السنة 4 متوسط

# المختصّ في الرّياضيات

سنة الدراسية 2019/2020


من إعداد الأستاذ : ش .قبايلي

# شكر و تقدير

كل الشكر و الثناء تلاميذ متوسطة حي واد النيل البوني عنابة على كل مجهوداتهم المبذولة في طور المتوسط .

يسرني أن أوجه شكري لكل من نصحني أو أرشدني أو وجهني أو ساهم معي في إعداد هذا الملخص بإيصالي للمراجع والمصادر المطلوبة في أي مرحلة من مراحله، كما أن شكري موجه لأستاذتين الفاضلتين ن . حمادي و ع . خليفي ، ولمفتش المادة السيد إبراهيم جندلي ﴿ مفتش مقاطعة الرابعة ﴾ ودعمه للمجهودات المبذولة من قبل أساتذتنا الكرام لتوفير أفضل بيئة لتدريس المادة الرياضيات في أفضل الأحوال

الأستاذ :

ش . قبايلي

# الميدان

# أنشطة عددية

متوسطة حي واد النيل البوني

ش . قبايلي

**لإيجاد القاسم الأكبر المشترك PGCD للعددين $a$ و $b$ نتبع الخطوات التالية (حيث $a > b$ ) :**

❖ خوارزمية إقليدس :

1) نجز عملية القسم الإقليدية لـ $a$ على b نسمي الباقي $r_1$ و الحاصل $q_1$ .

2) نجز عملية القسمة الإقليدية لـ $b$ على $r_1$ نسمي الباقي $r_2$ و الحاصل $q_2$ . وهكذا يكون PGCD لـ $b$ و $a$ آخر باقي غير معدوم .

**مثال : أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1078 و 322 باستعمال خوارزمية اقليدس**

| | $a$ | $b$ | الباقي |
|---|---|---|---|
| 1 | 1078 | 322 | 112 |
| 2 | 322 | 112 | 98 |
| 3 | 112 | 98 | 14 |
| 4 | 98 | 14 | 0 |

$$1078 = 3 \times 322 + 112$$
$$322 = 2 \times 112 + 98$$
$$112 = 1 \times 98 + 14$$
$$98 = 14 \times 7 + 0$$

$$\boldsymbol{PGCD(1078; 322) = 14}$$

**للإثبات أن عددان هما أوليان فيما بينهما ، نتبع الخطوات التالية**

1) نحسب PGCD لهذين العددين .

2) إذا كان PGCD يساوي 1 ، فنقول عن العددين أنهما اوليان فيما بينهما .

**مثال : اثبت أن العددان 19 و 27 أوليان فيما بينهما**

| | $a$ | $b$ | الباقي |
|---|---|---|---|
| 1 | 27 | 19 | 8 |
| 2 | 19 | 8 | 3 |
| 3 | 8 | 3 | 2 |
| 4 | 3 | 2 | 1 |
| 5 | 2 | 1 | 0 |

$$27 = 19 \times 1 + 8$$
$$19 = 8 \times 2 + 3$$
$$8 = 3 \times 2 + 2$$
$$3 = 2 \times 1 + 1$$
$$2 = 1 \times 2 + 00$$

$$\boldsymbol{PGCD(27; 19) = 1}$$

**للحصول على كسر غير قابل للإختزال مباشرة بعد عملية اختزال واحدة ، نتبع الخطوات التالية :**

1) نحسب PGCD لكل من البسط و المقام

2) نقسم كلا من البسط و المقام على PGCD

3) تحقق كلا من البسط و المقام لكسر المختزل انهما عددان اوليان فيما بينهما .

**مثال : اختزل الكسر $\frac{60}{45}$ ليصبح كسر غير قابل للإختزال**

بعد اتباع الخطوات السابقة نجد أن : $PGCD(60\,;45) = 15$

و منه : $\frac{60}{45} = \frac{4\times15}{3\times15} = \frac{4}{3}$ و بما أن : $PGCD(4\,;3) = 1$

فإن : $\frac{4}{3}$ غير قابل للإختزال .

## تذكير بالمكتسبات القبلية

$$\frac{a}{k} - \frac{b}{k} = \frac{a-b}{k} \qquad \frac{a}{k} + \frac{b}{k} = \frac{a+b}{k}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{d} = \frac{ad-bc}{cd} \qquad \frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad+bc}{cd}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \qquad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c} \qquad \frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$$

**مثال 01 :** أحسب العبارة التالية ثم اختزل ان أمكنك ذلك

$$A = \frac{2}{7} - \frac{3}{7} \times \frac{8}{21} = \frac{6}{49}$$

**مثال 01 بالآلة الحاسبة :**

1) لكتابة الكسر $\frac{2}{7}$

اضغط على رقم 2 ثم على $a\,b/c$ ثم على رقم 7

2) اضغط على $-$ زر عملية الطرح

3) لكتابة الكسر $\frac{3}{7}$

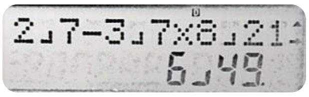
اضغط على رقم 3 ثم على $a\,b/c$ ثم على رقم 7

4) اضغط على $\times$ زر عملية الضرب

5) لكتابة الكسر $\frac{8}{21}$

اضغط على رقم 8 ثم على $a\,b/c$ ثم على رقم 21

6) اضغط على زر $=$




**مثال 02 :** أحسب العبارة التالية ثم إختزل ان أمكنك ذلك

$$B = \left(\frac{7}{6} - \frac{3}{4}\right) \times \frac{4}{5} = \frac{1}{3}$$

**مثال 02 بالآلة الحاسبة :**

1) اضغط على زر القوس

2) لكتابة الكسر $\frac{7}{6}$

اضغط على رقم 7 ثم على $a\,b/c$ ثم على رقم 6

3) اضغط على زر عملية الطرح

4) لكتابة الكسر $\frac{3}{4}$

اضغط على رقم 3 ثم على $a\,b/c$ ثم على رقم 4

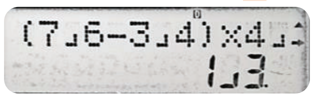
5) اضغط على زر القوس الآخر

6) اضغط على زر عملية الضرب

7) لكتابة الكسر $\frac{4}{5}$

اضغط على رقم 4 ثم على $a\,b/c$ ثم على رقم 5

8) اضغط على زر $=$




**مثال 03 :** أحسب مايلي :

$$1 + \frac{15}{16} = \frac{31}{16}$$

**مثال 03 بالآلة الحاسبة :**

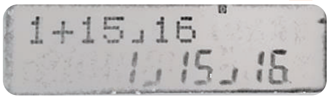
1) اضغط على رقم 1

2) اضغط على $+$ زر عملية الجمع

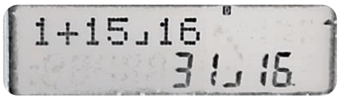
3) لكتابة الكسر $\frac{15}{16}$

اضغط على رقم 15 ثم على $a\,b/c$ ثم على رقم 16

4) اضغط على $=$ فتظهر على الشاشة مايلي ، معناها : $1 + \frac{15}{16}$




5) اضغط على Shift ثم على $a\,b/c$ ، فتظهر :




**مثال 04 :** أكتب على شكل : $a + \frac{b}{c}$

$$\frac{5175}{3825} + \frac{19}{17} = 2 + \frac{8}{17}$$

**مثال 04 بالآلة الحاسبة :**

1) لكتابة الكسر $\frac{5175}{3825}$

نكتب العدد 5175 ثم اضغط على $a\,b/c$ ثم نكتب 3825

2) اضغط على $+$ زر عملية الجمع

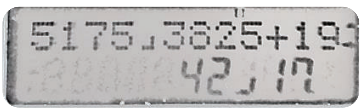
3) لكتابة الكسر $\frac{19}{17}$

نكتب العدد 19 ثم اضغط على $a\,b/c$ ثم نكتب 17

4) اضغط على زر $=$

5) فتظهر على الشاشة مايلي ، معناها : $2 + \frac{8}{17}$


6) اضغط على Shift ثم على $a\,b/c$ ، فتظهر الكسر مبسط :



**مثال 05 :** أحسب ( 836 ; 1938) PGCD

$$PGCD\,(1938\,;836\,) = 38$$

**مثال 05 بالآلة الحاسبة :**

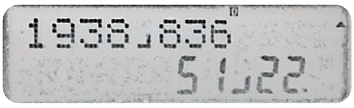
1) لكتابة الكسر $\frac{1938}{836}$

نكتب العدد 1938 ثم اضغط على $a\,b/c$ ثم نكتب 836

2) اضغط على =

3) فتظهر على الشاشة مايلي ، معناها : $2+\frac{7}{22}$


4) اضغط على Shift ثم على $a\,b/c$ ، فتظهر :




5) ثم نكتب :

$51 \div 1938$ أو $22 \div 836$ و اضغط على =

6) تحصل على PGCD هو : 38

**مثال 06 :** بين أن العددان أوليان فيما بينهما

$$PGCD\,(22\,;15) = 1$$

**مثال 06 بالآلة الحاسبة :**

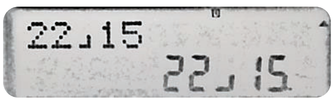
1) لكتابة الكسر $\frac{22}{15}$

نكتب العدد 22 ثم اضغط على $a\,b/c$ ثم نكتب 15

2) اضغط على =

3) فتظهر على الشاشة مايلي ، معناها : $1+\frac{7}{15}$


4) اضغط على Shift ثم على $a\,b/c$ ، فتظهر :




5) ظهور نفس النتيجة ، معناه أن العددان أوليان فيما بينهما .

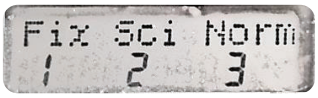
**مثال 07 :** أعط الكتابة العلمية لـ A ، بتقريب $10^{-3}$

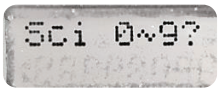
$$A = 5,2\times10^{-3} + 6,4\times10^{-2} + 0,0034$$
$$A = 7,26\times10^{-2}$$

**مثال 07 بالآلة الحاسبة :**

1) لتحديد القيمة المقربة نتبع الخطوات التالية :

- اضغط على زر Mode 3 مرات متتابعة
- اضغط على رقم 2 ، لإختيار الكتابة العلمية
- اضغط على رقم 3 ، لتحديد أرقام بعد الفاصلة




2) اكتب 5,2 ثم اضغط على زر عملية الضرب

3) اكتب 10 ثم اضغط على زر ٨ بعدها زر (-) ثم رقم 3

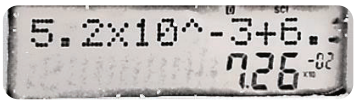
4) اضغط على زر عملية الجمع ثم اكتب 6,4

5) اضغط على زر عملية الضرب

6) اكتب 10 ثم اضغط على زر ٨ بعدها زر (-) ثم رقم 2

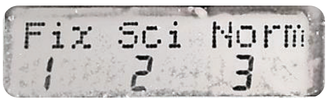
7) اضغط على زر عملية الجمع ثم اكتب 0,0034

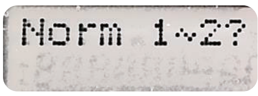
8) اضغط على زر = ، لإظهار النتيجة التالية :




9) لإرجاع الآلة الحاسبة كما كانت ، نتبع الخطوات التالية :

- اضغط على زر Mode 3 مرات متتابعة
- اضغط على رقم 3 ، لإختيار الكتابة العادية
- اضغط على رقم 2 .




**ملاحظة :**

- يمكنك كتابة العملية ( كما هو موضح في الخطوات السابقة ) ثم تحويل النتيجة من الكتابة العشرية إلى الكتابة العلمية بنفس الطريقة السابقة .
- عند كتابة عملية انتظر قليلا قبل الضغط على زر =

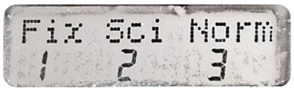
**مثال 08 :** أعط الكتابة العلمية لـ B بتقريب إلى $10^{-3}$

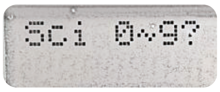
$$B = \frac{5\times 10^2 + 3\times 10^3}{1,4\times 10^{-4}} = \mathbf{2,50\times 10^7}$$

**مثال 08 بالآلة الحاسبة :**

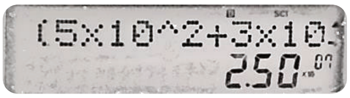
1) لتحديد القيمة المقربة نتبع الخطوات التالية :

- اضغط على زر **Mode** 3 مرات متتابعة
- اضغط على رقم 2 ، لإختيار الكتابة العلمية
- اضغط على رقم 3 ، لتحديد أرقام بعد الفاصلة



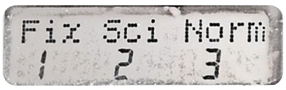


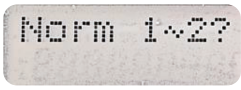

2) اضغط على زر **القوس** ، لكتابة البسط كاملا
3) اكتب **5** ثم اضغط على زر عملية **الضرب**
4) اكتب **10** ثم اضغط على زر **^** ثم رقم **2**
5) اضغط على زر عملية **الجمع** ثم اكتب **3**
6) اضغط على زر عملية **الضرب**
7) اكتب **10** ثم اضغط على زر **^** ثم رقم **3**
8) اضغط على زر **القوس** الآخر .
9) اضغط على زر عملية **القسمة** ، لتعويض خط الكسر
10) اضغط على زر **القوس** ، لكتابة المقام كاملا
11) اكتب **1,4** ثم اضغط على زر عملية **الضرب**
12) اكتب **10** ثم اضغط على زر **^** بعدها زر **(-)** ثم رقم **4**
13) اضغط على زر **القوس** الآخر
14) اضغط على زر **=** ، لإظهار النتيجة التالية :




15) لإرجاع الآلة الحاسبة كما كانت ، نتبع الخطوات التالية :

- اضغط على زر **Mode** 3 مرات متتابعة
- اضغط على رقم **3** ، لإختيار الكتابة العادية
- اضغط على رقم **2** .






**تمارين محلولة** ﴿ استخدام الآلة الحاسبة لتحقق من الاجابات ﴾

❖ أحسب ثم بسط الناتج :

$$A = \frac{7}{8} - \frac{8}{10} = \mathbf{\frac{3}{40}} \quad | \quad B = \frac{3}{2} + \frac{10}{2} = \mathbf{\frac{13}{2}}$$

$$C = \frac{10}{6} + 1 = \mathbf{\frac{8}{3}} \quad | \quad D = 7 - \frac{1}{2} = \mathbf{\frac{13}{2}}$$

$$E = -\frac{4}{5}\times\left(-\frac{13}{6} - \frac{13}{5}\right) = \mathbf{\frac{286}{75}}$$

$$F = \frac{9}{4} + \frac{21}{20}\times\frac{1}{3} = \mathbf{\frac{13}{5}}$$

❖ أحسب العبارات التالية ثم أكتب النتائج كتابة علمية بتقريب إلى $10^{-2}$ :

$$A = \frac{0{,}12\times 10^4\times 8{,}1\times 10^5}{720\times 10^{-16}} = \mathbf{1,35\times 10^{22}}$$

$$B = 0{,}04047\times 1{,}6605\times 10^{-27} = \mathbf{6,72\times 10^{-29}}$$

❖ أحسب PGCD لكل من :

$$PGCD(11305; 606165) = \mathbf{35}$$

$$PGCD(26845\,; 65260) = \mathbf{65}$$

$$PGCD(48650\,; 202545) = \mathbf{35}$$

# تمارين : الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة



**التمرين 01**

أحسب القاسم المشترك الأكبر للحالتين مع كتابة مجموعة قواسمها :

الحالة الأولى 36 و 54 ؛ الحالة الثانية : 63 و 64

**التمرين 02**

بدون حساب اشرح لماذا العددين التاليين غير أولين فيما بينهما

للحالتين : 218 و 162 ، 21 و 18

**التمرين 03**

انجز القسمة الإقليدية لـ 5885 على 753

انقل و أتمم : $PGCD(5885\,;753\,) = PGCD(753\,;\dots)$

**التمرين 04**

نريد حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 288 و 84

باستعمال طريقة اقليدس ( القسمات المتتالية )

انقل و اتمم الجدول الآتي :

| المراحل | A | B | الباقي |
|---|---|---|---|
| 1 | 288 | 84 | ... |
| 2 | 84 | ... | ... |
| 3 | ... | ... | 0 |

- استنتج $PGCD(288;84)$

**التمرين 05**

أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1515 و 1789

بإستعمال طريقة إقليديس

**التمرين 06**

أوجد كسر غير قابل للإختزال للكسر : $\frac{2332}{47223}$

**التمرين 07**

نريد تجميع 161 قلم أحمر و 133 قلم أزرق في علب بحيث تحتوي على علبة يكون فيها أقلام من نفس النوع و كل علبة تحتوي على نفس العدد من الأقلام

- ما هو عدد أقلام في كل علبة ؟
- ما هو عدد علب لكل نوع من الاقلام ؟

**التمرين 08**

1) احسب القاسم المشترك الأكبر لـ 1317 ; 1756

2) بائع أزهار تلقى 1756 زهرة بيضاء و 1317 زهرة حمراء .
أراد إنجاز باقات ورد متطابقة . ( نفس عدد الأزهار و نفس توزيع الوان الأزهار ) بإستعمال كل الزهور .
- ما هو العدد الأكبر للباقات المتطابقة ؟ ( مع الشرح )
- ما هو توزيع في كل باقة ؟

**التمرين 09**

كتابين يحويان 480 و 608 صفحات يتكون كل كتاب من أجزاء لها نفس عدد صفحات المحصورة بين 30 و 50 صفحة

- ما هو عدد صفحات كل جزء ؟
- ماهو عدد أجزاء كل كتاب ؟

**التمرين 10**

1) احسب $PGCD(17424\,;7744)$

2) استنتج بدون استعمال الآلة الحاسبة :
- الجذر التربيعي لـ 7744 و 17424
- الكسر الغير قابل للإختزال : $\frac{17424}{7744}$

**التمرين 11**

نعتبر العدد A ، حيث : $A = \frac{20755}{9488} - \frac{3}{8}$

1) احسب PGCD للعددين 20755 و 9488

2) اكتب العدد A على شكل كسر غير قابل للإختزال

3) هل العدد A عشري ؟ هل هو عدد ناطق ؟ علل إجابتك

**التمرين 12**

لِصاحب مكتبة 1631 كراس و 932 قلم ، يريد وضع تلك الادوات في علب متماثلة

1) ما هو أكبر عدد من العلب يُمكن تكوينها ؟

2) ما هو عدد الأقلام و عدد الكراريس في كل عُلبة ؟

# تمارين : الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة

**التمرين 13**

1) عين $PGCD\,(108;135)$

2) مجموعة أقلام تتكون من 108 قلم أزرق و 135 قلم أحمر ،
نريد وضع تلك الاقلام في علب بحيث :
- كل العلب تضم نفس العدد من الأقلام الزرقاء
- كل العلب تضم نفس العدد من الأقلام الحمراء
- نستعمل كل الأقلام الزرقاء و كل الأقلام الحمراء

أ) ما هو أكبر عدد من العلب التي يمكن تكوينها ؟

ب) ما هو عدد الأقلام الزرقاء و عدد الأقلام الحمراء في كل علبة ؟

**التمرين 14**

1) أحسب $PGCD(1100\,;880)$

2) بناء يريد تبليط قاعة مستطيلة الشكل طولها $11$ m و عرضها $8{,}8$ m . لأجل ذلك جلب له المالك بلاطات متماثلة و مربعة الشكل .

3) ماهو أكبر عدد من البلاطات التي يمكن استعمالها ؟

**التمرين 15**

1) عين طريقة من إختيارك لحساب $PGCD(5148;1386)$

2) استعمل نتيجة السؤال السابق لكتابة الكسر $\frac{5148}{1386}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال .

