30 - 09.40 -
05.40 - 15.80 - 19.20 - 17 - 19.80 - 09 - 15.20 - 13.60 - 17 - 14 - 11 - 11.20 -
12 - 13 - 12.40 - 12.60 - 08.20 - 10.20 - 05.20 - 13 - 16 - 14 - 06 - 07.60 -
15.80 - 17.90 - 14.80 - 14 - 09.80 - 09.80 .

أدنى معدل : 04.80

أعلى معدل : 19.80

المعدل الفصلي : 12.83

المجموع :	[0; 4[	[4 ; 8[	[8; 12[	[12;16[	[16;20[
التكرارات :	00	05	10	18	08
التكرارات النسبية أو التواترات	00	00,12	00,24	00,44	0,20
النسب المئوية:	00%	12%	24%	44%	20%

التكرار الكلي

التكرار النسبي الكلي

تعريف بعض المصطلحات المستعملة في الإحصاء :

المجتمع : هو مجموعة الأفراد الذين تخصهم دراسة إحصائية معينة .

* المجتمع المدروس هو تلاميذ متوسطة .

الفرد : كل عنصر من المجتمع الإحصائي يسمى فردا إحصائيا .

* الفرد : تلميذ واحد من المتوسطة .

العينة : العينة الإحصائية هي كل مجموعة جزئية من المجتمع الإحصائي .

* العينة : قسم من أقسام المتوسطة (4 م 1)

الميزة الإحصائية (أو : الطبع الإحصائي) .

الميزة الإحصائية هي كل خاصية مدروسة على أفراد مجتمع .

تكون الميزة كمية عندما يمكن قياسها (التعبير عنها بأعداد ، تأخذ قيما عددية) .

تكون الميزة نوعية عندما لا يمكن قياسها (لا تأخذ قيما عددية ، لا نفرق بها أعدادا .)

مثلا : العمر - القامة - نقط اختبار - عدد الإخوة .

مثلا: اللون - الجنس - الجنسية - الحالة العائلية ...

المجموع :	[0; 4[	[4 ; 8[	[8; 12[	[12;16[	[16;20[	الفئات :
التكرارات :	00	05	10 + 18 + 08			41
تك - م - ن	41	41	36	26	08	41

فالعدد 36 يمثل التكرار المجمع (أو المتراكم) النازل للفترة [8;12[.

التواتر المجمع الصاعد لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تواتر هذه القيمة (أو الفئة) و تواترات القيم (أو الفئات) الأصغر منها .

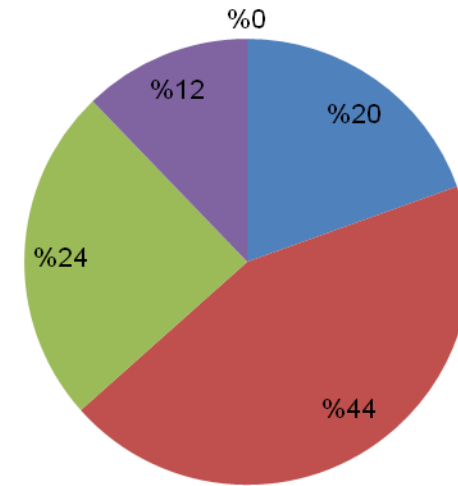
المجموع :	[0; 4[	[4 ; 8[	[8; 12[	[12;16[	[16;20[	الفئات :
التواترات :	00	00.12	00.24	00.44	00.20	1
تو - م - ص	00	00.12	00.36	00.80	01	1

العدد 00,80 يمثل التواتر المجمع الصاعد للفترة [12;16[.

التواتر المجمع النازل لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تواتر هذه القيمة (أو الفئة) و تواترات القيم (أو الفئات) الأكبر منها .

المجموع :	[0; 4[	[4 ; 8[	[8; 12[	[12;16[	[16;20[	الفئات :
التواترات :	00	00.12	00.24	00.44	00.20	1
تو - م - ن	01	01	00.88	00.64	00.20	1

العدد 00,88 يمثل التواتر المجمع النازل للفترة [8;12[.



