# كتاب السنة الرابعة متوسط رياضيات:

# ملخصات الدروس و حلول تمارين الكتاب المدرسي

# مع مواضيع محلولة

إعداد : الياس بوسماحة

# ملخصات الدروس

# الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة

**1- التعرف على قاسم عدد طبيعي:**

**تعريف:** إذا كان $a$، $b$ عددان طبيعيان حيث: $b \neq 0$
فإن $b$ قاسم لـ $a$ إذا كان باقي القسمة الإقليدية لـ $a$ على $b$ معدوما.

**مثال:**

| 112 | 16 |
|---|---|
| 0 | 7 |

$112 = 16 \times 7 + 0$

* 112 هو مضاعف لكل من 16 و 7.
* 16 قاسم لـ 112 و 7 قاسم لـ 112.
* باقي القسمة الإقليدية هو 0.

**ملاحظة هامة:**
**العدد 0 لا يقسم أي عدد طبيعي.**

**2- قواسم عدد طبيعي:**

**خاصية 1:** $a$، $b$، $n$ أعداد طبيعية غير معدومة حيث: $a > b$
إذا كان $n$ يقسم كلا من $a$ و $b$ فإن $n$ يقسم كلا من $(a + b)$ و $(a - b)$

**مثال:** 5 قاسم لكل من 15 و 45
ومنه 5 قاسم لـ (15 + 45) و قاسم لـ (15-45)

**خاصية 2:** $a$، $b$، $n$ أعداد طبيعية غير معدومة حيث: $a > b$
إذا كان $n$ يقسم كلا من $a$ و $b$ فإن $n$ يقسم باقي القسمة الإقليدية لـ $a$ على $b$.

**مثال:** 4 يقسم كلا من 16 و 40 ومنه 4 يقسم باقي القسمة 8.

| 40 | 16 |
|---|---|
| 8 | 2 |

**3- القاسم المشترك الأكبر:**

**تعريف:** - القاسم المشترك لعددين طبيعيين هو عدد طبيعي يقسم كلا منهما.
- أكبر قاسم مشترك لعددين يسمى القاسم المشترك الأكبر لهما.

**مثال:** - قواسم 12 هي: 1، 2، 3، 4، 6، 12.
- قواسم 18 هي: 1، 3، 6، 9، 18.
- القواسم المشتركة هي: 1، 3، 6.
- العدد 6 هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 12 و 18 ونكتب: PGCD(12,18) = 6

**4- الكسر غير القابل للاختزال:**

**تعريف:** $a$، $b$ عددان طبيعيان حيث: $b \neq 0$

الكسر $\frac{a}{b}$ غير قابل للاختزال يعني a و b أوليان فيما بينهما.

**مثال:** $\frac{7}{19}$ غير قابل للاختزال لأن 7 و 19 أوليان فيما بينهما.

**ملاحظة:** عندما نقسم كلا من حدي كسر على القاسم المشترك الأكبر لبسطه ومقامه نحصل على كسر غير قابل للاختزال.

**مثال:** $\frac{45}{135} = \frac{45 \div 45}{135 \div 45} = \frac{1}{3}$

**5- تطبيق خوارزمية إقليدس (عمليات الطرح المتتالية):**

**مثال:** أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 78 و 143

**الحل:**

$143 - 78 = 65$
$78 - 65 = 13$
$65 - 13 = 52$
$52 - 13 = 39$
$39 - 13 = 26$
$26 - 13 = 13$
$13 - 13 = 0$

إذن: $PGCD(78,143) = 13$

**6- تطبيق خوارزمية إقليدس (سلسلة القسمات المتتالية):**

**مثال:** أوجد ال PGCD للعددين 44 و 77

**الحل:**

| 77 | 44 |
|---|---|
| 33 | 1 |

| 44 | 33 |
|---|---|
| 1 | 1 |

| 33 | 11 |
|---|---|
| 0 | 3 |

$77 = 44 \times 1 + 33$
$44 = 33 \times 1 + 11$
$33 = 11 \times 3 + 0$

إذن: $PGCD(77,44) = 11$

# العمليات على الجذور التربيعية

**خاصية 1:** $a$ و $b$ عددان موجبان.

$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$ و $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

**أمثلة:**

**(1**

$\sqrt{25}\times\sqrt{4}=\sqrt{25\times4}=\sqrt{100}=10$ *

$\sqrt{2}\times\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{2\times1}{2}}=\sqrt{1}=1$*

$\sqrt{3}\times\sqrt{7}=\sqrt{3\times7}=\sqrt{21}$ *

* $\sqrt{4}\times\sqrt{9}=\sqrt{4\times9}=\sqrt{36}=6$

**(2**

*$\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{2^2\times3}=2\sqrt{3}$

*$\sqrt{18}=\sqrt{9\times2}=\sqrt{3^2\times2}=3\sqrt{2}$

* $\sqrt{50}=\sqrt{25\times2}=\sqrt{5^2\times2}=5\sqrt{2}$

**خاصية 2:** $a$، $b$ عددان موجبان حيث: $b\neq0$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$$

**أمثلة:**

* $\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}=\frac{3}{4}$

* $\sqrt{\frac{1}{25}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{25}}=\frac{1}{5}$

* $\sqrt{\frac{4}{100}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

**ملاحظات:**

1) $a$، $b$ عددان موجبان: $\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a+b}$

2) $a$، $b$ عددان موجبان و $a<b$: $\sqrt{a}-\sqrt{b}\neq\sqrt{a-b}$

**أمثلة:**

**1)** $\sqrt{64}+\sqrt{36} \neq \sqrt{64+36}$

لأن: $\sqrt{64}+\sqrt{36}=8+6=14$

و $\sqrt{64+36}=\sqrt{100}=10$

**2)** $\sqrt{100}-\sqrt{36} \neq \sqrt{100-36}$

لأن: $\sqrt{100}-\sqrt{36}=10-6=4$

و $\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8$

**3- جعل مقام نسبة عددا ناطقا:**

$$\frac{a}{\sqrt{b}}=\frac{a\times\sqrt{b}}{\sqrt{b}\times\sqrt{b}}=\frac{a\sqrt{b}}{b}(a\neq b)$$

**أمثلة:** لنجعل مقامات النسب الآتية أعدادا ناطقة:

$$\frac{2}{\sqrt{5}}\text{ ، }\frac{3}{\sqrt{2}}\text{ ، }\frac{11}{\sqrt{7}}$$

$$*\ \frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$*\ \frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$*\ \frac{11}{\sqrt{7}}=\frac{11\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{11\sqrt{7}}{7}$$

# الحساب الحرفي

**1- الجداءات الشهيرة:**

* مهما يكن العددان $a$ و $b$ فإن:

$* (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$* (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

$* (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

هذه المساويات تسمى بالجداءات الشهيرة أو المتطابقات الشهيرة.

**أمثلة:**

أنشر العبارات التالية: $(3+\sqrt{5})^2$ ، $(1-3x)^2$ ، $(\sqrt{2}x+6)(\sqrt{2}x-6)$

$* (3+\sqrt{5})^2 = (3)^2 + (\sqrt{5})^2 + 2\times 3\times 5 = 9+5+6\sqrt{5} = 14+6\sqrt{5}$

$* (1-3x)^2 = (1)^2 + (3x)^2 - 2\times 1\times 3x = 1+9x^2-6x$

$* (\sqrt{2}x+6)(\sqrt{2}x-6) = (\sqrt{2}x)^2 - (6)^2$

* مهما تكن الأعداد الحقيقية $a$، $b$، $c$، $d$ فإن:

$* ab + ac = a(b+c)$

$* a(c+d) + b(c+d) = (c+d)(a+b$

**أمثلة:**

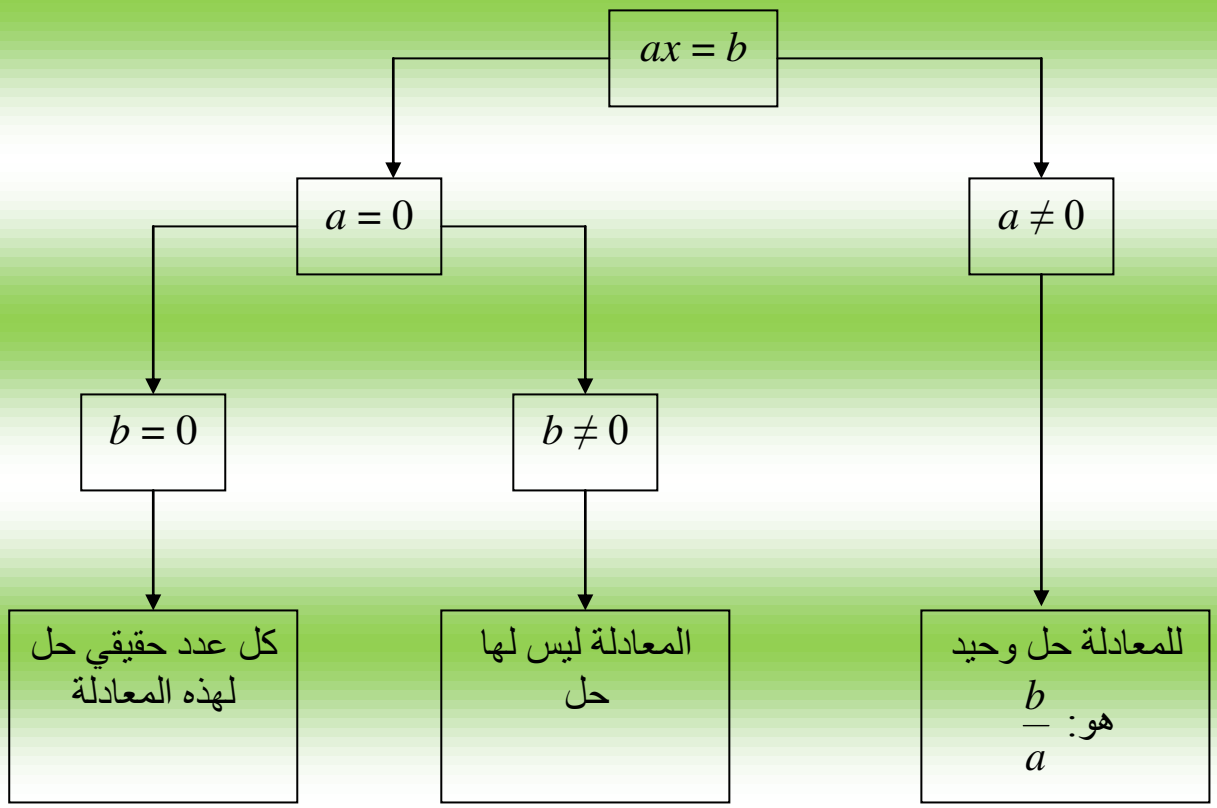
$5x + 5y = 5(x+y)$

$2(x+2) + 3(x+2) = (x+2)\ (2+3)$

# المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

**1- حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد:** كل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد تؤول بعد التحويلات اللازمة إلى معادلة من الشكل: $ax = b$

**مخطط حل هذه المعادلة**




**أمثلة:**

لنحل المعادلات الآتية:

* $3x + 4 = x - 6$
* $2(3x + 1) = 6x - 8$
* $4(5x - 2) = 20x - 8$

**الحل:**

*** $3x + 4 = x - 6$**

$3x - x = -6 - 4$ أي:

$2x = -10$ أي:

ومنه: $x = \frac{-10}{2}$

أي: $x = -5$

*** $2(3x + 1) = 6x - 8$**

أي: $6x + 2 = 6x - 8$

أي: $6x - 6x = -8 - 2$

أي: $0x = -10$

هذه المعادلة ليس لها حل

*** $4(5x - 2) = 20x - 8$**

أي: $20x - 8 = 20x - 8$

أي: $20x - 20x = -8 + 8$

أي: $0x = 0$

كل عدد حقيقي حل لهذه المعادلة

**2- ترييض مسألة:**

لترييض مسألة نتبع الخطوات التالية:

- اختيار المجهول.
- صياغة المسألة في شكل معادلة.
- حل المعادلة المحصل عليها.
- التحقق من صحة النتائج.

**مثال 1:**

في سنة 2010 عمر أب هو 42 سنة وعمر ابنه 11 سنة.

في أي سنة يصبح عمر الأب ضعف عمر ابنه؟

**الحل:**

بعد $x$ سنة يصبح عمر الأب: $42 + x$

ويصبح عمر الابن: $11 + x$

ومنه: $42 + x = 2(11 + x)$

أي: $42 + x = 22 + 2x$

أي: $x - 2x = 22 - 42$

أي: $-x = -20$

ومنه: $x = 20$

إذن بعد 20 عاما يصبح عمر الأب ضعف عمر الابن أي في سنة 2030.

**مثال 2:**
أوجد ثلاثة أعداد طبيعية مجموعها 36.

**الحل:**
نفرض العدد الأول $x$، فيكون الثاني $x + 1$، ويكون الثالث $x + 2$
ومنه: $x + (x + 1) + (x + 2) = 36$
أي: $3x + 3 = 36$
أي: $3x = 36 - 3 = 33$
ومنه: $x = \frac{33}{3} = 11$
إذن الأعداد هي: 11، 12، 13

# المتراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

- كل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد $x$ تؤول إلى متراجحة من الشكل:
$ax < b$ أو $ax > b$ أو $ax \leq b$ أو $ax \geq b$

- حل متراجحة هو إيجاد كل القيم الممكنة للمجهول حتى تكون المتباينة صحيحة.
هذه القيم هي حلول المتراجحة.

**أمثلة:**

**1) لنحل المتراجحة: $6x + 4 > 4x - 6$**

$6x - 4x > -6 - 4$

أي: $2x > -10$

أي: $x > -5$

كل القيم الأكبر تماما من 5- هي حلول للمتراجحة.

**2) لنحل المتراجحة: $3x - 7 < x + 9$**

$3x - x < 9 + 7$

أي: $2x < 16$

أي: $x < \frac{16}{2}$

أي: $x < 8$

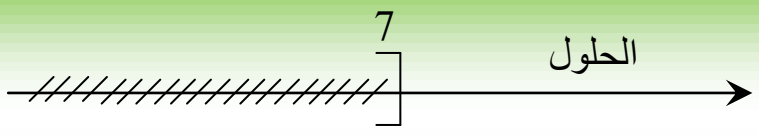
كل القيم الأصغر تماما من 8 هي حلول للمتراجحة.

- **تمثيل حلول متراجحة بيانيا:**

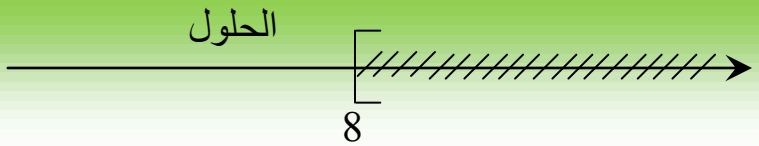
تمثل مجموعة حلول المتراجحة على مستقيم عددي.

**أمثلة:**

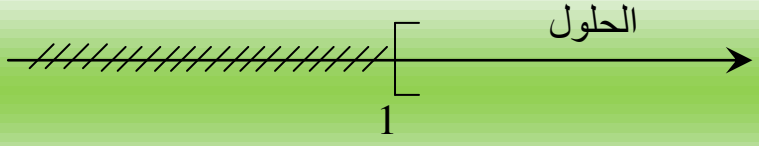
**1) حلول المتراجحة: $x > 7$ تمثل بيانيا كما يلي:**



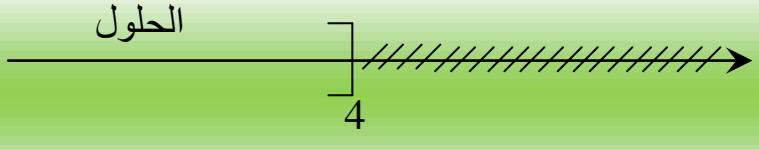

**2) حلول المتراجحة: $x < 8$ تمثل بيانيا كما يلي:**



**3) حلول المتراجحة: $x \geq 1$ تمثل بيانيا كما يلي:**




**4) حلول المتراجحة: $x \leq 4$ تمثل بيانيا كما يلي:**



# الدالة الخطية

**تعريف:** عندما نرفق كل عدد $x$ بالجداء $ax$ حيث $a$ عدد طبيعي، نقول أننا عرفنا دالة خطية نرمز لها بالرمز: $f : x \mapsto ax$

نسمي $f(x)$ صورة x بالدالة $f$ ونكتب: $f(x) = ax$

**مثال 1:** $f(x) = 5x$ هي دالة خطية معاملها 5.

**مثال 2:** $f(x) = 4x$

$f(0) = 4 \times 0 = 0$

$f(1) = 4 \times 1 = 4$

$f(-2) = 4 \times (-2) = -8$

# الدالة التآلفية

**تعريف:** $a$ و $b$ عددين معلومين.

عندما نرفق كل عدد $x$ بالجداء $ax$ ثم نضيف إلى ذلك الجداء عددا معلوما $b$، نقول أننا عرفنا دالة تآلفية.

**مثال 1:** $g(x) = 2x + 6$ هي دالة تآلفية معاملها 2.

**مثال 2:** $g(x) = 5x + 1$

$g(0) = 5 \times 0 + 1 = 1$

$g(1) = 5 \times 1 + 1 = 6$

$g(-2) = 5 \times (-2) + 1 = -9$

الأعداد 1، 6، 9- هي صور الأعداد 0، 1، 2- بواسطة هذه الدالة.

**ملاحظات:**

- الدالة الخطية هي حالة خاصة للدالة التآلفية.
- الدالة الخطية هي دالة تآلفية حيث $b = 0$
- تعبر الدالة الخطية عن وضعية تناسبية.

**ـ التمثيل البياني لدالة خطية:**

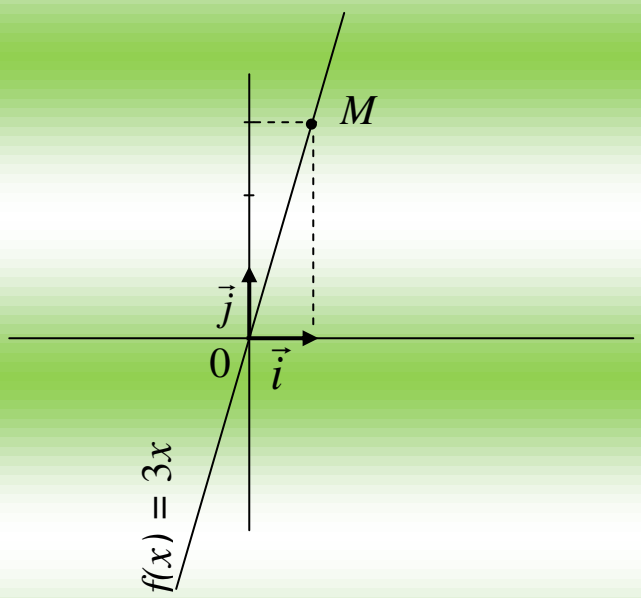
تمثل الدالة الخطية بمستقيم يمر بالمبدأ حيث تكفي نقطة واحدة تختلف عن المبدأ لرسمه.

**مثال:** $f(x)$ دالة خطية حيث:

$f(x) = 3x$

نفرض: $x = 1$ ومنه: $f(1) = 3 \times 1 = 3$

إذن النقطة $M(1,3)$ تنتمي إلى بيان الدالة.




**ـ التمثيل البياني لدالة تآلفية:**

**تعريف:** التمثيل البياني لدالة تآلفية $f : x \mapsto ax + b$ هو مجموعة النقط ذات الإحداثيات $(x,y)$ بحيث: $y = ax + b$ وهي تمثل مستقيما معادلته $y = ax + b$

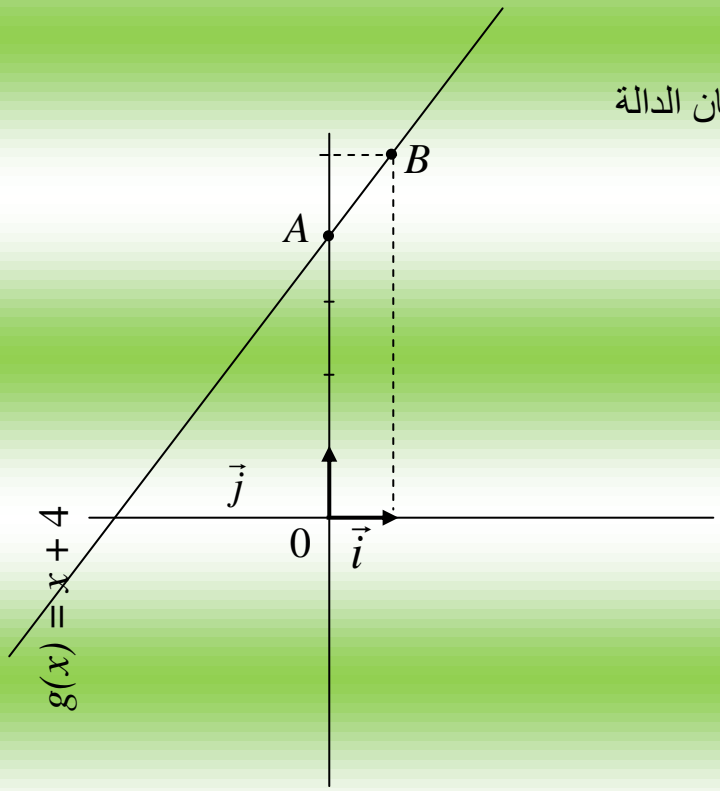
- يسمى $a$ معامل توجيه المستقيم.
- يسمى $b$ الترتيب إلى المبدأ.

**مثال:** $g(x)$ دالة تآلفية حيث: $g(x) = x + 4$

$g(0) = 0 + 4 = 4$

$g(1) = 1 + 4 = 5$

النقطتان $A(0,4)$، $B(1,5)$ تنتميان إلى بيان الدالة



# تطبيقات التناسبية

- **النسب المئوية:**

*** حساب $P\%$ من $x$ هو حساب $y$ حيث:**

$$y = \frac{P}{100}x$$

**مثال:** ثمن بدلة رياضية 1200 DA ازداد ثمنها بـ 15%
- ما هو مقدار الزيادة؟

**الحل:**

مقدار الزيادة هو: $y = \frac{15}{100} \times 1200$

$$y = 15 \times 12 = 180DA$$

*** زيادة x بـ $P\%$ هو حساب y بحيث:**

$$y = (1 + \frac{P}{100})x$$

**مثال:** ثمن حذاء رياضي هو 1200 DA ازداد ثمنه بـ 20%
- ما هو ثمنه الجديد؟

**الحل:**

الثمن الجديد هو: $y = (1 + \frac{20}{100}) \times 1200$

أي: $y = (\frac{100}{100} + \frac{20}{100}) \times 1200$

أي: $y = \frac{120}{100} \times 1200$

أي: $y = 120 \times 12$

ومنه: $y = 1440$ DA

*** خفض $x$ بـ $P\%$ هو حساب $y$ بحيث:**

$$y = (1 - \frac{P}{100})x$$

**مثال:** وزن خالد $60\ kg$ نقص وزنه بـ $20\%$
- ما هو وزنه الجديد؟

**الحل:**

$$y = (1 - \frac{20}{100}) \times 60$$

أي: $y = (\frac{100}{100} - \frac{20}{100}) \times 60$

أي: $y = \frac{80}{100} \times 60$

أي: $y = 48\ kg$

# حل جملة معادلتين

**1- الحل بطريقة التعويض:**

**مثال 1:** لنحل الجملة: $\begin{cases} x+y=6.....(1) \\ 3x-y=10.....(2) \end{cases}$

من المعادلة (1): $x = 6 - y$

بالتعويض في المعادلة (2) نجد:

$3(6-y)-y=10$

أي: $18-3y-y=10$

أي: $-4y = 10 - 18$

أي: $-4y = -8$

ومنه: $y=\frac{-8}{-4}=2$

ومنه: $x=6-2=4$

إذن الثنائية (4,2) حل لهذه الجملة.

**2- الحل بطريقة الجمع:**

**مثال 2:** لنحل الجملة: $\begin{cases} x+y=6 \\ 3x-y=10 \end{cases}$ بطريقة الجمع

**الحل:**

$$\begin{cases} x+y=6 \\ 3x-y=10 \end{cases}$$

بالجمع طرف إلى طرف نجد: $x+3x=6+10$

أي: $4x=16$

$$x=\frac{16}{4}=4$$

$\begin{cases} x+y=6 \to \times(-3) \\ 3x-y=10 \end{cases}$ تصبح الجملة: $\begin{cases} -3x-3y=-18 \\ 3x-y=10 \end{cases}$

بالجمع طرف إلى طرف نجد: $-4y = 8$

ومنه: $y=\frac{-8}{-4}$

أي: $y=2$

الثنائية (4,2) حلا لهذه الجملة

# جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

**1- المعادلة من الدرجة الأولى بمجهولين:**

كل معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين تؤول بعد التحويلات اللازمة إلى معادلة من الشكل

$$ax + by = c$$

**مثال:** $5x + y + 6 = 2x - 7$

أي: $5x + y - 2x = -7 - 6$

ومنه: $3x + y = -13$

**2- جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين:**

جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين $x$ ، $y$ هي جملة من الشكل:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

حيث: $a$، $b$، $c$، $a'$، $b'$، $c'$ أعداد معلومة

**مثال:**

$$\begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ x - 4'y = 2 \end{cases}$$

هي جملة معادلتين بمجهولين $x$ و $y$.

# الإحصاء

**1- التكرار المجمع المتزايد:**
في سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا، التكرار المجمع المتزايد لقيمة يحصل عليه بجمع تكرار هذه القيمة وتكرار القيم السابقة لها.

**2- التكرار المجمع المتناقص:**
في سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا، التكرار المجمع المتناقص لقيمة يحصل عليه بجمع تكرار هذه القيمة وتكرارات القيم الأكبر منها.