**التمرين 16**

1) هل العددين 756 و 441 أوليين فيما بينهما ؟ علّل إجابتك

2) هل الكسر $\frac{756}{441}$ غير قابل للإختزال ؟ إذا كان لا ، أكتبه على شكل غير قابل للإختزال مع التوضيح بالحساب .

3) أحسب المجموع D حيث : $D=\frac{756}{441}+\frac{19}{21}$

**التمرين 17**

1) اجعل الكسرين التاليين غير قابلين للإختزال ، و ذلك بإستعمال قواعد قابلية القسمة : $\frac{180}{210}$ ، $\frac{240}{105}$

2) اجعل الكسرين التاليين غير قابلين للإختزال ، و ذلك بعد حساب القاسم المشترك الاكبر لبسط و مقام كل منهما بإستعمال خوارزمية إقليديس : $\frac{4862}{2145}$ ، $\frac{3450}{759}$

**التمرين 18**

بائع البيتزا ، يحضرها على إناء مستطيل الشكل طوله 99 cm و عرضه 55 cm . قبل بيعها يقطعها إلى قطع مربعة الشكل ، حيث طول ضلع المربع هو عدد طبيعي بـ cm .

- ما هو أكبر عدد من القطع التي يمكن تقطيعها دون ضياع ؟

**التمرين 19**

عمي علي فلاح ، يملك حقل نخيل مستطيل الشكل طوله 135 m و عرضه 39 m يريد تسييجها .
لهذا الغرض قام بتثبيت أعمدة متساوية المسافة عن بعضها البعض ، حيث تكون هذه المسافة عدد طبيعي أكبر من 2 متر .
بالإضافة إلى ذلك يضع عمود في كل ركن من أركان الحقل .

1) ما هي المسافة الفاصلة بين كل عمودين ؟

2) ما هو عدد الأعمدة ؟

**التمرين 20**

بمتوسطة يريد المدير تنظيم دورة رياضية للتلاميذ بمناسبة يوم العلم، لذلك كلف استاذ الرياضة البدنية بتنظيمها . حيث قام الاستاذ بتشكيل أكبر عدد ممكن من الفرق المتماثلة .
علمًا بأن المتوسطة بها 294 تلميذ و 210 تلميذة

1) ما هو أكبر عدد ممكن من الفرق التي يمكن تشكيلها ؟

2) ماهو عدد كل من التلاميذ و تلميذات في كل فريق ؟

**التمرين 21**

أحمد يريد تبليط رِواق منزله مستطيل الشكل طوله $5,18\ m$ و عرضه $1,85\ m$ ببلاطات مُربعة الشكل ، حيث طول ضلع المربع أكبر ما يُمكن .

- أحسب طول ضلع المربع .

**التمرين 22**

نظرا لحرارة فصل الصيف بولاية عنابة ، أرادت مديرة متوسطة حي واد النيل ببلدية البوني و بالتعاون مع جميعية أولياء التلاميذ تنظيم رحلة لـ 315 تلميذ مرفقين بـ 42 من موظفي المؤسسة إلى مدينة ساحلية .

1) كيف يُمكننا تشكيل مجموعات بها نفس العدد من التلاميذ و نفس العدد من الموظفين ؟ أ عط كل الحلول الممكنة ؟

**التمرين 23**

بائع الأدوات الكهرومنزلية لديه 180 مصباح يدوي و 405 بطارية لهذه المصابيح ، يريد أن يكون علباً متماثلة من حيث : عدد المصابيح و عدد البطاريات ، بحيث يستعمل كل المصابيح و كل بطاريات .

1) ما هو أكبر عدد ممكن من العلب التي يمكن تشكيلها ؟
2) ما هو عدد المصابيح و عدد البطاريات في كل علبة ؟
3) نستعمل بطارية واحدة لكل مصباح ، ماهو عدد بطاريات الغيار في كل علبة ؟

**التمرين 24**

نريد ملئ دلوين بالماء سعة الدلو الأول هي : 18 لتر و الدلو الثاني سعته 15 لتر و ذلك بإستعمال دلو سعته $x$ لتر . $x$ عدد طبيعي .

1) ما هي أكبر قيمة للعدد $x$ ؟ يفرغ هذا الدلو كليا كل مرة
2) كم مرة إستعملنا هذا الدلو لملئ الدلو الأول ؟ و الدلو الثاني ؟

**التمرين 25**

بائع أزهار أحضر 540 وردة و 360 زهرة الڤحوان ، أراد أن يصنع بكل هذه الأزهار باقات متماثلة ، كل باقة تحتوي على عدد معين من الأزهار و عدد آخر من الأڤحوان .

1) ماهو أكبر عدد من الباقات التي يمكن الحصول عليها ؟

إذا علمت أن ثمن كل وردة هو $50\ DA$ و كل أڤحوانة $30\ DA$

2) أحسب ثمن باقة واحدة .

**التمرين 26**

أبعاد صندوق متوازي المستطيلات هي : $36\ cm$ ، $48\ cm$ و $60\ cm$ . نريد أن نملأه بمكعبات لها نفس البعد $x$ . حيث $x$ عدد طبيعي .

1) جِد $x$ حتى يكون عدد المكعبات التي تملأ الصندوق أصغر ما يمكن ؟

**التمرين 27**

نريد غرس أشجار على محيط حديقة مثلثة الشكل ، على أن توجد شجرة في كل ركن من أركان الحديقة ، و أن تكون المسافة التي تفصل الاشجار المتجاورة متقايسة .

1) إذا علمت أن الأبعاد الثلاثة للحديقة هي : $42\ m$ ، $70\ m$ ، $98\ m$ . فأحسب أكبر مسافة d تفصل بين شجرتين متجاورتين .
2) ماهو عدد الأشجار a التي يمكن غرسها على محيط الحديقة ؟

**التمرين 28**

نصف قطر كرة الارضية $R \approx 6400\ Km$ و المسافة بين الشمس و الأرض تقدر بـ : $D = 1,50 \times 10^6\ Km$ ، ينتشر الضوء من الشمس إلى الأرض بسرعة ثابتة مقدرة بـ :

$$C = 3 \times 10^5\ Km/s.$$

1) أحسب بالثواني الزمن (t) الذي يستغرقه الضوء بقطع المسافة D بين الشمس و الأرض .

### خواص جذور التربيعية

| | |
|---|---|
| $\sqrt{a^2} = a$ | $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ |
| $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$ | $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ |
| $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$ | $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ |

$$\sqrt{ab^2} = \sqrt{a} \times \sqrt{b^2} = b\sqrt{a}$$

### لحل المعادلات من الشكل $x^2 = a$ ، نتبع مايلي:

1) إذا كان $a > 0$ فإن المعادلة لها حلان : $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$
2) إذا كان $a = 0$ فإن المعادلة لها حل وحيد هو 0
3) إذا كان $a < 0$ فإن المعادلة ليس لها حل

**مثال : حل المعادلة $x^2 = 7$ و $x^2 = -4$**

بما أن $7 > 0$ فإن المعادلة لها حلان هما : $\sqrt{7}$ و $-\sqrt{7}$

بما أن $-4 < 0$ فإن المعادلة ليس لها حل

### لتبسيط العدد غير الناطق $\sqrt{a}$ ، نتبع الخطوات التالية :

1) نكتب العدد $a$ على شكل جداء مربع تام أي: $a = b^2 \times c$
2) نستعمل خواص الجذور التربيعية المذكورة أعلاه ، لكتابته على شكل $c\sqrt{b}$

**مثال : كتابة على الشكل $a\sqrt{b}$ العدد $\sqrt{50}$ حيث :**
**$a$ و $b$ عددان طبيعيان و $b$ أصغر عدد ممكن**

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{5^2 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

### لتبسيط مجموعة جذور، نتبع مايلي:

1) نكتب إن أمكن كل جذر على الشكل $a\sqrt{b}$
2) نستخرج $\sqrt{b}$ كعامل مشترك بإستخدام الخاصية التوزيعية

**مثال : بسط العبارة التالية $\sqrt{50} + \sqrt{98}$**

لدينا : $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

$\sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2} = \sqrt{49} \times \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

ومنه : $\sqrt{50} + \sqrt{98} = 5\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = \sqrt{2}\,(7+5)$

$= 12\sqrt{2}$

### لجعل مقام النسبة $\dfrac{a}{\sqrt{b}}$ عددا ناطقا

1) نقوم بضرب كلا من البسط و المقام النسبة في $\sqrt{b}$
2) نقوم بعد ذلك بتبسيط الكسر ان أمكن ذلك

**مثال : اكتب على شكل كسر مقامه عدد ناطق $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$**

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

### تذكير بالمكتسبات القبلية

| | |
|---|---|
| $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ | $(a^n)^m = a^{(n\times m)}$ |
| $a^n \times a^m = a^{n+m}$ | $(ab)^n = a^n \times b^n$ |
| $a^0 = 1$ | $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ |
| $1^n = 1$ | $a^1 = a$ |

**مثال 01 : أكتب و أكمل :**

$$\sqrt{49} = \sqrt{(7)^2} = 7 \quad ; \quad \sqrt{13} = \sqrt{13}$$

**مثال 01 بالآلة الحاسبة :**

1) لكتابة $\sqrt{49}$

اضغط على رمز $\sqrt{\ }$ ثم أكتب العدد 49

2) اضغط على زر = ، فتظهر لك القيمة المضبوطة التالية :

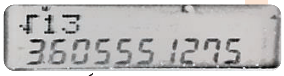

3) معناه أن العدد 49 مضاعف للعدد 7 ، أي :

$$7 \times 7 = 7^2 = 49$$

4) لكتابة $\sqrt{13}$

اضغط على رمز $\sqrt{\ }$ ثم أكتب العدد 13

5) اضغط على زر = ، فتظهر لك القيمة المقربة التالية :




6) معناه أن العدد 13 ليس مضاعفاً لأي عدد .

**مثال 02 : أكتب على الشكل $a\sqrt{b}$**

$$\sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5} = 6\sqrt{5}$$

**مثال 02 بالآلة الحاسبة :**

1) لكتابة $\sqrt{180}$

اضغط على رمز $\sqrt{\ }$ ثم على العدد 180

2) اضغط على زر = ، فتظهر لك القيمة المقربة التالية :


3) لكي نُحدد جُداء مربع التام نتبع مايلي :

- نُجري القسمة للعدد 180 على الأعداد الطبيعية من 2 إلى 13.
- إذا كان حاصل القسمة قيمة مضبوطة ، اضغط على رمز $\sqrt{\ }$ ثم على زر ANS .
- إذا تحصلت على قيمة مضبوطة أيضاً ، فيمكنك كتابة 180 على شكل جداء مربع التام $180 = 36 \times 5 = 6^2 \times 5$.

ملاحظة

إذا كان حاصل القسمة قيمة مقربة ، فيمكنك تخطي المراحل الأخرى .

**مثال 03 : بسط العبارة التالية :**

$$A = \sqrt{125} + \sqrt{45} = 8\sqrt{5}$$

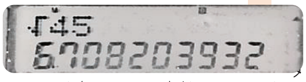
**مثال 03 بالآلة الحاسبة :**

1) نحدد جُداء مربع التام للعدد 45 بما أنه أصغر جذر تربيعي

2) لكتابة $\sqrt{45}$

اضغط على رمز $\sqrt{\ }$ ثم على العدد 45

3) اضغط على زر = ، فتظهر لك القيمة المقربة التالية :




4) لكي نُحدد جُداء مربع التام نتبع مايلي :

- نُجري القسمة للعدد 45 على الأعداد الطبيعية من 2 إلى 7.
- إذا كان حاصل القسمة قيمة مضبوطة ، اضغط على رمز $\sqrt{\ }$ ثم على زر ANS .
- إذا تحصلت على قيمة مضبوطة أيضاً ، فيمكنك كتابة 45 على شكل جداء مربع التام $45 = 9 \times 5 = 3^2 \times 5$.
- نجري القسمة للعدد 125 على 5 ، تحصل على جداء مربع التام الثاني : $125 = 25 \times 5 = 5^2 \times 5$

**مثال 04 : أكتب الناتج على أبسط شكل :**

$$\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{20}} = \sqrt{\frac{180}{20}} = 3$$

**مثال 04 بالآلة الحاسبة :**

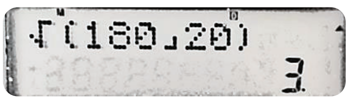
1) لكتابة الكسر $\sqrt{\frac{180}{20}}$

اضغط على رمز $\sqrt{\ }$ ثم على زر القوس

نكتب العدد 180 ثم نضغط على $a\,b/c$ ثم نكتب 20

ثم نضغط على زر القوس الآخر .

2) اضغط على زر = ، فتظهر لنا القيمة المضبوطة التالية :



**مثال 05 : أكتب الناتج على أبسط شكل :**

$$\frac{\sqrt{44}}{2} = \sqrt{\frac{44}{4}} = \sqrt{11} \quad | \quad \frac{\sqrt{44}}{2} = \frac{\sqrt{4\times 11}}{2} = \frac{2\sqrt{11}}{2} = \sqrt{11}$$

**مثال 05 بالآلة الحاسبة : ﴿ الطريقة الأولى ﴾**

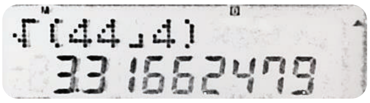
1) لكتابة الكسر $\sqrt{\frac{44}{4}}$

اضغط على رمز $\sqrt{\ }$ ثم على زر القوس

نكتب العدد 44 ثم اضغط على $a\,b/c$ ثم نكتب 4

ثم نضغط على زر القوس الآخر .

2) اضغط على زر = ، فتظهر لنا القيمة غير المضبوطة التالية :



3) اضغط على زر ANS ثم على زر $x^2$ لكي تحصل على مايلي :

4) معناه أن نتيجة مبسطة هي : $\sqrt{11}$

**مثال 05 بالآلة الحاسبة : ﴿ الطريقة الثانية ﴾**

1) لكتابة الكسر $\frac{\sqrt{44}}{2}$

اضغط على رمز $\sqrt{\ }$ ثم على زر ÷ ثم إضغط الرقم 2

2) اضغط على زر = ، فتظهر لنا القيمة غير المضبوطة التالية :

3) اضغط على زر ANS ثم على زر $x^2$ لكي تحصل على مايلي :

4) معناه أن نتيجة مبسطة هي : $\sqrt{11}$

ملاحظة

تحقق بإستعمال الآلة الحاسبة قبل و بعد أي عملية تبسيط

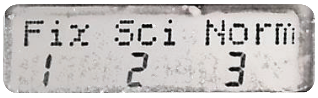
**مثال 06 : بسط مايلي**

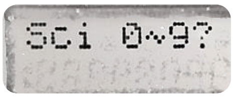
$$\sqrt{10^{-6}} = 10^{-3}$$

**مثال 06 بالآلة الحاسبة :**

1) لتحديد الكتابة العلمية نتبع الخطوات التالية :

- اضغط على زر Mode 3 مرات متتابعة
- اضغط على رقم 2 ، لإختيار الكتابة العلمية
- اضغط على رقم 1 ، لتحديد الكتابة إلى الوحدة



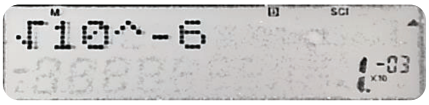


2) لكتابة $\sqrt{10^{-6}}$

اضغط على رمز $\sqrt{\ }$ ثم على العدد 10

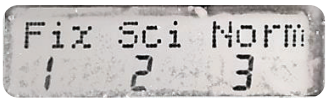
ثم اضغط على زر $\wedge$ بعدها زر (-) ثم رقم 6

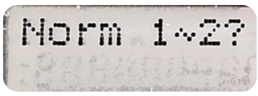
3) اضغط على زر = ، لإظهار النتيجة التالية :



4) لإرجاع الآلة الحاسبة كما كانت ، نتبع الخطوات التالية :

- اضغط على زر Mode 3 مرات متتابعة
- اضغط على رقم 3 ، لإختيار الكتابة العادية
- اضغط على رقم 2 .





# تمارين : الحساب على الجذور التربيعية

**التمرين 01**

أعط مربع مضاعف الجذر التربيعي النصف لكل من الأعداد التالية ( إستعمل الآلة الحاسبة )

$$10^{-2} \;;\quad 0{,}006 \;;\quad 10^2 \;;\quad 25$$

**التمرين 02**

احسب بدون استعمال الآلة الحاسبة

$$\sqrt{\frac{25}{16}} \;;\quad \sqrt{0{,}09} \;;\quad \sqrt{6400} \;;\quad \sqrt{121}$$

**التمرين 03**

بسط العبارات التالية :

$$A = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} \;;\; B = 9\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$$

**التمرين 04**

بسط العبارات التالية :

$$A = 3\sqrt{2} - 5\sqrt{3} + \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$
$$B = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{5}$$

**التمرين 05**

ABC مثلث قائم في A حيث : $AB = 4cm \;;\; AC = 3cm$

- احسب طول الضلع BC

**التمرين 06**

ABCD مستطيل حيث : $AB = \sqrt{5} \;; BC = 2 + \sqrt{5}$

- احسب محيط ثم مساحة هذا المستطيل

**التمرين 07**

أنشر و بسط مايلي :

$$B = \sqrt{2}(\sqrt{2} + 5) \;;\; A = 7(2 + \sqrt{5})$$
$$D = (1 - \sqrt{7})(1 + \sqrt{7}) \;;\; C = (2 - \sqrt{3})^2$$

**التمرين 08**

انشر العبارات التالية :

$$B = (x\sqrt{5} + 2)(x\sqrt{5} - 2) \;;\; A = (x + \sqrt{2})^2$$

**التمرين 09**

حلل العبارات التالية :

$$B = x^2 - 5 \;;\; A = x^2 - 4$$

**التمرين 10**

قرص مساحته $15\ cm^2$

- أحسب نصف قطره
- أعطِ المدور إلى mm لنصف قطره .

**التمرين 11**

أكتب بدون رمز الجدر التربيعي مايلي :

$$B = \sqrt{\frac{0{,}7}{27}} \times \sqrt{\frac{70}{3}} \;;\; A = \sqrt{27} \times \sqrt{3}$$

**التمرين 12**

أكتب مايلي على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدد طبيعي :

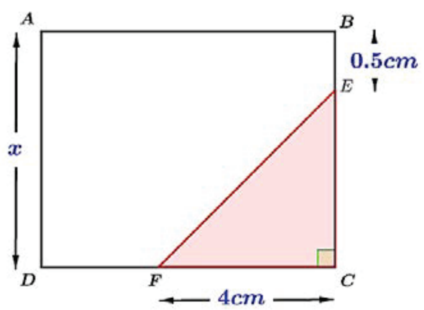
$$B = \sqrt{80} \;;\; A = \sqrt{72}$$

**التمرين 13**

أكتب $\sqrt{720}$ و $\sqrt{125}$ على الشكل : $a\sqrt{b}$

إستنتج كتابة مبسطة لـ : $A = 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125} + \sqrt{720}$

**التمرين 14**




إليك الشكل المُقابل

( الأقياس غير حقيقية )

ABCD مُربع طول ضلعه

هو $x$ بـ cm ، EFC

مثلث قائم في C

حيث : $FC = 4\ cm$

- أحسب المساحة $S_1$ للمربع ABCD بدلالة $x$
- أحسب $S_1$ من أجل : $x = 2 + \sqrt{2}$ ( تعطى النتيجة على الشكل $a\sqrt{2} + b$ حيث : a ،b عددان طبيعيان )

**نفرض أن : $x > 1$**

- علماً أن $BC = 0{,}5\ cm$ ، أحسب بدلالة $x$ المساحة $S_2$ للمثلث EFC

لنرمز بـ S لمجموع المساحتين $S_1 + S_2$ بدلالة $x$

- تحقق أن : $S = x^2 + 2x - 1$
- أحسب S من أجل $x = 2 + \sqrt{2}$

# تمارين : الحساب على الجذور التربيعية

## التمرين 15

أنشر و بسط مايلي :

$$A=\left(4+5\sqrt{2}\right)^2+\left(2\sqrt{2}-3\right)\left(3\sqrt{2}+5\right)$$
$$B=\left(3+\sqrt{7}\right)^2-4\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)-6\sqrt{7}$$

## التمرين 16

أنقل و أكمل مايلي :

$\sqrt{36}=\cdots$ ; $\sqrt{49}=\cdots$ ; $\sqrt{121}=\cdots$ ; $3^2=\cdots$

$\sqrt{9}=\cdots$ ; $(10^3)^2=\cdots$ ; $\sqrt{10^6}=\cdots$

## التمرين 17

أحسب و اكتب النتائج على أبسط شكل ممكن لكل عدد من الأعداد التالية :

$$A=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}}\ ;\ B=\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{20}}\ ;\ C=\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{500}}\ ;\ D=\sqrt{\frac{7}{63}}$$

$$E=\sqrt{\frac{50}{9}}\ ;\ F=3\times\sqrt{\frac{25}{144}}\ ;\ G=4\times\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$H=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{64}{81}}\ ;\ I=\frac{\sqrt{44}}{2}\ ;\ J=\sqrt{\frac{36}{5}}\times\sqrt{\frac{50}{9}}$$

$$K=\sqrt{10^{-6}}\ ;\ L=\sqrt{10^{-18}}$$

## التمرين 18

اختار شعيب عدد أقل من 20 و أنقص منه 17 فتحصل على عدد $x$ مُربعه يُساوي 16 .