التكرارات و التواترات المجمع الصاعدة و النازلة :

في سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا :

التكرار المجمع (المتراكم) الصاعد لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة (أو الفئة) و تكرارات القيم (أو الفئات) الأصغر منها .

المجموع :	[0; 4[	[4 ; 8[	[8; 12[	[12;16[	[16;20[	الفئات :
التكرارات :	00 + 06 + 10 + 18				08	42
تك - م - ص	00	06	16	34	42	42

فالعدد 34 يمثل التكرار المجمع (أو المتراكم) للفترة [12;16[.

التكرار المجمع (المتراكم) النازل لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة (أو الفئة) و تكرارات القيم (أو الفئات) الأكبر منها .

مؤشرات الموقع :

الوسط الحسابي :

الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية هو مجموع قيم هذه السلسلة على عدد قيمها .

إذا كانت: $u_1, u_2, \dots, u_k$ قيم مميزة إحصائية وكانت $n_1, n_2, \dots, n_k$ تكراراتها على الترتيب .

فإن : الوسط الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية يعطى بالعلاقة:

$$\bar{X}_u = \frac{n_1 u_1 + n_2 u_2 + \dots + n_k u_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

مثال : لنحسب الوسط الحسابي لسلسلة علامات التلاميذ لأحد الفروض :

العلامات	5	6	7	8	10	11	13	14	16	17
التكرارات	2	1	3	2	5	4	2	3	1	2

$$\bar{X} = \frac{2 \times 5 + 1 \times 6 + 3 \times 7 + 2 \times 8 + 5 \times 10 + 4 \times 11 + 2 \times 13 + 3 \times 14 + 1 \times 16 + 2 \times 17}{2 + 1 + 3 + 2 + 5 + 4 + 2 + 3 + 1 + 2}$$

$$\bar{X} = \frac{265}{25} \longrightarrow \bar{X} = 10,60$$

إذن : الوسط الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية هو العدد 10,60 .

نسمي الوسط الحسابي في حالة العلامات : معدل القسم .

ملاحظة : إذا نظمنا علامات هذا المثال في فئات متساوية المدى فإننا نحصل على السلسلة الإحصائية

الفئات	[5 ; 8 [	[8 ; 11 [	[11 ; 14 [	[14 ; 17 [
التكرارات	6	7	6	6
مركز الفئات	6,5	9,5	12,5	15,5

$$\bar{X} = \frac{6 \times 6,5 + 7 \times 9,5 + 6 \times 12,5 + 6 \times 15,5}{6 + 7 + 6 + 6} \longrightarrow \bar{X} = \frac{273,5}{25} \longrightarrow \bar{X} = 10,94$$

وسيط سلسلة إحصائية :

في سلسلة إحصائية مرتبة ، الوسيط هو القيمة التي تجزئ هذه السلسلة إلى جزأين لهما نفس عدد القيم .

مثال : السلسلة الإحصائية التالية تمثل نتائج استجواب مادة الرياضيات لخصّة استدرارك ...

15 - 13 - 12 - 12 - 11 - 10 - 08 - 08 - 06 - 05 ← عدد قيم هذه السلسلة فردي

قيما 5 قيما 5

الوسيط = Médiane . إذن : 11 هو القيمة الوسطى في ترتيب هذه السلسلة فهو الوسيط .

مثال آخر : السلسلة الإحصائية التالية تمثل استجواب آخر في مادة الرياضيات لخصّة دعم ...

17 - 15 - 13 - 12 - 11 - 11 - 09 - 08 - 08 - 06 - 05 - 04 ← عدد قيم هذه السلسلة زوجي

قيما 6 قيما 6

إذن : وسيط هذه السلسلة الإحصائية محصور بين العددين 9 و 11 .

في الحالة العامة نأخذ كوسيط مركز القيمتين 9 و 11 أي : $\frac{9+11}{2} = 10$. إذن : الوسيط هو 10

ملاحظة : في حالة سلسلة مجمعة في فئات ، نبحث عن الفئة التي تنتمي إليها القيمة الوسيطة .

مثال : لدينا جدول توزيع التلاميذ حسب طول قامتهم بالسنتيمتر .