**أمثلة:**
1) في السلسلة المبينة في الجدول، التكرار الكلي 18، التكرار المجمع الصاعد للقيمة 5 هو: 16 (أي نحسب مجموع التكرارات الأصغر من أو تساوي القيمة 5 وهي 16)

التكرار المجمع النازل للقيمة 4 هو: 10 (أي نحسب مجموع التكرارات الأكبر من أو تساوي القيمة 4 وهي 10)

| قيم المتغير | التكرار | تكرار م ص |
|---|---|---|
| 1 | 3 | 3 |
| 2 | 5 | 8 |
| 4 | 1 | 9 |
| 5 | 7 | 16 |
| 6 | 2 | 18 |
| **المجموع** | **18** | |

2) إليك السلسلة الإحصائية التالية: 5، 5، 4، 4، 4، 3، 3، 2، 1، 1

| **الأرقام** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **التكرارات** | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 |
| **التكرارات المجمعة المتناقصة** | 10 | 8 | 7 | 5 | 2 |

**- التكرار النسبي المجمع الصاعد والنازل:**

**تعريف:**

- التكرار النسبي المجمع الصاعد هو التكرار المجمع الصاعد بالنسبة إلى التكرار الكلي

أي: $\text{التكرار النسبي المجمع الصاعد} = \frac{\text{التكرار المجمع الصاعد}}{\text{التكرار الكلي}}$

- التكرار النسبي المجمع النازل هو التكرار المجمع النازل بالنسبة إلى التكرار الكلي

أي: $\text{التكرار النسبي المجمع النازل} = \frac{\text{التكرار المجمع النازل}}{\text{التكرار الكلي}}$

**مثال:** إليك السلسلة الإحصائية التالية:

| العدد | 0 | 1 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 10 |
| التكرارات المجمعة الصاعدة | 3 | 4 | 5 | (6) | 7 | 8 | 10 | |
| التواترات المجمعة الصاعدة | 0,3 | 0,4 | 0,5 | (0,6) | 0,7 | 0,8 | 1 | |
| التكرارات المجمعة النازلة | 10 | (7) | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | |
| التواترات المجمعة النازلة | 1 | (0,7) | 0,7 | 0,5 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | |

**- الوسط الحسابي:**

الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية هو مجموع قيم هذه السلسلة على عدد قيمها.

**مثال:**

أحسب الوسط الحسابي للسلاسل الإحصائية التالية:

1) 15,7، 15,5، 11,2، 13,4، 14.5، 17,2، 12,1

2) 100، 60، 40، 40، 30، 20، 10، 10

3) 11، 13، 10، 7، 6، 4، 12

**الحل:**

$$1)\ \overline{X} = \frac{15,7+15,5+11,2+13,4+14,5+17,2+12,1}{7} = \frac{99,6}{7} = 14,22$$

$$2)\ \overline{X} = \frac{10\times 2+20+30+40\times 2+60+100}{8} = \frac{3110}{8} = 38,75$$

$$3)\ \overline{X} = \frac{12+4+6+7+10+13+11}{7} = \frac{63}{7} = 9$$

**- الوسيـط:**

وسيط سلسلة إحصائية مرتبة هي القيمة التي تجزئها إلى جزئين لهما نفس التكرار أي أن: عدد القيم الأصغر من الوسيط يساوي عدد القيم الأكبر منه.

**مثال:** أحسب وسيط السلسلة التالية:

93، 113، 107، 89، 102، 97، 95، 101، 85

**الحل:**

- أولا: ترتيب قيم السلسلة تصاعديا:

113، 107، 102، 101، **97**، 95، 93، 89، 85

وسيط هذه السلسلة هو العدد 97.

**- المـدى:**

**تعريفه:**

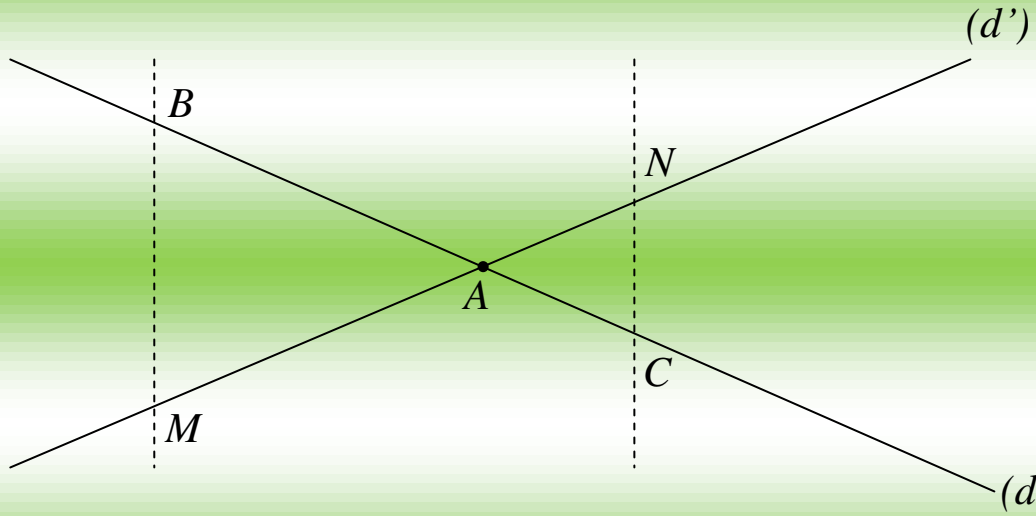
مدى سلسلة إحصائية هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لها.

**مثال:**

إليك السلسلة الإحصائية التالية: 8، 7، 6، 5، 4، 3، 2، 1

المدى هو: 7 = 1 – 8

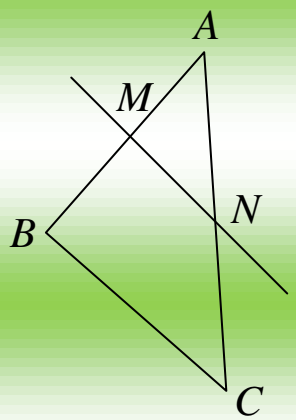
# نظرية طالس




إذا كان $(d)$ و $(d')$ مستقيمان متقاطعان في النقطة $A$
وإذا كان $B$ و $C$ نقطتان من $(d)$ تختلفان عن $A$
والنقطتان $M$ و $N$ من $(d')$ تختلفان عن $A$ حيث: $(BM)$ و $(CN)$ متوازيان

فإن: $\boxed{\frac{AM}{AN}=\frac{AB}{AC}=\frac{BM}{CN}}$

هذه النظرية تسمى **نظرية طالس**




**مثال:**
لاحظ الشكل جيدا حيث $(MN)//(BC)$
و $AM = 2\ cm$ ، $AB = 8\ cm$ ، $AC = 10\ cm$
لنحسب الطول AN

**الحل:**
لدينا: $(MN)//(BC)$ بتطبيق نظرية طالس نجد:

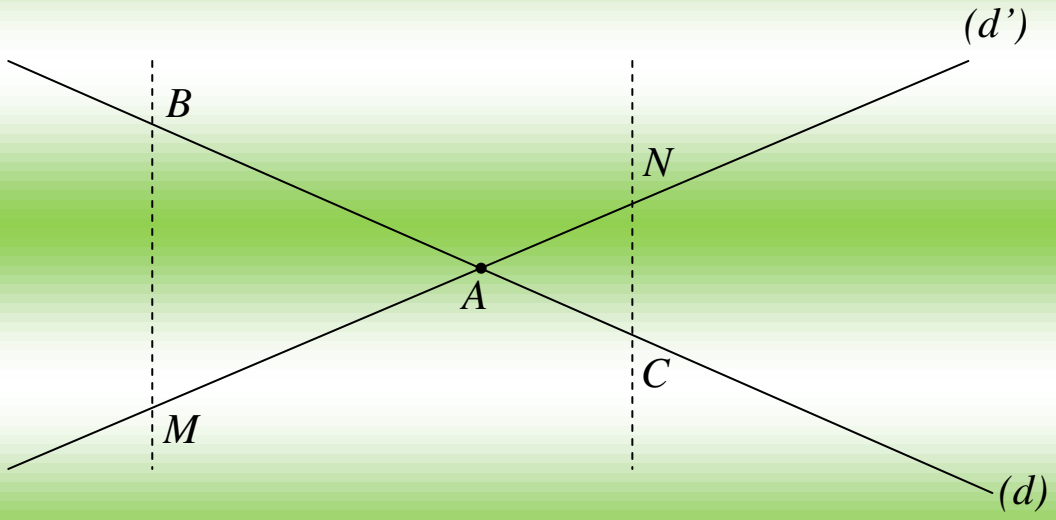
$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$$

أي: $\frac{2}{8}=\frac{AN}{10}$

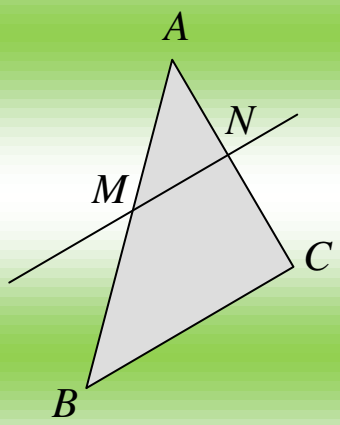
ومنه: $AN=\frac{2\times 10}{8}=\frac{20}{8}$

أي: $AN = \frac{5}{2} = 2{,}5cm$

**النظرية العكسية لنظرية طالس:**




إذا كان $(d)$ و $(d')$ مستقيمان متقاطعان في النقطة $A$
وإذا كان $B$ و $C$ نقطتان من $(d)$ تختلفان عن $A$
والنقطتان $M$ و $N$ من $(d')$ تختلفان عن $A$ حيث: $\frac{AN}{AM} = \frac{AC}{AB}$
والنقاط: $A$، $N$، $M$ و $A$، $C$، $B$ بنفس الترتيب فإن: $(MB)$ و $(CN)$ متوازيان




**مثال:**
$ABC$ مثلث، $M \in [AB]$ و $N \in [AC]$
بحيث:
$AB = 9\ cm$ ، $AM = 3\ cm$
$AN = 2\ cm$ ، $AC = 6\ cm$
لنبين أن: $(MN)//(BC)$
**الحل:**
يكفي أن نبين أن: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$
* $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
* $\frac{AN}{AC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
نلاحظ أن: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ ومنه: $(MN)//(BC)$

# النسب المثلثية

**1- جيب زاوية حادة:**

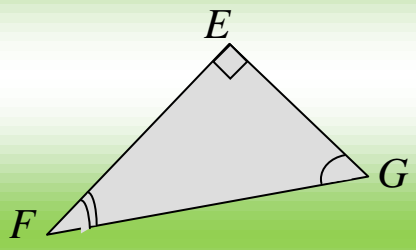
**تعريف:**

في مثلث قائم.

جيب زاوية حادة يساوي النسبة: $\frac{\text{طول الضلع المقابل لهذه الزاوية}}{\text{طول الوتر}}$

**مثال:** $EFG$ مثلث قائم في $E$

حيث: $EG = 3\ cm$ ، $EF = 4\ cm$ ، $FG = 5\ cm$




احسب كلا من: $\sin E\hat{F}G$ ، $\sin E\hat{G}F$

**الحل:**

$$* \sin E\hat{F}G = \frac{EG}{EF} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

$$* \sin E\hat{G}F = \frac{EF}{EG} = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

**2- ظل زاوية حادة:**

**تعريف:**

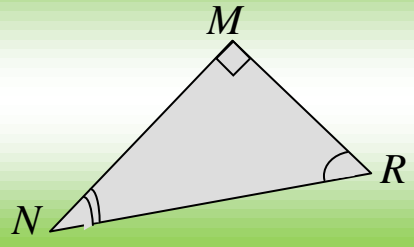
في مثلث قائم.

ظل زاوية حادة يساوي النسبة: $\frac{\text{طول الضلع المقابل لهذه الزاوية}}{\text{طول الضلع المجاور لها}}$

**مثال:**

$MNR$ مثلث قائم في $M$

حيث: $MN = 8\ cm$ ، $MR = 6\ cm$




أحسب كلا من: $\tan M\hat{R}N$ ، $\tan M\hat{N}R$

**الحل:**

$$* \tan M\hat{R}N = \frac{MN}{RM} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$* \ \tan M\hat{N}R = \frac{MR}{MN} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

**3- العلاقات بين النسب المئوية:**

في مثلث قائم.

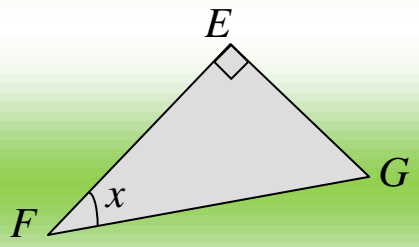
مهما يكن العدد $n$ قيس زاوية حادة فإن:

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \text{و} \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

**مثال:**

$EFG$ مثلث قائم في $E$

حيث: $EG = 3\ cm$، $EF = 4\ cm$، $FG = 5\ cm$




لنبين أن: $sin^2 x + cos^2 x = 1$

**الحل:**

$$sin^2 x + cos^2 x = \left(\frac{EG}{EF}\right)^2 + \left(\frac{EF}{FG}\right)^2$$

$$= \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

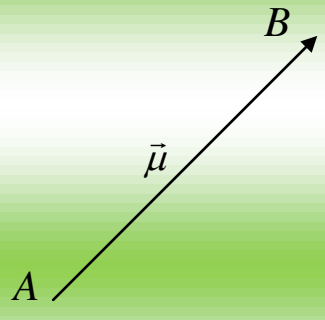
$$= \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = \frac{25}{25} = 1$$

إذن: $sin^2 x + cos^2 x = 1$

# الأشعة والانسحاب

**1- تعريف الشعاع:**

إذا كان $A$ و $B$ نقطتان مختلفتان من المستوي.
الانسحاب الذي يحول $A$ إلى $B$ يعرف شعاعا
نرمز له بالرمز $\vec{\mu}$




- الثنائية النقطية $(A,B)$ تعين شعاعا نرمز له بالرمز $\overrightarrow{AB}$
- الاتجاه من $A$ إلى $B$ هو اتجاه الشعاع $\vec{\mu}$

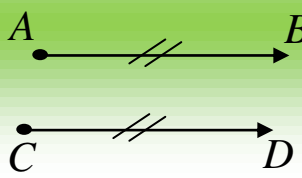
**2- تساوي شعاعين:**

الشعاعان المتساويان هما شعاعان لهما: - نفس المنحى
- نفس الاتجاه
- نفس الطول

**مثال 1:**

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$

**مثال 2:**

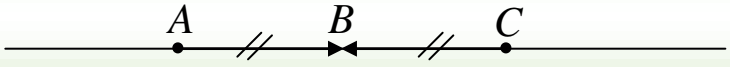



$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

**ملاحظة هامة:**

الشعاعان المتعاكسان هما شعاعان لهما: - نفس المنحى
- نفس الطول
- يختلفان في الاتجاه

**مثال:**




$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CB}$ شعاعان متعاكسان ونكتب: $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CB}$

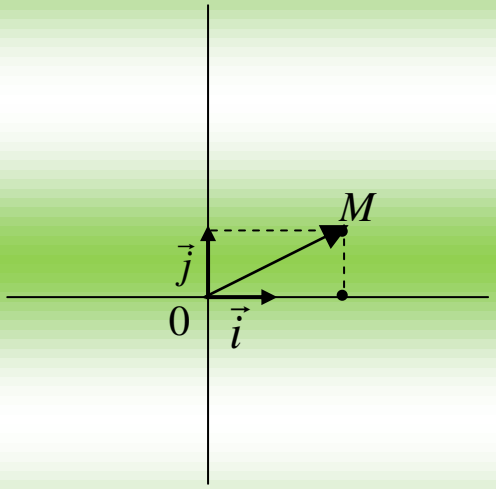
# المعالم

*** إحداثيا شعاع:**

**تعريف:**

$M$ نقطة من المستوي المزود بالمعلم $(o,i,j)$

بحيث: $M(n,y)$ إحداثيا النقطة $M$ بالنسبة إلى هذا المعلم




هما إحداثيا الشعاع $\overrightarrow{OM}$ ونرمز لها بالرمز $\overrightarrow{OM}(n,y)$

**مثال:**

$M(2,1)$ نقطة من المستوي.

فإن: $\overrightarrow{OM}(2,1)$

*** الشعاعان المتساويان:**

$\vec{R}(x,y)$ ، $\vec{T}(x',y')$ شعاعان من المستوي.

معناه: $\vec{R}=\vec{T}$ و $x=x'$ و $y=y'$

**مثال:**

أوجد العددين $A$ و $B$ بحيث يكون $\vec{R}=\vec{T}$

بحيث: $\vec{R}(A+1,5)$ ، $\vec{T}(3,B-2)$

**الحل:**

$\vec{R}=\vec{T}$ معناه:

* $A+1=3$

أي: $A=3-1=2$

* $B-2=4$

أي: $B=5+2=7$

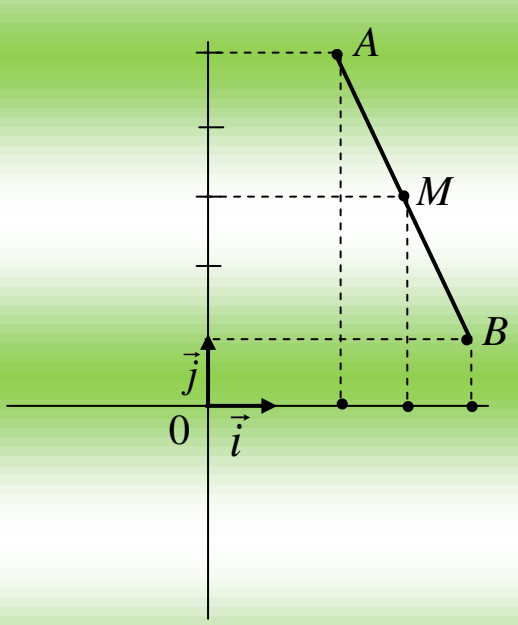
*** إحداثيا منتصف قطعة مستقيم:**

$A$ و $B$ نقطتان من مستو مزود بمعلم بحيث: $A(x_1,y_1)$ ، $B(x_2,y_2)$

إحداثيا النقطة $M$ منتصف $[AB]$ هما:

$$x_M=\frac{x_1+x_2}{2} \qquad y_M=\frac{y_1+y_2}{2}$$

**مثال:** $A(2,5)$ ، $B(4,1)$ نقطتان من المستوي.
أوجد إحداثيا $M$ منتصف $[AB]$




**الحل:**

$$x_M = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y_M = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

إذن $M(3,3)$

*** حساب الأطوال (المسافة بين نقطتين):**
$A$ و $B$ نقطتان من مستو مزود بمعلم بحيث: $A(x_1,y_1)$ ، $B(x_2,y_2)$

فإن: $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

**مثال:**
$A(-1,2)$ ، $B(3,4)$ نقطتان من مستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس.
أحسب الطول $AB$.

**الحل:**

$$AB = \sqrt{(3+1)^2 + (4-2)^2}$$

أي: $AB = \sqrt{(4)^2 + (2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$$AB = 2\sqrt{5}$$

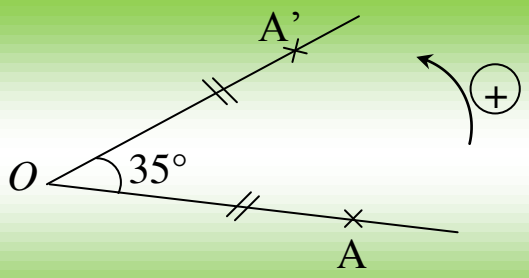
# الدوران - الزوايا

**1- الدوران:**

*** تعريفه:** تحويل شكل بالدوران الذي مركزه $O$ هو إدارته حول النقطة $O$ وذلك بالحفاظ على نفس المسافة بين الشكل والنقطة $O$، في اتجاه معين وبزاوية محددة.

**ملاحظة:** نميز الدوران بمركز وزاوية واتجاه.

**مثال:**




النقطة $A'$ هي صورة $A$ بالدوران الذي مركزه $O$ وزاويته $35°$ في الاتجاه الموجب.

**حالة خاصة:**

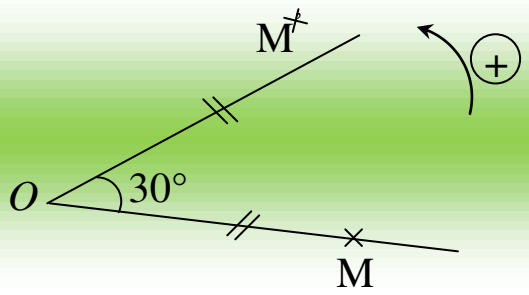
الدوران ذو المركز $O$ والزاوية $180°$ هو تناظر مركزي مركزه $O$

*** خواص الدوران:**

- الدوران يحافظ على المسافات ويحافظ على أقياس الزوايا ويحافظ على استقامية النقط.
- الدوران يحافظ على طبيعة الأشكال.

**أمثلة توضيحية:**

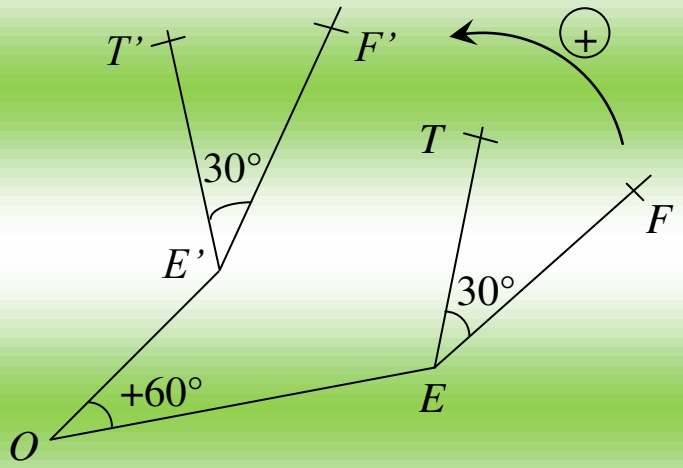
**(1**




$M'$ هي صورة $M$ بالدوران الذي مركزه $O$ وزاويته $30°$ في الاتجاه الموجب.

**2)**

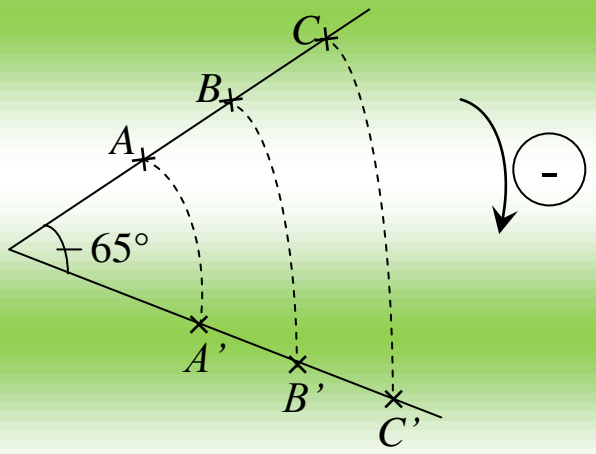
الزاوية $F'\hat{E}'T'$ هي صورة الزاوية $F\hat{E}T$ بالدوران الذي مركزه $O$ وزاويته $60°$ في الاتجاه الموجب.




$$T\hat{E}F = T^{-}\hat{E}^{-}F'$$

**3)**

لدينا النقاط: $A$، $B$، C في استقامية
$A'$، $B'$، $C'$ صورها على الترتيب بالدوران الذي مركزه $O$ وزاويته $65°$ في الاتجاه السالب.
نلاحظ أن النقط $A'$، $B'$، $C'$ على استقامة واحدة.

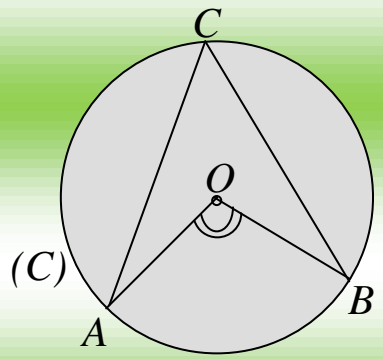



## 2- الزاوية المحيطية والزاوية المركزية في دائرة:

**تعريف:**

لتكن $(C)$ الدائرة التي مركزها $O$

- نقول عن الزاوية $A\hat{C}B$ أنها زاوية محيطية في الدائرة $(C)$، إذا كان رأسها $C$ ينتمي إلى هذه الدائرة و $[BC]$ و $[AC]$ وتران لهذه الدائرة.
- نقول عن الزاوية أنها مركزية في الدائرة $(C)$ إذا كان رأسها هو مركز هذه الدائرة.
- الزاوية المركزية $A\hat{O}B$ والمحيطية $A\hat{C}B$




تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$ من الدائرة.

**ملاحظة هامة:**

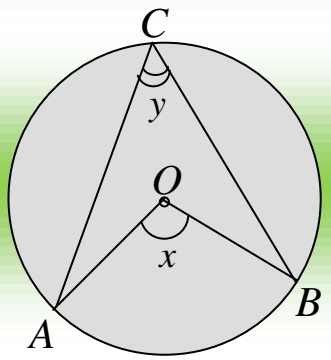
- قيس زاوية محيطية في دائرة $(C)$ هو نصف قيس الزاوية المركزية التي تحصر نفس القوس معها.
- كل الزوايا المحيطية في دائرة التي تحصر نفس القوس متقايسة.

**مثال:**

لاحظ الشكل

$(C)$ دائرة مركزها $O$.