1) حل المُعادلة : $x^2=16$

2) ماهو العدد الذي إختاره شعيب ؟

## التمرين 19

دون استعمال الآلة الحاسبة ، أُحسب مايلي :

$$\sqrt{57+\sqrt{43+\sqrt{31+\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{3+\sqrt{1}}}}}}}}$$

## التمرين 20

نعتبر الأعداد A ، B ، C حيث :

$$A=\left(3\sqrt{5}-6\right)\left(3\sqrt{5}+6\right)$$
$$B=\left(3\sqrt{7}+5\right)\left(2-\sqrt{7}\right)-7$$
$$C=\left(\sqrt{2}+3\right)^2+\left(\sqrt{2}-3\right)^2$$

1) احسب و بسط كل عدد من الأعداد السابقة

2) حل المعادلات التالية :

$x^2-3=10$ ; $x^2+10=3$

$(x+2)^2=4x+4$

## التمرين 21

وحدة الطول هي cm و وحدة المساحة هي $cm^2$

ABC مثلث قائم في A حيث : $AB=3+\sqrt{7}$ ، و $AC=3-\sqrt{7}$

1) أحسب الطول BC

2) أحسب مساحة المثلث ABC

## التمرين 22

1) أحسب ما يلي $\frac{1+\sqrt{5}}{2}+1$ ; $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2$

2) استنتج أن العدد $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ حل للمعادلة : $x^2=x+1$

## التمرين 23

اكتب الأعداد التالية على الشكل $a\sqrt{b}$ ، حيث a ، b عددان طبيعيان ، b أبسط عدد موجب :

$$A=\sqrt{5}\times 3\sqrt{10}\ ;\ B=\sqrt{\frac{36}{5}}\times\sqrt{\frac{50}{9}}$$

$$C=2\sqrt{5}+\sqrt{125}-6\sqrt{45}$$

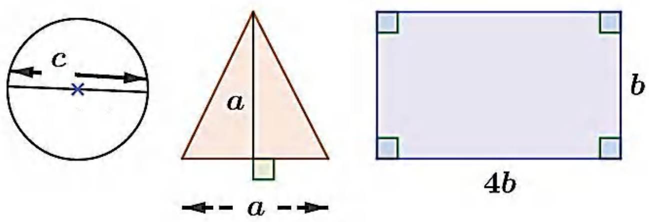
$$D=5\sqrt{27}+4\sqrt{3}-\sqrt{12}$$

$$E=\sqrt{1872}-\sqrt{325}+4\sqrt{52}$$

# تمارين : الحساب على الجذور التربيعية

## التمرين 24

أحسب الأطوال a ، b ، c بحيث يكون للمثلث و القرص و المستطيل نفس المساحة $8\,cm^2$ .




## التمرين 25

نعتبر الأعداد : $x = 1 + \sqrt{2}$ ، $y = 1 - \sqrt{2}$ و $z = 3 - \sqrt{2}$ .

نضع : $A = x + z - y$ ، $B = xyz$ ، $C = \frac{x-z}{y}$

1) بين أن : A ، B يُمكن كتابتهما على الشكل : $a + b\sqrt{2}$

2) بين أن C عدد صحيح

## التمرين 26

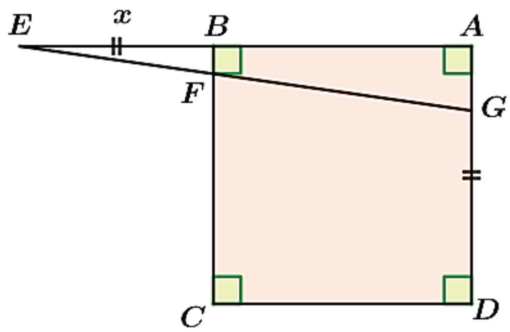
ABCD مُربع طول ضلعه 10 cm ، لتكن G نقطة من [AD] ، E نقطة من نصف المستقيم [AB) . كما هو موضح في الشكل

1) عبر عن AE ، AG بدلالة $x$

2) عبر عن EG بدلالة $x$

3) أحسب EG من أجل : $x = 0$ ، $x = 10$

4) أحسب EG من أجل : $x = 2\sqrt{7}$




## التمرين 27

ABC مثلث متقايس الأضلاع ، طول الضلع 4cm ، AH الإرتفاع المتعلق بالضلع [BC] .

1) ارسم الشكل

2) بين أن H منتصف [BC] ، استنتج الطول BH

3) أحسب AH ، معطيا النتيجة على الشكل : $a\sqrt{b}$

## التمرين 28

اكتب دون رمز الجذر في المقام كلا مما يلي :

$$A = \frac{1}{\sqrt{3}} \;;\; B = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} \;;\; C = \frac{2}{\sqrt{11}} - \frac{5}{\sqrt{8}}$$

$$D = \frac{2}{\sqrt{2}+5}$$

$$E = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} \;;\; F = \frac{\sqrt{7}+1}{3-\sqrt{2}}$$

$$G = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+2} - \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{6}}$$

## التمرين 29

اكتب على الشكل $a + b\sqrt{c}$ حيث a ، b ، c أعدادا ن مع c أصغر عدد موجب مُمكن ، كِلا ممّايلي :

$$A = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{4} - 2\sqrt{2} \quad | \quad B = (\sqrt{3}+5)(\sqrt{3}-5)$$

$$C = (\sqrt{7}-11)(\sqrt{7}+11) \quad | \quad D = (\sqrt{2}+5)^2$$

$$E = (2\sqrt{7}-5)(2\sqrt{7}+5) \quad | \quad H = (\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$$

$$G = (\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{8}+4\sqrt{2})$$

$$F = (\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-7)$$

## خواص مستعملة لنشر العبارات الجبرية

| | |
|---|---|
| $k(a-b)=ka-kb$ | $k(a+b)=ka+kb$ |

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

## لنشر و تبسيط العبارات الجبرية ، نتبع الخطوات التالية :

1) ننشر العبارة الجبرية بإستخدام الخواص المذكورة أعلاه

2) نقوم بتبسيط العبارة الجبرية إلى أبسط شكل ممكن

### مثال : نشر و تبسط العبارات التالية :

$3(2+5x)=3\times 2+3\times 5x=6+15x$

$(x+4)(x+3)=x^2+4x+3x+12$
$=x^2+7x+12$

$(3x+1)^2=(3x)^2+6x+1$
$=9x^2+6x+1$

$(2x-3)^2=(2x)^2-(2\times 2x\times 3)+3^2$
$=\ 4x^2-12x+9$

$\left(\frac{4}{5}-2x\right)\left(\frac{4}{5}+2x\right)=\left(\frac{4}{5}\right)^2-(2x)^2$
$=\frac{16}{25}-4x^2$

$\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}\right)+\left(\sqrt{3}\right)^2$
$=2-2\sqrt{6}+3=5-2\sqrt{6}$

$(-2x+0{,}5)^2=(-2x)^2+2\times(-2x)\times 0{,}5+(0{,}5)^2$
$=4x^2-2x+0{,}25$

## لتحليل العبارات الجبرية ، نتبع الخطوات التالية :

1) نبحث عن العامل المشترك لكل حدود العبارة الجبرية

2) إن لم يكن العامل المشترك ظاهرا ، نجرب إحدى المتطابقات الشهيرة .

### مثال : تحليل العبارات التالية

$4x+12=4x+4\times 3=4(x+3)$

$(x+2)(2x+1)-x(x+2)$
$(x+2)(2x+1-x)=(x+2)(x+1)$

$x^2+16x+64$ من الشكل $a^2+2ab+b^2$

و بالمطابقة نجد : $a^2=x^2$ و $b^2=64$

ومنه : $x^2+16x+64=(x+8)^2$

$4x^2-28x+49-5(2x-7)$

بالمطابقة نجد : $a^2=4x^2$ و $b^2=49$

ومنه : $(2x-7)^2-5(2x-7)$

$(2x-7)(2x-7-5)$
$(2x-7)(2x-12)$

$x^2-9+(2x+6)$

لدينا : $x^2-9=(x+3)(x-3)$

و أيضا : $(2x+6)=2(x+3)$

ومنه : $(x+3)(x-3)+2(x+3)$

$(x+3)(x-3+2)$
$(x+3)(x-1)$

# تمارين : الحساب الحرفي

**التمرين 01**

عين قيمة a حتى يكون المجموع الجبري :
$(a-3{,}5+5{,}4-16{,}1)$ معدوما

2) الجداء $ab$ يساوي (-3) أحسب :

$K=(-5a)\times(-3b)$ ; $M=(-3{,}4a^2)(-5b^2)$

**التمرين 02**

انشر و بسط العبارات التالية :

$$(3x-1)^2 \;;\; (-2x+0{,}5)^2 \;;\; \left(\frac{2}{3x}+\frac{3}{5}\right)^2$$
$$\left(\frac{4}{5}-2x\right)\left(\frac{4}{5}+2x\right) \;;\; \left(2x-\frac{1}{3}\right)\left(2x+\frac{1}{3}\right)$$

**التمرين 03**

1) لاحظ أن : $99=100-1$ ; $101=100+1$

استعمل المتطابقات الشهيرة لحساب : $99\times 101$ ; $99^2$

**التمرين 04**

a ، b ، c أعداد طبيعية ، مع c اصغر عدد طبيعي موجب

1) أكتب العدد A على الشكل $a+b\sqrt{c}$ حيث :

$$A=\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)^2$$

2) انشر ثم بسط العبارة التالية :

$$B=\left(5\sqrt{2}-4\right)^2-\left(2\sqrt{2}-3\right)\left(3\sqrt{2}+5\right)$$

**التمرين 05**

ليكن : $a=\sqrt{3}(1+\sqrt{6})$ ; $b=3-\sqrt{6}$

1) دون استعمال الآلة الحاسبة استنتج قيمة B حيث :

$$B=99997^2-99999\times 99998$$

2) انشر العبارة H حيث : $H=(7x-3)^2-9$

3) احسب قيمة H من أجل : $x=\frac{1}{7}$

**التمرين 06**

لتكن العبارة E حيث : $E=(x-2)+x^2+(x+2)^2$

1) أنشر و بسط العبارة E

2) عين ثلاثة أعداد طبيعية : (x-2) ، x ، (x+2) بحيث يكون مجموع مربعاتها 4808

**التمرين 07**

- لتكن العبارة K حيث :

$$K=4x^2-28x+49-5(2x-7)$$

- تحقق أن : $L=4x^2-28x+49$ هو نشر لمربع الفرق

- حلّل عبارة K .

**التمرين 08**

- حلل العبارات الجبرية التالية :

$$2x+x^2 \;;\; 4+8x$$
$$(x-1)(x+3)+(x-1)(2x+1)$$

**التمرين 09**

نرمز بـ n عدد طبيعي ، العدد الذي يليه نرمز له بالكتابة (n+1)

نقول أن : n ، (n+1) عدد طبيعيان متتاليان ( متعاقبان )

- اعط كتابة مبسطة للفرق $[(n+1)^2-n^2]$

- طبق النتيجة السابقة لحساب :

$$(2007^2-2006^2)\,;(456^2-455^2)$$
$$(125^2-124^2)\;;\;(30^2-29^2)$$

- علما أن :

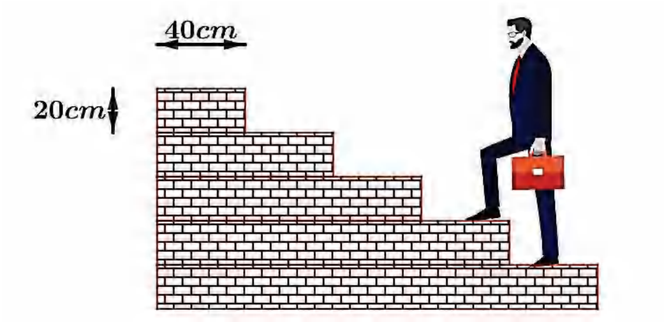
مربع 70 هو 4900 ، بين كيف يمكن حساب $71^2$ ؟

مربع 50 هو 2500 ، بين كيف يمكن حساب $49^2$ ؟

## التمرين 10

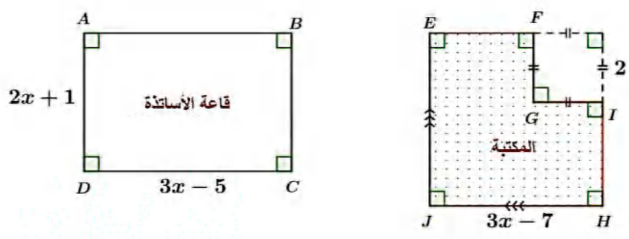
سلم به 5 درجات ، حيث ارتفاع كل درجة منها 20 cm و عرض كل درجة منها 40 cm . كما هو موضح في الشكل .

☜ أحسب المساحة الواضحة في الشكل .




## التمرين 11

اراد مدير متوسطة حي واد النيل البوني ، تبليط قاعة الأساتذة و الممثلة بالمستطيل ABCD و المكتبة التي يمثلها المضلع EFGHIJ ( الشكلين أدناه ) .

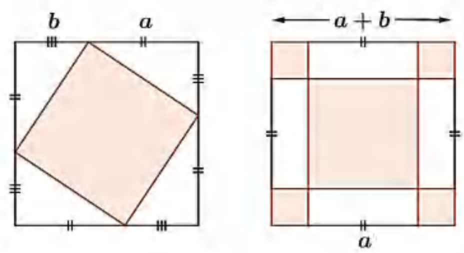



1) احسب بدلالة $x$ مساحة كل من قاعدة الأساتذة و المكتبة

2) ما هي قيم $x$ التي يكون من أجلها للقاعة و المكتبة نفس المساحة ؟

## التمرين 12

لاحظ الشكلين أدناه جيدا ثم أحسب المساحة الملونة في كل حالة . ماذا تستنتج ؟




## التمرين 14

1) حلل العبارات التالية :

$$A = (x+7)^2 - 36 \quad ; \quad B = 4x^2 + 8x + 6$$
$$C = (x+13) + (x+1) - 4(x+1)^2$$

2) عبر عن C بدلالة A و B

3) يملك شخص قطعة أرض مربعة الشكل ABCD بني عليها المرآب EBHI لوضع سيارته ( الشكل المُقابل )

❖ أحسب المساحة S المتبقية ( الملونة ) بدلالة $x$

❖ و من أجل ممارسة نشاط تجاري بنى المحل AEFG

❖ استنتج أنه من أجل $x = 3$ فإن :

مساحة المحل التجاري هي ربع المساحة S

### خواص المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

1) كل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد $x$ يمكن تحويلها إلى معادلة من الشكل $ax = b$
2) إذا كان $a \neq 0$ حل المعادلة $ax = b$ هو : $x = \frac{b}{a}$

### لحل المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

1) نحول المعادلة إلى الشكل $ax = b$ بجعل المجاهيل التي تشمل $x$ على يسار المساواة و الأعداد على يمين المساواة .
2) بعد ذلك نقوم بتبسيط ثم نحل المعادلة لإيجاد قيمة $x$

**مثال : حل المعادلة $5x + 2 = 2x + 3$**

نطرح $(2)$ من طرفي المساواة

$$5x = 2x + 1$$

نطرح $(2x)$ من طرفي المساواة

$$5x - 2x = 1$$
$$3x = 1$$

نضرب طرفي المساواة في $\frac{1}{3}$

$$x = \frac{1}{3}$$

### لحل المعادلة من الشكل $(ax + b)(cx + d) = 0$ :

1) نحل المعادلة الأولى $ax_1 + b = 0$
2) بعدها نحل المعادلة الثانية $cx_2 + d = 0$
3) للمعادلة حلين هما : $x_1$ و $x_2$

**مثال : حل المعادلة $(2x - 7)(8x - 9) = 0$**

نحل المعادلة $2x_1 - 7 = 0$ ، و منه : $x_1 = \frac{7}{2}$

نحل المعادلة $8x_2 - 9 = 0$ ، ومنه : $x_2 = \frac{9}{8}$

ومنه حلول المعادلة هما : $\frac{7}{2}$ و $\frac{9}{8}$

### لحل المعادلة تؤول إلى الشكل $(ax + b)(cx + d) = 0$ :

1) نقوم بتحليل العبارة إلى جداء عاملين
2) نحل المعادلة الأولى $ax_1 + b = 0$
3) بعدها نحل المعادلة الثانية $cx_2 + d = 0$
4) للمعادلة حلين هما : $x_1$ و $x_2$

**مثال : حل المعادلة $(1 - 2x)(4x - 3) - 3(4x - 3) = 0$**

لدينا : $(4x - 3)(1 - 2x - 3) = (4x - 3)(-2x - 2)$

ومنه نحل المعادلة التالية : $(4x - 3)(-2x - 2) = 0$

إذن : $4x_1 - 3 = 0$ ، نجد أن : $x_1 = \frac{3}{4}$

أو : $-2x_2 - 2 = 0$ ، نجد أن : $x_2 = -1$

و منه حلول المعادلة هما : $\frac{3}{4}$ و $-1$

### لترييض مشكلة و حل معادلة ، نتبع الخطوات التالية

1) نختار المجهول
2) نضع المعادلة المناسبة التي تعبر عن المشكلة
3) نحل المعادلة ثم نتحقق من الحل
4) نجيب عن السؤال

**مثال : حل المسألة التالية**

**عمر شعيب قبل سبع سنوات هو نصف عمره بعد أربع سنوات . حدد عمر شعيب**

لدينا : $2(x - 7) = x + 4$

$$2x - 14 = x + 4$$
$$2x - x = 4 + 14$$
$$x = 18$$

## خواص المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

1) لا يتغير إتجاه متراجحة ، عند إضافة ( أو طرح ) نفس العدد من طرفي المتراجحة .
2) لا يتغير اتجاه متراجحة ، عند ضرب ( أو قسمة ) طرفي المتباينة بنفس العدد الموجب تماما .
3) يتغير اتجاه متراجحة ، عند ضرب ( أو قسمة ) طرفي المتباينة بنفس العدد السالب تماما .