طول القامة :	[140 ; 144 [	[144 ; 148 [	[148 ; 152 [	[152 ; 156 [
التكرارات :	4	18	6	2

القيمة الوسيطة هي القيمة الموافقة للطول 144 cm و الذي ينتمي إلى الفئة [144 ; 148 وهي الفئة الوسيطة .

* خطوات عملية لحساب الوسيط :

- تحديد التكرار المجمع الصاعد (أو النازل)
- تحديد رتبة الوسيط و هي نصف مجموع التكرارات
- تحديد الفئة الوسيطة .
- حساب الوسيط باستعمال العلاقة

طول الفئة الوسيطة × $\frac{\text{تكرار السابق للفئة الوسيطة} - \text{رتبة الوسيط}}{\text{التكرار المطلق للفئة الوسيطة}}$ + الحد الأدنى للفئة الوسيطة = Me

طول القائمة :	[140 ; 144]	[144 ; 148]	[148 ; 152]	[152 ; 156]
التكرارات :	4	18	6	2
ت - م - ص	4	22	28	30
ت - م - ن	30	26	8	2

- رتبة الوسيط هي : $15 = \frac{30}{2}$ ، الوسيط موجود ضمن التكرار المجمع الصاعد 22 .

- الفئة الوسيطة [144 ; 148] تقابل التكرار المجمع الصاعد 22 . طول هذه الفئة = $148 - 144 = 4$

- الحد الأدنى للفئة الوسيطة هو 144

- التكرار المطلق للفئة الوسيطة 18

- التكرار المجمع الصاعد السابق للفئة الوسيطة 4

$$Me = 144 + \frac{15-4}{18} \times 4$$

$$Me = 144 + 2,44$$

$$Me = 146,44$$

إذن : القيمة الوسيطة لهذه السلسلة الإحصائية 146,44 .

المدى : Etendue

مدى سلسلة إحصائية هو الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة لها .

مثلا :

مدى السلسلة الإحصائية " أ " : " 13 - 14 - 14 - 15 - 15 - 15 - 19 " هو : $19 - 13 = 6$.
إذن : تشتت هذه السلسلة الإحصائية صغير .

" المقصود بالتشتت هو قياس مدى تباعد أو تقارب البيانات الإحصائية عن بعضها البعض "

مدى السلسلة الإحصائية " ب " : " 3 - 5 - 5 - 8 - 21 - 29 - 34 " هو : $34 - 3 = 31$.
إذن : تشتت هذه السلسلة الإحصائية كبير .

انتبه :

* لا يمكن معرفة مدى سلسلة إحصائية اعتمادا على وسطها الحسابي أو وسيطها .
* مدى السلسلة " ب " ممدود أكثر بالنسبة إلى مدى السلسلة " أ " رغم أن للسلسلتين نفس الوسط الحسابي.

مثال آخر : سلسلة إحصائية ذات فئات .

طول القائمة :	[140 ; 144]	[144 ; 148]	[148 ; 152]	[152 ; 156]
التكرارات :	4	18	6	2

- الطريقة الأولى لحساب مدى هذه السلسلة الإحصائية :

" المدى هو الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة و الحد الأدنى للفئة الأولى "

$$E = 156 - 140$$

$$E = 16$$

- الطريقة الثانية :

" المدى هو الفرق بين مركز الفئة الأخيرة و مركز الفئة الأولى "

$$E = \frac{152+156}{2} - \frac{140+144}{2}$$

$$E = 154 - 142$$

$$E = 12$$

ملاحظة : يعتبر المدى غير دقيق لأنه لا يعتمد في حسابه على كل القيم بل يأخذ القيمة الأولى و الأخيرة فقط .

العرض البياني :

يقصد به تمثيل معطيات جدول إحصائي بمخططات أو بيانات .
نستعمل في الإحصاء عدّة أنواع من الأشكال و المخططات ، و ذلك حسب نوع (أو طبيعة) الخاصية المدروسة و الهدف المرجو من الشكل .