عبر عن $y$ بدلالة $x$ ثم عبر عن $x$ بدلالة $y$




**الحل:**

$y = \frac{1}{2}x$ أو $x = 2y$

# الهندسة في الفضاء

## 1- الكرة والجلة: (المساحة – الحجم)

**مثال 1:**

لنحسب مساحة كرة نصف قطرها $3\ cm$

$$S = 4\pi R^2 = 4 \times 3{,}14 \times (3)^2 = 113{,}04 cm^2$$

**بصفة عامة:**

مساحة كرة نصف قطرها $R$ هي: $\boldsymbol{S = 4\ \pi\ R^2}$

**مثال 2:**

لنحسب حجم جلة نصف قطرها $2\ cm$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times (2)^3 \cong 33{,}49 cm^3$$

**بصفة عامة:**

حجم جلة نصف قطرها $R$ هو: $\boldsymbol{V = \frac{3}{4}\ \pi\ R^3}$

## 2- التكبير والتصغير:

**بصفة عامة:**

**إذا كبرنا أو صغرنا مجسما بالسلم K فإن:**

**أبعاده تضرب في العدد K**

**مساحته تضرب في العدد K2**

**حجمه يضرب في العدد K3**

**مثال 1:**

مربع طول ضلعه $2\ cm$

- لنحسب طول ضلع المربع المكبر بالمعامل 4
- لنحسب مساحة المربع المكبر بالمعامل 4

**الحل:**

- طول ضلع المربع المكبر هو: $4 \times 2 = 8\ cm$
- مساحة المربع المكبر بالمعامل 4 هي: $4 \times 4^2 = 4 \times 16 = 64\ cm^2$

**مثال 2:**

مخروط دوراني حجمه $23\ cm^3$، لنحسب حجم المخروط المكبر بالمعامل 3

$$V = 23 \times (3)^3 = 23 \times 27 = 621\ cm^3$$

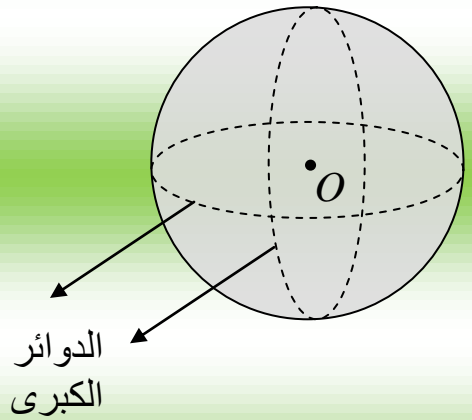
# الهندسة الفضائية

- **الكرة والجلة:**

**ـ تعاريف:**

* الكرة التي مركزها $O$ ونصف قطرها $R$ هي مجموعة من النقط $M$ من الفضاء بحيث: $OM = R$

* الجلة التي مركزها $O$ ونصف قطرها $R$ هي مجموعة من النقط $M$ من الفضاء بحيث: $OM \leq R$




**ـ مساحة الكرة ـ حجم الجلة:**

* مساحة كرة نصف قطرها $R$ تحسب كما يلي: $\mathbf{4\,\pi\,R^2}$

* حجم جلة نصف قطرها $R$ تحسب كما يلي: $\frac{4}{3}\ \mathbf{\pi\,R^3}$

**أمثلة:**

* لنحسب نصف قطر الكرة التي مساحتها $16\,\pi\ cm^2$

$$16\,\pi = 4\,\pi\,R^2$$

أي: $R^2 = 4$

ومنه: $R = \sqrt{4} = 2cm$

* لنحسب قطر جلة حجمها $288\,\pi\ cm^2$

$$\pi\,R^3\frac{4}{3} = 288\,\pi$$

أي: $R^3 \frac{4}{3} 288 =$

أي: $R^3 = \frac{288 \times 3}{4} = \frac{864}{4} = 216$

ومنه: $R = 6 \text{ cm}$

# حلول تمارين الكتاب المدرسي

# حلول تمارين الكتاب المدرسي

**التـــمـــــرين 01 :**

**x و y عددان طبيعيان بحيث :**

**$432\,x = 264\,y$**

**أحسب الكسر** $\frac{x}{y}$

**و أعط الناتج على شكل كسر غير قابل للاختزال .**

**التـــمـــــرين 02 :**

**- أحسب العدد الطبيعي x في كل من الحالات التالية :**

**1) $87 : x = 3$**

**2) $3\,x = 18$**

**3) $3\,(x - 1) = 120$**

**4) $4(x + 2) = 48$**

**5) $12(36 - 2\,x) = 144$**

**التـــمـــــرين 03 :**

**بين أن $5^3$ و $5^4$ من قواسم $5^7$ .**

**- أكتب العدد 7 على شكل مجموع عددين طبيعيين ، اذكر كل الحالات الممكنة .**

**- استنتج قواسم $5^7$ .**

**التـــمـــــرين 04:**

**a و b عددان طبيعيان غير معدومين**

**اختزل الكسور التالية :**

$\frac{12b}{144ab^2}$ ، $\frac{21a^2}{42a}$ ، $\frac{13a}{52a^2}$ ، $\frac{8}{12ab}$ $\frac{54ab}{27a^2b^2}$

**التـــمـــــرين 05 :**

**لبائع الزهور 48 وردة و 72 قرنفلة يريد أن يستعمل كل هذه الزهور ليشكل أكبر عدد ممكن من الباقات المتماثلة**

- **ما هو عدد باقات الزهور ؟**
- **ما هو عدد الورود في كل باقة ؟**
- **ما هو عدد القرنفل في كل باقة ؟**

**التـــمـــــرين 06 :**

**مجموعة أقلام تتكون من 301 قلم أحمر و 210 قلم أخضر ، نريد وضع تلك الأقلام في علب بحيث :**

- **تضم كلها نفس عدد الأقلام**
- **تكون أقلام كل علبة من نفس اللون**
- **ما هو عدد الأقلام في كل علبة ؟**
- **ما هو عدد العلب من كل لون ؟**

**التـــمـــــرين 07 :**

**لمحمد 165 كرية بيضاء و 135 كرية حمراء ، يريد أن يكون علبا متماثلة من حيث عدد الكريات البيضاء و الحمراء .**

- **ما هو أكبر عدد من العلب التي يمكن تكوينها ؟**
- **ما هو عدد الكريات البيضاء و عدد الكريات الحمراء التي تكون في كل علبة ؟**

**التـــمـــــرين 08 :**

**احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين : 65 و 91 بطريقتين .**

# الـحلـــــــول

## حـــل التـمـــرين 01 :

لدينا : $432\,x = 264\,y$

و منه : $\frac{264}{432} = \frac{x}{y}$ *

$PGCD\,(264\,.\,432) = 24$

و منه : $\frac{X}{Y} = \frac{264}{432} = \frac{264:24}{432:24} = \frac{11}{18}$ *

## حـــل التـمـــرين 01 :

حساب العدد الطبيعي x :

1) $87 : x = 3$

و منه : $x = 87 : 3$

أي : $x = 29$

2) $3x = 18$

و منه : $x = \frac{18}{3} = 6$

3) $3(x - 1) = 120$

أي : $3x - 3 = 120$

و منه : $3x = 120 + 3$

أي : $3x = 123$

و منه : $x = \frac{123}{3} = 41$

4) $4(x + 2) = 48$

أي : $4x + 8 = 48$

أي : $4x = 48 - 8 = 40$

و منه : $x = \frac{40}{4} = 10$

أي : $72 - 4x = 144$

5) $12(36 - 2x) = 144$

أي : $432 - 24x = 144$

أي : $-24x = 144 - 432$

أي : $-24x = -288$

و منه : $x = \frac{-288}{-24} = 12$

**حـــل التـمـــرين 03 :**

بما أن : $5^3 \times 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$

إذن كل من $5^3$ و $5^4$ من قواسم $5^7$

* $7 = 0 + 7$
* $7 = 1 + 6$
* $7 = 2 + 5$
* $7 = 3 + 4$

و منه : قواسم $5^7$ هي : $5^0$ ، $5^1$ ، $5^2$ ، $5^4$ ، $5^5$ ، $5^6$ ، $5^7$ .

**حـــل التـمـــرين 04 :**

**اختـــزال الكســـور :**

* $\frac{12b}{144ab^2} = \frac{12b}{12 \times 12 \times a \times b \times b} = \frac{1}{12ab}$
* $\frac{21a^2}{42a} = \frac{21 \times a \times a}{21 \times 2 \times a} = \frac{a}{2}$
* $\frac{13a}{52a^2} = \frac{13a}{13 \times 4 \times a \times a} = \frac{1}{4a}$
* $\frac{8}{12ab} = \frac{4 \times 2}{4 \times 3 \times ab} = \frac{2}{3ab}$
* $\frac{54ab}{27a^2b^2} = \frac{27 \times 2ab}{27 \times a \times a \times b \times b} = \frac{2}{ab}$

**حـــل التـمـــرين 05 :**

* PGCD ( 48 , 72 ) = 24

**إذن عدد باقات الزهور هو 24 .**

* $\frac{48}{24} = 2$

* $\frac{72}{24} = 3$

**إذن توجد وردتان في الباقة وثلاثة قرنفلة .**

**حـــل التـمـــرين 06 :**

* PGCD ( 301 , 210 ) = 7

**- إذن يوجد في كل علبة 7 أقـــلام .**

* $\frac{301}{7} = 43$

* $\frac{210}{7} = 30$

**- إذن من اللون الأحمر يوجد 43 علبة .**

**ومن اللون الأخضر يوجد 30 علبة .**

**حـــل التـمـــرين 07 :**

**- لنحسب PGCD للعددين 165 و 135 :**

**PGCD ( 165 , 135 ) = 15**

**إذن أكبر عدد من العلب التي يمكن تكوينها هو 15 علبة**

*** حســاب عـــــدد الكريـات البيضاء في كل علبــة : 11 = $\frac{165}{15}$ .**

*** حساب عدد الكريات الحمـــراء فـي كـــل علبـــــة : 9 = $\frac{135}{15}$.**

**حـــل التـمـــرين08 :**

- **حساب الـــ PGCD بطريقة الفروق :**

**91 – 65 = 26**

**65 – 26 = 39**

**39 – 26 = 13**

**26 – 13 = 13**

**13 – 13 = 0**

**إذن : 13 = ( 91 , 65 ) PGCD**

*** حساب أل PGCD بطريقة القسمات المتتالية :**

| 65 | 26 |
|---|---|
| 13 | 2 |

| 26 | 13 |
|---|---|
| 0 | 2 |

| 91 | 65 |
|---|---|
| 26 | 1 |

**إذن : 13 = ( 91 , 65 ) PGCD**

**التـــمـــــرين 01 :**

**بسط العبارات التالية :**

$a = 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$ ، $b = -6\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$

$C = 9\sqrt{2} - 14\sqrt{7} - 4\sqrt{2} + 21\sqrt{7}$

**التـــمـــــرين 02 :**

**احسب الجداءات التالية :**

$\sqrt{\frac{8}{9}} \times \sqrt{\frac{1}{2}}$ ، $\sqrt{63} \times \sqrt{7}$ ، $\sqrt{8} \times \sqrt{18}$ ، $\sqrt{\frac{6}{11}} \times \sqrt{\frac{11}{3}}$ .

**التـــمـــــرين 03 :**

**اكتب الأعداد الآتية على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a ; b عددان طبيعيان و b أصغر عدد ممكن .**

$\sqrt{175}$ , $\sqrt{63}$ , $\sqrt{18}$ , $\sqrt{20}$ .

**التـــمـــــرين 04 :**

**أكتب الأعداد التالية على شكل كسر مقامه عدد ناطق :**

$\frac{6}{\sqrt{98}}$ , $\frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$ , $\frac{3}{\sqrt{2}}$ , $\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ , $\sqrt{\frac{1}{3}}$

$\sqrt{\frac{25}{12}}$ .

**التـــمـــــرين 05 :**

**A , B عددان حقيقيان حيث :**

$A = \sqrt{98} + \sqrt{32} - \sqrt{8}$

$B = \sqrt{162} - \sqrt{72} + \sqrt{18}$

**- بسط كل من A و B**

**عين القيمة المضبوطة لكل عدد من الأعداد التالية :**

$\frac{2AB}{A+B}$ , $\sqrt{A \times B}$ , $\frac{B+A}{2}$ .

**التـــمـــــرين 06 :**

**A و B عبارتان جبريتان حيث :**

$A = ( 2x + 1 ) ( x - 4 )$

$B = \frac{1}{9} x^2 - \frac{2}{3} x + 1$

- أحسب قيمة العبارة A من أجل $x = ( \sqrt{2} - 1 )$

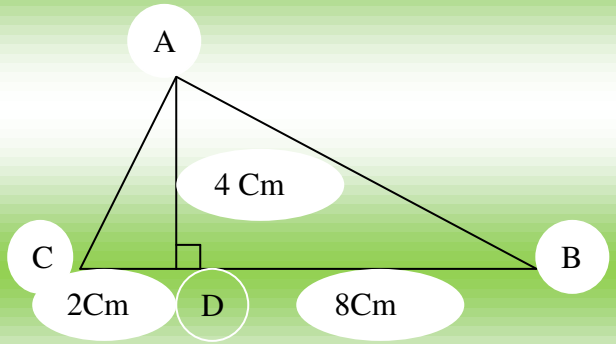
- أحسب قيمة العبارة B من أجل $x = - \sqrt{3}$

**التمرين 07 :**

**لاحظ الشكل :**

- بين أن المثلث ABC قائم في A .

- أحسب مساحة هذا المثلث .




**التمرين 08 :**

حقل مستطيل الشكل مساحته $9548\ m^2$ عرضه يساوي $\frac{4}{7}$ طوله .

- أحسب طول و عرض هذا المستطيل يتقرب إلى 0.1 بالنقصان .

**التمرين 09 :**

x و y عددان حقيقيان حيث :

$x = \sqrt{72}$ , $y = \sqrt{98}$

- اكتب كلا من x و y على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث b اصغر عدد طبيعي .

- بسط : $x^2 - y^2$ , $x + y$ , $x \times y$

**التمرين 10 :**

A , B , C أعداد حقيقية حيث :

$A = \sqrt{20} - \sqrt{18}$ , $B = \sqrt{98} - \sqrt{5}$ , $C = -4\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$

- أكتب على ابسط شكل ممكن كلا من A و B

- أحسب الجداء : $A \times B$ .

- أحسب المجموع S حيث : $S = A + B - C$

- أحسب القيمة المقربة إلى $10^{-2}$ بالنقصان للعدد S

**التمرين 11 :**

a و b عددان حقيقيان حيث :

$$a = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{\sqrt{7}} \quad , \quad b = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$$

- اجعل مقامي الكسرين a و b عددين ناطقين .

- تحقق أن العددين $a + b$ , $a \times b$ عددان ناطقان .

**التمرين 12 :**

x و y عددان حقيقيان حيث :

$$x = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad , \quad y = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$$

- اجعل مقامي الكسرين x و y عددين ناطقين .

- احسب العدد Z حيث $Z = x - y$ ثم أعط القيمة المقربة للعدد Z بالتقريب إلى $10^{-2}$ بالنقصان .

**التمرين 13 :**

أحسب العدد x في الحالات التالية :

1 ) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{2}}{x}$

2 ) $\sqrt{\frac{15}{x}} = \frac{-3\sqrt{5}}{-\sqrt{6}}$

3 ) $\frac{x}{\sqrt{7}} = 3 - \sqrt{7}$

4 ) $\frac{2\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} = \frac{3+\sqrt{2}}{x}$

**التـــمـــــرين 14 :**

**حل المعادلات ذات المجهول x التالية :**

**1 )** $x^2 - 45 = 55$

**2 )** $(x - \frac{3}{2})^2 = 0$

**3 )** $x^2 + 25 = 0$

**4 )** $(x + 1)^2 = 4$

**التـــمـــــرين15 :**

**مستطيل بعداه :** $(3 + 2\sqrt{3})$ **و** $(1 + \sqrt{5})$

**ـ احسب مساحته , علما أن الوحدة هي ( Cm )**

**التـــمـــــرين 16 :**

**حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلات ذات المجهول x :**

**1 )** $x\sqrt{3} - \sqrt{3} = 1 - x$

**2 )** $x - 1 = \sqrt{2} - x\sqrt{2}$

**التـــمـــــرين 17 :**

**حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلتين التاليتين :**

**1)** $x + 6 = 3x\sqrt{2} + 4$

**2 )** $2(x + \sqrt{2}) - 3 = x\sqrt{2} + 1$

# الـحلـــــــول

## حل الـتـــمـــــرين 01 :

**التبسيط :**

* $a = 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$

أي $a = (3 + 4 + 5)\sqrt{3}$

ومنه : $a = 12\sqrt{3}$

* $b = -6\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$

أي $b = (-6 - 7)\sqrt{2} = -13\sqrt{2}$

* $c = 9\sqrt{2} - 14\sqrt{7} - 4\sqrt{2} + 21\sqrt{7}$

أي $c = (9 - 4)\sqrt{2} + (-14 + 21)\sqrt{7}$

ومنه : $c = 5\sqrt{2} + 7\sqrt{7}$

## حل الـتـــمـــــرين 02 :

**حساب الجداءات:**

* $\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{9}} = \sqrt{\frac{1\times 8}{2\times 9}} = \sqrt{\frac{8}{18}} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{2}{3}$

* $\sqrt{63} \times \sqrt{7} = \sqrt{441} = 21$

* $\sqrt{8} \times \sqrt{18} = \sqrt{8\times 18} = \sqrt{144} = 12$

* $\sqrt{\frac{11}{3}} \times \sqrt{\frac{6}{11}} = \sqrt{\frac{11\times 6}{3\times 11}} = \sqrt{\frac{6}{3}}$

## حل الـتـــمـــــرين 03 :

**كتابة كل من الأعداد على الشكل $a\sqrt{b}$ :**

* $\sqrt{175} = \sqrt{25\times 7} = 5\sqrt{7}$

* $\sqrt{63} = \sqrt{9\times 7} = 3\sqrt{7}$

* $\sqrt{18} = \sqrt{9\times 2} = 3\sqrt{2}$

* $\sqrt{20} = \sqrt{4\times 5} = 2\sqrt{5}$

## حل التمـــــرين 04 :

**كتابة كل عدد على شكل كسر مقامه عددا ناطقا :**

* $\frac{6}{\sqrt{98}} = \frac{6\times\sqrt{98}}{\sqrt{98}\times\sqrt{98}} = \frac{6\sqrt{98}}{98}$

* $\frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{15}}{2\times3} = \frac{3\sqrt{15}}{6}$

* $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2\times\sqrt{2}}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

* $\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = = \frac{5\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} \frac{5\sqrt{6}}{3}$

* $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

* $\sqrt{\frac{25}{12}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{12}} = \frac{5}{\sqrt{12}} = \frac{5\sqrt{12}}{12}$

## حل التمـــــرين 05 :

**تبسط كل من A و B:**

* $A = \sqrt{98} + \sqrt{32} - \sqrt{8}$

**أي :** $A = \sqrt{49\times2} + \sqrt{16\times2} - \sqrt{4\times2}$

**أي :** $A = 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$

**أي :** $A = (7 + 4 - 2)\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

* $B = \sqrt{162} - \sqrt{72} + \sqrt{18}$

**أي :** $B = \sqrt{81\times2} + \sqrt{36\times2} - \sqrt{9\times2}$

**أي :** $B = 9\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

**أي :** $B = (9 - 6 + 3)\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

- **تعيين القيمة المضبوطة :**

* $\frac{2AB}{A+B} = \frac{2\times9\sqrt{2}\times6\sqrt{2}}{9\sqrt{2}+6\sqrt{2}}$

**أي :** * $\frac{2AB}{A+B} = \frac{216}{15\sqrt{2}}$

**حل الـتـمـــــرين 06 :**

- لدينا : $A = (2x+1)(x-4)$ *

ومنه : $A = [2(\sqrt{2}-1)+1][(\sqrt{2}-1)-4]$

أي : $A = (2\sqrt{2}-2+1)(\sqrt{2}-5)$

أي : $A = (2\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-5)$

أي : $A = 2\times 2 - 10\sqrt{2} - \sqrt{2} + 5$

أي :

$$A = 9 - 11\sqrt{2}$$

- لدينا : $B = \frac{1}{9}x^2 - x\frac{2}{3} + 1$ *

أي: $B = \frac{1}{9}(-\sqrt{3})^2 - \frac{2}{3}(-\sqrt{3}) + 1$

أي: $B = \frac{1}{9}\times 3 + \frac{2}{3}\sqrt{3} + 1$

أي: $B = \frac{1}{3} + 1 + \frac{2}{3}\sqrt{3}$

أي: $B = \frac{1}{3} + \frac{3}{3} + \frac{2}{3}\sqrt{3} = \frac{4}{3} + \frac{2}{3}\sqrt{3}$

**حل الـتـمـــــرين 07 :**

نلاحظ أن :

* $AD^2 = 4^2 = 16$ $AD^2 = BD \times CD$

* $BD \times CD = 8 \times 2 = 16$

ومنه نستنتج أن المثلث ABC قائم في A

- حساب مساحة المثلث ABC :

$$S = \frac{8\times 4}{2} + \frac{2\times 4}{2} = \frac{32}{2} + \frac{8}{2} = \frac{40}{2} = 20\ Cm^2$$

اذن : مساحة ABC هي $20\ Cm^2$ .

**حل الـتـمـــــرين 08 :**

نفرض الطول x , ونفرض العرض y :

ومنه : 1 ..... $x \times y = 9548$

$$y = \frac{4}{7}\,x \ldots\ldots\ldots 2$$

**بالتعويض ب 2 في 1 نجد :**

$$x \times \frac{4}{7}\,x = 9548$$

**أي :** $\frac{4}{7}\,x^2 = 9548$

**أي :** $x^2 = 9548 \times \frac{7}{4}$

**أي :** $x^2 = \frac{66836}{4}$

**و منه :** $x = \sqrt{\frac{66836}{4}} \simeq 129{,}2\ m$

$x = 129.2\ m$

**و منه :** $y = \frac{4}{7} \times 129.2 \simeq 73.8\ m$

**حل التمرين 09 :**

* $x = \sqrt{72} = \sqrt{36\times 2} = 6\sqrt{2}$

* $y = \sqrt{98} = \sqrt{49\times 2} = 7\sqrt{2}$

* $x^2 - y^2 = \sqrt{72}^2 - \sqrt{98}^2 = 72 - 98 = -26$

*$x + y = 6\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = (6+7)\sqrt{2} = 13\sqrt{2}$

$x\times y = 6\sqrt{2} \times 7\sqrt{2} = 6\times 7\times \sqrt{2}\times\sqrt{2} = 42\times 2 = 84$

**حل التمرين 10 :**

* $A = \sqrt{18} - \sqrt{20} = \sqrt{9\times 2} - \sqrt{4\times 5}$

**أي :** $A = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$

* $B = \sqrt{98} - \sqrt{5} = \sqrt{49\times 2} - \sqrt{5}$

**أي :** $B = 7\sqrt{2} - \sqrt{5}$

* $A \times B = (3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})(7\sqrt{2} - \sqrt{5})$

**أي:** $A \times B = 21 \times 2 - 3\sqrt{10} - 14\sqrt{10} + 2 \times 5$

**أي:** $A \times B = 42 - 17\sqrt{10} + 10$

أي: $2A \times B = 52 - \sqrt{10}\,17$

* $S=A+B+C =(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})+(7\sqrt{2} - \sqrt{5}) - (-4\sqrt{2} + 3\sqrt{5})$

أي : $S = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 7\sqrt{2} - \sqrt{5} + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$

أي : $S = (3+7+4)\sqrt{2} + (-2-1-3)\sqrt{5}$

أي : $S = 14\sqrt{2} - 6\sqrt{5}$

- حساب القيمة المقربة إلى $10^{-2}$ للعدد S :

$S = 14\sqrt{2} - 6\sqrt{5} \simeq 14 \times 1{,}41 - 6 \times 2{,}23$

أي : $S \simeq 19{,}74 - 13{,}38$

أي : $S \simeq 13{,}38$

**حل التمـــرين 11 :**

* $a = \dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \dfrac{(\sqrt{7}-\sqrt{2})\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$

أي : $a = \dfrac{7-\sqrt{14}}{7}$

* $b = \dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{2})\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$

أي : $b = \dfrac{7+\sqrt{14}}{7}$

$a + b = \dfrac{7-\sqrt{14}}{7} + \dfrac{7+\sqrt{14}}{7} = \dfrac{7-\sqrt{14}+7+\sqrt{14}}{7} = \dfrac{14}{7}$

ومنه : $a + b = 2$

*$a \times b = \dfrac{7-\sqrt{14}}{7} \times \dfrac{7+\sqrt{14}}{7} = \dfrac{(7)^2-(\sqrt{14})^2}{49}$

أي : $a \times b = \dfrac{49-14}{49} = \dfrac{35}{49} = \dfrac{5}{7}$

## حل الـتـمـــــرين 12 :

* $x = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

أي : $x = \frac{\sqrt{10}-2}{2}$

* $y = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$

$Z = x - y = \frac{\sqrt{10}-2}{2} - \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{5\sqrt{10}-10}{10} - \frac{\sqrt{10}}{10}$

ومنه : $Z = \frac{5\sqrt{10}-20}{10} = \frac{\sqrt{10}-4}{2}$

ومنه : $Z \simeq \frac{3.16-4}{2} \simeq \frac{-0,84}{2}$

أي : $Z \simeq -0,42$

## حل الـتـمـــــرين 13 :

حساب العدد x :

1 ) $\frac{\sqrt{2}}{x} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}}$

أي : $\frac{\sqrt{2}}{x} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$

أي : $\frac{\sqrt{2}}{x} = \frac{1}{2}$

ومنه : $x = \frac{2\sqrt{2}}{1} = 2\sqrt{2}$

2) $\frac{\sqrt{15}}{x} = \frac{-3\sqrt{5}}{-\sqrt{6}}$

أي: $x = \frac{\sqrt{15}\times(-\sqrt{6})}{-3\sqrt{5}}$

أي: $x = \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}\times(-\sqrt{6})}{-3\sqrt{5}}$

$x = \frac{-\sqrt{18}}{-3} = \frac{\sqrt{18}}{3}$

3) $\frac{x}{\sqrt{7}} = 3 - \sqrt{7}$

أي $x = (3 - \sqrt{7}) \times \sqrt{7}$

أي : $x = 3\sqrt{7} - 7$

4) $\frac{2\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} = \frac{3+\sqrt{2}}{x}$

أي: $x = \frac{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}{2\sqrt{2}}$

أي: $x = \frac{3^2 - \sqrt{2}^2}{2\sqrt{2}}$

أي: $x = \frac{3-2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

أي: $x = \frac{1\sqrt{2}}{4}$

## حل التمـــرين 14 :

**حل المعادلات:**

1) $x^2 - 45 = 55$

أي: $x^2 = 55 + 45 = 100$

ومنه: $x = \pm \sqrt{100}$

أي : $x = \pm 10$

2) $(x - \frac{3}{2})^2 = 0$

أي: $(x-\frac{3}{2})(x-\frac{3}{2}) = 0$

أي: $x - \frac{3}{2} = 0$

ومنه : $x = \frac{3}{2}$

3) $x^2 + 25 = 0$

هذه المعادلة ليس لها حل .