## لحل المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

1) نحول المتراجحة إلى الشكل $ax \geq b$ بجعل المجاهيل ﴿ التي تشمل $x$ ﴾ على يسار المتباينة و الأعداد على يمين المتباينة .
2) بعد التبسيط ، نقسم طرفي المتراجحة على العدد $a$ مع مراعاة إشارته و اتجاه المتراجحة

**مثال : حل المتراجحة $-5x + 2 \geq 2x + 3$**

نطرح $(2)$ من طرفي المتباينة ، فنتحصل على :

$$-5x \geq 2x + 1$$

نطرح $(2x)$ من طرفي المتباينة ، فنتحصل على :

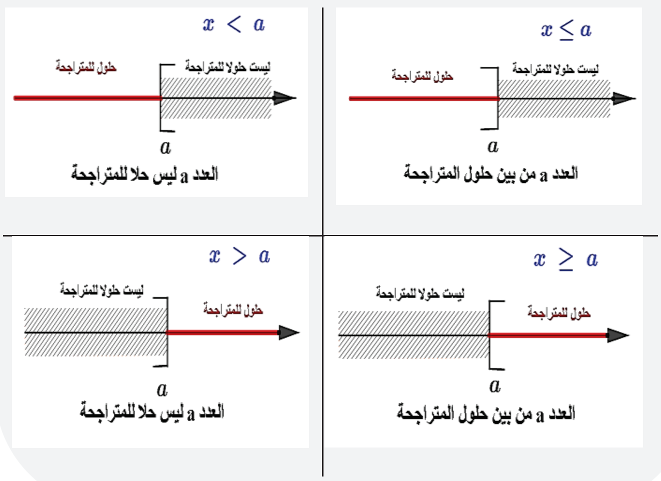
$$-5x - 2x \geq 1$$
$$-7x \geq 1$$

نضرب طرفي المتباينة في $-\frac{1}{7}$ مع تغيير إتجاه المتراجحة ، فنجد :

$$x \leq -\frac{1}{7}$$

## لتمثيل حلول متراجحة بيانيا ، نتبع مايلي:

1) نحل المتراجحة كما هو مذكور سابقا .
2) في مستقيم مدرج نلون نصف المستقيم الممثل لمجموعة حلول المتراجحة ، و نشطب نصف المستقيم الآخر .
3) نفصل بين نصفي المستقيمين بمعكوفة [ ، فإذا كانت فاصلة النقطة من ضمن حلول المتراجحة توجه المعكوفة لجهة الجزء الملون و إلا توجه لجزء مشطوب .



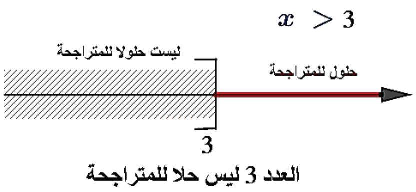

**مثال : حل و تمثيل حلول المتراجحة $6x + 5 > 23$**

نطرح $(5)$ من طرفي المتباينة ، فنتحصل على :

$$6x > 18$$

نضرب طرفي المتباينة في $\frac{1}{6}$ ، فنجد :

$$x > 3$$



# تمارين : المعادلات و المتراجحات

## التمرين 01

ليكن x عدد .

إذا طرحنا من x العدد 7 و ضربنا النتيجة في 7 نحصل على نفس العدد الذي نحصل عليه و ذلك إذا طرحنا 11 من x و ضربنا النتيجة في 11 . فما هي قيمة x ؟

## التمرين 02

عين قيمة العدد طبيعي a في كل حالة من الحالتين :

1) إذا أضفنا له 1 فإن مربع يزداد بـ 19

2) إذا أنقصنا منه 10 فإن مُربعه ينقص بـ 320 .

## التمرين 03

حل المعادلات التالية :

$$17 = 2 - 3x \quad ; \quad 2x - 7 = 3x + 2$$

$$4x - 3 - (x+1) = 5x + 2 \quad ; \quad \frac{3}{2}x + 14 = 2$$

$$\frac{3}{5}\left(\frac{5}{6}x - 1\right) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$$

## التمرين 04

حل معادلات التالية :

$$x^2 - 2x + 1 = 9x^2 - 9 \quad ; \quad x + \frac{7}{6} = \frac{5}{21}$$

$$5x(1-3x) - 2(3x-1) = 0$$

$$\frac{7}{3}x^2 + 1 = 2x^2 + \frac{2}{3}$$

$$(3x+1)(2x-4) + x^2 - 2x = 0$$

## التمرين 05

حل المعادلات التالية :

$$\frac{x-1}{2} + \frac{x+2}{3} = x \quad ; \quad 3\sqrt{2}x = 8$$

$$\frac{3x-2}{5} - \frac{-2x+1}{3} = x - \frac{2-x}{15}$$

$$\sqrt{2}\left(3\sqrt{3x} - 1\right) = 2\sqrt{6}\,x + 3\sqrt{2}$$

## التمرين 06

حل المعادلات التالية :

$$(x-\sqrt{2})(2x+\sqrt{3}) = 0 \quad ; \quad 4x^2 - 2x = 0$$

$$(5-4x)(6x+2) = 0 \quad ; \quad (x^2+2)(x-3) = 0$$

## التمرين 07

لتكن العبارة A حيث :

$$A = 4x^2 - 25 + (2x-5)(x+3)$$

1) حلل A

2) حل المعادلة : $A = 0$

## التمرين 08

لتكن العبارة B حيث:

$$B = (3x-1)^2 - (2x+3)(3x-1)$$

1) انشر و بسط B

2) حلل B

3) حل المعادلة : $(3x-1)\,(x-4) = 0$

4) أحسب من أجل : $x = \sqrt{2}$

## التمرين 09

حل المتراجحات التالية و مثل حلولها :

$$-5x + 2 < 4 \quad ; \quad 5x - 3 \geq 0 \quad ; \quad \frac{3x-4}{5} \geq -1$$

$$3(2x-5) < 2x + 5 \quad ; \quad 4x - (x+1) < 8x$$

## التمرين 10

نعتبر العبارة A حيث : $A = 16 - x^2 - (4-x)^2$

1) حلل $(16 - x^2)$ ، ثم حلل العبارة A

2) انشر و بسط A

ليكن : $B = 2x(4-x)$ ، حلل B .

3) تحقق من المساواة :

$$16 - x^2 - (4-x)^2 = 2x(4-x)$$

4) أحسب A من أجل : $x = 2 + \sqrt{3}$

لإيجاد الحل الجبري لجملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين ، نختار إحدى الطريقتين :

1) طريقة الحل بالتعويض : تهدف هذه الطريقة إلى استخراج أحد المجهولين من إحدى المعادلتين ثم التعويض في الأخرى .

2) طريقة الحل بالجمع : تهدف هذه الطريقة إلى جعل معاملي $x$ أو $y$ متعاكسين ثم جمع طرف مع طرف .

**مثال : حل الجملة الآتية** $\begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ 4x + y = 2 \end{cases}$

**أولا : طريقة الحل بالتعويض**

المعادلة رقم 2 ، تسمح بكتابة : $y = 2 - 4x$

نعوض هذه القيمة في المعادلة رقم 1 فنجد :

$$3x + 2(2 - 4x) = -1$$
$$3x + 4 - 8x = -1$$

لإيجاد قيمة $x$ ، نتبع مراحل حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد ، فنتحصل على :

$$x = 1$$

نعوض $x = 1$ في $y = 2 - 4x$ فنجد :

$$y = -2$$

ومنه ثنائية الحل للجملة المعادلتين هي : $(1 ; -2)$

**ثانيا : طريقة الحل بالجمع**

نضرب طرفي المعادلة رقم 2 في العدد (-2) ، فنتحصل على :

$$\begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ -8x - 2y = -4 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين طرف مع طرف ، فنجد :

$$3x + 2y - 8x - 2y = -1 - 4$$

نقوم بنفس الطريقة بجعل هذه المرة معاملي $x$ متعاكسين :

نضرب طرفي المعادلة رقم 1 في العدد (-4)

و طرفي المعادلة رقم 2 في العدد (+3) فنتحصل على :

$$\begin{cases} -12x - 8y = 4 \\ 12x + 3y = 6 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين طرف مع طرف ، فنجد :

$$y = -2$$

ملاحظات

1) نجد نفس الثنائية بإستعمال طريقة الحل بالتعويض أو طريقة الحل بالجمع ، إذن الطريقة هي عملية إختيارية .

2) يمكن دمج بين الطريقتين حيث يمكننا استعمال طريقة الجمع لإيجاد أحد المجهولين ثم التعويض في إحداهما لإيجاد المجهول الآخر . « يمكننا القول العكس صحيح »

3) لإختيار طريقة الحل الأفضل نلاحظ معاملي $x$ أو $y$

- إذا كان أحد معاملي $x$ أو $y$ يساوي 1 : فالأحسن نختار طريقة الحل بالتعويض .
- إذا كان أحد معاملي $x$ أو $y$ لا يساوي 1 : فالأحسن نختار طريقة الحل بالجمع .

لحل مسألة بتوظيف جملة معادلتين ، نتبع الخطوات التالية :

1) نختار المجهولين و ليكن $x$ و y أو $a$ و $b$

2) نقوم بترييض المسألة بالتعبير عنها بمعادلتين .

3) نحل جملة المعادلتين ، بإختيارنا لإحدى الطريقتين السابقتين .

4) تحقق من النتيجة ثم نجيب عن الأسئلة .

**مثال : قبل 11 سنة كان عمر نجيب ضعف عمر شعيب بعد 4 سنوات سيصبح عمر نجيب $\frac{9}{7}$ عمر شعيب**

نختار $x$ يمثل عمر نجيب و $y$ يمثل عمر شعيب

ومنه نحصل على الجملة التالية : $\begin{cases} x - 11 = 2(y - 11) \\ x + 4 = \frac{9}{7}(y + 4) \end{cases}$

بعد حل المعادلة بطريقة التعويض نجد أن :

العمر الحالي لـ نجيب هو : 23 سنة

و العمر الحالي لـ شعيب هو 17 سنة

# تمارين : جملة معادلتين

### تمرين 01

نعتبر الجملة (A) حيث : $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \dots (1) \\ x + y = 4 \dots (2) \end{cases}$

اذكر من بين الثنائيات التالية : (3 ; 1) ، (3,2 ; 0,8) ، (5 ; 2)

ماهي الثنائية التي تكون حلاً :

للمعادلة (1) ، للمعادلة (2) ، للجملة (A)

### تمرين 02

عين العددين d ، c حتى تكون الثنائية (2; 3) حلا للجملة التالية :

$$\begin{cases} 2x + 3y = c \\ x + 4y = d \end{cases}$$

### تمرين 03

حل كل جملة من الجمل التالية :

$$\begin{cases} 0{,}2x + 0{,}1y = 0{,}5 \\ 2{,}1x - 1{,}4y = 2{,}8 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} 3x + 4y = 2 \\ 2x + 5y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ 5x - y = 1 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} \frac{1}{2}x - 2y = \frac{1}{3} \\ x + 6y = -1 \end{cases}$$

### تمرين 04

اتفق مجموعة من الاصدقاء لشراء هدية لـ لينا بمناسبة نجاحها في شهادة التعليم المتوسط .

- إذا ساهم كل واحد مهم بمبلغ 180 DA ، ينقصهم 20 DA لشراء الهدية .
- إذا ساهم كل واحد منهم بمبلغ 190DA ، بعد شراء الهدية يبقى لديهم 40 DA .

ماهو عدد الأصدقاء ؟ و ما هو سعر الهدية ؟

### تمرين 05

اشترى أحمد 2Kg برتقال و 1,5 Kg تفاح بمبلغ 225 DA.

و اشترى علي 2Kg تفاح و 3,5 Kg برتقال بمبلغ 337,5 DA .

ما هو سعر البرتقال ؟ و ماهو سعر التفاح ؟

### تمرين 06

على غلاف كتاب الهندسة رُسمت أشكال : مُربعات و مُثلثات ، بحيث ليست لها رؤوس مشتركة .

1) ماو عدد الرؤوس إذا كان هناك 5 مثلثات و 6 مربعات

2) إذا رسمنا 20 شكلا و كان لدينا 73 رأساً ، فماهو عدد المثلثات و عدد المُربعات ؟

### تمرين 07

1) كيس به x كرة صفراء و y كرة حمراء

- إذا ابدلنا 7 كرات حمراء بـ 7 كرات صفراء نحصل على عدد الكرات الصفراء ضعف عدد الكُرات الحمراء .
- إذا أخذنا 6 كُرات صفراء من الكيس نحصل عل عدد الكُرات الحمراء ضِعْف عدد الكُرات الصَفراء .

1) من بين الجملتين التاليتين ، ماهي التي تترجم المعطيات :

$$\begin{cases} x + 7 = 2(y - 7) \\ 2(x - 6) = y \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} x + 7 = 2y \\ 2(x - 6) = y \end{cases}$$

2) احسب x و y

### تمرين 08

قبل 11 عامًا كان عُمرُ شعيب ضعف عُمر أختهِ لينا ، بعد أربع سنوات سيصبح عُمرُ شعيب يُساوي $\frac{9}{7}$ عُمرُ لينا .

- فماهو العمر الحالي لكل من شعيب و لينا ؟

### تمرين 09

حل الجملة التالية : $\begin{cases} a - 2b = 17 \\ 2a + 3b = 62 \end{cases}$

استنتج حلول الجُملة : $\begin{cases} (x-1)^2 - 2(y+3)^2 = 17 \\ 2(x-1)^2 + 3(y+3)^2 = 62 \end{cases}$

### تمرين 10

مجموع عددين a و b هو 125

بإجراء القسمة الإقليدية للعدد a على b يكون حاصل القسمة 7 و الباقي 13 . عين كل من : a و b

# الميدان

# الدوال و تنظيم المعطيات

## تعريف و ترميز الدالة الخطية

1) عندما نرفق كل عدد حقيقي $x$ بعدد حقيقي وحيد $ax$ .
نقول أننا عرفنا دالة خطية حيث معامل تناسبها $a$
2) نرمز للدالة الخطية التي معاملها $a$ بالرمز : $x \mapsto ax$
و نسميها بحرف $f$ ، $h$ أو $k$ و نكتب : $f : x \mapsto ax$
و نكتب أيضا : $f(x) = ax$

## إثبات أن الدالة خطية إنطلاقا من جدول قيم ، يجب علينا :

1) نثبت أن الجدول هو جدول قيم تناسبية

**مثال : أثبت أن قيم الجدول التي تمثل دالة الخطية**

| $x$ | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 6 | 4 | 2 | 0 | -2 | -4 | -6 |

نلاحظ أن هذا الجدول هو جدول تناسبية لأن :

$$\frac{f(x)}{x} = \frac{6}{-3} = \frac{4}{-2} = \cdots = \frac{-6}{3} = -2$$

## لحساب صورة عدد بواسطة دالة الخطية ، نتبع مايلي :

1) نعوض قيمة $x$ في عبارة الدالة الخطية

**مثال : أحسب صورة العدد 5 بالدالة $f(x) = 10x$**

صورة العدد 5 بالدالة $f$ هي : $f(5) = 10 \times 5 = 50$

$f : 5 \mapsto 50$

## لتعيين عدد صورته بدالة خطية معلومة ، نتبع مايلي :

1) نحل المعادلة $f(x) = ax$ و إيجاد المجهول $x$
حيث : $x = \frac{f(x)}{a}$

**مثال : عين عدد صورته بالدالة الخطية $f(x) = 5x$ هي 10**

لدينا : $f(x) = 5x$ و $f(x) = 10$

أي : $5x = 10$ ، نجد $x = 2$

العدد الذي صورته بالدالة $f$ : 10 هو العدد 2

## لتعيين دالة خطية انطلاقا من عدد غير معدوم و صورته

1) نحاول إيجاد معامل الدالة الخطية $a$

**مثال : $f$ دالة خطية حيث : $f(2) = 3$**
**عين الدالة الخطية**

بما أن $f$ دالة خطية فإن $f$ تكتب : $f(x) = ax$

$f(2) = ax$ و $f(2) = 3$

معناه $2a = 3$ ومنه $a = \frac{3}{2}$

إذن : $f(x) = \frac{3}{2}x$

## لتمثيل الدالة الخطية بيانيا ، نتبع مايلي :

1) نضع $y = f(x)$ حيث تصبح الدالة الخطية $y = ax$
2) نختار قيمتين لـ $x$ و نعوض في عبارة الدالة الخطية لإيجاد قيمة $y$ .
3) نستنتج إحداثيي النقطتين $(x\,;y)$ أو $(x\,;f(x))$
4) نمثلها في معلم و نصل بينهما بخط مستقيم يشمل المبدأ .
5) نتحصل في الأخير على بيان الدالة الخطية .

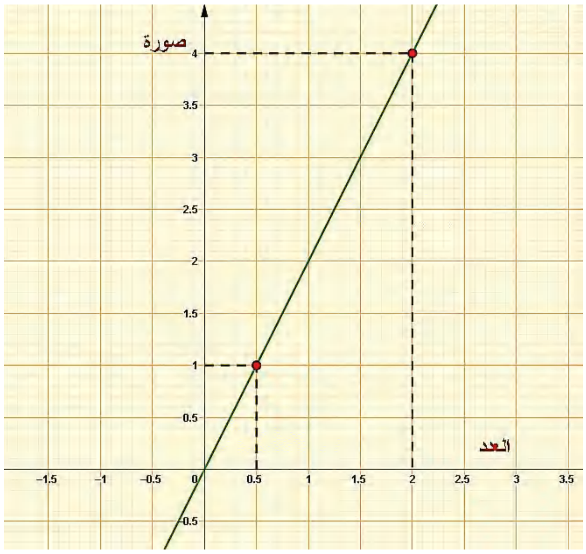
## ملاحظات

1) $y = ax$ هي معادلة مستقيم الذي يمثل بيانيا دالة خطية .
2) هندسيا $a$ معامل الدالة الخطية تصبح تسميته معامل التوجيه أو ميل المستقيم .
3) التمثيل البياني لدالة خطية في معلم مبدؤه O هو مستقيم يشمل مبدأ المعلم و النقطة A ذات الإحداثيات $(1;a)$ حيث معامل الدالة الخطية .

## لقراءة التمثيل البياني لدالة خطية ، نتبع الخطوات التالية :

1) نقرأ قيم $x$ على محور الفواصل .
2) نقرأ قيم $y$ على محور التراتيب .

**مثال : المستقيم (d) يمثل دالة خطية $f$**
**اقرأ صورة العدد 2**
**اقرأ العدد الذي صورته هي 1**




صورة 2 هي 4 أي نكتب : $f(2) = 4$

0,5 هو العدد الذي صورته هي 1 أي نكتب : $f(1) = 0,5$

## حساب معامل الدالة الخطية انطلاقا من تمثيلها البياني

1) نختار نقطة من المستقيم الممثل للدالة الخطية
2) نكتب إحداثيتي النقطة على الشكل $f(x) = y$
3) ومنه بعد تعويض كل من $x$ و $y$ في معادلة المستقيم ، نستطيع إيجاد معامل الدالة الخطية

**مثال : ايجدا معامل الدالة الخطية من المثال السابق**

وجدنا سابقا أن $f(2) = 4$ ، المستقيم معادلته $y = ax$

بتعويض : $x = 2$ و $y = 4$ ، نجد : $2a = 4$

ومنه : $a = 2$ ، أي أن : $f(x) = 2x$

## إثبات أن نقطة تنتمي إلى مستقيم الممثل للدالة الخطية

1) نبحث عن العبارة الجبرية للدالة الخطية التي تمثلها المستقيم ، كما هو موضح في الأمثلة السابقة .
2) بعدها نحقق من أن النقطة تحقق هذه الدالة .