(1) العرض البياني المناسب لسلسلة إحصائية نوعية :

العمود المجزأ

الأعمدة المستطيلة

المخطط الدائري أو نصف الدائري

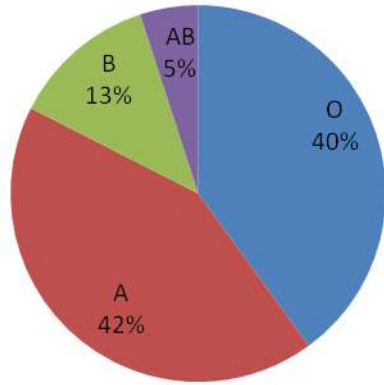
مثال : الجدول التالي يبين فصيلة الدم لـ 200 شخص أجريت عليهم الدراسة ...

فصيلة الدم	O	A	B	AB
التكرارات	80	85	25	10

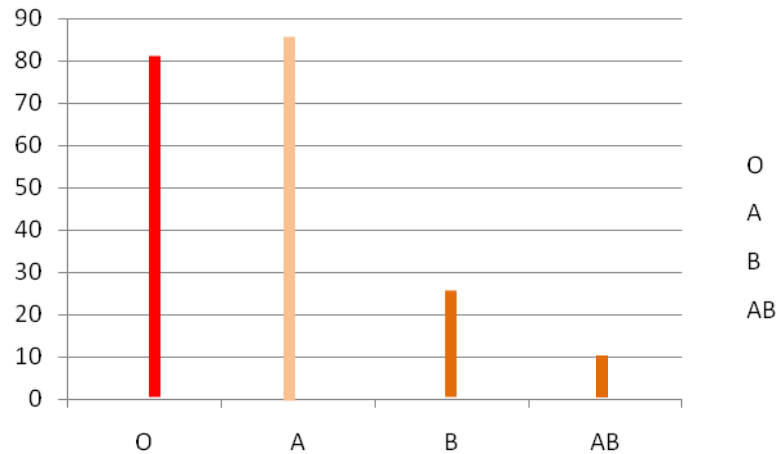
- الميزة الإحصائية المدروسة هي : فصيلة الدم

- نوع الميزة الإحصائية هي : نوعية (أو كمية) لا يمكن قياسها بل نعبر عنها بعبارة مثل A ، AB .