4) $(x + 1)^2 = 4$

أي : $(x+1)^2 - 4 = 0$

أي : $[(x+1)+2][(x+1)-2] = 0$

أي : $(x+3)(x-1) = 0$

إما : $x - 1 = 0$ ومنه : $x = 1$

أو : $x + 3 = 0$ ومنه : $x = -3$

**حل التمرين 15 :**

لدينا : $3 + 2\sqrt{3}$ هو الطول , $1 + \sqrt{5}$ هو العرض .

$S = (2\sqrt{3}+3)(\sqrt{5}+1)$

أي : $S = 2\sqrt{15} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{5} + 3\ Cm^2$

**حل التمرين 16 :**

حل المعادلات : 1) $x\sqrt{3} - \sqrt{3} = 1 - x$

أي : $x\sqrt{3}\ x = 1 + \sqrt{3}$

أي : $(\sqrt{3}+1)x = 1 + \sqrt{3}$

أي : $x = \frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$

2) $x - 1 = \sqrt{2} - x\sqrt{2}$

أي : $x + x\sqrt{2} = \sqrt{2} + 1$

أي : $(1+\sqrt{2})x = \sqrt{2} + 1$

أي : $x = \frac{\sqrt{2}+1}{1+\sqrt{2}}$

**حل التمرين 17 :**

حل المعادلات :

1) $x + 6 = 3x\sqrt{3} + 4$

أي : $x - 3x\sqrt{3} = 4 - 6$

أي : $(1 - 3\sqrt{3})x = -2$

أي : $x = \frac{-2}{1-3\sqrt{3}}$

**التـــمـــــرين 01 :**

**أنشر و بسط العبارات التالية :**

$B = (2x+1)^2$ , $A = (4x-3)^2$

$C = (4x-2)(4x+2)$ $\qquad$ $E = (x\frac{3}{4} - 2y)(x\frac{3}{4} + 2y)$

**التـــمـــــرين 02 :**

**بسط العبارات التالية :**

$B = \frac{3x+2}{5} - \frac{x-4}{5}$ , $A = \frac{x-1}{2} - \frac{3x+4}{3}$

$C = \frac{x}{3} - \frac{3x-1}{2} + \frac{x+3}{4}$

**التـــمـــــرين 03 :**

**أكمل المساويات التالية :**

* $(a+....)^2 = a^2 + .....+ 25$

* $(.... - \frac{1}{2})^2 = b^2 - b + .....$

* $(....+7)(y-7) = y^2 - .....$

**التـــمـــــرين04 :**

**A . B . C عبارات جبرية :**

$C = 5x+3$ , $B = 8x+1$ , $A = 5x-3$

**- انشر , ثم بسط العبارات :**

$3A^2 - 2B^2$ , $-A^2$ , $A \times C$ , $B^2$ , $A^2$

**التـــمـــــرين 05 :**

**حلل العبارات الجبرية :**

$5x^3 + 35x^2$ , $2x + 2y$ , $4x + x^2$ , $6x^2 + 10x$

**التـــمـــــرين 06 :**

**حلل العبارات الآتية :**

**1)** $(3x + 1)(3x + 5) - (x - 2)(3x + 1)$

**2)** $(5x - 4)^2 - (5x - 4)(3x + 7)$

**3)** $(8x - 5)(6x + 3) + (8x - 5)$

**4)** $(x + 5) + (5x - 4)(x + 5)$

**التـــمـــــرين 07 :**

**E عبارة جبرية حيث :**

$E = (a + 1)^2 - (a - 1)^2$

- **حلل العبارة E**
- **احسب E من اجل $a = 0$**

**التـــمـــــرين 08 :**

**مستطيل بعداه a و b , محيطه 28Cm و مساحته $48\ Cm^2$**

- **احسب $(a + b)^2$ .**
- **بين أن : $a^2 + b^2 = 100$**
- **استنتج طول قطر هذا المستطيل .**

**التـــمـــــرين 09 :**

- **بين صحة المساواة الآتية :**

$(3x + 1)(5x - 3) = 15x^2 - 4x - 3$

**حلل العبارة B حيث :**

$B = (15x^2 - 4x - 3) - (-x + 1)(3x + 1)$

**التـــمـــــرين 10 :**

**A , B , C ثلاث عبارات جبرية :**

$A = x + 3\frac{1}{2}$ , $B = x - 2\frac{3}{4}$ , $C = x + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$

**بسط العبارات الآتية :**

$(B - C)^2$ ، $(A + B)(A - B)$

**الـتـمـــــرين 11 :**

**A و B عبارتان حيث :**

$A = 3x - 1$ ، $B = x + 2$

**1 / - بسط C و D حيث :** $C = A - 2B$

$D = 2A - 3B$

**2 / - انشر وبسط E حيث :** $E = BA - B^2$

**3 / - حلل العبارة F حيث :** $F = C^2 - D^2$

**الـحلـــــــول**

**حل الـتـمـــــرين 01 : النشر و التبسيط**

$A = (4x - 3)^2 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + (3)^2$

**أي :** $A = 16x^2 - 24x + 9$

$B = (2x + 1)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + (1)^2$

**أي :** $B = 4x^2 + 4x + 1$

* $C = (4x - 2)(4x + 2) = (4x)^2 - (2)^2$

**أي :** $C = 16x^2 - 4$

$E = (\frac{3}{4}x - 2y)(\frac{3}{4}x + 2y)$ *

$= (\frac{3}{4})^2 - (2y)^2$

**أي :** $E = \frac{9}{16}x^2 - 4y^2$

**حل الـتـمـــرين 02 :**

**تبسيط العبارات :**

$$A = \frac{x-1}{2} * - \frac{3x+4}{3}$$

$$A =: \text{أي} \quad \frac{6x+8}{6} - \frac{3x-3}{6} = \frac{3x-3-6x-8}{6}$$

$$A = \frac{-3x-11}{6} : \text{و منه}$$

$$* \quad B = \frac{3x+2}{5} - \frac{x-4}{5} = \frac{3x+2-x+4}{5}$$

$$B = \frac{2x+6}{5} : \text{أي}$$

$$C = \frac{x}{3} - \frac{3x-1}{2} + \frac{x+3}{4} = \frac{4x}{12} - \frac{18x-6}{12} + \frac{3x+9}{12}$$

$$C = \frac{4x-18x-6+3x+3}{12} = \frac{-11x+3}{12} : \text{أي}$$

**حل الـتـمـــرين 03 : إتمام المساويات :**

$$* \quad (a+5)^2 = a^2 + 10a + 25$$

$$* \quad (b-\frac{1}{2})^2 = b^2 - b + \frac{1}{4}$$

$$* \quad (y+7)(y-7) = y^2 - 49$$

**حل الـتـمـــرين 04 :**

$$* \quad A^2 = (5x-3)^2 = 25x^2 - 30x + 9$$

$$* \quad B^2 = (8x+1)^2 = 64x^2 + 16x + 1$$

$$* \quad A \times C = (5x-3)(5x+3) = (5x)^2 - 3^2$$

$$A \times C = 25x^2 - 9 : \text{أي}$$

$$* \quad -A2 = -(25x^2-30x+9) = -25x^2+30x-5$$

$$3A^2-2B^2 = 3(25x^2-30x+9) - 2(64x^2+16x+1)$$

$$3A^2-2B^2 = 75x^2 - 90x + 27 - 128x^2 - 32x - 2 : \text{أي}$$

$$3A^2 - 2B^2 = -53x^2 - 122x + 25 : \text{أي}$$

**حل الـتـمـــرين 05 : التحليل :**

* $6x^2 + 10x = 2x\,(3x+ 5\,)$

* $4x + x^2 = x(4 + x)$

* $2x + 2y = 2(\,x+ y\,)$

* $5x^3 + 35x^2 = 5x^2\,(\,x + 7)$

**حل التمرين 06 : التحليل :**

$1/\ (\,3x + 1\,)\,(\,3x + 5) - (x - 2\,)(3x + 1\,) =$

$= (3x + 1)[(3x + 5) - (x - 2)]$

$= (3x + 1\,)\,(\,3x + 5 - x + 2\,)$

$= (3x + 1\,)\,(\,2x + 7\,)$

$2/\ (\,5x - 4\,)^2 - (\,5x - 4)(3x + 7) =$

$= (5x - 4)\,[(\,5x - 4\,) - (3x + 7)]$

$= (5x - 4\,)(5x - 4 - 3x - 7\,)$

$= (5x - 4\,)\,(\,2\,x - 11\,)$

$3/\ (8x - 5\,)(6x + 3\,) + (8x - 5\,) =$

$= (8x - 5)\,[\,(6x + 3) + 11$

$= (8x - 5)\,(\,6x + 4\,)$

$4/\ (x + 5) + (5x - 4)\,(x + 5) =$

$= (x + 5\,)\,[\,1 + (5x - 4)]$

$= (x + 5)\,(-\,3 + 5x)$

**حل التمرين 07 :**

**لدينا :**

$E = (a+ 1\,)^2 - (\,a - 1\,)^2$

**ـ التحليل :**

$E = [\,(a + 1) - (\,a - 1)]\,[\,(\,a + 1\,) + (a - 1)\,]$

**أي:** $E = (\,a + 1 - a + 1)(a + a - 1)$

**ومنه :** $E = (2\,)\,(2a\,) = 4a$

- حساب E من اجل $a = 0$

$E = 4 \times 0 = 0$

**حل التمرين 08 :**

لدينا : المحيط هو $28\ cm$

ولدينا : المساحة $48\ cm^2$

ومنه : $28 = (a + b) \times 2$ *

أي: $a + b = \frac{28}{2} = 14$

ومنه : $(a + b)^2 = 14^2 = 196$

إذن : $(a + b)^2 = 196$

* $(a + b)^2 = 196$

أي: $a^2 + 2ab + b^2 = 196$

ولدينا : $a \times b = 48$

ومنه : $a^2 + b^2 + 2 \times 48 = 196$

أي: $a^2 + b^2 + 96 = 196$

أي: $a^2 + b^2 = 196 - 96 = 100$

ادن : $a^2 + b^2 = 100$

ومنه طول قطر المستطيل هو : 10

$\sqrt{100} = 10$

**حل التمرين 09 :**

* $(3x + 1)(5x - 3) =$

$= 3x \times 5x - 3x \times 3 + 1 \times 5x - 1 \times 3$

$= 15x^2 - 9x + 5x - 3$

$= 15x^2 - 4x - 3$

إذن :

$(3x + 1)(5x - 3) = 15x^2 - 4x - 3$

$B = (15x^2 - 4x - 3) - (-x + 1)(3x + 1)$

أي: $B= (3x+1)(5x-3)-(-x+1)(3x+1)$

$B = (3x + 1)[(5x – 3) – (-x+ 1)]$

أي: $B = (3x + 1)(5x – 3 + x– 1)$

ومنه : $B = (3x + 1 )(6x – 4 )$

**حل التمرين 10 :** التبسيط :

$* \quad (B - C)^2 =$

$= [(\frac{3}{4} x – 2) -(\frac{1}{3} x + \frac{5}{3} )]^2$

أي:

$(B – C )^2= (x\frac{3}{4} – 2 - \frac{1}{3} x - \frac{5}{3} )^2$

$(B – C)^2= (\frac{5x}{12} - \frac{11}{3})^2$

$= x(\frac{5}{12})^2 – 2\times x\frac{5}{12} \times\frac{11}{3} +(\frac{11}{3})^2$

$x^2 \frac{25}{144}= - \frac{110}{36} x + \frac{121}{9}$

$* (A+ B)(A – B) = A^2- B^2$

$=(x\frac{1}{2} + 3)^2 - x\frac{3}{4}( - 2)^2$

أي :

$(A + B )(A - B ) =$

$= \frac{1}{4} x^2 + 3x + 9 - (x^2\frac{9}{16} -3x + 4)$

$(A + B ) ( A - B ) =$

$=x^2 \frac{1}{4} + 3x + 9 - \frac{9}{16} x^2 + 3x – 4$

أي: $(A+B)(A-B) =x^2\frac{4}{16} - x^2\frac{9}{12} + 6x + 5$

ومنه : $(A+ B )(A – B ) = -\frac{5}{16} x^2 + 6x + 5$

**حل الـتــمـــــرين 11 :**

**1/ $C = A - 2B = 3x - 1 - 2(x + 2)$**

**أي: $C = 3x - 1 - 2x - 4$**

**ومنه : $C = x - 5$**

*** $D = 2A - 3B = 2(3x - 1) - 3(x + 2)$**

**أي: $D = 6x - 2 - 3x - 6$**

**ومنه : $D = 3x - 8$**

**2/ $E = BA - B^2 = (x+2)(3x-1) - (x+2)^2$**

**أي :**

**$E = 3x^2 - x + 6x - 2 - (x^2 + 4x + 4)$**

**ومنه :**

**$E = 3x^2 - x + 6x - 2 - x^2 - 4x - 4$**

**ومنه : $E = 2x^2 + x - 6$**

**3/ $F = C^2 - D^2 = (x - 5)^2 - (3x - 8)^2$**

**أي :**

**$F = [(x-5) - (3x - 8)][(x - 5) + (3x-8)]$**

**ومنه :**

**$F = (x - 5 - 3x + 8)(x - 5 + 3x - 8)$**

**ومنه : $F = (-2x + 3)(4x - 13)$**

**التـــمـــــرين 01 : حل المعادلة :**

$2(x+1) - 3(x-2) = -2(x-2)$

**التـــمـــــرين 02 : حل المعادلات التالية :**

1/ $\frac{2x+3}{2} = \frac{3x-5}{3}$

2/ $\frac{x+1}{2} + \frac{x-2}{4} = x\frac{5}{6} + 2$

3/ $3x + 6\sqrt{3} = 3\sqrt{3}\,x + 6$

4/ $2(x+\sqrt{2}) - 3 = x\sqrt{2} + 1$

**التـــمـــــرين 03 : اوجد خمسة أعداد طبيعية متتالية بحيث يكون مجموعها يساوي 75**

**التـــمـــــرين 04 :**

**اوجد عددين طبيعيين بحيث يكون احدهما ضعف الأخر**

**و مجموعها 12 .**

**التـــمـــــرين 05 :**

**مستطيل عرضه هو $\frac{2}{3}$ طوله و محيطه 240 cm**

**اوجد طول و عرض المستطيل .**

**التـــمـــــرين 06 : حل المعادلة الآتية :**

1/ $(9-x)(4x-1) = 0$

2/ $2(x-3) = 0$

3/ $x(x+1) = 0$

4/ $3x(x-5) = 0$

**التـــمـــــرين 07 : حل المعادلات :**

1/ $x^2 + 8x + 16 = 0$

2/ $4x^2 - 1 = 0$

3/ $3x^2 - \frac{2}{5}x = 0$

4/ $x^2 - 5x = 0$

**التـــمـــــرين 08 :**

**اوجد عددا طبيعيا بحيث يكون مربعه مساويا لضعفه .**

**التـــمـــــرين 09 :**

**مربعان طول ضلع احدهما 5 أمثال طول ضلع الأخر**

**ومجموع مساحتهما $2106m^2$**

**- اوجد طول ضلع كل من المربعين**

**التـــمـــــرين 10 :**

**- بين أن : $48x^2 - 28x + 4 = (7x-2)^2 - x^2$**

**Aو B عبارتان جبريتان حيث :**

$$A = 48x^2 - 28x + 4$$

$$B = (6x - 2)^2 - (4x - 7)(6x - 2)$$

**- حلل العبارتين Aوَ B**

**- حل المعادلات : $A = 0$ , $B = 0$**

**التـــمـــــرين 11 :**

**حل المعادلات :**

1) $\frac{3x+3}{8} + \frac{3x-2}{2} = x - \frac{5}{8}$

2) $x - \frac{x-1}{2} = 2 - \frac{x+1}{3}$

3) $2x^2 + 10x = 0$

4) $10x^2 - 2x = 0$

5) $7x^2 = -12x$

**التـــمـــــرين 12 :**

**مستطيل طوله $(2x - 8)$ و عرضه $(x - 3)$**

**أوجد قيم x التي تجعل مساحة هذا المستطيل معدومة .**

**التـــمـــــرين 13 :**

**حلل العبارتين A وB حيث :**

$$B = x^2 - 9 \; , \quad A = 3x - 6$$

**- أوجد حلول المعادلتين :**

$$(x^2 - 9) + (2x - 1)(x - 3) = 0$$

$$(x^2 - 4) - (3x - 6) = 0$$

**التـــمـــــرين 14 :**

**أوجد حلول المعادلات :**

1) $x^2 - 3 = 1$

2) $(x - 9)(x + 1) + 8x = 0$

3) $2x^2 + 1 = x^2 + 8$

**التـــمـــــرين 15 :**

**انشر الجداء :** $(3x - 1)(2x + 5)$

**لتكن العبارة الجبرية C حيث :**

$$C = (3x - 1)(x + 5) - (6x^2 + 13x - 5)$$

**- حل المعادلة :** $C = 0$

**الـحلـــــــول**

**حل التـــمـــــرين 01 :**

**حـــل المعادلـــة :**

* $2(x + 1) - 3(x - 2) = -2(x - 2)$

**أي :** $2(x + 1) - 3(x - 2) + 2(x - 2) = 0$

**أي :** $2x + 2 - 3x + 6 + 2x - 4 = 0$

**أي :** $x + 4 = 0$

**و منه :** $x = -4$

## حل الـتــمـــــرين 02 :

**حل المعادلات :**

**1)** $\frac{2x+3}{2} = \frac{3x-5}{3}$

**أي :** $(2x + 3) \times 3 = (3x - 5) \times 2$

**أي :** $6x + 9 = 6x - 10$

**أي :** $6x - 6x = -10 - 9$

**أي :** $0x = -19$

**هذه المعادلة ليس لها حل**

**2)** $\frac{x+1}{2} + \frac{x-2}{4} = x\frac{5}{6} + 2$

**أي :** $\frac{12}{6}\ x + \frac{5}{6} = \frac{x-2}{4} + \frac{2x+2}{4}$

**أي :** $\frac{2x+2+x-2}{4} - = \frac{5x+12}{6}$

**أي :** $\frac{3x}{4} = \frac{5x+12}{6}$

**أي :** $18x = 20x + 48$

**أي :** $18x - 20x = 48$

**أي :** $-2x = 48$

**و منه :** $x = -\frac{48}{2} =$ -24

**3)** $3x + 6\sqrt{3} = 3x\sqrt{3} + 6$

**أي :** $3x - 3\sqrt{3}\ x = 6 - 6\sqrt{3}$

**أي :** $(3 - 3\sqrt{3})\ x = 6 - 6\sqrt{3}$

**و منه :** $x = \frac{6-6\sqrt{3}}{3-3\sqrt{3}} = \frac{3(2-2\sqrt{3})}{3(1-\sqrt{3})}$

**و منه :** $x = \frac{2-2\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

**4)** $2(x + \sqrt{2}) - 3 = x\sqrt{2} + 1$

أي : $2x + 2\sqrt{2} - x\sqrt{2} = 1 + 3$

أي : $(2 - \sqrt{2})\, x = 4 - 2\sqrt{2}$

أي : $x = \frac{4-2\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

**حل التمـــرين 03 :**

نفرض العدد الأول هو x

و منه الأعداد هي : $x, x+1, x+2, x+3, x+4$

أي : $x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4) = 75$

أي : $5x + 10 = 75$

أي : $5x = 75 - 10 = 65$

و منه : $x = \frac{65}{5} =$ 13

إذن : الأعداد هي : 13 ، 14 ، 15 ، 16 ، 17 .

**حل التمـــرين 04:**

نفرض العددين x و y و منه :

$x + y = 12$ وَ $x = 2y$

و منه : $2y + y = 12$ و $3y = 12$

ومنه : Y = 4

إذن : x = 8

العددين هما 8 و 4

**حل التمـــرين 05 :**

نفرض الطول هو x و العرض هو y

و منه : $2 \times (x + y) = 240$ *

أي : $2x + 2y = 240$ .....(1)

$y = \frac{2}{3} * x$.....(2)

بالتعويض بـ(2) في (1) نجد :

$2x + 2(\frac{2}{3}x) = 240$

أي : $2x + \frac{4}{3}x = 240$

أي : $x + \frac{6}{3}\frac{4}{3}x = 240$

أي : $\frac{10}{3}x = 240$

و منه : $x = \frac{240\times 3}{10} = 72cm$

و منه : $y = \frac{2}{3}\times 72 = \frac{144}{3}=:$ 48cm

**حل التمـــرين 06 :**

**حل المعادلات :**

1) $(9-x)(4x-1) = 0$

إما : $4x - 1 = 0$ و منه : $x = \frac{1}{4}$

أو $x - 9 = 0$ ومنه $x = 9$

2) $2(x - 3) = 0$

أي : $2x - 6 = 0$

أي : $2x = 6$

و منه : $x = \frac{6}{2} = 3$

3) $x(x + 1) = 0$

إما : $x = 0$ أو $x + 1 = 0$

و منه : $x = -1$

4) $3x(x - 5) = 0$

إما : $x - 5 = 0$ و منه : $x = 5$

أو : $3x = 0$ و منه : $x = 0$

## حل الـتـمـــرين 07 :

**حل المعادلات :**

**1)** $x^2 + 8x + 16 = 0$

أي : $(x + 4)^2 = 0$

أي : $(x + 4)(x + 4) = 0$

أي : $x + 4 = 0$ و منه : $\boxed{x = -4}$

**2)** $4x^2 - 1 = 0$

أي : $(2x)^2 - (1)^2 = 0$

أي : $(2x - 1)(2x + 1) = 0$

إما : $2x + 1 = 0$ و منه : $x = -\frac{1}{2}$

أو : $2x - 1 = 0$ و منه : $x = \frac{1}{2}$

**3)** $3x^2 - \frac{2}{5}x = 0$

أي : $x(3x - \frac{2}{5}) = 0$

إما : $x = 0$

أو : $3x - \frac{2}{5} = 0$ أي : $3x = \frac{2}{5}$

و منه : $x = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3}$

أي : $x = \frac{2}{15}$

**4)** $x^2 - 5x = 0$

أي : $x(x - 5) = 0$

إما : $x = 0$

أو : $x - 5 = 0$ و منه : $\boxed{x = 5}$

**حل التمـــــرين 08 :**

**نفرض هذا العدد الطبيعي هو x:**

**و منه : $x^2 = 2x$**

**أي : $x^2 - 2x = 0$**

**أي : $(x-2)\,x = 0$**

**أي : $\boxed{x = 0}$**

**أو : $x - 2 = 0$ و منه : $\boxed{x = 2}$**

**التحقيق : $0^2 = 2 \times 0$**

$2^2 = 2 \times 2$

**حل التمـــــرين 09 :**

**نفرض طول ضلع الأول هو : x ، و طول ضلع الثاني هو : y**

**و منه : $x = 5y$ .....(1)**

$x^2 + y^2 = 2106$ .....(2)

**بالتعويض بـ (1) في (2) نجد :**

$(5y)^2 + y^2 = 2106$

**أي : $25y^2 + y^2 = 2106$**

**أي : $26y^2 = 2106$**

**أي : $y^2 = \frac{2106}{26} = 81$**

**و منه : $y = \sqrt{81} = \boxed{9m}$**

**ومنه : $x = 5 \times 9 = \boxed{45m}$**

**حل التمـــــرين 10 :**

* $(7x-2)^2 - x^2 = 49x^2 - 28x + 4 - x^2$

$= 48x^2 - 28x + 4$

**إذن : $48x^2 - 28x + 4 = (7x-2)^2 - x^2$**

* $A = 48x^2 - 28x + 4$

أي : $A = (7x - 2)^2 - x^2$

أي : $A = [(7x - 2) - x][(7x - 2) + x]$

و منه : $A = (6x - 2)(8x - 2)$

* $B = (6x - 2)^2 - (4x - 7)(6x - 2)$

أي : $B = (6x - 2)[(6x - 2) - (4x - 7)]$

أي : $B = (6x - 2)(6x - 2 - 4x + 7)$

ومنه: $B = (6x - 2)(2x + 5)$

* $A = 0$

معناه : $(6x - 2)(8x - 2) = 0$

إمـــــا : $6x - 2 = 0$ أي : $6x = 2$ و منـــــه : $x = \frac{2}{6}$ أي : $x = \frac{1}{3}$

أو : $8x - 2 = 0$ أي : $8x = 2$ و منه : $x = \frac{2}{8}$

أي : $x = \frac{1}{4}$

* $B = 0$

معناه : $(6x - 2)(2x + 5) = 0$

إما : $6x - 2 = 0$ أي : $x = \frac{2}{6}$ أي : $x = \frac{1}{3}$

أو : $2x + 5 = 0$ أي : $2x = -5$

و منه : $x = -\frac{5}{2}$

## حل الـتـمـــــرين 11 :

**حل المعادلات :**

**1)** $\frac{3x+3}{8} + \frac{3x-2}{2} = x - \frac{5}{8}$

**أي :** $\frac{3x+3}{8} + \frac{12x-8}{8} = \frac{8x}{8} - \frac{5}{8}$

**أي :** $\frac{3x+3+12x-8}{8} = \frac{8x-5}{8}$

**أي :** $\frac{15x-5}{8} = \frac{8x-5}{8}$

**أي :** $15x - 5 = 8x - 5$

**أي :** $15x - 8x = -5 + 5$

**أي :** $7x = 0$

**ـ كل عدد حقيقي حلا لهذه المعادلة .**

**2)** $x - \frac{x-1}{2} = 2 - \frac{x+1}{3}$

**أي :** $\frac{2x}{2} - \frac{x-1}{2} = \frac{6}{3} - \frac{x+1}{3}$

**أي :** $\frac{2x-x+1}{2} = \frac{6-x-1}{3}$

**أي :** $\frac{x+1}{2} = \frac{5-x}{3}$

**أي :** $(x + 1) \times 3 = (5 - x) \times 2$

**أي :** $3x + 3 = 10 - 2x$

**أي :** $3x + 2x = 10 - 3$

**أي :** $5x = 7$

**و منه :** $x = \frac{7}{5}$

**3)** $2x^2 + 10x = 0$

**أي :** $2x(x + 5) = 0$

**إما** $2x = 0$ **و منه :** $x = 0$

أو : $x + 5 = 0$ و منه : $x = -5$

4) $10x^2 - 2x = 0$

أي : $2x ( 5x - 1 ) = 0$

إما : $2x = 0$ و منه : $x = 0$

أو : $5x - 1 = 0$ و منه : $x = \frac{1}{5}$

5) $7x^2 = -12x$

أي : $7x^2 + 12x = 0$

أي : $x (7x + 12 ) = 0$

إما : $x = 0$

أو : $7x + 12 = 0$

و منه : $7x = -12$ أي : $x = -\frac{12}{7}$

**التـــمـــــرين 01 :**

**حل المتراجحات التالية :**

**1)** $3(2x-1)+2(5x-4) > x+4$

**2)** $-\frac{4}{7}x+4<0$

**3)** $\frac{3x-2}{4} < -2$

**4)** $\frac{5x+1}{6} > \frac{3x-3}{8}$

**التـــمـــــرين 02 :**

**حل المتراجحات الآتية و مثل مجموعة حلول كل منها بيانيا :**

**1)** $2x+3 \leq \frac{1}{5}$

**2)** $-\frac{2}{3}x-1 \leq \frac{1}{4}$

**3)** $-4x-3 < 2x+2$

**4)** $-x+11 < 3x+31$

**5)** $\frac{x+3}{4}+1 > x+\frac{x+1}{2}$

**التـــمـــــرين 03 :**

**مستطيل طوله 12cm و عرضه b حيث :**

$0 < b \leq 12$

**- عبر عن المحيط P للمستطيل بدلالة b**

**- ما هي قيم b التي من أجلها $P > 36$ ؟**

**- عبر عن المساحة S للمستطيل بدل b ؟**

**- ما هي قيم b التي من أجلها $S < 144$ ؟**

**التـــمـــــرين 04 :**

**لتكن العبارة الجبرية A حيث :**

$A = \frac{3x-2}{4}$

**- احسب A عند $x = \frac{7}{3}$**

- هل العدد $\frac{7}{3}$ حلا للمتراجحة $\frac{3x-2}{4} < 2$ ؟

- حل المتراجحة : $\frac{3X-2}{4} < 2$

**التـــمـــــرين 05 :**

- اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{3+2}}{\sqrt{3}}$ عددا ناطقا .