**مثال : أثبت أن النقطة $A(3;4)$ تنتمي الى المستقيم الممثل لـ $f$**

مما سبق لدينا : $f(x) = 2x$ أي : $y = 2x$

و منه بالتعويض $x = 3$ نحصل على : $2 \times 3 = 6$

و منه نستنتج أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم

**بمعنى آخر : الفاصلة 3 تعطينا الترتيبة 6**
**بمستقيم الممثل لدالة الخطية $f$ وليس 4**

### ملاحظات

لبرهنة أن مجموعة من النقاط في استقامية واحدة .
يكفي أن نبين أن كل نقطة من هذه النقاط تنتمي إلى نفس المستقيم الممثل للدالة الخطية .
و ذلك عبر المراحل المذكورة سابقا

### تذكير بالمكتسبات القبلية

| | |
|---|---|
| حساب النسبة P% المقدار $y$ من المقدار $x$ | $y = \frac{P}{100} \times x$ |
| زيادة $x$ بـ P% | $y = \left(1 + \frac{P}{100}\right) \times x$ |
| خفض $x$ بـ P% | $y = \left(1 - \frac{P}{100}\right) \times x$ |
| حساب الكتلة الحجمية لعينة | $\rho = \frac{m}{v}$ |
| حساب السرعة المتوسطة | $v = \frac{d}{t}$ |
| حساب الطاقة الكهربائية | $E = P \times t$ |

# تمارين : الدالة الخطية و التناسبية



**تمرين 01**

نعتبر الدالة $f$ حيث : $f(x) = -3x$

1) عين $f(1)$

2) أحسب العدد الذي صورته $(-6)$

3) أحسب صورة العدد 4

4) عين $x$ بحيث يكون : $f(x) = -15$

**تمرين 02**

1) عين الدالة الخطية $f$ بحيث : $f(2) = 5$

2) احسب صورة العدد 6 بالدالة $f$

3) أحسب العدد الذي صورته $\frac{5}{2}$

**تمرين 03**

$f$ دالة خطية معاملها 2

1) احسب $f(-1)$

2) احسب العدد الذي صورته $-\frac{3}{2}$

**تمرين 04**

$f$ دالة خطية حيث : $f(5) = 15$

1) ماهو المعامل a للدالة الخطية $f$ ؟

2) أكتب العبارة التي تعبر عن صورة x بالدالة $f$

**تمرين 05**

g دالة خطية معاملها $(-2{,}5)$

1) أكتب العبارة التي تعبر عن صورة x بالدالة g

2) أكمل الجدول :

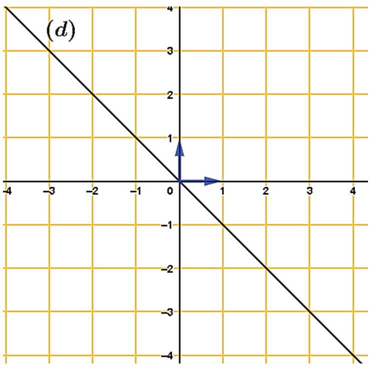
| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| x | -1 | 0 | | 4 | | |
| g(x) | | | -5 | | -25 | 32,5 |

**تمرين 06**

$f$ دالة خطية حيث : $f(x) = 3x$

مثل بيانيا الدالة $f$ في معلم مبدؤه O وحدة الطول هي السنتيمتر .

**تمرين 07**




في الشكل المقابل : المستقيم

(d) يُمثل دالة خطية $f$

- اقرأ صورة العدد $(-1)$

- اقرأ العدد الذي صورته

هي $(-3)$

- عين معامل الدالة المُمثلة في المعلم

**تمرين 08**

$f$ دالة خطية حيث : $f : x \longmapsto \frac{3}{4}x$

1) احسب صورة العدد 6

2) أحسب العدد الذي صورته 21

3) أحسب العدد الذي صورته $-\frac{1}{2}$

**تمرين 09**

$f$ دالة خطية حيث : $f(7) = 21$

1) ماهو المعامل a لدالة الخطية f ؟

2) أكتب العبارة التي تعبر عن صورة x بالدالة f

**تمرين 10**

1) مثل بيانيا في معلم مبدؤه O مايلي :

$g(x) = -2x \quad ; \quad f(x) = 3x$

2) اذكر معامل التوجيه لكل دالة .

## تعريف و ترميز الدالة التآلفية

1) عندما نرفق كل عدد حقيقي $x$ بعدد حقيقي وحيد $ax+b$ . نقول أننا عرفنا دالة تآلفية حيث معامل توجيهها $a$ .

2) نرمز للدالة التآلفية التي معاملها $a$ بالرمز : $x \longmapsto ax+b$ و نسميها بحرف $f$ ، $h$ أو $k$ و نكتب : $f : x \longmapsto ax+b$ و نكتب أيضا : $f(x) = ax+b$

3) الدالة التآلفية لا تمثل وضعية تناسبية

## لحساب صورة عدد بواسطة دالة التآلفية ، نتبع مايلي :

1) نعوض قيمة $x$ في عبارة الدالة التآلفية

**مثال : أحسب صورة العدد 5 بالدالة $f(x) = 10x+2$**

صورة العدد 5 بالدالة $f$ هي : $f(5) = 10 \times 5 + 2 = 52$

$f : 5 \longmapsto 52$

## لتعيين عدد صورته بدالة تآلفية معلومة ، نتبع مايلي :

1) نحل المعادلة $f(x) = ax+b$ و إيجاد المجهول $x$ حيث : $x = \frac{f(x)-b}{a}$

**مثال : عين عدد صورته بالدالة التالفية $f(x) = 5x-2$ هي 8**

لدينا : $f(x) = 5x-2$ و $f(x) = 8$

أي : $5x-2 = 8$ ، نجد $x = \frac{8+2}{5} = 2$

العدد الذي صورته بالدالة $f$ : 8 هو العدد 2

## لتعيين دالة تآلفية انطلاقا من عددين و صورتيهما

### الطريقة الأولى : حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

1) نحاول إيجاد معامل $a$ و العدد $b$ .

**مثال : $f$ دالة تالفية حيث : $f(6) = 1$ و $f(-2) = -3$**
**عين الدالة التالفية $f$**

بما أن $f$ دالة تآلفية فإن $f$ تكتب : $f(x) = ax+b$

$f(6) = 6a+b$ و $f(6) = 1$

$f(-2) = -2a+b$ و $f(-2) = -3$

إذن : $\begin{cases} 6a+b = 1 \\ -2a+b = -3 \end{cases}$

بعد تطبيق طريقة الحل بالجمع تحصل على :

$a = \frac{1}{2}$ و $b = -2$

إذن الدالة التآلفية هي : $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$

### الطريقة الثانية : بإستخدام تناسب التغيرات

1) نحاول إيجاد معامل $a$ و العدد $b$ ، و ذلك بحساب معامل التوجيه المستقيم $a$ أولا .

2) بعد ذلك بتعويض قيمة $a$ في الدالة نحسب العدد $b$ .

**مثال : نفس المثال السابق**

لدينا

$$a = \frac{f(6)-f(-2)}{6-(-2)} = \frac{1-(-3)}{8} = \frac{1}{2}$$

ومنه بتعويض $a$ في $6a+b = 1$ نجد :

$$b = -2$$

إذن الدالة التآلفية هي : $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$

### لتمثيل الدالة التآلفية بيانيا ، نتبع مايلي :

1) نضع $y=f(x)$ حيث تصبح الدالة الخطية $y=ax+b$
2) نختار قيمتين لـ $x$ و نعوض في عبارة الدالة التآلفية لإيجاد قيمة $y$ .
3) نستنتج إحداثيي النقطتين $(x\,;y)$ أو $(x\,;f(x))$
4) نمثلها في معلم و نصل بينهما بخط مستقيم لا يشمل المبدأ .
5) نحصل في الأخير على بيان الدالة التآلفية .

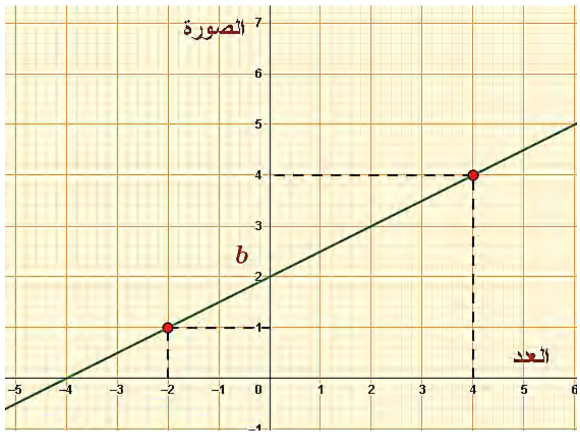
### ملاحظات

1) $y=ax+b$ هي معادلة مستقيم الذي يمثل بيانيا دالة تآلفية
2) هندسيا $a$ معامل الدالة التآلفية تصبح تسميته معامل التوجيه أو ميل المستقيم .
3) التمثيل البياني لدالة تآلفية في معلم مبدؤه O هو مستقيم لا يشمل مبدأ المعلم و النقطة A ذات الإحداثيات $(0;b)$ .
4) $b$ هي ترتيبة نقطة تقاطع المستقيم مع محور التراتيب يدعى العدد $b$ هندسيا بـ : الترتيبة عند المبدأ

### لقراءة التمثيل البياني لدالة تآلفية ، نتبع الخطوات التالية :

1) نقرأ قيم $x$ على محور الفواصل .
2) نقرأ قيم $y$ على محور التراتيب .

**مثال : نتبع نفس طريقة قراءة التي تم تطرق اليها في ملخص الخاص بالدالة الخطية**




### تعيين العاملين للدالة التآلفية انطلاقا من تمثيلها البياني

1) نختار نقطتين من المستقيم الممثل للدالة التآلفية .
2) نكتب إحداثيي النقطتين على الشكل $f(x)=y$.
3) ومنه بعد تعويض كل من $x$ و $y$ في معادلة المستقيم ، نستطيع إيجاد معامل $a$ و العدد $b$ .

**مثال : توظيف المثال السابق**

بقراءة السابقة لتمثيل البياني هي : $f(4)=4$ و $f(-2)=1$

نعلم أن للمستقيم (d) معادلة و هي من الشكل : $y=ax+b$

**بإختيار طريقة حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين**

$f(4)=4$ تعني أن : $-2a+b=1$

$f(-2)=1$ تعني أن : $4a+b=4$

ومنه بعد إختيار طريقة حل بالجمع نجد :

$$b=2 \text{ و } a=\frac{1}{2}$$

نعوض بقيمتي $a$ و $b$ فنجد عبارة الدالة التآلفية :

$$f(x)=\frac{1}{2}x+2$$

### إثبات أن نقطة تنتمي إلى مستقيم الممثل للدالة التآلفية

1) نبحث عن العبارة الجبرية للدالة التآلفية التي تمثيلها المستقيم ، كما هو موضح في الأمثلة السابقة .
2) بعدها نتحقق من أن النقطة تحقق هذه الدالة .

**مثال : أثبت أن النقطة $A(3;4)$ تنتمي الى المستقيم الممثل لـ $f$**

مما سبق لدينا : $f(x)=\frac{1}{2}x+2$ أي : $y=\frac{1}{2}x+2$

و منه بالتعويض $x=3$ نحصل على : $\frac{1}{2}\times 3+2=3{,}5$

و منه نستنتج أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم

**بمعنى آخر : الفاصلة 3 تعطينا الترتيبة 3,5**

**بمستقيم الممثل لدالة ألتالفية $f$ وليس 4**

### ملاحظات

لبرهنة أن مجموعة من النقاط في استقامية واحدة .
يكفي أن نبين أن كل نقطة من هذه النقاط تنتمي إلى نفس المستقيم الممثل للدالة التآلفية .
و ذلك عبر المراحل المذكورة سابقا

# تمارين : الدالة التآلفية

## تمرين 01

1) عين الدالة التآلفية من الدوال التالية :

$g : x \longmapsto -3x^2$ ; $f : x \longmapsto 2x + 3$

$h : x \longmapsto 3(x-1) + 2(3x+1)$

$k : x \longmapsto x^2 - (x+1)^2$

2) F دالة تآلفية حيث : $F(x) = 3x - 4$

- عين صورة العدد 1 بالدالة F

- عين العدد الذي صورته بالدالة F هي : (-7)

## تمرين 02

عين الدالة التآلفية $f$ ، التي تمثيلها البياني هو المستقيم الذي يشمل النقطتين : $A(0; -2)$ , $B(2; 4)$

## تمرين 03

بين فيما يلي إذا كانت النقاط التالية :

$A(2;1)$ ; $B(-3;-14)$ ; $C(-2;-1)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة المعرفة بـ : $f(x) = 3x - 5$

## تمرين 04

تعطى الدالة تآلفية ، و نقطة من المستقيم الممثل لهذه الدالة ،

أحسب قيمة a أو قيمة b في كل حالة من الحالات التالية :

1) $f(\mathrm{x}) = 2\mathrm{x} + \mathrm{b}$ و $M(3;7)$

2) $g(x) = ax + 2$ و $N(5;-13)$

3) $h(x) = ax - 3$ و $K(-2;1)$

## تمرين 05

h دالة تآلفية حيث : $h(x) = 5x - \frac{1}{4}$

1) أحسب $h(-1)$

2) احسب العدد $x$ حيث : $h(x) = \frac{3}{4}$

## تمرين 06

g دالة تآلفية حيث : $g(x) = ax + b$

عين الدالة التآلفية علمًا أن : $g(2) = 1$ ; $g(0) = -3$ .

## تمرين 07

عين الدالة التآلفية $f$ في كل حالة :

$a = 3$ و $f(2) = 5$ ; $f(2) - 3$ ; $f(-1) = 5$

## تمرين 08

تعطى الدالة $f$ المُعرفة بـ : $f(x) = -3x + 5$

1) احسب صور الأعداد -1 ، $\frac{1}{2}$ ، 4 بواسطة الدالة $f$

2) ماهما العددان الذين صورتيهما 2 ، -4 بالدالة $f$ ؟

g دالة تآلفية مُعرفة بـ $g(x) = \frac{3}{2}x - 4$ ، A و B نقطتان من التمثيل البياني للدالة g .

1) فاصلة A هي 4 ، ماهو ترتيبها ؟

2) ماهي فاصلة النقطة B التي ترتيبها $-\frac{5}{2}$ ؟

أرسم في نفس المعلم (d) و (d’) التمثيلان البيانيان للدالتين $f$ ، g على الترتيب .

- عين احداثيي نقطة التقاطع (d) و (d’)

## تمرين 09

1) مثل بيانيا الدوال التآلفية في معلم مبدؤه O

$f(x) = 3x - 1$ ; $g(x) = -2x + 3$

## التعابير الإحصائية

1) الإحصاء هو دراسة ظاهرة أو معطيات بطريقة علمية ، ترجمتها و تفسيرها .

2) لغة الإحصاء ضرورية للتعامل مع هذا المفهوم فهذه اللغة تمثل في معرفة بعض التعابير و المفردات الإحصائية الأساسية .

**مثال : للالتحاق بمتوسطة حي واد النيل البوني بولاية عنابة**

- 209 تلميذ يستعملون النقل العمومي
- 284 تلميذ يأتون راجلين
- 92 تلميذ يأتون في سيارات أوليائهم

3) نسمي مجتمعا إحصائيا مجموع الأفراد الذين تخصهم الدراسة الإحصائية .

**في المثال السابق يشكل تلاميذ متوسطة حي واد النيل البوني عنابة المجتمع الإحصائي ، أفراده تلاميذ هذه الاكمالية و الدراسة الإحصائية تتمثل في كيفية التحاق التلاميذ بالمتوسطة**

4) تسمى التكرار الكلي للسلسلة عدد عناصر هذه السلسلة .

**التكرار الكلي : $209 + 284 + 92 = 585$**

**585 عناصر هذا المجتمع و الذي يتمثل في تلاميذ المتوسطة**

5) نسمي متغيرا إحصائيا أو ميزة إحصائية الشيء الذي تخصه الدراسة الإحصائية و الذي يشمل عدة أنواع مختلفة ، حيث يأخذ كل فرد من المجتمع المدروس نوعا واحد فقط منها .

**بالنسبة للمثال السابق المتغير الاحصائي هو طبيعة النقل**

6) نسمي التكرار المرفق بنوع معين للمتغير الإحصائي عدد مرات ظهور هذا النوع .

**تكرار التلاميذ الذين يستعملون النقل العمومي هو 209**

7) تسمى التواتر « التكرار النسبي » المرفق بنوع معين للمتغير الإحصائي : حاصل قسمة تكرار هذا النوع على التكرار الكلي

**تواتر التلاميذ الذي يستعملون النقل العمومي هو $\frac{209}{585}$**

**و يعبر عن هذه النتيجة بعدد عشري أو بنسبة مئوية**

8) نقول عن ميزة أنها كمية عندما تكون ممثلة بعدد .
و نقول عن ميزة غير كمية أنها نوعية : الجنس ، اللون فهذا طبع إحصائي نوعي .

**مثلا : العمر ، المسافة ، المدة ، العلامة هي ميزات كمية**

9) التكرار المجمع الصاعد لقيمة ( أو لفئة ) هو مجموع تكرار هذه القيمة ( أو الفئة ) و تكرارات القيم ( أو الفئات )

10) التكرار المجمع النازل : لقيمة ( أو لفئة ) هو مجموع تكرار هذه القيمة ( أو الفئة ) و تكرارات القيم ( أو الفئات )

**مثال : لدينا سلسلة إحصائية تتعلق بأطوال الأنهار ، لنعين التكرار المجمع الصاعد و النازل**

| الأطوال | [80 ;100[ | [100 ;120[ | [120 ;140[ | [140;160[ | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 12 | 10 | 12 | 6 | 40 |
| التكرار المجمع لصاعد | 12 | 22 | 34 | 40 | |
| التكرار المجمع النازل | 40 | 28 | 18 | 6 | |

11) التواتر المجمع الصاعد : لقيمة ( أو فئة ) هو مجموع تواتر هذه القيمة ( أو الفئة ) و تواترات القيم ( أو الفئات )

12) التواتر المجمع النازل : لقيمة ( أو لفئة ) هو مجموع تواتر هذه القيمة ( أو الفئة ) و تواتر القيم ( أو الفئات )

**مثال : نبقى مع المثال السابق**

| الأطوال | [80 ;100[ | [100 ;120[ | [120 ;140[ | [140;160[ | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 12 | 10 | 12 | 6 | 40 |
| التواتر | $\frac{12}{40}$ | $\frac{10}{40}$ | $\frac{12}{40}$ | $\frac{6}{40}$ | |
| التواتر المجمع الصاعد | $\frac{12}{40}$ | $\frac{22}{40}$ | $\frac{34}{40}$ | $\frac{40}{40}$ | |
| التواتر المجمع النازل | $\frac{40}{40}$ | $\frac{28}{40}$ | $\frac{18}{40}$ | $\frac{6}{40}$ | |

ملاحظات

1) عندما يكون عدد القيم كبيرا نلجأ إلى حصرها ضمن مجالات تدعى فئات ( كما ورد في المثال السابق )

2) مركز الفئة : هو العدد $\frac{a+b}{2}$

3) طول الفئة : هو العدد الموجب $b-a$

13) نسمي الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية حاصل قسمة مجموع قيم السلسلة المتوازنة بالتكرارات الموافقة لها على الترتيب التكرار الكلي .

مثال01 : حساب وسط حسابي لسلسلة علامات التلاميذ في فرض الرياضيات

| العلامات | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 6 | 3 | 5 | 1 | 2 | 17 |

الوسط الحسابي لهذا الطبع الإحصائي المتقطع هو :

$$m = \frac{6\times 7 + 3\times 8 + 5\times 9 + 1\times 10 + 2\times 11}{17}$$

$m \approx 8{,}41$

مثال 02 : إذا بوبنا العلامات في فئات ، نحصل على السلسلة الإحصائية الآتية :

| العلامات | [7 ;10[ | [10 ;13[ | [13 ;16[ | المجموع |
|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 14 | 5 | 6 | 25 |
| مركز الفئة | 8,5 | 11,5 | 14,5 | |

$$m = \frac{14\times 8{,}5 + 5\times 11{,}5 + 6\times 14{,}5}{25}$$

$m = 10{,}54$

ملاحظات

عندما يتطلب الأمر بطبع إحصائي مستمر ، نحسب الوسط الحسابي بتعويض كل فئة $[a;b[$ بحساب مركز فئتهم ثم نحسب الوسط الحسابي .