المخطط الدائري

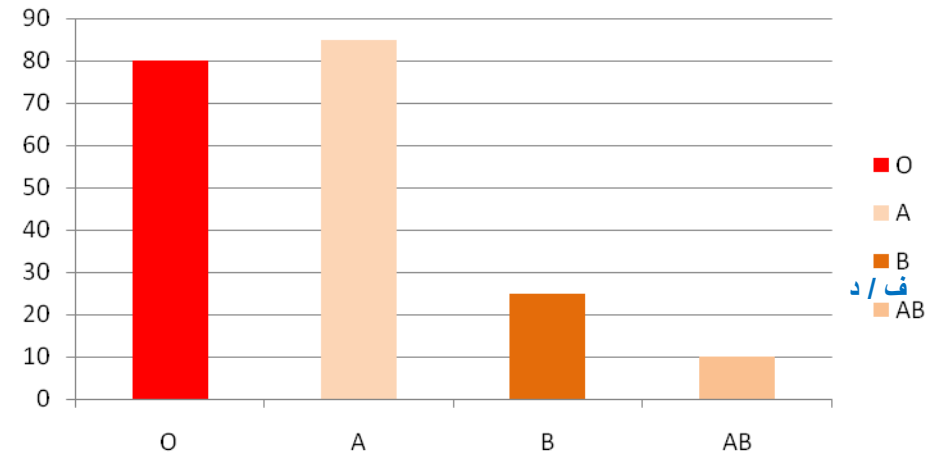


المخطط بالأعمدة



المخطط بالأعمدة المستطيلة

التكرارات

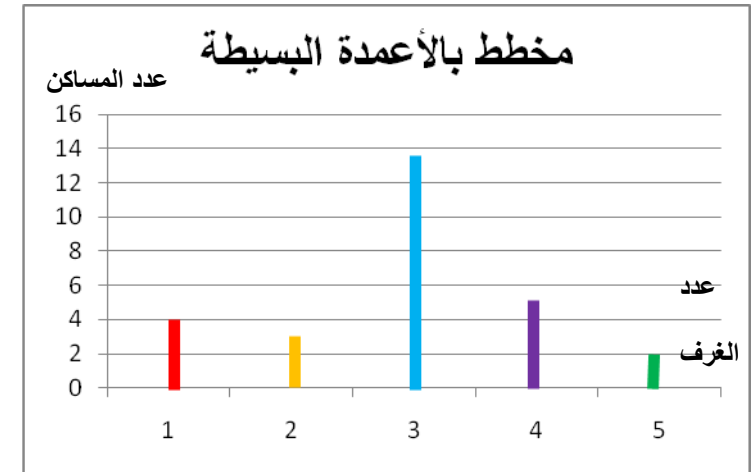


الأعمدة البسيطة

(2) العرض البياني المناسب لسلسلة إحصائية كمية متقطعة :

مثال : الجدول التالي يبين توزيع مساكن أحد الأحياء حسب عدد الغرف ...

المجموع :	5	4	3	2	1	عدد الغرف
28	2	5	14	3	4	عدد المساكن



(3) العرض البياني للتركرات المتجمعة الصاعدة :

هي عبارة عن قطع مستقيمة متصاعدة حسب تصاعد التكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة لكل قيمة .

(4) العرض البياني للتركرات المتجمعة النازلة :

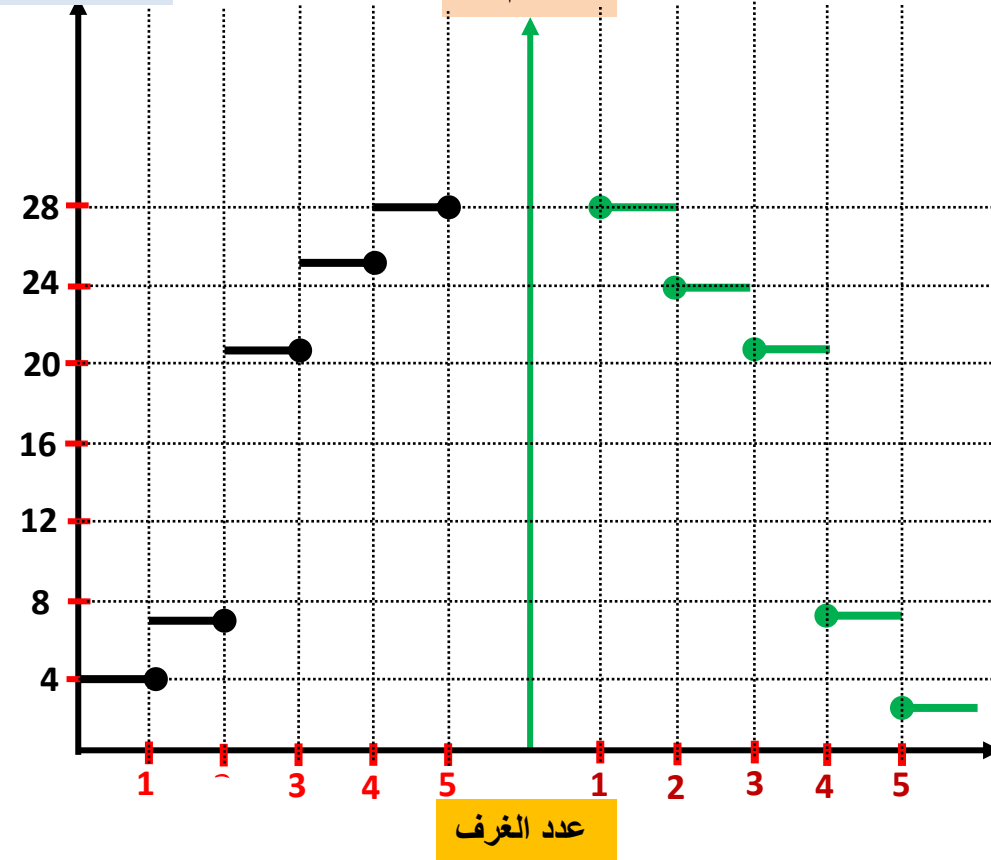
و هي عبارة عن قطع مستقيمة متنازلة حسب تنازل التكرارات المتجمعة النازلة المقابلة لكل قيمة .