- حل المتراجحة : $x\sqrt{3} - 2 > \sqrt{3}$

**التـــمـــــرين 06 :**

لتكن العبارة D حيث :

$D = (3x - 1)^2 - (x - 1)(9x + 6)$

- انشر و بسط D

- حل المتراجحة : $D \geq 1$

- حلل العبارة E حيث : $E = (3x - 2)^2 - 9$

- حل المعادلة : $E = 0$

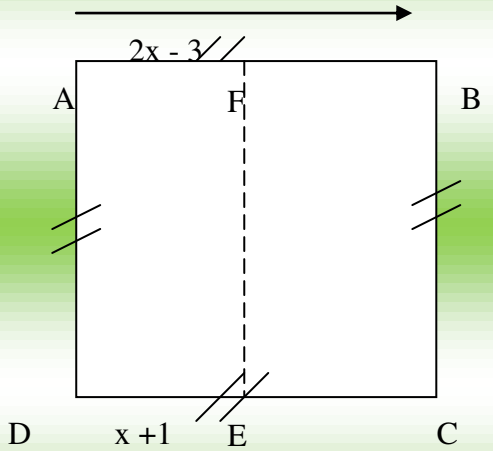
**الـتـمـــــرين 07 :**

**ABCD مربع طول ضلعه 2x – 3 حيث : $x \geq 4$**

**- بين أننا نستطيع التعبير عن مساحة المستطيل**

**BCEF بالعبارة : $A = (2x-3)^2 - (2x-3)(x+1)$**

- **أنشر ثم بسط A**
- **حلل A**
- **حل المعادلة : $(2x-3)(x-4) = 0$**
- **ما هي قيمة x التي من أجلها تكون مساحةBCEF معدومة ؟**




**الـتـمـــــرين 08:**

**مستطيل بعداه 7cm ، 16cm**

**- ما هو العدد x المعبر عنه بالسنتمتر الذي يمكن**

**إضافتــه إلى طوله و عرضه بحيث لا يتجاوز محيطه 86cm ؟**

**الـحلـــــــول**

**حــل الـتـمـــــرين 01:**

**حــل المتراجحـــات :**

**1/ $3(2x-1) + 2(5x-4) > x + 4$**

**أي : $6x - 3 + 10x - 8 > x + 4$**

**أي : $16x - 11 > x + 4$**

**أي : $16x - x > 4 + 11$**

أي : $15\,x > 15$

ومنه : $x > \frac{15}{15}$

أي : $x > 1$

2/ $\frac{-4}{7}x + 4 < 0$

أي : $\frac{-4}{7}x + \frac{28}{7} < 0$

أي : $\frac{-4x+28}{7} < 0$

أي : $-4x + 28 < 0$

أي : $-4x < -28$

أي : $x > \frac{-28}{-4}$

أي : $x > 7$

3/ $\frac{3x-2}{4} < -2$

أي : $3x - 2 < -8$

أي : $3x < -8 + 2$

أي : $3x < -6$

ومنه : $x < \frac{-6}{3}$

أي : $x < -2$

4 / $\frac{5x+1}{6} > \frac{3x-3}{8}$

أي : $(5x + 1)\,8 > 6\,(3x - 3)$

أي : $40x + 8 > 18x - 18$

أي : $40x - 18x > -18 - 8$

أي : $22x > -26$

أي : $x > \frac{-26}{22}$

أي : $x > \frac{-13}{11}$

**حـــل الـتـــمـــــرين 02:**

**حل المتراجحات مع التمثيل :**

**2/** $2x + 3 \leq \frac{1}{5}$

أي : $2x \leq \frac{1}{5} - 3$

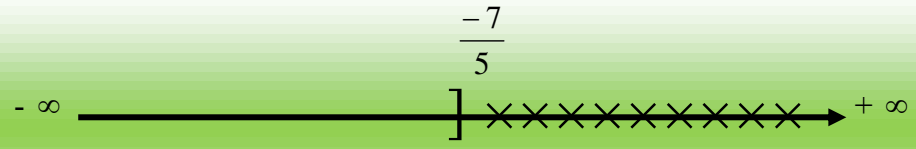
أي : $2x \leq \frac{1}{5} - \frac{15}{5}$

أي : $2x \leq \frac{-14}{5}$

ومنه : $x \leq \frac{-14}{5} \times \frac{1}{2}$

أي : $x \leq \frac{-14}{10}$

أي : $x \leq \frac{-7}{5}$




**2 /** أي : $\frac{-2}{3}x - 1 \leq \frac{1}{4}$

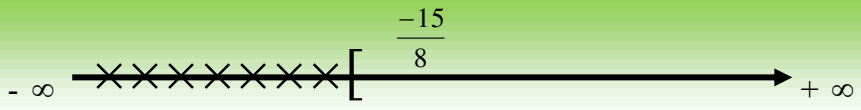
أي : $\frac{-2}{3}x \leq \frac{1}{4} + 1$

أي : $\frac{-2}{3}x \leq \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

أي : $\frac{-2}{3}x \leq \frac{5}{4}$

ومنه : $x \geq \frac{5}{4} \times (\frac{-3}{2})$

أي : $x \geq \frac{-15}{8}$



3 / $-4x - 3 < 2x + 2$ أي :

$-4x - 2x < 2 - 3$

$-6x < -1$ أي :

$x > \frac{-1}{-6}$ أي :

$x > \frac{1}{6}$ ومنه :

4 / $-x + 11 < 3x + 31$

$-x - 3x < 31 - 11$ أي :

$-4x < 20$ أي :

$x > \frac{-20}{4}$ ومنه :

$x > -5$ أي :

5 / $\frac{x+3}{4} + 1 > x + \frac{x+1}{2}$

$\frac{x+3}{4} + \frac{4}{4} > \frac{2x}{2} + \frac{x+1}{2}$

$\frac{x+7}{4} > \frac{3x+1}{2}$ أي :

$(x + 7) \times 2 > (3x + 1) \times 4$ أي :

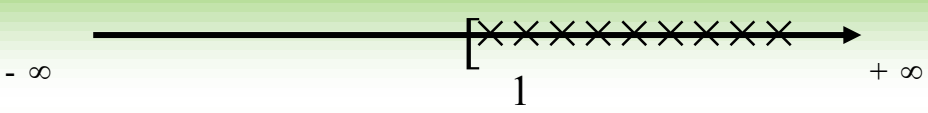
$2x + 14 > 12x + 4$ أي :

$2x - 12x > 4 - 14$ أي :

$-10x > -10$ أي :

$x < \frac{-10}{-10}$ ومنه :

$x < 1$ أي :



**حـــل الـــتـــمـــــرين 03:**

- **التعبير عن المحيط P بدلالة b :**

$$P = ( 12 + b ) \times 2$$

- **حساب قيم b التي من أجلها P > 36 :**

$$( 12 + b ) \times 2 > 36$$

**أي :** $24 + 2\,b > 36$

**أي :** $2\,b > 36 - 24$

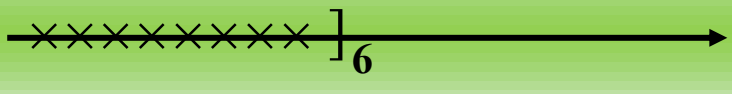
$$2\,b > 12$$

**أي :**

**ومنه :** $b > \frac{12}{2}$

$$b > 6$$

- **التعبير عن المساحة S بدلالة b :**




$$S = 12 \times b = 12b$$

- **حساب قيم b التي من أجلها S < 114 :**

$$12\,b < 114$$

**أي :** $b < \frac{114}{12}$

**حـــل الـــتـــمـــــرين 04:**

- **حساب A عند :** $x = \frac{7}{3}$

$$* \quad A = \frac{3x-2}{4}$$

**أي :** $A = \frac{3 \times \frac{7}{3} - 2}{4}$

**أي :** $A = \frac{7-2}{4} = \frac{5}{4}$

- **نعم العدد** $\frac{7}{3}$ **حلا للمتراجحة** $\frac{3x-2}{4} > 2$

- **حل المتراجحة :** $\frac{3x-2}{4} < 2$

$3x - 2 < 8$

أي : $3x < 2 + 8$

أي : $3x < 10$

ومنه : $x < \frac{10}{3}$

**حـل الـتـمـــرين 05:**

$* \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}+2)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$

- حل المتراجحة : $x\sqrt{3} - 2 > \sqrt{3}$

أي : $x\sqrt{3} > \sqrt{3} + 2$

أي : $x > \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}}$

ومنه : $x > \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$

**حـل الـتـمـــرين 06:**

- نشـــــــر وتبسيـــــط D :

$* D = (3x-1)^2 - (x-1)(9x+6)$

أي : $D = 9x^2 - 6x + 1 - (9x^2 + 6x - 9x - 6)$

أي : $D = 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 - 6x + 9x + 6$

$D = -3x + 7$

- حـــــل المتراجحـــة $D \geq 1$ :

$* \quad -3x + 7 \geq 1$

معـناه : $-3x \geq 1 - 7$

أي : $-3x \geq -6$

ومنه : $x \leq \frac{-6}{-3}$

أي : $x \leq 2$

- تحليـــل العبـــــارة E :

$* E = (3x-2)^2 - 9$

$E = [(3x - 2) - 3][(3x - 2) + 3]$

أي : $E = (3x - 5)(3x + 1)$

- حـل المعادلـــــــــة : $E = 0$

$(3x - 5)(3x + 1) = 0$

إما : $3x + 1 = 0$ أي : $3x = -1$

ومنه : $x = \frac{-1}{3}$

أو : $3x - 5 = 0$ أي : $3x = 5$

ومنه : $x = \frac{5}{3}$

**حـل الـتـمـــــرين 07:**

- مساحة المربع ABCD هي : $(2x-3)(2x-3)$

ومنه مساحة المستطيل BCEF هـــــي :

$A = (2x - 3)(2x - 3) - (2x - 3)(x + 1)$

أي : $A = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(x + 1)$

- نشـــــر العبـــــارة A :

* $A = 4x^2 - 12x + 9 - (2x^2 + 2x - 3x - 3)$

أي :

$A = 4x^2 - 12x + 9 - 2x^2 - 2x + 3x + 3$

ومنه : $A = 2x^2 - 11x + 12$

- تحليـــــل A :

* $A = (2x - 3)[(2x - 3) - (x + 1)]$

أي : $A = (2x - 3)(2x - 3 - x - 1)$

ومنه : $A = (2x - 3)(x - 4)$

- حل المعادلة : $(2x - 3)(x - 4) = 0$

إما : $x - 4 = 0$ ومنه : $x = 4$

أو : $2x - 3 = 0$ ومنه : $x = \frac{3}{2}$

قيمة x التي من أجلها مساحة BCEF معدومـــة : هـــي 4 أو $\frac{3}{2}$

**حـل الـتـمـــرين 08:**

- إيجـــاد العـــدد x :

$[(16 + x) + (7 + x)] \times 2 = 86$

أي : $(23 + 2x) \times 2 = 86$

أي : $46 + 4x = 86$

أي : $4x = 86 - 46$

أي : $4x = 40$

ومنه : $x = \frac{40}{4} =$ **10**

**الـتـمـــرين 01:**

الدالة الخطية F معرفة كالتالي : $F(x) = \frac{-2}{3} x$

- احسب F (0) ، F (-2) ، $F(\sqrt{3})$ ، $F(\frac{-1}{3})$

- عين العدد الذي صورته بالدالة F هي 10 –

- احسب $x_1$ ، $x_2$ حيث : $F(x_1) = 8$ و $F(x_2) = -9$

**الـتـمـــرين 02:**

g الدالـة الخطيـة ذات المعامـل 3 –

- احسب g ( -1 )

- احسب العدد الذي صورته بالدالة g هي 2.5 .

**الـتـمـــرين 03:**

h دالة تآلفية بحيث : $h(0) = 3$ و $h(1) = 2$

- احسب المعاملين a و b

- استنتج العبارة الجبرية للدالة .

**التمرين 04:**

نعرف الدالة F كمايلي : $F(x) = -3x + 1$

- احسب $F(0)$ ، $F(1)$

- مثل الدالة $F(0)$ معلم $(O, \vec{OI}, \vec{OJ})$

**التمرين 05:**

- عين الدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني يشمل النقطتين $A(5، \frac{-1}{5})$ ، $B(-2، 4)$

- هل النقطة $C(0، 5)$ تنتمي إلى هذا التمثيل ؟

**التمرين 06:**

أعط ثمن بدلة رياضية سعرها 7500DJ إذا خفضت بنسبة 20% .

**التمرين 07:**

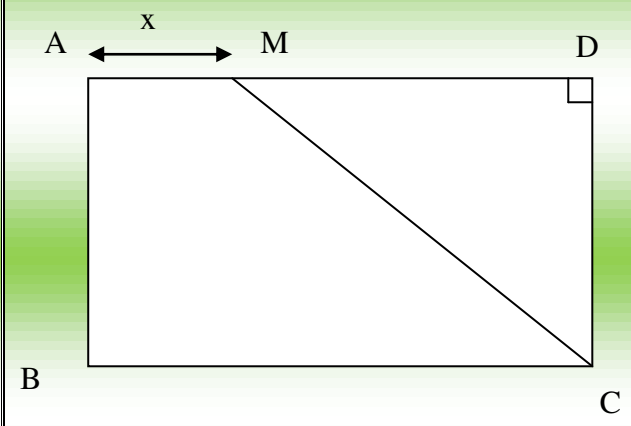
ليكن ABCD مستطيل بحيث $AB = 4cm$

و $BC = 5cm$ و لتكن M نقطة متغيرة من قطعة المستقيم [AD]

نضع $AM = x\ cm$

لتكن $S(x)$ مساحة الرباعي ABCM

- عبر عن $S(x)$ بدلالة x



**الـتـمـــــرين 08:**

**ليكن ABC مثلث حيث :**

**AB = 6cm , AC = 4cm**

- **طول الضلع [BC] متغير : BC = x cm**
- **احسب المحيط y للمثلث ABC بدلالة x - احسب المحيط من أجل x = 5**
- **احسب الطول BC من أجل المحيط يساوي 16.5cm**

**الـحلـــــــول**

**حـــل الـتـمـــــرين 07:**

**لدينا : $f(x) = -\frac{2}{3}x$**

*** $f(0) = \frac{-2}{3} \times 0 = 0$**

*** $f(-2) = \frac{-2}{3} \times (-2) = \frac{4}{3}$**

*** $f(\sqrt{3}) = \frac{-2}{3}\sqrt{3}$**

*** $f(\frac{-1}{3}) = \frac{-2}{3} \times (\frac{-1}{3}) = \frac{2}{9}$**

**- حساب العدد الذي صورته -10 بالدالة f :**

*** $\frac{-2}{3}x = -10$**

**و منه : $x = -\frac{10}{1} \times \frac{-2}{3}$**

**أي : $x = \frac{30}{2} =$ 15**

**- حساب $x_1$ , $x_2$ :**

*** $f(x_1) = 8$**

**أي : $\frac{-2}{3}x_1 = 8$**

**أي : $x_1 = \frac{8}{1} \times (\frac{-3}{2}) = \frac{-24}{2} =$ - 12**

*** $f(x_2) = -9$**

**$\frac{-2}{3}x2 = -9$**

و منه : $x_2 = -\frac{9}{1} \times (-\frac{3}{2}) = \frac{27}{2}$

أي : $x_2 = 13.5$

**حـــل الـتـــمـــــرين 02:**

$g(x) = a\,x$

و منه : $g(x) = -3x$

* $g(-1) = -3(-1) = 3$

- حساب العدد الذي صورته 2.5 بالدالة g :

$-3x = 2.5$

و منه : $x = -\frac{2.5}{3} = -\frac{25}{30}$

أي : $x = -\frac{5}{6}$

**حـــل الـتـــمـــــرين 03:**

$H(x) = a\,x + b$

* $a = \frac{3-2}{0-1} = \frac{1}{1} = \boxed{1}$

* $1 \times 0 + b = 3$

و منه : $\boxed{b = 3}$

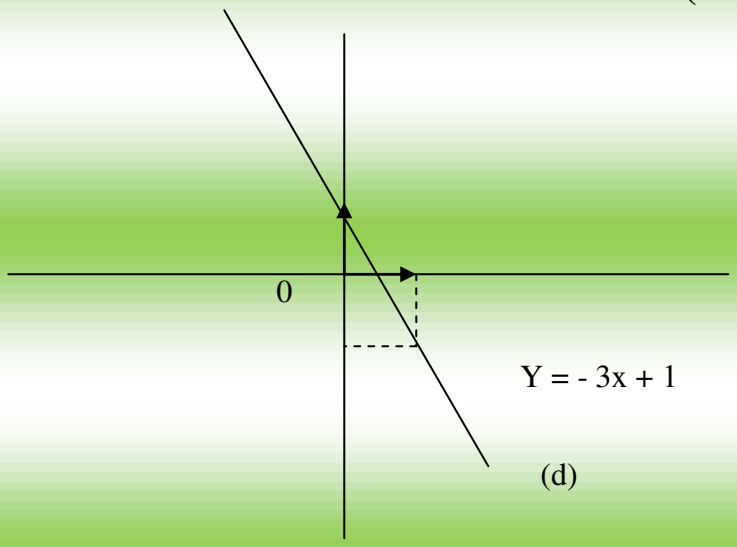
إذن : $h(x) = x + 3$

**حـــل الـتـــمـــــرين 04:**

**لدينا : $f(x) = -3x + 1$**

*** $f(0) = -3 \times 0 + 1 = 1$**

*** $f(1) = -3 \times 1 + 1 = -3 + 1 = -2$**




**حـــل الـتـــمـــــرين05:**

**ـ تعيين الدالة التآلفية f :**

*** $a = \dfrac{5-4}{-\frac{1}{2}+2} = \dfrac{1}{\frac{3}{2}}$**

**أي : $a = \frac{1}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$**

*** $\frac{2}{3} \times (-2) + b = 4$**

**أي : $-\frac{4}{3} + b = 4$**

**أي : $b = 4 + \frac{3}{4} = \frac{12}{3} + \frac{4}{3}$**

**أي : $b = \frac{16}{6}$**

**إذن : $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{16}{3}$**

*** $\frac{2}{3} \times 5 + \frac{16}{3} = \frac{10}{3} + \frac{16}{3} = \frac{26}{3} \neq 0$**

**إذن النقطة C( 5 . 0) لا تنتمي إلى هذا التمثيل .**

**حـــل الـتـــمـــــرين 06:**

- **حساب سعر التخفيض :**

$$7500 \longrightarrow 100$$

$$x \longrightarrow 20$$

**أي :** $x = \frac{7500 \times 200}{100} = 1500\ DA$

**إذن ثمن البدلة هو :** $7500 - 1500 = 6000\ DA$

**حـــل الـتـــمـــــرين 07:**

**- مساحة المستطيل ABCD هي :**

$$5 \times 4 = 20cm^2$$

**- مساحة المثلث MDC هي :**

$$\frac{4 \times (5 - x)}{2} = 2(5 - x) = 10 - 2x$$

**و منه : مساحة الرباعي ABCM هي :**

$$S(m) = 20 - (10 - 2x)$$

**أي :** $S(m) = 20 - 10 + 2x$

**أي :** $S(m) = 10 + 2x$

**حـــل الـتـــمـــــرين 08:**

- **حساب المحيط y للمثلث ABC بدلالة x هو :**

$$y = 4 + 6 + x = 10 + x$$

**- حساب المحيط من أجل** $x = 5$

$$y = 10 + 5 = 15\ cm$$

**- حساب الطول BC من أجل المحيط يساوي : 16.5 :**

$$16.5 = AC + AB + BC$$

**أي :** $16.5 = 4 + 6 + BC$

**أي :** $16.5 = 10 + BC$

**أي :** $BC = 16.5 - 10 + 6.5\ cm$

**الـتـمـــرين 01:**

**F دالة تآلفية بيانها يشمل النقطتين :**

**A ( 1 . 2 ) , B (-1 . 0 )**

**- عين الدالة التآلفية f**

**الـتـمـــرين 02:**

**يضم أحد رفوف مكتبة مدرسية 42 كتابا ، سمك بعض الكتب 3cm و سمك البعض الآخر 5cm ، هذه الكتب موضوعة في صف طوله 150cm**

**- أوجد عدد الكتب التي سمكها 3cm و عدد الكتب التي سمكها 5cm**

**الـتـمـــرين 03:**

**في مزرعة لتربية الدواجن ، يوجد دجاج و أرانب عدد رؤوسها الإجمالي 78 رأسا أما العدد الإجمالي لأرجلها فهو 218 رجلا**

**- فما هو عدد الدجاج و عدد الأرانب ؟**

**الـتـمـــرين 04:**

**أوجد عددين مجموعهما 286 علما أنه إذا قسمنا أكبرهما على أصغرهما ، يكون الحاصل 4 و الباقي 21**

**الـتـمـــرين 05:**

**حل الجملة الآتية :**

$$\begin{cases} x - y = -3 \\ x^2 - y^2 = 6 \end{cases}$$

**الـتـمـــرين 06:**

**حل الجملة :**

$$\begin{cases} x - y = 20 \\ x^2 - y^2 = 40 \end{cases}$$

## الـحلـــــــــول

**حـــل الـتـــمـــــرين 01:**

$f(x) = ax + b$

$* \quad a = \frac{2-0}{1+1} = \frac{2}{2} = \boxed{1}$

$* \quad 1 \times 1 + b = 2$

و منه : $1 + b = 2$

و منه : $b = 2 - 1 = \boxed{1}$

إذن : $\boxed{f(x) = x + 1}$

**حـــل الـتـــمـــــرين 02:**

- نفرض عدد الكتب التي سمكها 3cm هو x و عدد الكتب التي سمكها 5cm هو y

و منه : $x + y = 42$ ……..(1)

$3x + 5y = 150$ ……..(2)

لنحل الجملة :

$$\begin{cases} x + y = 42 \longrightarrow x \ (-3) \\ 3x + 5y = 150 \end{cases}$$

تصبح الجملة :

$$\begin{cases} -3x - 3y = -126 \\ 3x + 5y = 150 \end{cases}$$

بالجمع نجد : $2y = 24$

و منه : $y = \frac{24}{2} = \boxed{12}$

بالتعويض في المعادلة (1) نجد :

$x + 12 = 42$

ومنه : $x = 42 - 12 = \boxed{30}$

إذن عدد الكتب التي سمكها 3cm هو 30 .