سبب الإنتقال من الوسط إلى الوسيط لسلسلة إحصائية لأن بعض حالات سلاسل إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا و ان الوسط الحسابي لا يقسم السلسلة إلى جزأين لهما نفس عدد العناصر ، و هذا الأمر يمكن تحقيقه بحساب الوسيط

14) عندما تكون سلسلة إحصائية مرتبة ، الوسيط هي القيمة التي تجزئ هذه السلسلة إلى جزأين لهما نفس التكرار .

15) عدد القيم الأصغر من الوسيط يساوي عدد القيم الأكبر منه و نرمز لوسيط السلسلة الإحصائية بالرمز : Med .

16) لحساب الوسيط لسلسة إحصائية نرتبها ترتيبا تصاعديا أو تنازليا إذا لم تكن مرتبة ثم نراعي فردية أو زوجية التكرار الكلي .

17) إذا كان N التكرار الكلي فرديا فإن قيمة رتبة $\frac{N+1}{2}$ تمثل الوسيط Médiane .

18) إذا كان N التكرار الكلي زوجيا ، فإن نصف مجموع قيمتي رتبتين $\frac{N}{2}$ و $\frac{N}{2}+1$ تمثل الوسيط Médiane .

مثال 01 : عين وسيط السلسلة 4,4,5,6,6,7,8,10,3

التكرار الكلي للسلسلة هو عدد فردي و يساوي 9
نرتب السلسلة ترتيبا تصاعديا :
3,4,4,5,6,6,7,8,10

ومنه رتبة الوسيط هي : $\frac{9+1}{2} = 5$

أي ان $Med = 6$

مثال 02 : عين وسيط السلسلة 9,3,4,7,8,7,5,2

التكرار الكلي للسلسلة هو عدد زوجي و يساوي 8
نرتب السلسلة ترتيبا تنازليا :
9,8,7,7,5,4,3,2

ومنه وسيط هو نصف مجموع القيم التي رتبتها : $(\frac{8}{2} ; \frac{8}{2}+1)$

أي ان $Med = \frac{7+5}{2} = 6$


# الميدان

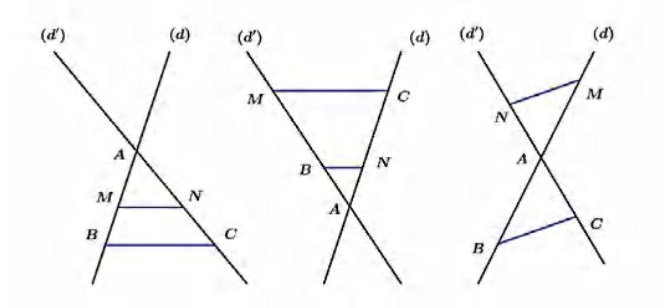
# أنشطة هندسية

## خاصية طاليس المباشرة

$(d)$ و $(d')$ مستقيمان متقاطعان في A ، B و M نقطتان من (d) مختلفتان عن A ، C و N نقطتان من (d') مختلفتان عن A.

إذا كان (BC) // (MN) فإن :

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$




## خاصية طاليس العكسية

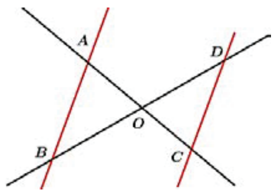
$(d)$ و $(d')$ مستقيمان متقاطعان في A .

B و M نقطتان من $(d)$ مختلفتان عن A .

C و N نقطتان من $(d')$ مختلفتان عن A .

إذا كان : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ و كانت النقاط M ، B ، A في استقامة واحدة و نفس الترتيب مع النقط N ، C ، A

فإن : $(MN)//(BC)$




### مثال 01 : إليك الشكل المقابل حيث :

$(CD) // (AB)$

$OA = 4\ cm\ ;\ OD = 8{,}4\ cm$

$OC = 6\ cm\ ;\ AB = 3\ cm$

أحسب الطولين : $OB$ و $CD$

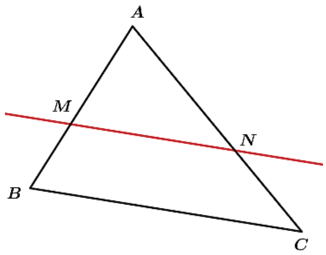
من المعطيات لدينا $(DB)$ و $(AC)$ مستقيمان متقاطعان في O

و المستقيمان $(AB)$ و $(CD)$ متوازيان

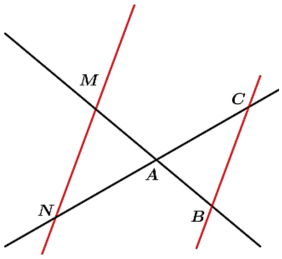
إذن حسب خاصية طاليس نكتب مايلي : $\frac{OA}{OC}=\frac{OB}{OD}=\frac{AB}{CD}$

أي بعد التعويض نجد : $OB = 5{,}6\ cm$ و $CD = 4{,}5\ cm$

### مثال 02 : اثبت أن المستقيمان $(MN)$ و $(BC)$ متوازيان




$AM = 11{,}9\ cm$
$AB = 35\ cm$
$AN = 18{,}2\ cm$
$AC = 52\ cm$




$AM = 5{,}4\ cm$
$AB = 9\ cm$
$AN = 7{,}5\ cm$
$AC = 12{,}5\ cm$

**في الشكل الأول**

$\frac{AN}{AC}=\frac{7{,}5}{12{,}5}=0{,}6$ و $\frac{AM}{AB}=\frac{5{,}4}{9}=0{,}6$

حسب خاصية طاليس العكسية ، المستقيمين متوازين

**في الشكل الثاني**

$\frac{AM}{AB}=\frac{11{,}9}{35}=0{,}34$ و $\frac{AN}{AC}=\frac{18{,}2}{52}=0{,}35$

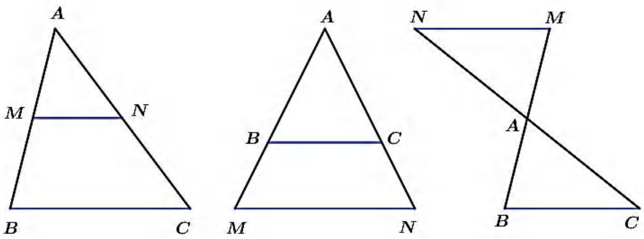
حسب خاصية طاليس العكسية ، المستقيمين غير متوازيين

## خاصية طاليس على المثلث

ليكن ABC مثلث ، M نقطة من الحامل (AB)

N نقطة من الحامل (AC) ، إذا كان $(BC) // (MN)$ فإن :

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$




## خاصية العكسية لطاليس على المثلث

ABC مثلث إذا كانت M نقطة من [AB]

و كانت N نقطة من [AC] و $\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$

فإن : $(MN) // (BC)$

# تمارين : خاصية طالس

## التمرين 01

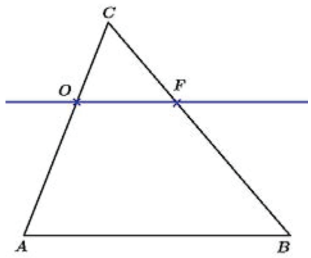
في الشكل المقابل ، يعطى :

$AC = 5cm$ ، $OC = 3cm$

و $CB = 8\ cm$ .

ايضا نعلم أن : (OF) // (AB)

- أحسب CF مع التعليل

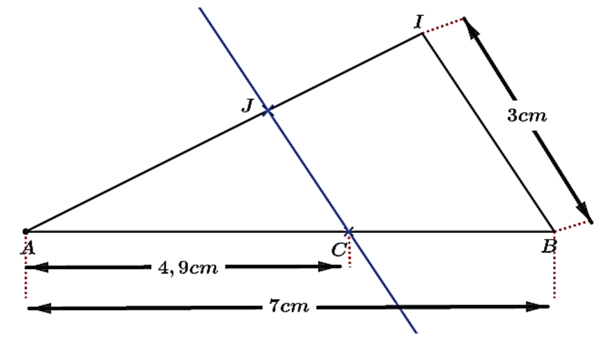



## التمرين 02

في الشكل المقابل يعطى : $AC = 4{,}9\ cm$ ، $IB = 3cm$

و $AB = 7cm$ ، المستقيمين (JC) و (IB) متوازيين .- أثبت

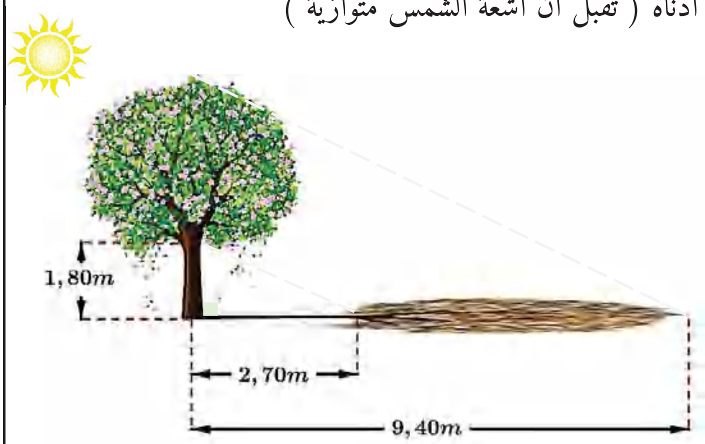
أن المثلث JCB متساوي الساقين .




## التمرين 03

وحدة الطول هي المتر ، احسب ارتفاع الشجرة المُوضحة في الشكل

أدناه ( تقبل أن أشعة الشمس متوازية )




## التمرين 04

المثلث MNP فيه :

$MP = 8\ cm$ ، $PN = 12\ cm$ ، $MN = 15\ cm$

النقطة A تنتمي إلى القطعة [MP] بحيث : $PA = 4{,}8\ cm$

- المستقيم الموازي للمستقيم (PN) و المار من A يقطع (MN) في نقطة B

- المستقيم الموازي للمستقيم (MP) و المار من B يقطع (NP) في نقطة C

- انجز الشكل .
- أثبت ان الرباعي ABCP متوازي أضلاع .
- احسب AB.
- حدد طبيعة متوازي الأضلاع ABCP.

## التمرين 05

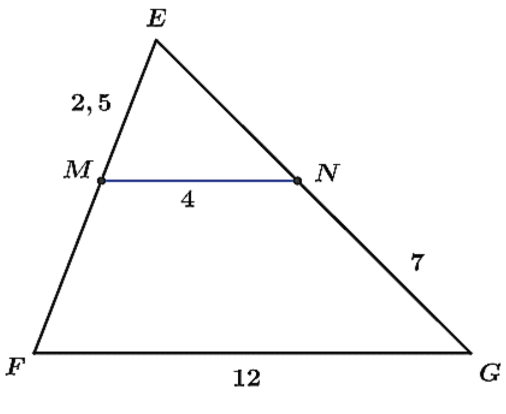
الشكل المقابل غير معطى بأبعاده الحقيقية .

المستقيمين (NM) و (FG) متوازيين ، وحدة الطول هي cm

تعطى الأطوال التالية :

$EM = 2 \quad ; \quad MN = 4 \quad ; \quad NG = 7 \quad ; \quad FG = 12$

- يطلب حساب الطولين MF و EN .



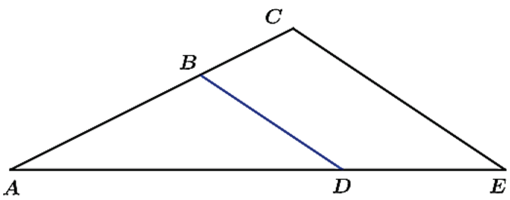
# تمارين : خاصية طالس

## التمرين 06

وحدة الطول هي السنتيمتر ، إليك الشكل الآتي حيث :

$AB = 5 \; ; \; BC = 3 \; ; \; AE = 16{,}8 \; ; \; DE = 6{,}3$

- هل المستقيمين (BD) و (CE) متوازيين ؟ علّل إجابتك



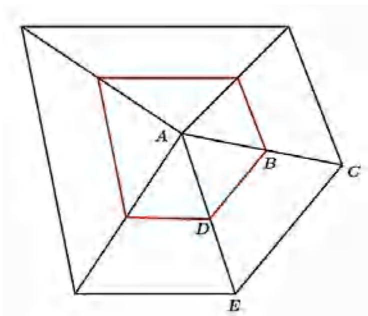

## التمرين 07

الشكل المقابل يمثل شبكة عنكبوت

النقط C ، B ، A من جهة و النقط E ، D ، A من جهة أخرى ( و بهذا الترتيب ) على استقامية واحدة .

وحدة الطول هي cm ، يُعطى : $BC = 14{,}4$ ، $AB = 16$ ، $AE = 19$ ، $AD = 10$ .

- هل المستقيمين (BD) و (CE) متوازيين ؟ علّل إجابتك




## التمرين 08

وحدة الطول هي السنتيمتر

أنشئ مثلثا ABC بحيث : $AB = 8$ ، $AC = 10$ ، $BC = 7$

عين النقطة D على القطعة [AB] حيث : $AD = 3{,}2$

المستقيم المُوازي للمستقيم (BC) و المَار من D يقطع [AC] في نقطة M .

1) احسب AM مستنتجًا CM

2) عين النقطة N على القطعة [BC] حيث : $CN = 4{,}2$

3) بين أن المستقيمين (AB) و (MN) متوازيين .

## التمرين 09

الشكل المقابل فيه :

- المستقيمين (MK) و (OD) متوازيين
- النقط O ، M ، S ، E على استقامة واحدة و بهذا الترتيب
- النقط D ، K ، S ، F على استقامة واحدة و بهذا الترتيب

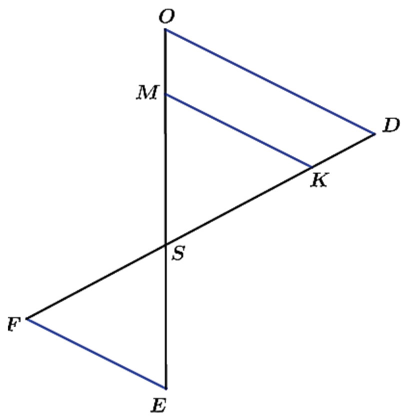
وحدة الطول هي cm ، يُعطى مايلي :

$SO = 6 \; ; \; SD = 10$

$SM = 4{,}8 \; ; \; SE = 2 \; ; \; SF = 3$

1) أحسب SK

2) هل المستقيمين (OD) // (EF) ؟ علل إجابتك



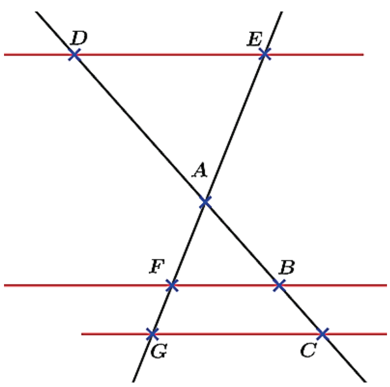

## التمرين 10

وحدة الطول هي السنتيمتر ، الشكل المقابل فيه : المستقيمين (CG) ، (BF) متوازيين ، تُعطى :

$AB = 5 \; ; \; BC = 4 \; ; \; AF = 3$

1) أحسب AG ثم FG

ليكن : $AE = 4{,}2$ و $AD = 7$ ، أثبت أن : (BF) // (ED)



## في مثلث قائم

1) Cos زاوية حادة يساوي حاصل قسمة طول الضلع المجاور للزاوية على طول الوتر .

2) Sin زاوية حادة يساوي حاصل قسمة طول الضلع المقابل للزاوية على طول الوتر .

3) Tan زاوية حادة يساوي حاصل قسمة طول الضلع المقابل للزاوية على طول الضلع المجاور للزاوية .

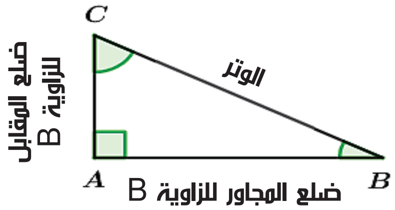
### ملاحظات

Cos و Sin زاوية محصورة بين 0 و 1

Tan زاوية حادة و هو عدد موجب

**مثال : من أجل المثلث ABC القائم في A**

$$\cos\hat{B} = \frac{AB}{BC} \; ; \; \sin\hat{B} = \frac{AC}{BC} \; ; \; \tan\hat{B} = \frac{AC}{AB}$$




### علاقات حساب في المثلثات القائمة

في مثلث قائم ، $x$ تمثل قيس الزاوية الحادة

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \text{و} \quad \cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

**مثال : علما أن : $\cos x = \frac{3}{5}$ ، أحسب $\sin x$ و $\tan x$**

بإستعمال العلاقة $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

لدينا : $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

أي : $\sin^2 x = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2$ و منه : $\sin^2 x = \frac{16}{25}$

أي : $\sin x = \frac{4}{5}$

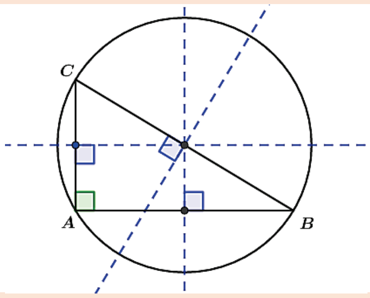
بإستعمال العلاقة : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

ومنه : $\tan x = \frac{4}{5} \div \frac{3}{5} = \frac{4}{3}$

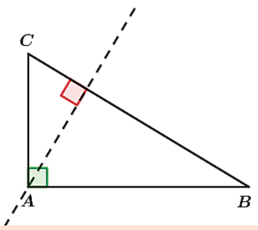
## تذكير بالمكتسبات القبلية

1) مجموع قيسي الزاويتين الحادتين في مثلث القائم يساوي °90

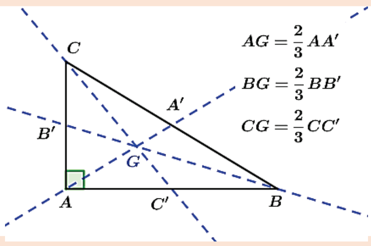
2) محاور مثلث القائم هي محاور أضلاعه حيث تتقاطع في منتصف الوتر الذي يمثل مركز الدائرة المحيطة .



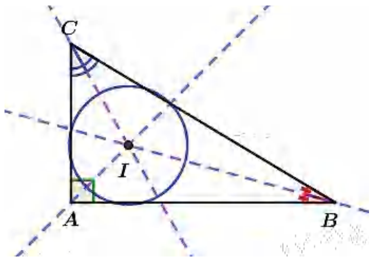

3) الإرتفاع في المثلث القائم هو المستقيم الذي يشمل رأس الزاوية القائمة و يعامد الوتر .




4) المتوسط في المثلث هو المستقيم الذي يشمل رأس و منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس .



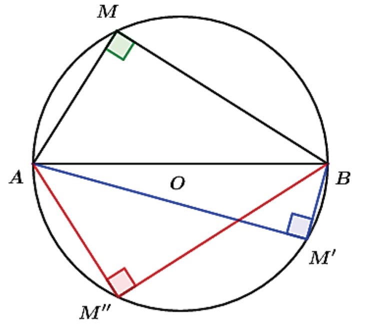

5) المنصف الداخلي لمثلث هو منصف احدى زواياه الداخلية . نقطة تقاطع المنصفات الداخلية لزوايا مثلث هي مركز الدائرة الداخلية له .