حساب التكرار المجمع الصاعد و النازل :

عدد الغرف	1	2	3	4	5
عدد المساكن	4	3	14	5	2
تك - م - ص	4	7	21	26	28
تك - م - ن	28	24	21	7	2

تك - م - ص

تك - م - ن



5) العرض البياني لسلسلة إحصائية كمية مستمرة (متواصلة) :

المنحنى التكراري

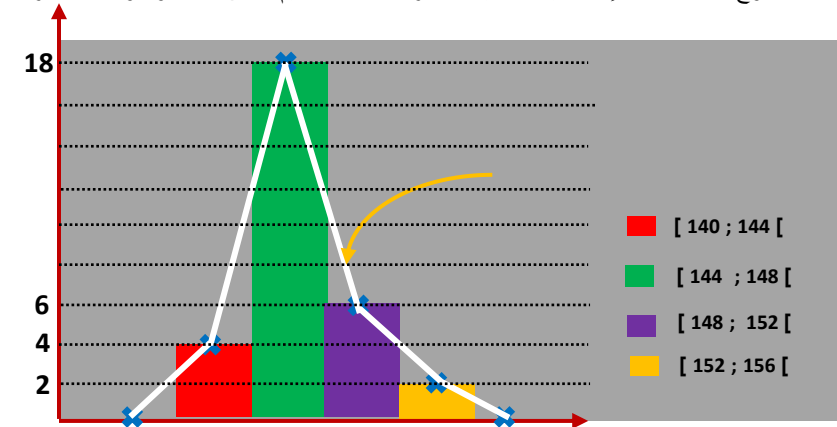
المضلع التكراري

المدرج التكراري

مثال : لدينا جدول توزيع التلاميذ حسب طول قامتهم بالسنتيمتر ...

طول القامة :	[140 ; 144 [	[144 ; 148 [	[148 ; 152 [	[152 ; 156 [
التكرارات :	4	18	6	2

* نلاحظ أن الخاصية المدروسة هي " طول القامة " نوع هذه السلسلة الإحصائية : كمية مستمرة لأنها تأخذ قيم ضمن مجال و هو قابل للتجزئة .



المدرج التكراري هو عبارة عن مستطيلات متلاصقة أطوالها متناسبة مع التكرارات المقابلة لها . و قاعدة كل منها (عرض المستطيل) يساوي الفئة المقابلة لها .

نلاحظ من هذا العرض البياني أن أغلبية التلاميذ طول قامتهم تنتمي إلى الفئة [144 ; 148 [تسمى هذه الفئة : **فئة منوالية** .

منوال سلسلة إحصائية هو القيمة (أو القيم) التي لها أكبر تكرار .

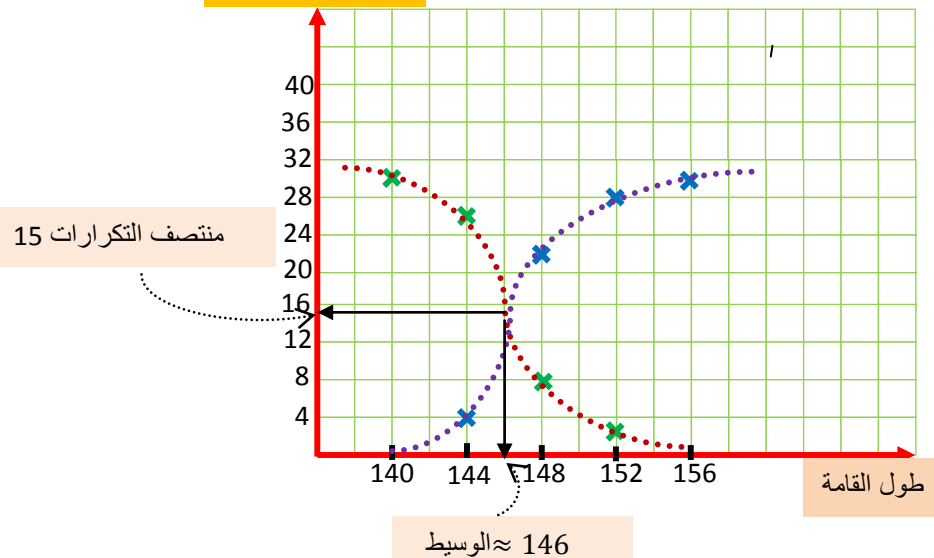
المضلع التكراري هو المضلع المحصور بين الخط المنكسر (الذي يصل بين النقاط ذات الإحداثيات مراكز الفئات و التكرارات المقابلة لها) و محور الفواصل .