و عدد الكتب التي سمكها 5cm هو 12 .

**حـــل الـتـــمـــــرين 03:**

نفرض عدد الدجاج هو x ، وعدد الأرانب هو y

ومنه : $x + y = 78$ ..... (1)

$2x + 4y = 218$ ..... ( 2 )

لنحل الجملة : $\begin{cases} x + y = 78 \longrightarrow \times (-2) \\ 2x + 4y = 218 \end{cases}$

تصبح الجملة : $\begin{cases} -2x - 2y = -156 \\ 2x + 4y = 218 \end{cases}$

بالجمع نجد : $2y = 62$

ومنه : $y = \frac{62}{2} = \boxed{31}$

وبالتعويض في المعادلة (1) نجد : $x + 31 = 78$

أي : $x = 78 - 31 = \boxed{47}$

إذن عدد الدجاج هو 47 ، عدد الأرانب هو 31 .

**حـــل الـتـــمـــــرين 04:**

نفرض العددين هما x و y حيث $x > y$

$x + y = 286$ ..... (1)

$x = 4y + 21$ (2)

أي : $x - 4y = 21$ ..... (2)

لنحل الجملة : $\begin{cases} x + y = 286 \\ x - 4y = 21 \end{cases}$

أي : $\begin{cases} 4x + 4y = 1144 \\ x - 4y = 21 \end{cases}$

بالجمع نجد : $5x = 1165$ ومنه : $x = \frac{1165}{5}$

أي : $\boxed{x = 233}$

وبالتعويـــــض فـــي المعادلـــة (1) نجـد : $233 + y = 286$

ومنه : $y = 286 - 233$ أي : $\boxed{y = 53}$

**حـــل الـتـــمـــــرين 05 :**

لنحل الجملة $\begin{cases} x - y = -3 \ldots\ldots (1) \\ x^2 - y^2 = 6 \ldots\ldots (2) \end{cases}$

أي : $\begin{cases} x - y = -3 \\ (x + y)(x - y) = 6 \end{cases}$

أي : $\begin{cases} x - y = -3 \\ x + y = \frac{6}{-3} \end{cases}$

أي : $\begin{cases} x - y = -3 \\ x + y = -2 \end{cases}$

بالجمع نجد : $2x = -5$

ومنه : $\boxed{x = \frac{-5}{2}}$

بالتعويض في المعادلة (1) نجد : $-y = -3 - \frac{-5}{2}$

أي : $-y = -3 + \frac{5}{2} = \frac{-6}{2} + \frac{5}{2}$

أي : $-y = \frac{-1}{2}$ ومنه : $\boxed{y = \frac{1}{2}}$

إذن الثنائية $(\frac{-5}{2} \ ، \ \frac{1}{2})$ حلا للجملـــة .

**حـــل الـتـــمـــــرين 06 :**

حل الجملة : $\begin{cases} x - y = 20 \\ x^2 - y^2 = 40 \end{cases}$

أي :
$$\begin{cases} x - y = 20 \\ (y + x)(x - y) = 40 \end{cases}$$

أي :
$$\begin{cases} x - y = 20 \\ y + x = \frac{40}{20} \end{cases}$$

أي :
$$\begin{cases} x - y = 20 \ldots\ldots (1) \\ x + y = 2 \ldots\ldots (2) \end{cases}$$

بالجمع نجد : $2x = 22$

ومنه : $x = \frac{22}{2} =$ **11**

وبالتعويض في المعادلة (1) نجد : $11 - y = 20$

ومنه : $y = 11 - 20 =$ **-9**

إذن ( 9- ، 11 ) حلا للجملـــة .

**الـتـــمـــــرين 01 :**

**إليك السلسلة الإحصائية التالية :**

**1 , 1 ,1 , 2 ,2 , 3 ,3 , 3 ,4, 4, 5 ,5 ,5, 5 ,6 ,6**

**- أعط جدول التكرارات للسلسلة الإحصائية .**

**- أعط جدول التكرارات المجمعة .**

**الـتـــمـــــرين 02 :**

**إليك السلسلة الإحصائية التالية :**

**4 , 7 , 8 , 4 , 9 , 4 , 9 , 5 , 4**

**- احسب الوسط الحسابي للسلسلة الإحصائية .**

**- اوجد وسيط هذه السلسلة .**

**- قارن بين الوسط الحسابي لهذه السلسلة و وسيطها.**

**- مـــاذا تستنتـــــج ؟**

**الـتـــمـــــرين 03 :**

**إليك السلسلة الإحصائية التالية :**

**8 , 4 , 3 , 7 , 5 , 6 , 2 , 1**

**- رتبهـــا .**

**- اوجد وسيطهـــا .**

**- هل الوسيط هو احدى قيم السلسلة ؟**

**الـتـــمـــــرين 04 :**

**نقاط امتحان الرياضيات لقسم يتكون من 24 تلميذا كانت كالتالي : 05 ، 08.5 ، 06.5 ، 07 ، 12 ، 06.5 13 ، 07 ، 08 ، 06.5 ، 10 ، 02.5 ، 07.5 ، 08 ، 03.75 ، 10 ، 10.5 ، 08 ، 5 ، 5 ، 10 ، 11 ، 5 ، 5 ، 5 ، 10 .**

- **احسب الوسط الحسابي لهذا القسم .**
- **ماهي النقطة الوسيطية لهذا القسم ؟**

- ماهو مدى نقاط هذا القسم ؟ .

## الـحلـــــــول

**حـــل الـتـمـــــرين 01 :**

**جدول التكرارات والتكرارات المجمعة :**

| الأرقـــــــام | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 3 | 2 | 3 | 2 | 4 | 2 |
| التكررات المجمعة المتزايدة | 3 | 5 | 8 | 10 | 14 | 16 |
| التكررات المجمعة المتناقصة | 16 | 13 | 11 | 8 | 6 | 2 |

**حـــل الـتـمـــــرين 02 :**

**لدينا السلسلة الإحصائية :**

**4 , 7 , 8 , 4 , 9 , 4 , 9 , 5 , 4**

* $6 = \frac{54}{9} = \frac{4+7+8+4+9+4+9+5+4}{9}$ = الوســـط الحسابـــــي .

*** حســاب وسيـط السلسلـــة الإحصائيـــة :**

**4, 4 , 4 , 4 , 5 , 7 , 8 , 9 , 9**

↓

**القيمة الوسيطية**

**إذن وسيط السلسلة هو العدد 5 .**

*** المقارنة بين الوسط الحسابي والوسيط للسلسلة الإحصائية : 5 < 6**

**إذن الوسط الحسابي أكبر من الوسيط .**

**حـــل الـتـمـــــرين 03 :**

- ترتيـــب السلسلـــــــة :

**1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8**

- حســـــاب الوسيـــط :

**1 , 2 , 3 , 4** , **5 , 6 , 7 , 8**

**4 قيـــم** **4 قيـــم**

**القيم الوسيطية هي القيم المحصورة بين 4 و 5 :**

**نأخذ مركز القيمتين : 4.5 =** $\frac{4+5}{2}$

**إذن الوسيط هو 4.5 .**

- **الوسيط ليس إحدى قيم السلسلة .**

**<u>حـــل الـتـمـــــرين 04:</u>**

- **حساب الوسط الحسابي للقسم :**

**الوسيط الحسابي =** $\frac{\text{مجموع العلامات}}{\text{عدد العلامات}}$ $= \frac{196.25}{26} \simeq$ **7.5**

**- حساب النقطة الوسيطية :**

**2.5-3.75-5-5-5-5-5-5-6.5-6.5-6.5-7-7-**

**7.5-8-8-8-8.5-10-10-10-10-10.5-11-12-13**

$\frac{7+7.5}{2} =$ **7.25** .

- **حساب مدى نقاط القسم :**

**13 – 2.5 =** **10.5**

**إذن المـــدى هـو : 10.5 .**

**التـــمـــــرين 01 :**

**ABC مثلـث بحيـث :**

**AB = 9 cm ، AC = 6 cm**

**[AB] ME و MB = 3cm ، [AC] NE و CN = 2 cm**

**- بين أن : (BC) // (MN)**

**التـــمـــــرين 02 :**

**ABC مثلث بحيث :**

**AB = 7.2 cm ، AC = 9 cm**

**D نقطة من [AB] بحيث : AD = 2.4 cm**

**E نقطة من [AC] بحيث : AE = 3 cm**

**- بين أن المستقيمان (BC) و (DE) متوازيان .**

**التـــمـــــرين 03 :**

**ABC مثلـث قائم في B بحيـث :**

**AC = 9 cm و AB = 4.5 cm**

**E نقطة من [AB] بحيث AE = 2 cm**

**- المستقيم العمودي على (AB) والذي يشمل E يقطع [AC] في F .**

**- بين أن المستقيمين (EF) و (BC) متوازيان .**

**- احسب طول القطعة [AF] .**

**التـــمـــــرين 04 :**

**ABCD مستطيل فيه AB = 12 cm ، AD = 7cm**

**M نقطة من [BC] بحيث : MB = 5 cm**

**- احســـب AM**

**- احسب (AM) يقطع (CD) في N**

**- احسب MN , NC .**

**الـتـمـــرين 05 :**

**ABC مثلث قائم في A و :**

**AC = 4 cm , AB = 3 cm**

- **احسب BC**
- **ارسم (C) الدائرة ذات المركز B ونصف القطر [AB] تقطع [BC] في E .**
- **أنشئ مستقيما يشمل E و يعامد [AC] في K حيث : CE = 2 cm**
- **احسب الطولين E K , CK**

**الـتـمـــرين 06 :**

**ABC مثلث بحيث : BC = 6 cm ، AC = 5 cm ،**

**AB = 4 cm**

**N نقطة من [AB] بحيث : BN = 3 cm**

**- المستقيم الذي يشمل N ويوازي (AC) يقطع (BC) في D .**

**- احسب الطولين BD , DN**

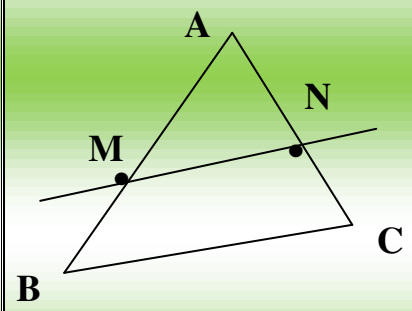
**- لتكن M منتصف [AC] ، H هي نقطة تقاطع المستقيمين (BM) و (ND) .**

**- احسب HD .**

## الحلول

**حل التمرين 01 :**

- **يكفي أن نبين أن :** $\frac{AB}{MB} = \frac{AC}{NC}$




$* \quad \frac{AB}{MB} = \frac{9}{3} = 3$

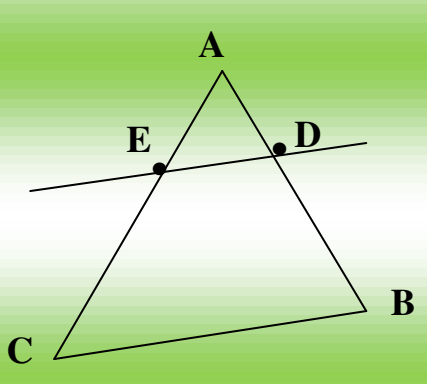
$* \quad \frac{AC}{NC} = \frac{6}{2} = 3$

**- نلاحظ أن :** $\frac{AB}{MB} = \frac{AC}{NC}$ **ومنه نستنتج أن : (MN) // (BC) .**

## حـــل الـتـــمـــــرين 02 :

**لكي نبين أن الرباعي : (DE) // (BC)**

**يكفي أن نبين أن :**




$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$* \quad \frac{AD}{AB} = \frac{2.4}{7.2} = \frac{1}{3}$$

$$* \quad \frac{AE}{AC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

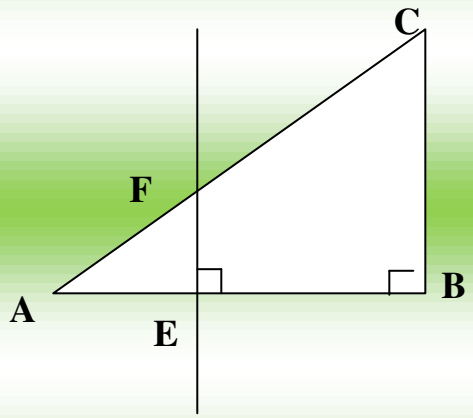
**نلاحـظ أن :** $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ **ومنـــه نستنتـــج أن : (BC) // (DE) .**

## حـــل الـتـــمـــــرين 03 :

- **لدينا : (BC) ⊥ (AB) ( المثلث قائم في B )**

**ولدينا (AB) ⊥ (EF) ( حسب المعطيات )**

**ومنه : (BC) // (EF) ( خاصيـــــة )**




- **حساب طول AF :**

**لدينا : (BC) // (EF) ومنه :** $\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB}$

**أي :** $\frac{AF}{9} = \frac{2}{4.5}$ **ومنه :** $AF = \frac{9 \times 2}{4.5}$ **أي :**

**. AF = 4 cm**

## حـــل الـتـــمـــــرين 04 :

**AD = 7 cm , AB = 12 cm**

- **حســـاب AM :**

$$AM^2 = BM^2 + AB^2$$

**أي :** $AM^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144$

**أي :** $AM^2 = 169$

**ومنه :** $AM = \sqrt{169} = 13\ cm$

- **لدينا :** $(MC) // (AD)$

- **ومنه :** * $\frac{MN}{AM} = \frac{MC}{AD}$

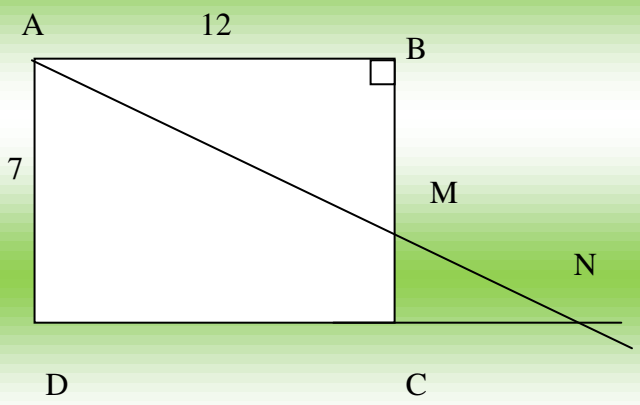
**أي :** $\frac{MN}{13} = \frac{2}{7}$

**ومنه :** $MN = \frac{13 \times 2}{7} = \frac{26}{7} \simeq$ **3cm**

* $\frac{NC}{DC} = \frac{MN}{MA}$

**أي :** $\frac{3}{13} = \frac{NC}{12}$

**ومنه :** $NC = \frac{3 \times 12}{13} = \frac{36}{13} \simeq 2.7cm$



## حـــل الـتـــمـــــرين 05 :

لدينا : $AB = 3\ cm$ , $AC = 4cm$ .

- حساب BC :

$BC^2 + AB^2 + AC^2$

أي: $BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

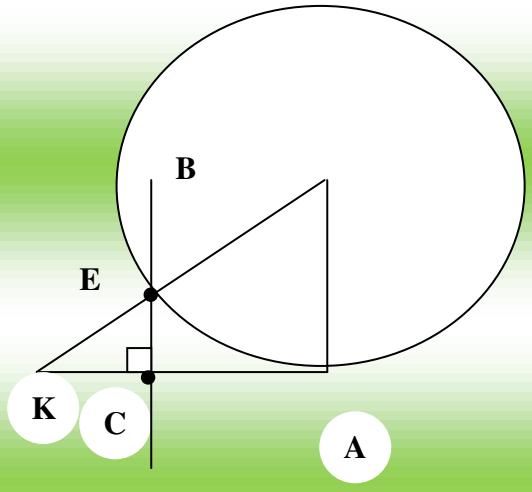
ومنه: $BC = \sqrt{25} = 5\ cm$

- حساب الطولين : CK , EK

لدينا : (EK)//(AB)

( لأن (AC)⊥(AB) و

(EK)⊥(AC) )




ومنه : $\frac{EK}{AB} = \frac{CE}{BC}$ *

ومنه : $\frac{EK}{3} = \frac{2}{5}$

ومنه: $EK = \frac{3\times 2}{5} = \frac{6}{5} = 1.2cm$

$\frac{CK}{CA} = \frac{EC}{BC}$ *

أي : $\frac{CK}{4} = \frac{2}{5}$

ومنه : $CK = \frac{4\times 2}{5} = \frac{8}{5} = 1.6cm$

## حـــل الـتـــمـــــرين 06 :

BC = 6 cm

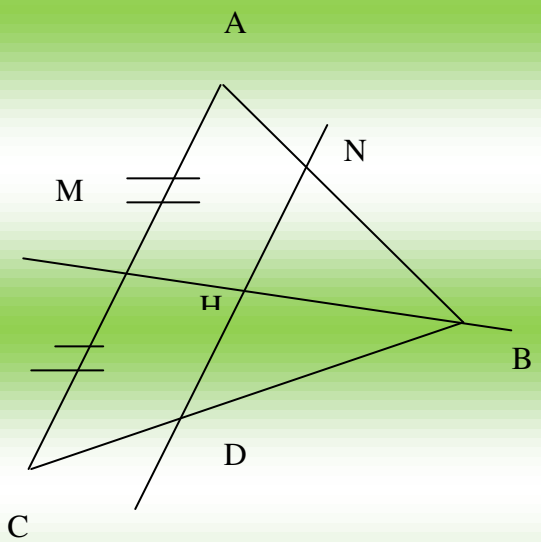
AC = 5cm

AB = 4cm

- حساب الطولين DN , BD

لدينا (DN)//(AC)

$= \frac{BN}{BA}$ $\frac{BD}{BC}$ *



أي : $\frac{3}{4} = \frac{BD}{6}$

ومنه: $BD = \frac{3\times 6}{4} = 4.5cm$

$* \quad = \frac{DN}{AC}\frac{BN}{BA}$

أي $\frac{DN}{5} = \frac{3}{4}$

ومنه : $DN = \frac{5\times 3}{4} = 3.75\ cm$

- حساب الطول HD :

لدينا : (HD)//(AC) ومنه : $\frac{HD}{MC} = \frac{BD}{BC}$

أي : $\frac{HD}{2.5} = \frac{4.5}{6}$

ومنه : $HD = \frac{2.5\times 4.5}{6} = 1.87cm$

**التـــمـــرين01 :**

ABC مثلث قائم في C بحيث : AB = 24cm

$Sin\ \hat{A} = \frac{\sqrt{5}}{4}$

- احسب CB

**التـــمـــــــرين02 :**

MNT مثلث قائم في M بحيث :

$Tan\ \hat{N} = \frac{1}{3}$ , $NM = 3\sqrt{3}$

- احسب MT

**التـــمـــــرين03 :**

احسب Tan x إذا علمت أن : $\text{Sin } x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,

$\text{Cos } x = \frac{1}{2}$

**التـــمـــــرين04 :**

ABC مثلث قائم في A بحيث :

$\text{Sin } A\hat{C}B = \frac{3}{4}$ , BC =12cm .

- احسب كلا من AB , AC , Cos AĈB , Tan AĈB

**التـــمـــــرين05 :**

ABC مثلث قائم في A بحيث :

$\text{Tan } A\hat{C}B = \frac{3}{4}$ , AC = 4cm .

- احسب كلا من AB , BC , Sin AĈB , Cos AĈB

**التـــمـــــرين06 :**

PMN مثلث قائم في M بحيث :

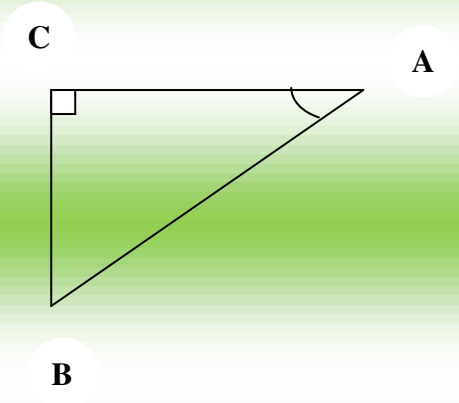
PM = 4 cm , MN = 7cm

- احسب PN

- احسب كل من $\cos \hat{P}$ , Sin ، $\tan \hat{P}$ بتقريب إلى $10^{-2}$ بالنقصان .

## الـحلـــــــول

**حـــل التـــمـــــرين01 :**




لدينا : $\text{Sin } \hat{A} = \frac{\sqrt{5}}{4}$ ..... (1)

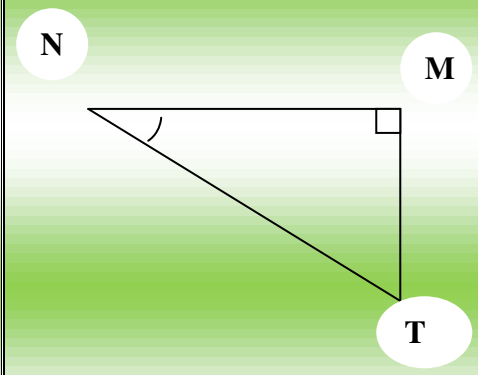
ولدينا : $\text{Sin } \hat{A} = \frac{BC}{AB}$ ..... (2)

من (1) و (2) نجد : $\frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{5}}{4}$

أي : $\frac{BC}{24} = \frac{\sqrt{5}}{4}$

ومنه : $BC = \frac{24\sqrt{5}}{4} = 6\sqrt{5}$ cm

**حـــل الـتـمـــــرين 02 :**




- حساب MT :

لدينا (1) ..... $\text{Tan } \hat{N} = \frac{1}{3}$

ولدينا : (2) ..... $\text{Tan } \hat{N} = \frac{MT}{MN}$

من (1) و (2) نجد : $\frac{MT}{MN} = \frac{1}{3}$

أي $\frac{MT}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$

ومنه : $MT = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$ cm

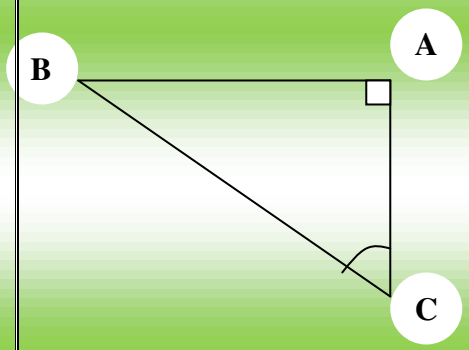
**حـــل الـتـمـــــرين03 :**

$$\text{Tan } x = \frac{Sinx}{Cosx}$$

أي $\text{Tan } x = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$

ومنه : $\text{Tan } x = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1} = \sqrt{3}$

**حـــل الـتـمـــــرين04 :**




- حساب AB :

لدينا (1) ..... $\text{Sin } A\hat{C}B = \frac{3}{4}$

ولدينا : (2) ..... $\text{Sin } A\hat{C}B = \frac{AB}{BC}$

من (1) و (2) نجد : $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}$

أي : $\frac{AB}{12} = \frac{3}{4}$

ومنه : $AB = \frac{12 \times 3}{4} = 9\ cm$

- حساب AC: * $AC^2 + AB^2 = BC^2$

أي : $AC^2 + 9^2 = 12^2$

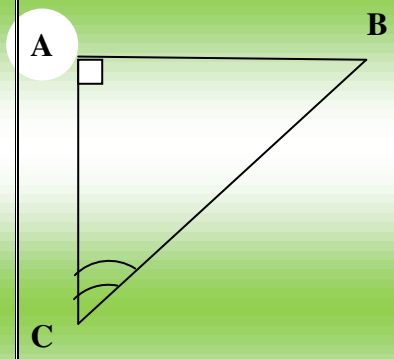
أي : $AC^2 = 144 - 81$

أي : $AC^2 = 63$

ومنه : $AC = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}\ cm$

* $\cos A\hat{C}B = \frac{AC}{BC} = \frac{3\sqrt{7}}{12} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$\tan A\hat{C}B = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{3\sqrt{7}} = \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$




**حـــل الـتـمـــــرين05 :**

- حســاب AB :

لدينا : $\tan A\hat{C}B = \frac{3}{4}$ ... (1)

ولدينا: $\tan A\hat{C}B = \frac{AB}{AC}$ ...(2)

من (1) و (2) نجد : $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$

ومنه : $\frac{AB}{4} = \frac{3}{4}$

ومنه : $AB = \frac{4 \times 3}{4} = 3cm$

- حســاب BC :

* $BC^2 = AB^2 + AC^2$

أي : $BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

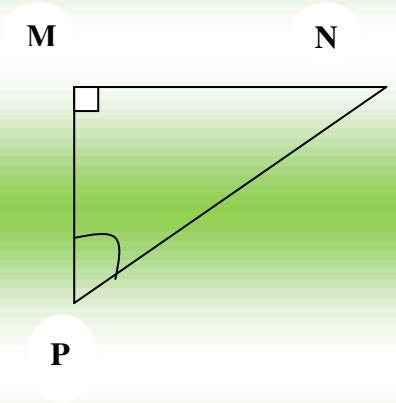
ومنه : $BC = \sqrt{25} = 5cm$

* $\cos A\hat{C}B = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5} = 0.8$

* $\text{Sin } A\hat{C}B = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} = 0.6$

**حـــل الـتـمـــــرين06 :**

- **حساب PN:**




**لدينا :** $PN^2 = MN^2+PM^2$

**أي :** $PN^2=7^2+4^2=49+16 = 65$

**ومنه :** $PN = \sqrt{65}$

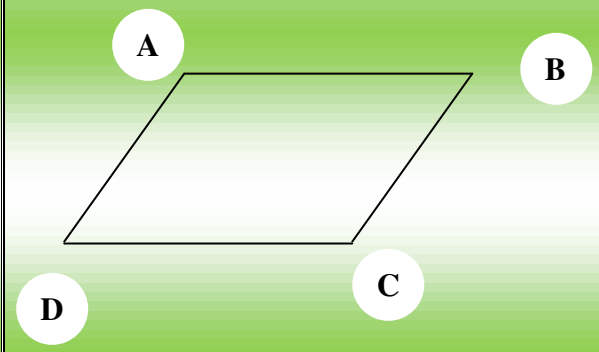
* $\text{Sin } \hat{P} = \frac{MN}{PN} = \frac{7}{\sqrt{65}} = \frac{7\sqrt{65}}{65}$

* $\text{Cos } \hat{P} = \frac{PM}{PN} = \frac{4}{\sqrt{65}} = \frac{4\sqrt{65}}{65}$

* $\text{Tan } \hat{P} = \frac{MN}{PM} = \frac{7}{4} = 1.75$

**التـــمـــــرين01:**

**ABCD متــوازي أضــلاع، اعتمــادا علــى الشكــل أكمــل ما يلــي :**




$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} =$ .....