6) المثلث القائم و الدائرة

☜ إذا كانت M نقطة و تنتمي للدائرة التي قطرها $[AB]$ فإن المثلث AMB قائم في M

☜ إذا كان المثلث AMB قائم ، فإن M نقطة تنتمي للدائرة التي قطرها $[AB]$ و مركزها منتصف [AB]



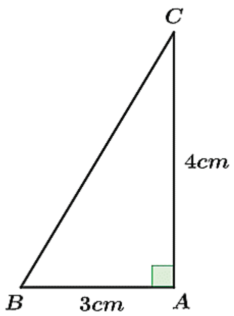

7) خاصية فيثاغورس : إذا كان المثلث ABC قائم في A فإن :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

**مثال : ABC مثلث قائم في A ، حيث :**

$AC = 4\ cm$ و $AB = 3\ cm$

**أحسب BC طول الوتر [BC]**




لدينا المثلث ABC قائم في A و حسب خاصية فيثاغورس نكتب المساواة التالية :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BC^2 = 3^2 + 4^2$$

$BC^2 = 25$ و منه $BC = 5\ cm$

8) خاصية العكسية لفيثاغورس : إذا كان ABC مثلث حيث $BC^2 = AB^2 + AC^2$ فإن المثلث ABC قائم في A

**مثال : ABC مثلث ، حيث :**

$AB = 5\ cm$ و $AC = 4\ cm$ و $BC = 7\ cm$

**تحقق من أن المثلث ABC مثلث قائم**

بما أن BC اكبر طول أذا نكتب مايلي : $BC^2 = AC^2 + AB^2$

و منه بعد تحقق من صحة المساواة نستنتج أن المثلث ABC ليس بمثلث قائم

## استعمال الآلة الحاسبة لتعيين قيمة مقربة لكل من جيب، جيب التمام وظل زاوية حادة

1) تحقق أن الآلة في وضعية Degrée

2) نكتب من اليسار إلى اليمين :

**في حالة القيم أعداد طبيعية أو أعداد عشرية**

القيمة + cos أو القيمة + sin أو القيمة + tan

**في حالة القيم أعداد ناطقة :**

مثلا لكتابة الكسر $\cos\frac{2}{7}$ ، نتبع مايلي :

اضغط على زر $cos$

ثم اضغط رقم 2 ثم على $\boldsymbol{a\,b/c}$ ثم على رقم 7


**في حالة الجذور التربيعية**

مثلا لكتابة الكسر $\cos\frac{\sqrt{2}}{7}$ ، نتبع مايلي :

اضغط على زر $cos$ ثم اضغط على الزر $\sqrt{\ }$ ثم رقم 2

ثم على $\boldsymbol{a\,b/c}$ ثم على رقم 7


## استعمال الآلة الحاسبة لتعيين قيس زاوية حادة بمعرفة كل من جيب ، جيب التمام أو ظل زاوية حادة

1) تحقق أن الآلة في وضعية Degrée

2) نكتب من اليسار إلى اليمين :

**في حالة القيم أعداد طبيعية أو أعداد عشرية**

نضغط على زر $shift$ أولا ثم نعيد نفس الخطوات السابقة

**في حالة القيم أعداد ناطقة :**

نضغط على زر $shift$ أولا ثم نعيد نفس الخطوات السابقة

**في حالة الجذور التربيعية**

نضغط على زر $shift$ أولا ثم نعيد نفس الخطوات السابقة

# تمارين : حساب المثلثات في المثلث القائم

## التمرين 01

وحدة الطول هي السنتميتر

ABC مثلث حيث : $AB = 6{,}9$ ، $BC = 9{,}2$ ، $AC = 11{,}5$

1) بين أن المثلث ABC قائم

2) أحسب قيس الزاوية $\widehat{ACB}$ ثم استنتج قيس $\widehat{BAC}$

3) لتكن D نظيرة B بالنسبة للمستقيم (AC)

أحسب مساحة الرباعي $ABCD$

## التمرين 02

ارسم دائرة ذات المركز O و نصف القطر 5 cm ، و ليكن [AB] قطرا لها . لتكن M نقطة من [OA] حيث : $OM = 1{,}7\ cm$ . المستقيم العمودي على (AB) و المار من M يقطع الدائرة في النقطتين C و D .

1) أحسب طول القطعة [OC]

2) أحسب قيس الزاوية $\widehat{MOC}$ ثم استنتج قيس $\widehat{BOC}$

3) بين أن قيس الزاوية $\widehat{MBC}$ هو $35°$

4) مانوع المثلث ABC ؟ برر إجابتك

5) أحسب طول AC

## التمرين 03

نعتبر الدائرة (C) ذات المركز O و نصف القطر 6cm ، وليكن [AB] قطرا لها ، لتكن M نقطة من الدائرة (C) حيث :

$\widehat{MAB} = 36°$ .

1) بين أن المثلث ABM قائم

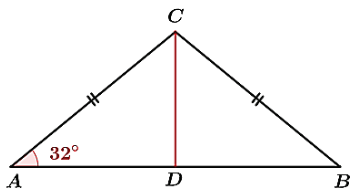
2) أحسب AM

3) أنشئ المستقيم (D) المماس للدائرة (C) في B ، لتكن P نقطة من المستقيم (D) حيث : $AP = 14\ cm$

4) بين أن المثلث ABP قائم

5) أحسب الطول PB ، بالتقريب للوحدة .

## التمرين 04




إليك الشكل المقابل

أحسب الإرتفاع CD

بالتدوير للوحدة ، علماً أن :

$\widehat{CAD} = 32\,°\ ;\ AB = 7{,}2\ cm$

## التمرين 05

وحدة الطول هي السنتميتر

ABC مثلث قائم في A حيث : $AC = 5$ و $BC = 13$

1) احسب AB

2) بين أن قيس الزاوية $\widehat{ABC}$ بالتدوير إلى الوحدة هو $23°$

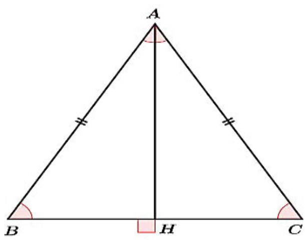
3) ارسم الدائرة $(C_1)$ المحيطة بالمثلث ABC و ليكن O مركزها ، حدد وضعية النقطة O .

4) أحسب قيس الزاوية $\widehat{AOC}$ بالتدوير للوحدة ، علل

5) الدائرة $(C_2)$ ذات المركز A و المار من C تقطع الدائرة $(C_1)$ في النقطة E . احسب قيس الزاوية $\widehat{AEC}$

## التمرين 06

ليكن ABC مثلث متقايس الأضلاع ، طول ضلعه 1 .




[AH] ارتفاع المثلث.

1) أحسب BH و AH

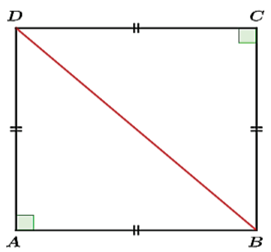
2) ماهو قيس الزاوية $\widehat{ABH}$ ؟

استنتج قيس $\widehat{BAH}$

3) أحسب sin و cos الزاويتين $\widehat{ABH}$ و $\widehat{BAH}$

4) استنتج tan الزاويتين $\widehat{ABH}$ و $\widehat{BAH}$

## التمرين 07




ليكن المربع ABCD طول ضلعه 1

1) أحسب BD

2) ماهو قيس الزاوية $\widehat{ABD}$ ؟

3) أحسب sin و cos

ثم استنتج tan لهذه الزاوية

# تمارين : حساب المثلثات في المثلث القائم

### التمرين 08

وحدة الطول هي cm

1) ارسم قطعة مستقيم [AB] حيث : $AB = 12$ ، عين النقطة M من القطعة [AB] حيث : $AM = 1$ .
أرسم نصف الدائرة ذات القطر [AB] ، و المستقيم (d) العمودي على (AB) في النقطة M يتقاطعان في النقطة C

2) ماهي طبيعة المثلث ABC ؟

3) عبر بطريقتين عن جيب تمام الزاوية $\widehat{BAC}$ ، ثم استنتج أن $AC = 2\sqrt{3}$

4) اعطِ قيس الزاوية $\widehat{BAC}$

### التمرين 09

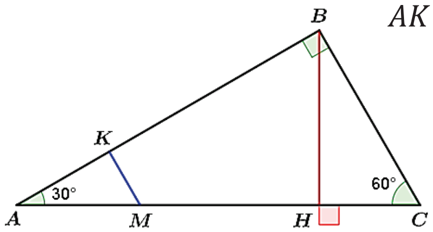
ABC مثلث قائم في B ، [BH] ارتفاعه. حيث :

$ACB = 60°$ ; $BH = 4\ cm$ ; $AB = 8\ cm$

1) احسب طولي [AH] و [HC]

2) لتكن M نقطة من [AC] حيث : $\frac{AM}{AC} = \frac{1}{4}$ ، المستقيم المار من النقطة M و الموازي للمستقيم (BC) يقطع القطعة [AB] في النقطة K

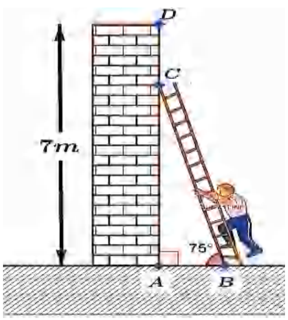
3) بين أن $AK = 2\ cm$




### التمرين 10

سلم طوله 6 متر موضوع على جدار عمودي ارتفاعه 7 m و لتكن الزاوية التي يحدثها السلم مع الأرض قيسها $75°$

( تعطى النتائج بالتدوير إلى الوحدة )




1) احسب المسافة AB بين قاعدة السلم و الجدار

2) احسب المسافة CD

### التمرين 11

وحدة الطول هي السنتيمتر

1) ارسم ثلاثة نقط M ، B ، E على استقامة واحدة و بهذا الترتيب بحيث : $MB = 9$ و $BE = 6$ .
أنشئ الدائرة (C) ذات القطر [BE] ، نرمز بـ O لمركزها
عين على الدائرة (C) النقطة A حيث : $BA = 5$
أرسم المستقيم الموازي لـ (AE) المار من النقطة M و الذي يقطع المستقيم (AB) في النقطة D .

2) أحسب الطول BD

3) ماهي طبيعة المثلث ABE ؟ برر إجابتك

4) أحسب قيس الزاوية $\widehat{BEA}$ ثم عين قيس $\widehat{BOA}$

### التمرين 12

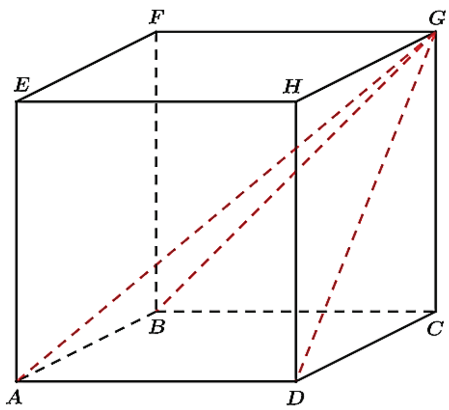
ABCDEFGH مكب قائم قاعدته مُربع ، يُعطى $AD = 3cm$ ، $CG = 4\ cm$ .

1) أحسب بـ $cm^3$ حجم الهرم ذو الرأس G و القاعدة ABCD

2) احسب DG . نقبل أن المثلث ADG قائم في D

3) احسب قيس الزاوية $\widehat{AGD}$

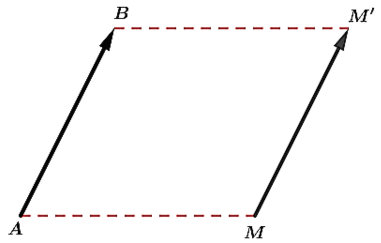
4) احسب الطول AG



## خواص الأشعة و الإنسحاب

1) $M'$ صورة M بالإنسحاب الذي يحول A إلى B معناه :
$ABM'M$ متوازي الأضلاع

2) $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$ ، معناه الإنسحاب الذي يحول M إلى $M'$ .
أي أن لهما نفس : المنحى و الإتجاه و الطول ﴿ الطويلة ﴾




## منتصف قطعة مستقيمة

إذا كانت I منتصف القطعة [AB] فإن : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
العكس صحيح

## الأشعة و متوازي الأضلاع

إذا كان لـ [AD] و [BC] نفس المنتصف فإن :
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ ﴿ العكس صحيح ﴾

## لإثبات أن شعاعين متساوين ، نتبع إحدى الخطوات التالية :

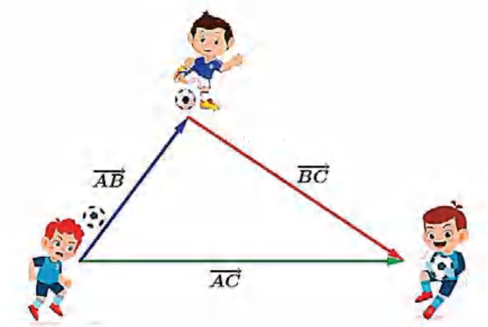
1) إثبات أن القطعتين المستقيمتين لهما نفس المنتصف
2) إثبات أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع

**مثال : BDS مثلث و I منتصف القطعة [SD]**
**H نظيرة النقطة B بالنسبة الى النقطة I**

﴿في هذا المثال، يكفي تبيان أن MNSR متوازي الأضلاع ﴾
من المعطيات لدينا : H نظيرة B بالنسبة إلى I ، يعني : $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IH}$
و بما أن I منتصف [SD] ، يعني : $\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{ID}$
و منه قطري الرباعي يتناصفان في I ، إذن الرباعي BDHS
متوازي الأضلاع و منه نستنتج أن : $\overrightarrow{HD} = \overrightarrow{SB}$

## مركب انسحابين

إذا تحول الشكل 1 إلى الشكل 2 بالإنسحاب ذي الشعاع $\overrightarrow{AB}$
و تحول الشكل 2 إلى الشكل 3 بالإنسحاب ذي الشعاع $\overrightarrow{BC}$ .
فإن الشكل 1 يتحول إلى الشكل 3 بالإنسحاب ذي الشعاع $\overrightarrow{AC}$ .

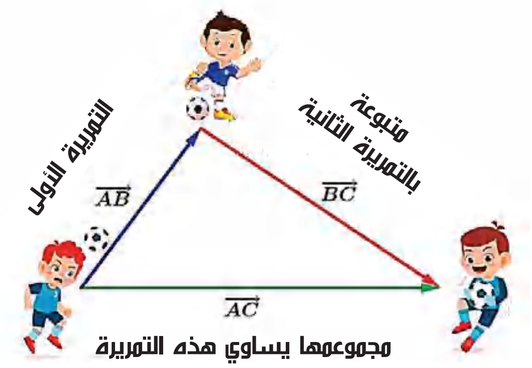



## مجموع شعاعين

### بإستعمال علاقة شال

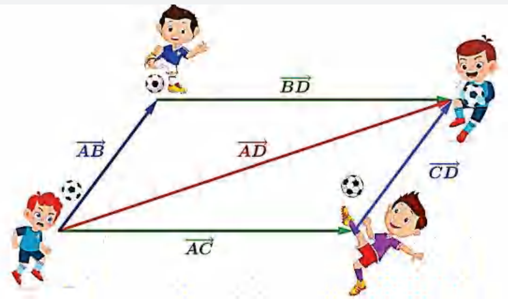
تركيب الإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ متبوعا بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ هو الإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$

من الرسم السابق نكتب مايلي : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$




### بإستعمال علاقة متوازي الأضلاع

إذا كان ABDC متوازي الأضلاع فإن : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$
محصلة مجموع شعاعين لهما نفس المبدأ هي قطر متوازي الأضلاع

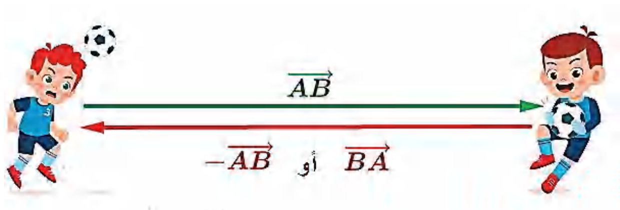


## الشعاعان المتعاكسان

يكون الشعاعان متعاكسين إذا كان مجموعهما شعاع معدوما لهما نفس المنحى ، نفس الطول و اتجاهين متعاكسين

إذا كان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BA}$ متعاكسان ونكتب : $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

ونقول أن الشعاع $\overrightarrow{BA}$ هو معاكس الشعاع $\overrightarrow{AB}$




مجموع شعاعين متعاكسين يساوي شعاع معدوم

نرمز له : $\vec{O}$ ، هو الشعاع الذي بدايته هي نهايته

**المثال السابق : حسب علاقة شال**

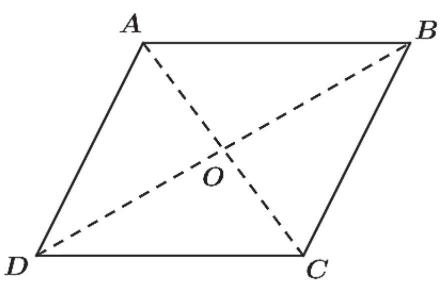
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{O}$$

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BB} = \vec{O}$$

## تذكير بالمكتسبات القبلية

ABCD رباعي :

- إذا كان (AB) // (DC) و (AD) // (BC) فإن : الرباعي ABCD متوازي أضلاع .
- إذا تقاطع القطران [AB] و [BD] في منتصفهما فإن : الرباعي ABCD متوازي أضلاع .




إذا كان $AB = CD$ و $AD = BC$ فإن : الرباعي ABCD متوازي أضلاع

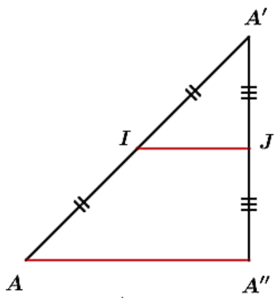
إذا كان $AB = CD$ و (AB) // (DC) فإن : الرباعي ABCD متوازي أضلاع

## خواص الإنسحاب

- يحفظ الأطوال ، المساحات ، الزوايا و استقامية النقط.
- صورة مستقيم هي مستقيم يوازيه .
- صورة قطعة مستقيم هي قطعة مستقيم تقايسها و توازيه .
- صورة دائرة هي دائرة لها نفس القطر .