المنحنى التكراري هو خط منحنى ممهّد للمضلع التكراري ، يعطي لنا فكرة عن شكل التوزيع هل هو قريب إلى التوزيع الطبيعي (متناظر أو غير متناظر) .

العرض البياني للتكرار المجمع :

طول القامة :	[140 ; 144 [	[144 ; 148 [	[148 ; 152 [	[152 ; 156 [
التكرارات :	4	18	6	2
تك - م - ص	4	22	28	30
نك - م - ن	30	26	8	2

التكرار التجميعي



المنوال :

منوال سلسلة إحصائية هو القيمة (أو القيم) التي لها أكبر تكرار ، نرسم له بالرمز M_0 .

مثال₁ : السلسلة الإحصائية التالية تبين 10 علامات في مادة الرياضيات ...

$06 - 16 - 15 - 10 - 09 - 10 - 07 - 10 - 09 - 10$.

لاحظ أنَّ القيمة الأكثر تكراراً هي العلامة 10 ، إذن : المنوال هو : $M_0 = 10$.

* ملاحظة : يمكن أن يكون لسلسلة إحصائية أكثر من منوال .

فنقول إنها متعددة المنوال . و يكون في هذه الحالة ليس له مدلول إحصائي .

مثال₂: أوجد منوال السلسلة الإحصائية التالية ...

$06 - 08 - 08 - 07 - 05 - 12 - 12 - 10 - 08 - 12$.

$M_{0(1)} = 8$ و $M_{0(2)} = 12$ السلسلة ثنائية المنوال .

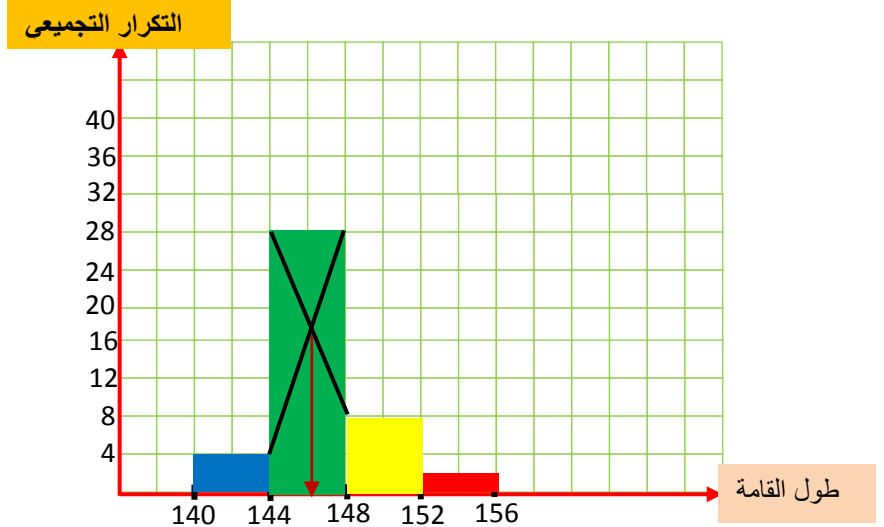
مثال₃: : لدينا جدول توزيع التلاميذ حسب طول قامتهم بالسنتيمتر ...

طول القامة :	[140 ; 144 [	[144 ; 148 [	[148 ; 152 [	[152 ; 156 [
التكرارات :	4	18	6	2

نلاحظ أنَّ أغلبية التلاميذ طول قامتهم تنتمي إلى الفئة [144 ; 148 [

تسمى هذه الفئة : **فئة منوالية** .

كيفية إيجاد منوال هذه الفئة من العرض البياني :



بيانيا نستنتج أنَّ : $M_0 \approx 146$.