$\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} =$.....

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} +$.....

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} =$ .....

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} =$.....

**التـــمـــــرين02:**

**ABC مثلث حيث :**

**AB = 6 , AC = 8 , BC =10**

- **بين أن المثلث ABC قائم :**
- **لتكن M منتصف [BC] , أنشئ النقطة H صورة M بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ .**
- **ما نوع الرباعي AMHB ؟ استنتج الطول BH .**

**التـــمـــــرين03:**

**ضع العلامة × في الخانة المناسبة :**

***) إذا كانت A نظيرة B بالنسبة إلى C فإن :**

$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$ ☐ , $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ ☐

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$ ☐

***) لإثبات أن M منتصف[AB] يكفي أن نثبت أن :**

$\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ ☐ , $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$ ☐

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ . ☐

***) حسب علاقة شال ....**

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ ☐

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$ ☐

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ ☐

***) ABCD متوازي أضلاع إذن :**

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$ ☐

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$ ☐

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ ☐

## الـحلـــــــــول

**حـــل الـتـــمـــــرين01 :**

**مـــــــن الشكـــــــل :**

* $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
* $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$
* $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{0}$
* $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$
* $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{0}$

**حـــل الـتـــمـــــرين02 :**

لدينا $AB = 6$ , $AC = 8$ , $BC = 10$

* $BC^2 = 10^2 = 100$
* $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

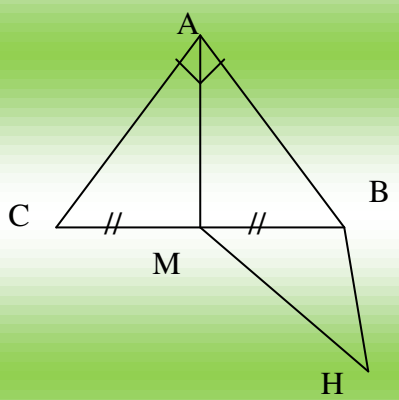
نلاحظ أن : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

ومنه نستنتج أن المثلث قائم في A .

- الرباعي AMHB متوازي أضلاع .

ومنه : $BC\frac{1}{2}BH = AM =$

أي : $BH = 5\ cm$




**حـــل الـتـــمـــــرين03 :**

*) إذا كانت A نظيرة B بالنسبة إلى C فان :

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$ ×

*) لإثبات أن M منتصف [AB] يكفي أن نثبت أن

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ ×

*) حسب علاقة شال :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ ×

*) ABCD متوازي أضلاع إذن

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ ×

**التمريـــــــن 01 :**

A ( 2 ، 1 ) ، B ( 3 ، 2 ) ، C ( 0 ، 3 ) ثلاث نقاط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس A , B , C

- احسب الأطوال AB , AC , BC
- بين نوع المثلث ABC

**التمريـــــــن 02 :**

( O ، $\overrightarrow{OI}$ ، $\overrightarrow{OJ}$ ) معلم متعامد ومتجانس للمستوي

A ( 5 ، 2 ) ، B ( 2 ، 6 ) ، C ( -6 ، 0 )

- بين أن المثلث ABC قائـم .
- احسب إحداثي D بحيث يكون الرباعي ABCD مستطيلا .
- احسب إحداثي I مركز تناظره .

**التمريـــــــن 03 :**

المستـــوي منسـوب إلـى معلـم متعامـــد ومتجانـــس A ، B ، C، D أربع نقاط من المستوي بحيث : A ( 1 ، 5 )، B ( -3 ، 3 )، C ( 0 ، 2 ) ، D (4،4)

- علم النقط : A ، B ، C ، D
- بين أن الرباعيABCD متوازي أضلاع .

**التمريـــــــن 04 :**

**المستــوي منســوب إلــى معلــم متعامــد ومتجانــس :**

**( 7 ، 3 ) A ، ( 3- ، 3 ) B ، ( 1- ، 1- ) C**

**- علم النقط : A ، B ، C**

**- احسب إحداثي كل من الأشعة : $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{BC}$**

**- احسب الأطوال : AB ، AC ، BC**

**- بين أن المثلث ABC قائم في C**

**التمريـــــــن 05 :**

**المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس**

**1- علم النقط : (5- ، 1- ) A ، ( 1- ، 5 ) B ، ( 7 ، 4 ) C ، ( 3 ، 2- ) D .**

**2- بين أن الرباعي ABCD متوازي أضلاع .**

**3- احسب الطولين AD و BD**

**- استنتج نوع المثلث ABC**

# الحلـــــــول

**حـــل التمريـــــــن 01 :**

**لدينا : : A ( 2 ، 1) ، B ( 3 ، 2) ، C( 0 ، 3)**

**- حساب الأطوال :** $* AB = \sqrt{(3-2)^2+(2-1)^2}$

**أي :** $AB = \sqrt{(1)^2+(1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$* AC = \sqrt{(0-2)^2+(3-1)^2}$

**أي :** $AC = \sqrt{(-2)^2+2^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$* BC = \sqrt{(0-3)^2+(3-2)^2} = \sqrt{(-3)^2+1^2}$

**أي :** $BC = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

**- بيـن نـــوع المثلـث :**

$* BC^2 = \sqrt{10}^2 = 10$

$* AB^2 + AC^2 = \sqrt{2}^2 + \sqrt{8}^2 = 2 + 8 = 10$

**نلاحظ أن :** $BC^2 = AB^2 + AC^2$

**ومنه المثلث ABC قائم في A**

**حـــل التمريـــــــن 02 :**

**لدينا : A ( 5 ، 2) ، B ( 2 ، 6) ، C( -6 ، 0)**

**- لنحسب الأطوال :** $* AB = \sqrt{(2-5)^2+(6-2)^2}$

**أي :** $AB = \sqrt{(-3)^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25}$

**ومنه :** $AB = 5$

$*AC = \sqrt{(-6-5)^2+(0-2)^2}$

**أي :** $AC = \sqrt{(-11)^2+(-2)^2} = \sqrt{121+4} = \sqrt{125}$

$* BC = \sqrt{(-6-2)^2+(0-6)^2} = \sqrt{(-8)^2+(-6)^2}$

**أي :** $BC = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$

$* AC^2 = \sqrt{125}^2 = 125$

$AB^2 + BC^2 = 5^2 + 10^2 = 25 + 100 = 125$

نلاحظ أن : $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ومنه المثلث ABC قائم في B

- حساب احداثيي النقطة D :

ABCD مستطيل معناه : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AB}(2-5 , 6-2)$ أي : $\overrightarrow{AB}(-3 , 4)$ ،

$\overrightarrow{DC}(-6 - x , 0- y)$

ومنه : $-3 = -6 - x$ ومنه : $\boxed{x = -3}$

$-y = 4$ ومنه : $\boxed{y = -4}$

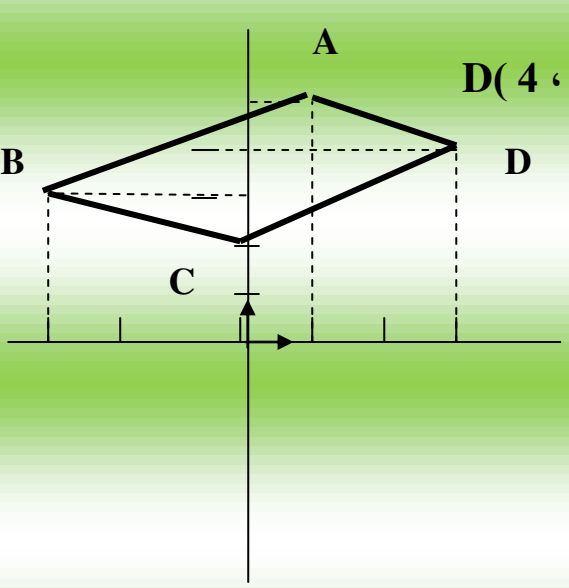
إذن : $D(-3 ، -4)$

- حساب احداثي مركز تناظره : I هي منتصف [AC] ومنه : $\boxed{\frac{-1}{2}} = \frac{5+(-6)}{2}$ ، $x_I$

$y_I = \frac{2+0}{2} = \boxed{1}$

ومنه : $I\ (\frac{-1}{2} ، 1)$

**حـــل التمريـــــــن 03 :**




لدينا : $A(1 ، 5)$ ، $B(-3 ، 3)$ ، $C(0 ، 2)$ ، $D(4 ، 4)$

* $\overrightarrow{AB}(-3-1 , 3-5)$

أي : $\overrightarrow{AB}(-4 , -2)$

* $\overrightarrow{DC}(0-4 , 2-4)$

أي : $\overrightarrow{DC}(-4 , -2)$

نلاحظ أن : $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$

ومنه الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

**حـــل التمريـــــــن 04 :**

**لدينا : A ( 3, 7 ) ، B ( 3 ، -3) ، C( -1 ، -1)**

* $\overrightarrow{AB}$ **(3 – 3 , - 3 -7 )**

**أي :** $\overrightarrow{AB}$ **( 0 , -10 )**

* $\overrightarrow{AC}$ **( -1 -3 , -1-7)**

**أي :** $\overrightarrow{AC}$ **( -4, -8)**

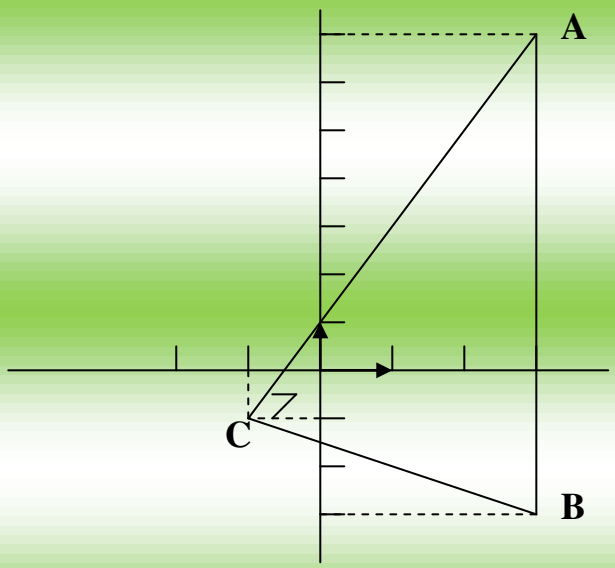
* $\overrightarrow{BC}$ **( -1-3 , -1+3 )**

**أي :** $\overrightarrow{BC}$**( -4 , +2 )**

**ومنه :** * $AB = \sqrt{0^2 + (-10)^2} = \sqrt{100} = 10$

* $AC = \sqrt{(-4)^2 + (-8)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80}$

* $BC = \sqrt{(-4)^2 + (2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$




* $AB^2 = 10^2 = 100$

$*AC^2 + BC^2 = \sqrt{80}^2 + \sqrt{20} = 80 + 20 = 100$

**نلاحظ أن :** $AB^2 = AC^2 + BC^2$

**ومنه المثلث ABC قائم في C .**

**حـــل التمريـــــــن 05 :**

**1/ تعليـــم النقـــط : A ( -1, -5 ) ، B ( 5 ، -1 ) ، C( 4 ، 7) ، D ( -2 ، 3 )**

**2/ * $\overrightarrow{AB}$ ( 5 + 1 , -1 + 5 )**

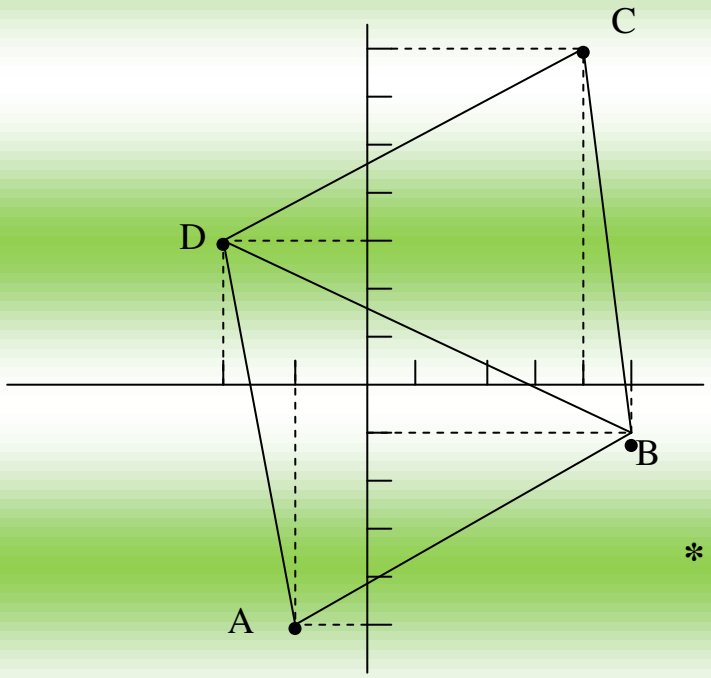
**أي : $\overrightarrow{AB}$ ( 6 , 4 )**

*** $\overrightarrow{DC}$ ( 4 + 2 , 7 -3 )**

**أي : $\overrightarrow{DC}$ ( 6 , 4 )**

**نلاحظ أن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$**

**ومنه الرباعي ABCD متوازي أضلاع .**




**3/ * $AD = \sqrt{(-2+1)^2 + (3+5)^2}$**

**أي : $AD = \sqrt{(-1)^2 + 8^2} = \sqrt{1+64}$**

**ومنه : $AD = \sqrt{65}$**

*** $BD = \sqrt{(-2-5)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{(-7)^2 + 4^2}$**

**أي : $BD = \sqrt{49+16}$ ومنه : $BD = \sqrt{65}$**

**لدينا : AD = BD**

**ومنه المثلث ABC متساوي الساقين .**

# مواضيع مطولة

# الموضوع الأول:

التمرين الأول:

لدينا العبارات التالية:

$$C= 2\sqrt{5} - 5\sqrt{2} \quad , \quad B= 3\sqrt{2} - \sqrt{72} - \sqrt{50} \quad , \quad A= \frac{0,3}{0,5} + 0,9 \times \frac{0,5}{1,5}$$

1- أحسب A و أعط الناتج على شكل كسر غير قابل للإختزال.

2- أكتب B على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث b أصغر عدد طبيعي ممكن.

3- بين أن العدد C سالب دون حساب الفرق $2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$ .

التمرين الثاني:

إليك العبارتان:

$$B= (2x - 3)^2 \quad , \quad A= (2x - 3)(3x + 4)$$

1- حلل العبارة التالية B-A إلى جداء عاملين.

2- حل المعادلة $B - A = 0$

التمرين الثالث:

" الوحدة هي السنتيمتر"

ABC مثلث قائم في A حيث : $\sin A\hat{C}B = \frac{3}{4}$ , $BC = 12$

1- أحسب كلا من : $\cos A\hat{C}B$ , AC , AB

التمرين الرابع:

ABC مثلث.

1- عين النقطة D بحيث $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

2- عين النقطة E بحيث C منتصف [BE]

3- بين أن الرباعي ADEC متوازي أضلاع.

المسألة ( الوضعية):

1- قطعة أرض على شكل مثلث ABC حيث: BC = 120cm , AB =150cm , AC = 90cm

- بين أن المثلث ABC قائم في C.
- أحسب cos B، ثم استنتج قيمة B مدور إلى الدرجة.
- عبر بالهكتار عن مساحة هذه الأرض.

2- من نقطة M على الضلع [AC] حيث AM = 30m نرسم مستقيما يوازي (BC) فيقطع (AB) في نقطة N.

- أحسب MN.
- زرعت القطعة MNBC طماطم فكان مردود الأر (a) الواحد هو 150kg .

فما هو وزن منتوج الطماطم؟

## الموضوع الثاني:

### الجزء الأول:

### التمرين الأول:

1- أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 945 و 1215.

2- أكتب $\frac{945}{1215}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال.

### التمرين الثاني:

A عدد حيث:

$A = (2- \sqrt{3})^2$

1) أنشر ثم بسط A.

2) لتكن العبارة الجبرية E حيث:

$E = x^2-(7- 4\sqrt{3})$

- احسب القيمة المضبوطة للعبارة E من أجل $x = \sqrt{7}$

- حلل Eإلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

- حل المعادلة $( x + 2 - \sqrt{3})( x – 2 + \sqrt{3}) = 0$

### التمرين الثالث:

وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر.

ABC مثلث قائم في A حيث: $AB = 3$ , $BC = 5$

1) أنشئ الشكل ثم حدد الطول AC.

2) E نقطة من [AB] حيث $AE = 1$. المستقيم الذي يشمل E و يعامد (AB) يقطع (BC) في النقطة M.

- أوجد BM.

- احسب cosABC ثم استنتج قيس الزاوية EMB .

( تدور النتيجة إلى الوحدة من الدرجة)

### التمرين الرابع:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $( O ; \vec{i} ; \vec{j} )$

1) علم النقطتين A(0,4) ، B(1,0).

2) حدد العبارة الجبرية للدالة التألفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB).

3) ليكن المستقيم (Δ) التمثيل البياني للدالة g حيث: $g(x) = \frac{2}{3}x + 2$.

- أنشئ (Δ).

- أوجد احداثيي M نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ).

الجزء الثاني:

المسألة:

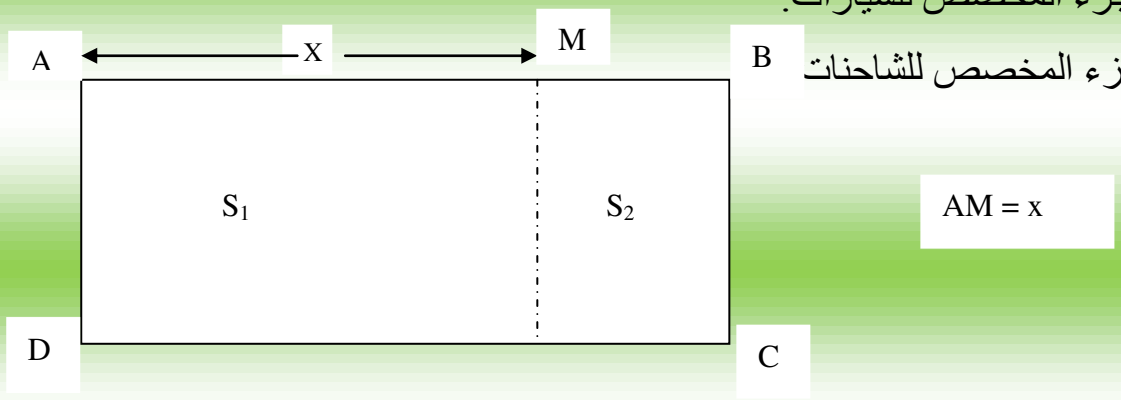
قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها 2400m² و عرضها يساوي ثلثي طولها، أراد صاحب هذه القطعة استخدامها كحظيرة للسيارات و الشاحنات ذات الحجم الصغير.

1 - احسب عرض و طول هذه القطعة.

2- يتم تقسيم هذه القطعة كما هو مبين في الشكل الموالي:

$S_1$: الجزء المخصص للسيارات.

$S_2$: الجزء المخصص للشاحنات




أ- عبر عن مساحتي الجزءين $S_1$ و $S_2$ بدلالة x.

ب- إذا علمت أن المساحة المخصصة لسيارة واحدة هي 18m² و للشاحنة الواحدة هي30m².

- أوجد x حتى يتسع الجزء $S_1$ لـ 80 سيارة ثم استنتج في هذه الحالة أكبر عدد للشاحنات التي يمكن توقفها في الجزء $S_2$ .

3- المدخول اليومي للحظيرة لما تكون كل الأماكن محجوزة هو8960DA.

- حدد تسعيرة التوقف اليومي لكل من السيارة الواحدة إذا علمت أن تسعيرة التوقف اليومي للسيارة هي 30% من تسعيرة التوقف اليومي للشاحنة.

## الموضوع الثالث:

التمرين الأول:

أكتب العدد A كتابة عشرية ثم كتابة علمية:

$$A = \frac{2x10^{2}x1,2x(10^{3})^{4}}{0,2x10^{-7}}$$

التمرين الثاني:

E عبارة جبرية حيث:

$$E = 9x^{2} - 6x + 1 + (3x - 1)(5x + 7)$$

- حلل E إلى جداء عاملين.

- حل المعادلة: $E = 0$.

التمرين الثالث:

$(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ معلم متعامد و متجانس.

$A(2,1)$ , $B(5,5)$ , $C(6,2)$

- أوجد إحداثيتي D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{DA}$.

- ما نوع الرباعي ABCD ؟ أوجد إحداثيتي مركز تناظره.

التمرين الرابع:

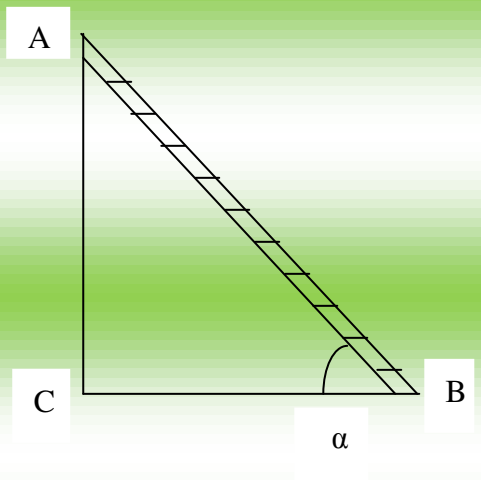
$(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ معلم متعامد و متجانس.

1) علم النقط: $A(1,1)$ , $B(1,4)$ , $C(5,1)$.

2) احسب: AB , AC , BC ثم بين نوع المثلث ABC.

المسألة:

حتى لا ينزلق سلم يجب أن يوضع بزاوية α مع مستوى سطح الأرض بحيث لاتتجاوز هذه الزاوية 75° و لا تقل عن 60°.




طول هذا السلم هو 3,10m.

و حتى نتجنب وقوع حادث:

1- ما هو أدنى ارتفاع يمكن وضع أعلى السلم فيه؟

2- ما هو أعلى ارتفاع يمكن وضع أعلى السلم فيه؟

## الموضوع الرابع:

الجزء الأول:

التمرين الأول:

ليكن العددان= A $\sqrt{98}$ + $\sqrt{32}$ - $\sqrt{128}$ :

$\frac{2}{3}$ x $\frac{5}{4}$ = B $\frac{3}{2}$ +

1- اكتب A على شكل $a\sqrt{2}$ حيث a عدد طبيعي.

2- بسط العدد B ثم بين أن: $\frac{A^2}{33}$ = 3B - $\frac{1}{3}$ .

التمرين الثاني:

- لتكن العبارة الجبرية E حيث:

$E = 10^2 - (x-2)^2 - (x+8)$

1- انشر ثم بسط E.

2- حلل العبارة $10^2 - (x-2)^2$ ، ثم استنتج تحليل العبارة الجبرية E.

3- حل المعادلة: $(11 - x)(8 + x) = 0$.

التمرين الثالث:

1- حل الجملة: $\begin{cases} 4x + 5y = 105 \\ 6x + 4y = 112 \end{cases}$

2- اشترى رضوان من مكتبة أربعة كراريس و خمسة أقلام بمبلغ 105DA و اشترت مريم ثلاثة و قلمين بمبلغ 56DA.

3- أوجد ثمن الكراس الواحد و ثمن القلم الواحد.

التمرين الرابع:

1- ارسم المثلث ABC القائم في A حيث: AB = 4,5cm ، BC = 7,5cm.

2- احسب AC.

3- احسب $\sin A\hat{C}B$.

الجزء الثاني:

المسألة:

تقترح شركة لسيارات الأجرة التسعيرتين التاليتين:

- التسعيرة الأولى: 15DA للكيلومتر الواحد لغير المنخرطين.

- التسعيرة الثانية: 12DA للكيلومتر الواحد مع مشاركة شهرية قدرها 900DA.

1- انقل الجدول على ورقة الإجابة ثم أكمله:

| | | | |
|---|---|---|---|
| المسافة(Km) | 60 | ..... | ..... |
| التسعيرة الأولى (DA) | ..... | ..... | 5100 |
| التسعيرة الثانية(DA) | ..... | 2628 | ..... |

2 - ليكن: x هو عدد الكيلومترات للمسافات المقطوعة.

$y_1$ هو المبلغ حسب التسعيرة الأولى.

$y_2$ هو المبلغ حسب التسعيرة الأولى.

أ- عبر عن $y_1$ و $y_2$ بدلالة x.

ب- حل المتراجحة: $15x > 12x + 900$

## حل الموضوع الأول:

حل التمرين الأول:

1)

$$A = \frac{0,3}{0,5} + 0,9 \times \frac{0,5}{1,5}$$

أي: $$A = \frac{3}{5} + \frac{9}{10} \times \frac{5}{15}$$

$$A = \frac{3}{5} + \frac{9}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5} + \frac{9}{50}$$

أي: $$A = \frac{30}{50} + \frac{9}{50} = \frac{30+9}{50} = \boxed{\frac{39}{50}}$$

2) $$B = 3\sqrt{2} - \sqrt{72} - \sqrt{50}$$

أي: $$B = 3\sqrt{2} - \sqrt{36x2} - \sqrt{25x2}$$

$$\boxed{-8\sqrt{2}}$$

أي: $$B = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$$

$$B = (3 - 6 - 5)\sqrt{2} =$$

بما أن: $2\sqrt{5} < 5\sqrt{2}$

فإن الفرق: $5\sqrt{2} \quad 2\sqrt{5}$ - يكون سالبا.

حل التمرين الثاني:

1- تحليل A – B:

أي: $$B - A = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(3x + 4)$$

أي: $$B - A = (2x - 3) - [(2x - 3)(3x + 4)]$$

أي: $$B - A = (2x - 3)(2x - 3 - 3x - 4)$$

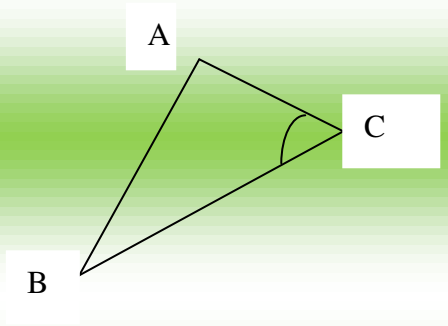
أي: $B - A = (2x - 3)(- x - 7)$

2- حل المعادلة: $B - A = 0$:

$$(2x - 3)(- x - 7) = 0$$

إما: $2x - 3 = 0$ أي: $2x = 3$ و $x = \frac{3}{2}$

أو: $-x - 7 = 0$ $x = -7$




حل التمرين الثالث:

لدينا: $BC = 12$

$$\text{Sin } A\hat{C}B = \frac{3}{4}$$

- حساب AB:

$$\text{Sin } A\hat{C}B = \frac{3}{4} \quad \ldots\ldots(1)$$

$$\text{Sin } A\hat{C}B = \frac{AB}{BC} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

من (1) و (2) نجد: $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}$

أي: $\frac{AB}{12} = \frac{3}{4}$ ومنه: $AC = \frac{12x3}{4}$

أي: $A$ 9 $= \frac{36}{4}$

- حساب AC:

$$AC^2 + AB^2 = BC^2$$

و منه: $AC^2 = BC^2 - AB^2$

أي: $AC^2 = (12)^2 - (9)^2 = 144 - 81$

أي: $AC^2 = 63$ و منه: $AC = \sqrt{63}$

أي: $AC = \sqrt{9x7}$ أي: $AC = 3\sqrt{7}$

- حساب Cos AĈB:

$\frac{3\sqrt{7}}{12} = \frac{AC}{BC}\text{Cos AĈB}$ = $\boxed{\frac{\sqrt{7}}{4}}$

حل التمرين الرابع:

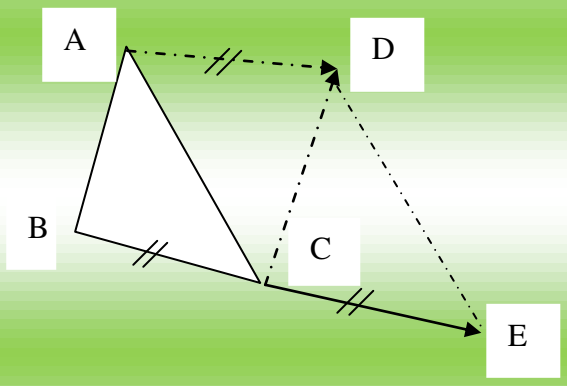
الرسم ←(1)+(2)

3) بما أن: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

و بما أن: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CE}$

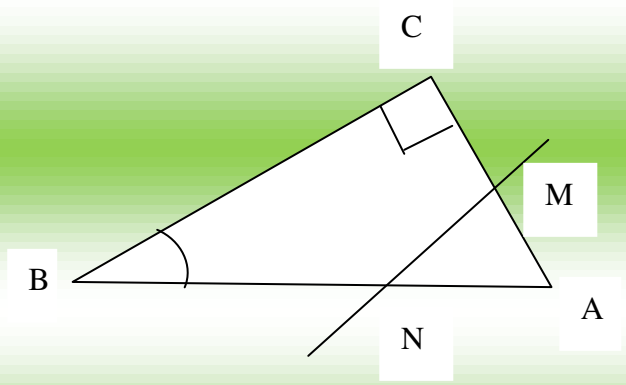
(C منتصف BC)

فإن: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CE}$




إذن في الرباعي ADEC شعاعان متساويان فهو متوازي أضلاع.

حل المسألة:




لدينا: AC = 90m

AB = 150m

BC = 120m

- نبين أن المثلث ABC قائم في النقطة C.

*) $AC^2 + BC^2 = (90)^2 + (120)^2$

$= 180 + 14400$

$= 22500$

*) $AB^2 = (150)^2 = 22500$

نلاحظ أن: $AC^2 + BC^2 = AB^2$

و منه نستنتج أن المثلث قائم في C .

- حساب cos B :

$\text{Cos B} = \frac{BC}{AB} = \frac{120}{150} = \frac{4}{5}$ = 0,8

و منه نجد: B = 37°

- حساب مساحة الأرض:

$S = \frac{ACxBC}{2}$

أي: $S = \frac{10800}{2}$ $= \frac{90x120}{2}$

أي: S = 0,54 ha

- حساب MN:

لدينا : (MN) // (BC)

و منه : $\frac{AM}{AC} = \frac{MN}{BC}$

أي: $\frac{MN}{120} = \frac{30}{90}$

$MN = \frac{120x30}{90}$ = 40m

- مساحة AMN هي:

$\frac{AMxMN}{2} = \frac{30x40}{2} = \frac{1200}{2}$ = 600m²

و منه مساحة MNBC (شبه منحرف) هي:

5400m² - 600m² = 48m²

لدينا: 1a = 100m²

و منه: 4800m² = 48a

- إذن المساحة المزروعة هي 48a

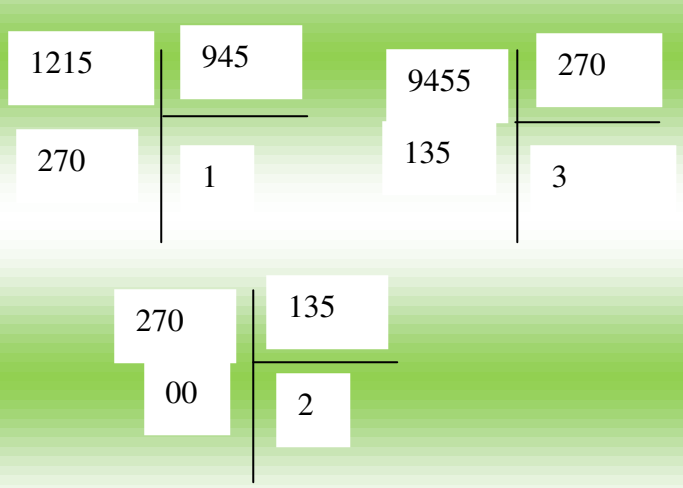
1a ⟶ 150Kg

48a ⟶ x

و منه: $x = \frac{48x150Kg}{1a}$ = 7200Kg

إذن المنتوج هو: 7200Kg.

## حل الموضوع الثاني:




الجزء الأول:

حل التمرين الأول:

1) إيجاد: PGCD ( 945, 1215) ²

$1215 = 945 \times 1 + 270$

$945 = 270 \times 3 + 135$

$270 = 135 \times 2 + 0$

إذن: PGCD ( 945, 1215) = 135

2) كتابة الكسر $\frac{945}{1215}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال.

$$\frac{945}{1215} = \frac{945:135}{1215:135} = \frac{7}{9}$$

حل التمرين الثاني:

1) نشر و تبسيط A: $A = (2-)^2 - 4\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = (2)^2 - 4\sqrt{3} + \sqrt{3}$

أي: $A = 4 - 4\sqrt{3} + 7 = 7 - 4\sqrt{3}$

إذن: $A = 7 - 4\sqrt{3}$

2) حساب القيمة المضبوطة لـ E:

$E = x^2 - (7 - 4)\sqrt{3}$

أي: $E = (7 - 4\sqrt{7})^2 - (7 - 4\sqrt{3}) = 7 - 7 + 4\sqrt{3}$

و منه: $E = 4\sqrt{3}$

*) تحليل E:

$E = x^2 - (7 - 4)\sqrt{3}$ )

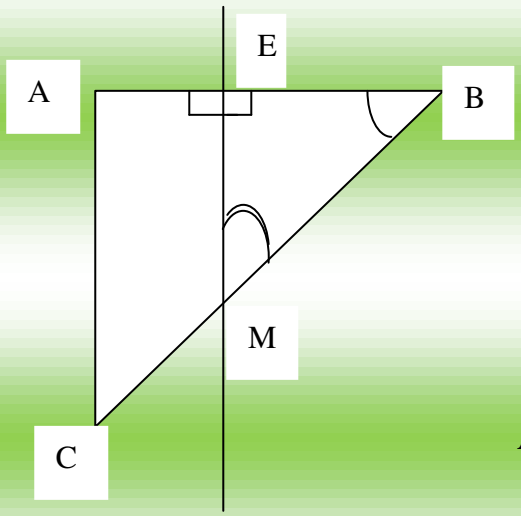
أي: $E = [x - (2 - \sqrt{3}][)\sqrt{3} x + (2 - ]$

أي: $E = (x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3}$ )

*) حل المعادلة $(x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3}) = 0$ ) :

إما: $x - 2 + \sqrt{3} = 0$ و منه: $x = 2 - \sqrt{3}$

أو: $\sqrt{3}\ x - 2 = 0$ و منه: $x = \frac{2}{\sqrt{3}}$




حل التمرين الثالث:

1) الشكل:

لدينا: $AB = 3$ , $BC = 5$

- حساب AC:

$AC^2 + AB^2 = BC^2$

أي: $AC^2 = BC^2 - AB^2$

أي: $AC^2 = (5)^2 - (3)^2 = 25 - 9$

أي: $AC^2 = 16$ و منه: $AC = \sqrt{16}$

أي: $AC = 4$

2) حساب BM:

لدينا: $(AC) \perp (AB)$

$(EM) \perp (AB)$

و منه: $(AC) /\!/ (EM)$

بتطبيق نظرية طالس نجد:

$\frac{BM}{BC} = \frac{BE}{AB}$ أي: $\frac{BM}{5} = \frac{2}{3}$

و منه: $BM = \frac{5x2}{3}$ أي: $BM = \frac{10}{3}$

- حساب cosABC:

$CosABC = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} = 0,6$

باستعمال الآلة الحاسبة:

0,6 | 2 n df | $Cos^{-1}$ | 53°

إذن: $ABC = 53°$ أي: $EBM = 53°$

و منه: $EBM = 180° - (90° + 53°)$

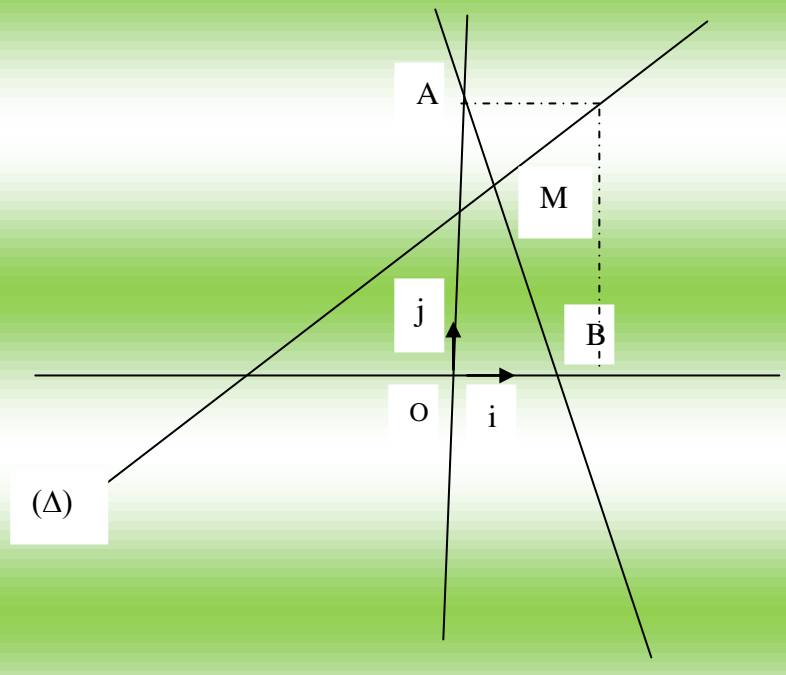
أي: $EMB = 180° - 1430 = 37°$

إذن: $EMB = 37°$

## حل التمرين الرابع:

1) تعليم النقطتين:

B(1,0) , A(0,4)




2) تحديد العبارة الجبرية للدالة:

لدينا: $f(x) = ax + b$

و منه:

$$a = \frac{4-0}{0-1} = \frac{4}{-1}$$

أي: $a = -4$

و منه: $a \times 1 + b = 0$

أي: $-4 + b = 0$

و منه: $b = 4$

إذن: $f(x) = -4x + 4$

3) إنشاء (Δ): $g(x) = \frac{2}{3}x + 2$

| x | 0 | 3 |
|---|---|---|
| g(x) | 2 | 4 |

*) إيجاد احداثيي M:

$(\Delta) \cap (AB) = \{M\}$

لدينا الجملة: $\begin{cases} y = -4x + 4 \\ \frac{2}{3} Y = x + 2 \end{cases}$ أي: $-4x + 4 = \frac{2}{3} x + 2$

أي: $-4x - \frac{2}{3} 4 = 2 - x$ أي: $\frac{-14}{3} = -2x$)

و منه: $\frac{3}{-14} x = (-2) x$ ( أي: $x = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$

و منه: $y = -4 x \frac{3}{7} + 4$ أي: $y = \frac{-12}{7} + 4$

أي: $y = \frac{-12}{7}$

إذن: $M(\frac{3}{7} ، \frac{16}{7})$

<u>الجزء الثاني:</u>

<u>حل المسألة:</u>

1) حساب عرض و طول القطعة:

نفرض الطول: a و العرض هو b

و منه: $\begin{cases} a \times b = 2400 \ldots\ldots\ldots(1) \\ \frac{2}{3} b = a \ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$ و منه: $a = 2400 \frac{2}{3} a \times$

أي: $a^2 = 2400 \frac{2}{3}$ ومنه: $a^2 = \frac{2400}{\frac{2}{3}}$ أي: $a = \frac{2400x3}{2}$

أي: $a^2 = 3600$ و منه: $a = \sqrt{3600}$ أي: $a = 60m$

و منه: $y = \frac{2}{3} x 60 = 40m$

إذن الطول هو: 60m ، و العرض هو: 40m.

2) أ) $S_1 = 40x$

$S_2 = (60 - x) \times 40$

أي: $S_2 = 2400 - 40x$

ب) $40x = 80 \times 18$

و منه: $x = \frac{80x18}{40} = 36m$

المساحة $S_2$ عندئذ: $60 - 36 = 24$

$24 \times 40 = 960$

و منه أكبر عدد من الشاحنات هو: $\frac{960}{30}$

3) تحديد تسعيرة التوقف اليومي:

نفرض تسعيرة السيارة الواحدة هو $P_1$ و منه: $80 \times P_1 + 32 \times P_2 = 8960$

نفرض تسعيرة السيارة الواحدة هو $P_2$

10 ← 30

$P_2$ ← $T_1$

و منه: $P_1 = \frac{30P_2}{100}$ أي: $P_1 = P_2 \frac{3}{10}$

بالتعويض نجد:

$\frac{3}{10} 80 \times P_2 + 32 \times P_2 = 8960$ أي: $24 P_2 + 32 P_2 = 8960$

أي: $56 P_2 = 8960$ و منه: $P_2 = \frac{8960}{56}$ أي: $P_2 = 160DA$

و منه: $P_1 = \frac{3}{10} \times 160$ أي: $P_1 = 480DA$

## حل الموضوع الثالث:

### حل التمرين الأول:

$$A = \frac{2x1,2x10^{12}\,x10^{7}}{0,2} = \frac{2x10^{2}x1,2x(10)^{4}}{0,2x10^{-7}}$$

أي: $A = 12 \times 10^{19}$

$$\boxed{A = 1,2 \times 10^{20}}$$

### حل التمرين الثاني:

- التحليل:

$$E = 9x^2 - 6x + 1 + (3x - 1)(5x + 7)$$

أي: $E = (3x - 1) + (3x - 1)(5x + 7)$

$$E = (3x - 1)[(3x - 1) + (5x + 7)]$$

أي: $E = (3x - 1)(3x - 1 + 5x + 7)$

و منه: $\boxed{E = (3x - 1)(8x + 6)}$

### حل المعادلة: $E = 0$

$$(3x - 1)(8x + 6) = 0$$

إما: $3x - 1 = 0$ و منه: $3x = 1$

و م $\boxed{x = \frac{1}{3}}$ أو: $8x + 6 = 0$ و منه: $8x = -6$

ومنه: $x = \frac{-6}{8}$ $\boxed{x = \frac{-3}{4}}$

### حل التمرين الثالث:

لدينا: $A(2,1)$ , $B(5,5)$ , $C(6,2)$

- إيجاد إحداثيي D:

D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه BA معناه:

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$$

$\overrightarrow{BA}(2-5, 1-5)$ و منه: $\overrightarrow{BA}(-3 , -4)$

$\overrightarrow{CD}(x-6 , y-2)$

أي: $x - 6 = -3$ و منه $x = -3 + 6 =$ 3

$y - 2 = -4$ و منه $y = -4 + 2 =$ -2

إذن $D = (3, -2)$

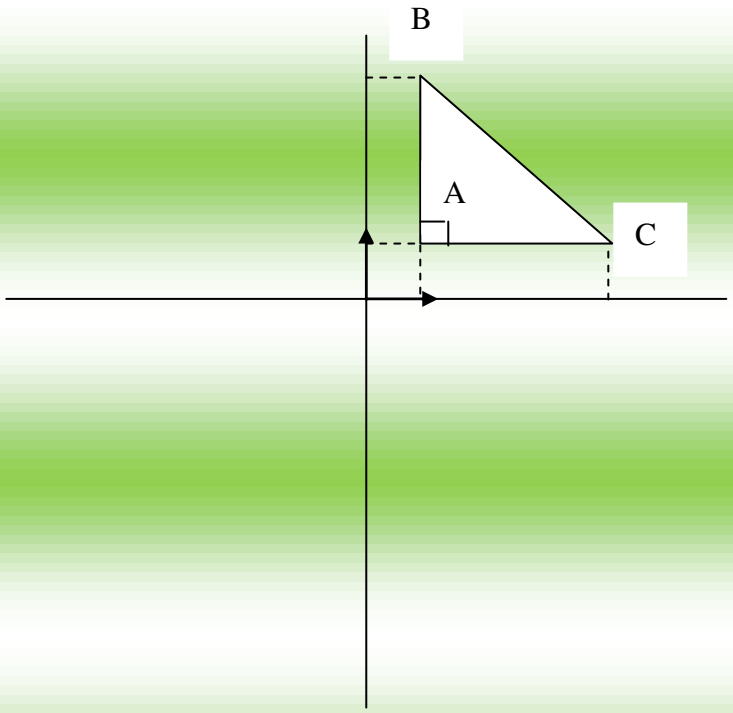
- الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

مركز تناظره هي منتصف قطريه: [AC] و [BD]

و منه $x = \frac{2+6}{2} = \frac{8}{2} =$ 4

$y = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} =$ 1,5

إذن مركز تناظره هي: $M(4 , 1,5)$




<u>حل التمرين الرابع:</u>

1) لدينا: $A(1,1)$ , $B(1,4)$ , $C(5, 1)$.

2) *) $AB = \sqrt{(1-1)^2 + (4-1)^2}$

أي: $AB = \sqrt{0+9}$

أي: $AB = 3$

*) $AC = \sqrt{(5-1)^2 + (1-1)^2}$

أي: $AC = \sqrt{4^2+0} = \sqrt{16}$

$AC = 4$

*) $BC = \sqrt{(5-1)^2 + (1-4)^2}$

أي: $BC = \sqrt{4^2 + (-3)^2}$

أي: $BC = \sqrt{16+9}$

أي: $BC = \sqrt{25} =$ 5

*) $BC^2 = 5^2 = 25$

*) $AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2$

$= 16 + 9 = 25$

و منه المثلث قائم في A.

حل المسألة:

1) حساب أدنى ارتفاع يمكن وضع أعلى السلم فيه:

$\text{Sin } 60° \approx 0,86$.....(1)

$\text{Sin } 60° = \frac{AC}{AB}$ .....(2)

و منه نجد: $\frac{AC}{AB} = 0,86$

أي: $\frac{AC}{3,10} = 0,86$

و $AC = 0,86 \times 3,10 =$ 2,66m

2) حساب أعلى ارتفاع يمكن وضع أعلى السلم فيه:

$\text{Sin}75° \approx 0,96$.....(1)

$\text{Sin } 75° = \frac{AC}{AB}$.....(2)

و منه نجد: $\frac{AC}{3,10} = 0,96$

و منه: $AC = 0,96 \times 3,10 =$ 2,97m

## حل الموضوع الرابع:

الجزء الأول:

حل التمرين الأول:

$$A = 1)\ \sqrt{128} - \sqrt{32} + \sqrt{98}$$

أي: $A = \sqrt{64x2} + 3\sqrt{49x2} - \sqrt{16x2}$

أي: $A = 7\sqrt{2} + 3 \times 4\sqrt{2} - 8\sqrt{2}$

$A = (7 + 12 - 8)\sqrt{2} = \boxed{11\sqrt{2}}$

$$B = 1)\ \frac{10}{12} + \frac{3}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} + \frac{3}{2}$$

أي: $B = \frac{10}{12} + \boxed{\frac{7}{3}} = \frac{28}{12}$

$$*)\ \frac{A^2}{33} - 3B = \frac{7}{3} - 3 \times \frac{(11\sqrt{2})^2}{3^3} = \frac{121x2}{33} - 7$$

$$\boxed{\frac{1}{3}} = \frac{231}{33} - \frac{11}{33}$$

إذن: $\frac{A^2}{33} - 3B = \frac{1}{3}$

حل التمرين الثاني:

1) نشرو تبسيط العبارة E:

$$E = 10^2 - (x - 2)^2 - (x + 8)$$

أي: $E = 100 - (x^2 - 4x + 4) - x - 8$

أي: $E = 100 - x^2 + 4x - 4 - x - 8$

و منه: $\boxed{E = -x^2 + 3x + 88}$

2) تحليل العبارة:

$$10^2 - (x^2 - 2) = [10 - (x - 2)]\ [10 + (x - 2)]$$

$$= (10 - x + 2)(10 + x - 2)$$

$$\boxed{= (12 - x)(8 + x)}$$

و منه: $E = (12 - x)(8 + x) - (x + 8)$

$E = (8 + x)[(12 - x) - 1]$

$$E = (8 + x)(11 - x)$$

3) حل المعادلة: $(8 + x)(11 - x) = 0$

إما: $11 - x = 0$ و منه: $x = 11$

أو: $8 + x = 0$ و م $x = -8$

حل التمرين الثالث:

1) حل الجملة: $\begin{cases} 4x + 5y = 105 \\ 6x + 4y = 112 \end{cases}$

و منه: $\begin{cases} 4x + 5y = 105 \longrightarrow x(-4) \\ 6x + 4y = 112 \longrightarrow x5 \end{cases}$

$\begin{cases} -16x + -20y = 420 \\ 30x + 20y = 560 \end{cases}$

بالجمع نجد:

$14x = 140$

و منه: $x = \frac{140}{14} = 10$

بالتعويض في المعادلة (1) نجد:

$4 \times 10 + 5y = 105$

ومنه: $40 + 5y = 105$

و منه: $5y = 105 - 40 = 65$

و منه: $y = \frac{65}{5} = 13$

إذن: (10, 13)حلا للجملة.

2) نفترض ثمن الكراس الواحد هو x و ثمن القلم الواحد هو y.

فيكون: $\begin{cases} 4x + 5 = 105 \\ 3x + 2y = 56 \end{cases}$

و هذه الجملة مكافئة للجملة السابقة و منه:

$x = 10$ , $y = 13$

إذن ثمن الكراس هو 10DA و ثمن القلم هو 13DA.

حل التمرين الرابع:

لدينا: $AB = 4,5$

$BC = 7,5$

حساب AC:

$AC^2 + AB^2 = BC^2$

أي: $AC^2 = BC^2 - AB^2$

أي: $AC^2 = (7,5)^2 - (4,5)^2$

أي: $AC^2 = 56,25 - 20,25$

أي: $AC^2 = 36$

ومنه: $AC = \sqrt{36}$ = 6

3) حساب $\sin A\hat{C}B$:

$\sin A\hat{C}B = \frac{AB}{BC} = \frac{4,5}{7,5}$ = 0,6

الجزء الثاني:

حل المسألة:

1) إتمام الجدول:

| | | | |
|---|---|---|---|
| المسافة(Km) | 60 | 144 | 340 |
| التسعيرة الأولى (DA) | 900 | 2160 | 5100 |
| التسعيرة الثانية(DA) | 1620 | 2628 | 4980 |

أ- التعبير عن $y_1$ و $y_2$ بدلالة x:

$$y_1 = 15\,x$$

$$y_2 = 12\,x + 900$$

ب) حل المتراجحة: $15x > 12x + 900$

أي: $15\,x - 12\,x > 900$

أي: $3x > 900$

و منه: $x > \frac{900}{3}$

أي: $\boxed{x > 300}$

كل الأعداد الأكبر تماما من 300 حلا للمتراجحة.