## إضافة من الجيل الأول: تركيب تناظرين مركزيين

I ، J نقطتين من المستوي إجراء التناظر الذي مركزه I ، متبوعا بإجراء التناظر الذي مركزه J يؤول إلى إجراء الإنسحاب الذي شعاعه $(\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{IJ})$ ، الشعاع $(\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{IJ})$ نرمز إليه بـ $2\overrightarrow{IJ}$ معناه :
$A'$ نظيرة $A$ بالنسبة إلى I
$A''$ نظيرة $A'$ بالنسبة إلى J




$\overrightarrow{AA''} = 2\overrightarrow{IJ}$

فيكون لدينا : $\overrightarrow{AA'} = 2\overrightarrow{IA'}$ و $\overrightarrow{A'A''} = 2\overrightarrow{A'J}$

$$\overrightarrow{AA''} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'A''}$$
$$\overrightarrow{AA''} = 2\overrightarrow{IA'} + 2\overrightarrow{A'J}$$
$$\overrightarrow{AA''} = 2(\overrightarrow{IA'} + \overrightarrow{A'J})$$
$$\overrightarrow{AA''} = 2\overrightarrow{IJ}$$

**يمكن الوصول لهذه النتيجة بإستعمال خاصية مستقيم المنتصفين في المثلث**

# تمارين : الأشعة و الإنسحاب

**التمرين 01**

ليكن المثلث ABC ، و لتكن M نقطة لا تنتمي إلى المثلث

1) أنشئ النقطة K بحيث يكون : $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{BA}$

2) أنشئ النقطة P بحيث يكون : $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BC}$

3) بين أن : $\overrightarrow{KP} = \overrightarrow{AC}$

**التمرين 02**

1) أنشئ المعين ABCD ، انشئ النقطة E صورة B بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$ و النقطة F صورة D بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$

2) بين أن النقطة C هي منتصف القطعة [DE]

3) ما نوع الرباعي BDFE ؟

**التمرين 03**

1) ارسم قطعة مستقيمة [AB] ، ثم أنشئ النقطة C بحيث :
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$

2) ماذا تمثل النقطة B بالنسبة للقطعة [AC]

3) أنشئ النقطة D بحيث : $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CA}$

**التمرين 04**

أنشئ مثلث ABC ثم أنشئ النقط F ، E ، D بحيث :

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{ED}$ ; $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CB}$ ; $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB}$

**التمرين 05**

ABCD متوازي الأضلاع مركزه O

أنقل و أتمم :

$\overrightarrow{AD} = \cdots$ ; $\overrightarrow{AB} = \cdots$ ; $\overrightarrow{AO} = \cdots$ ; $\overrightarrow{OB} = \cdots$

**التمرين 06**

$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{MN}$ و O منتصف القطعة [EN]

1) أنشئ الشكل

2) بين أن M تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O و تشمل F



**التمرين 07**

BSD مثلث و I منتصف [SD]

1) أنشئ النقطة H نظيرة B بالنسبة إلى I

2) بين أن : $\overrightarrow{HD} = \overrightarrow{SB}$

**التمرين 08**

ABC مثلث

1) أعط في كل حالة ممثل :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ ; $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$ ; $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$ ; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

1) أنشئ ممثل مبدأه A لـ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ ، ثم الممثل الذي مبدأه C بنفس الشُعاع $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

**التمرين 09**

IJK مثلث

1) أعط ممثلا لـ : $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JK}$

2) عين النقطة S بحيث : $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{KS}$

3) استنتج أن : $\overrightarrow{JK} + \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{JS}$

**التمرين 10**

VECT متوازي الأضلاع مركزه I على أشكال مختلفة

1) أنشئ النقطة A بحيث : $\overrightarrow{TA} = \overrightarrow{TC} + \overrightarrow{VT}$

2) أنشئ النقطة B بحيث : $\overrightarrow{VB} = \overrightarrow{CT} + \overrightarrow{VI}$

**التمرين 11**

1) أنقل و أتمم مايلي :

$\ldots + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{RA}$ ; $\overrightarrow{IJ} + \cdots = \overrightarrow{IE}$

$\overrightarrow{AB} + \cdots = \vec{0}$ ; $\ldots + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AS}$

**التمرين 12**

أنشئ المثلث ABD بحيث :

$BD = 7\ cm$ ; $AD = 6\ cm$ ; $AB = 5\ cm$

1) أنشئ النقطة E صورة A بالإنسحاب ذي الشعاع $\overrightarrow{BD}$

2) أنشئ النقطة F بحيث : $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$

3) بين أن D منتصف [EF]

## لحساب مركبتي شعاع $\overrightarrow{AB}$ في معلم منسوب إلى مستو

إذا كانت إحداثيا النقطتين $A(x_A\,;y_A)$ و $B(x_B\,;y_B)$

في المعلم $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$ فإن مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$$

**مثال : لدينا $A(-3\,;4)$ و $B(5\,;3)$**

**احسب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$**

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5-(-3)\\3-4\end{pmatrix}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}8\\-1\end{pmatrix}$$

**ملاحظة**

مركبتي الشعاع $\overrightarrow{OM}$ هما إحداثيتي النقطة M في المعلم $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

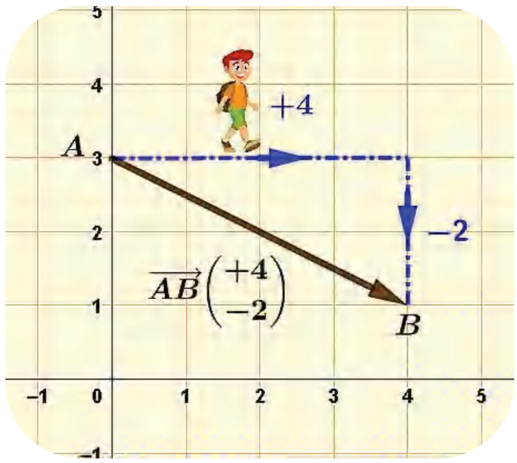
حيث النقطة O هي مبدأ هذا المعلم

## القراءة البيانية لمركبتي شعاع ، نتبع الخطوات التالية :

1) ننتقل أفقيا بالتوازي مع محور الفواصل ، من بداية الشعاع إلى نهايته ، و عدد الوحدات المقروءة تمثل مركبة الأولى .

2) ننتقل عموديا بالتوازي مع محور التراتيب ، من بداية الشعاع إلى نهايته ، و عدد الوحدات المقروءة تمثل مركبة الثانية .

3) تُعطى الإشارة (+) أو (-) لكل من مركبة 1 و مركبة 2 إذا تم الإنتقال في الإتجاه موجب أو السالب للمعلم




## تساوي الشعاعين

1) يتساوى شعاعان إذا كان لهما نفس مركبتي في المعلم

**مثال : نعتبر النقط $A(1;2)$ ، $B(2;4)$ ، $C(1;-3)$**

**أوجد حسابيا احداثيا النقطة $C'$ صورة C بالانسحاب ذي الشعاع $\overrightarrow{AB}$**

$C'$ صورة C بالإنسحاب ذي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ، أي $\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AB}$

نضع $C'(x;y)$ أي : $\overrightarrow{CC'}\binom{x-1}{y+3}$ و $\overrightarrow{AB}\binom{1}{2}$

ومنه نتحصل على الجملة التالية : $\begin{cases}x-1=1\\y+3=2\end{cases}$

بعد حل الجملة نجد إحداثيا النقطة : $C'(2;-1)$

## مجموع شعاعين

إذا كان $\overrightarrow{AB}\binom{x_B-x_A}{y_B-y_A}$ و $\overrightarrow{CD}\binom{x_D-x_C}{y_D-y_C}$

فإن مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$ هما :

$$\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x_D-x_C\\y_D-y_C\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}x_B-x_A+x_D-x_C\\y_B-y_A+y_D-y_C\end{pmatrix}$$

**تابع للمثال السابق : أحسب احداثياتي النقطة D**

**علمًا أن : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$**

نضع $D(x;y)$ ثم نكتب مركبتي كل من الأشعة الثلاثة

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\ ;\ \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0\\-5\end{pmatrix}\ ;\ \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}x-1\\y-2\end{pmatrix}$$

و منه بالتعويض في العبارة $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ نجد :

$$\begin{pmatrix}1+0\\2+(-5)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x-1\\y-2\end{pmatrix}$$

ومنه نتحصل على الجملة التالية : $\begin{cases}x-1=1\\y-2=-3\end{cases}$

بعد حل الجملة نجد إحداثيا النقطة : $D(2;-5)$

### تعيين إحداثيتي النقطة منتصف قطعة مستقيمة

A و B نقطتان إحداثياهما $(x_A\,;y_A)$ و $(x_B\,;y_B)$ في المعلم

M منتصف القطعة $[AB]$ ، حيث إحداثيا M في المعلم $(O;i;j)$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \quad ; \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

**مثال : لدينا $A(-3;4)$ و $B(5;3)$**
**أحسب إحداثيا M منتصف $[AB]$**

بما أن M منتصف $[AB]$ ، فإن :

$$x_M = \frac{(-3)+5}{2} = 1 \text{ و } y_M = \frac{4+3}{2} = 3{,}5$$

إذا إحداثيا النقطة M هما : $(1\,;3{,}5)$

### لإثبات أن النقطة M هي منتصف القطعة مستقيمة $[AB]$ ،

### نتبع إحدى الطرق التالية :

1) نبين أن : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$

2) نحسب إحداثيا النقطة M منتصف القطعة مستقيمة .

3) نحقق من أن $AB = AM + MB$ ، بعد حساب المسافات

**مثال : M نقطة من القطعة $[AB]$**
**حيث : $A(-3;4)$ ، $B(5;3)$ و $M(1;3{,}5)$**
**أثبت أن M منتصف هذه القطعة**

نختار الطريقة الأولى ، أي نبين أن : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$

$$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}1-(-3)\\3{,}5-4\end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}4\\-0{,}5\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}5-1\\3-3{,}5\end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}4\\-0{,}5\end{pmatrix}$$

ومنه نستنتج أن النقطة M منتصف $[AB]$

إذا اتبعنا الطريقة الثانية ، سنعيد نفس مراحل المتبعة في المثال السابق لحساب إحداثيا نقطة منتصف قطعة مستقيمة

### المسافة بين نقطتين من المستوي في معلم $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$

إذا كانت $(x_A\,;y_A)$ ، $(x_B\,;y_B)$ إحداثيا النقطتان A و B

في معلم متعامد و متجانس فإن المسافة AB تعطى بالعلاقة :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

أو يمكن أن نكتب هكذا :

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

**مثال $A(-1\,;2)$ و $B(-3\,;5)$ ، احسب AB**

$$AB^2 = \big((-3)-(-1)\big)^2 + (5-2)^2$$
$$AB^2 = 4^2 + 3^2$$
$$AB = \sqrt{25} = 5\,cm$$

## تذكير بالمكتسبات القبلية

### إحداثيا نقطة في المستوي

يمكن تحديد موضع نقطة من المستوي بواسطة الثنائية $(x;y)$ عددان نسميهما إحداثيا هذه النقطة في المعلم $(O\,;i\,;j)$

$x$ : تسمى بالفاصلة ، $y$ تسمى بالترتيبة

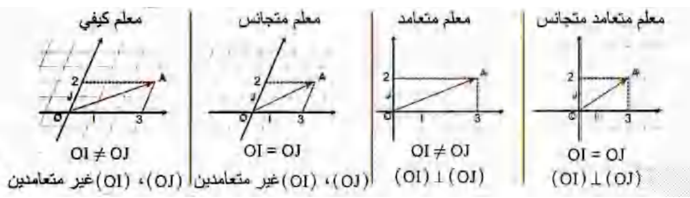
### أنواع المعالم

الشكل 1 : معلم كيفي

الشكل 2 : معلم متعامد و غير متجانس

الشكل 3 : معلم متجانس و غير متعامد

الشكل 4 : معلم متعامد و متجانس



# تمارين : الأشعة في المعالم

## التمرين 01

في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

﴿ وحدة الطول هي السنتيمتر في جميع التمارين ﴾

1) علم النقط : $A(4;5)$ ، $B(-3;3)$ ، $C(2;-2)$

2) ما نوع المثلث ABC ؟

3) لتكن D صورة B بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$

4) احسب إحداثيات النقطة D

5) ما نوع الرباعي ABDC ؟

## التمرين 02

في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

تعطى النقط $A(1;-3)$ ، $B(-3;5)$ ، $C(3;3)$ .

1) علم النقط A ، B ، C

2) احسب الأطوال AB ، AC ، BC

3) بين أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين . مع التبرير

4) بين أن $(-1;1)$ هما إحداثيات النقطة M منتصف [AB]

5) أحسب مركبتي الشُعاع $\overrightarrow{CM}$

6) أنشئ النقطة D حيث : $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CM}$ ، مبينا أن النقطة D هي نظيرة النقطة C بالنسبة إلى M

7) ما نوع الرباعي ADBC ؟

8) أنشئ النقطة A' ، B' ، D' نظائر النقط A ، B ، D بالنسبة إلى C ( على الترتيب )

9) مانوع الرباعي A'D'B'C ؟

## التمرين 03

في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$،

1) علم النقطتين $A(-1;3)$ ، $B(3;2)$

مثل النقطة G صورة المبدأ O بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$

3) احسب المسافة AB

## التمرين 04



في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) علم نقط: $A(2;1)$ ، $B(5;5)$ ، $C(6;2)$

2) احسب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$

3) أحسب المسافة AB .

4) ارسم النقطة D بحيث يكون الرباعي ABCD متوازي الأضلاع .

5) اعط أحداثيات النقطة M .

6) احسب إحداثيات النقطة M مركز التناظر متوازي الأضلاع

## التمرين 05

في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) علم النقط التالية :

$A(2;6)$ ، $B(-4;2)$ ، $C(-2;-1)$ ، $D(4;3)$

2) احسب مركبتي الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$

3) هل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع ؟ برر إجابتك

4) أحسب بدقة المسافتين AC و BD

5) بين أن ABCD مستطيل

## التمرين 06

في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) علم النقطتين : $A(-5;1)$ و $B(1;5)$

2) احسب مركبتي الاشعة : $\overrightarrow{OA}$ ; $\overrightarrow{OB}$ ; $\overrightarrow{AB}$ .

3) أثبت أن المثلث OAB قائم و متساوي الساقين

4) لتكن (C) الدائرة المحيطة بالمثلث AOB ،

- أحسب نصف قطرها و إحداثيات مركزها .

5) مثل النقطة E صورة A بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OB}$ ، ماهي طبيعة الرباعي AEBO ؟

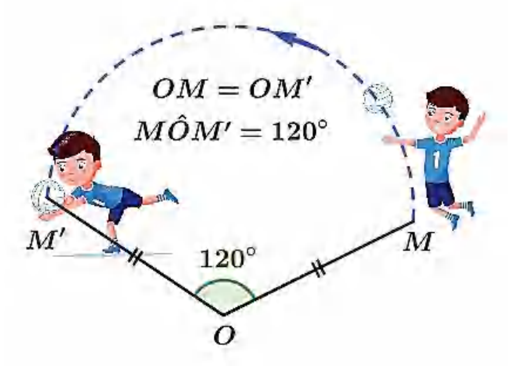
## مفاهيم تجريبية للدوران

إذا قمنا بدوران حول نقطة O بزاوية قيسها $\alpha$ .

فإن الشكل 1 يتوقع على الشكل 2 .

نقول أن الشكل 1 هو صورة الشكل 2 بالدوران الذي مركزه O

و الزاوية التي قيسها $\alpha$ في إتجاه المختار .




## خواص الدوران

الدوران يحفظ

الأطوال ، الإستقامية ، الزوايا و المساحات

## صور أشكال بواسطة دوران

- صورة مستقيم هي مستقيم
- صورة قطعة مستقيمة هي قطعة مستقيمة تقايسها
- صورة نصف مستقيم هو نصف مستقيم
- صورة الدائرة التي مركزها I هي الدائرة التي لها نفس نصف القطر و مركزها $I'$ صورة النقطة I .

## ملاحظات

صورة مستقيمان متعامدان هما مستقيمان متعامدان

صورة مستقيمان متوازيان هما مستقيمان متوازيان

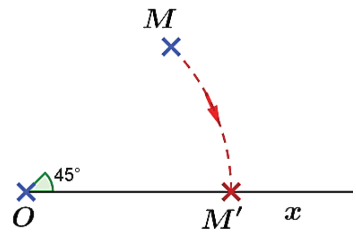
صورة مثلث قائم هو مثلث قائم

## كيفية إنشاء صور أشكال بسيطة بالدوران

### إنشاء النقطة $M'$ صورة M بالدوران الذي مركزه O

1) إنشاء نصف المستقيم $[Ox)$ ، مع الإنتباه لجهة الدوران

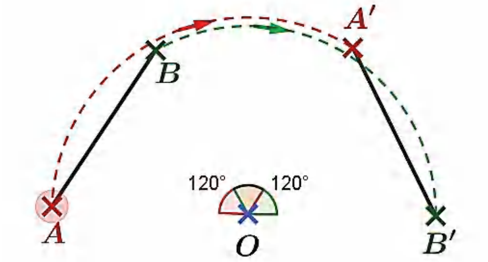
2) إنشاء النقطة $M'$ على $[Ox)$ حيث $OM' = OM$




### إنشاء صورة القطعة المستقيمة [AB] بالدوران الذي مركزه O

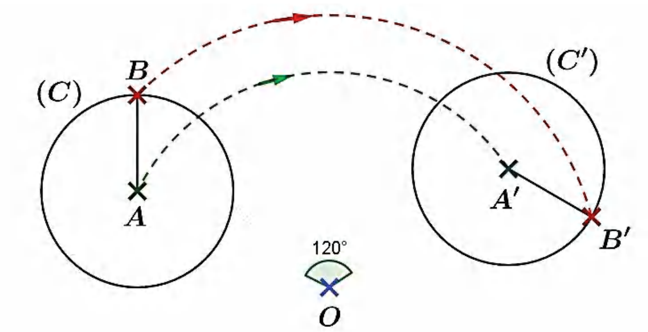
1) إنشاء الصورتين $A'$ و $B'$ للنقطتين A و B بهذا الدوران

و تكون $[AB]$ هي : $[A'B']$




### إنشاء صورة دائرة مركزها A بالدوران الذي مركزه O

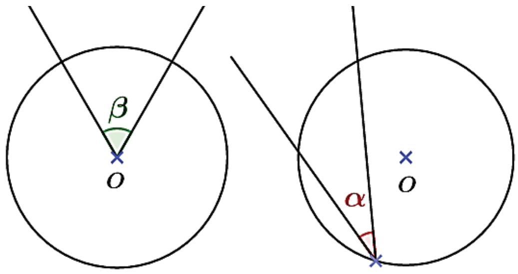
1) إنشاء الصورة $A'$ للنقطة A بهذا الدوران و تكون صورة الدائرة المعطاة هي الدائرة التي مركزها $A'$ و لها نفس نصف القطر الدائرة الأولى



## الزاوية المحيطة و الزاوية المركزية

1) الزاوية المحيطية في دائرة : هي الزاوية المشكلة من وترين للدائرة يلتقيان في نقطة منها .

2) الزاوية المركزية في دائرة : هي الزاوية التي رأسها هو مركز هذه الدائرة .



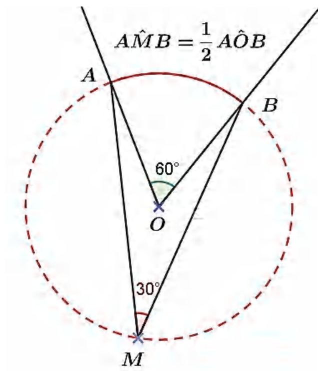

زاوية مركزية　　　زاوية محيطية

## خاصية قيس الزاوية المحيطية

قيس الزاوية المحيطة في دائرة يساوي نصف قيس الزاوية المركزية التي تحصر معها نفس القوس

نقول أن الزاوية $A\hat{O}B$ هي الزاوية المركزية المشتركة مع الزاوية المحيطة $A\hat{M}B$ يعني أنهما يحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$

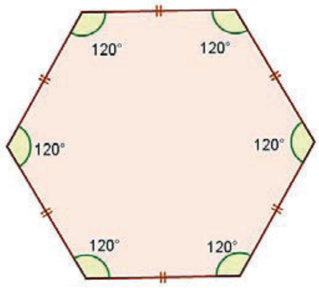
$$A\hat{M}B = \frac{1}{2}A\hat{O}B$$



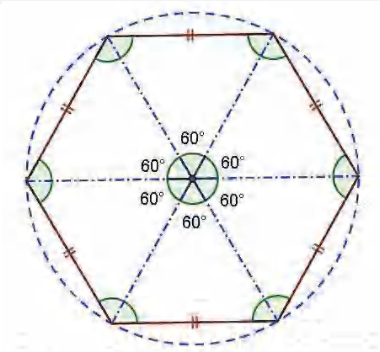

الزاويتان المركزيتان اللتين تحصران نفس القوس متقايستان

## المضلعات المنتظمة

المضلع المنتظم هو مضلع أضلاعه متقايسة و زاوياه لها نفس القيس .




توجد دائرة مارة على جميع رؤوس المضلع المنتظم نقول أن هذه : الدائرة المحيطة بالمضلع المنتظم و مركزها هو مركز المضلع المنتظم




## حساب قيس الزاوية $A\hat{O}B$ لمضلع منتظم مركزه O ، A ، B رأسان متتاليان للمضلع و عدد أضلاعه $n$

نقسم الزاوية 360° على $n$ بمعنى : $A\hat{O}B = \frac{360°}{n}$

## حساب قيس الزاوية $A\hat{B}C$ لمضلع منتظم مركزه A ، B ، C هي رؤوس للمضلع

1) نعين الزاوية المركزية $A\hat{O}C$ التي نرسم نفس القوس التي ترسمه الزاوية المحيطة $A\hat{B}C$

2) نستعمل خاصية قيس الزاوية المحيطية $A\hat{B}C = \frac{1}{2}A\hat{O}C$

# تمارين : الدوران و الزوايا و المضلعات المنتظمة

## التمرين 01

A ، O نقطتان متمايزتان من المستوي

1) انشئ النقطة B صورة A بالدوران ذو المركز O و الزاوية $30°$

2) أنشئ النقطة C نظيرة النقطة B بالنسبة إلى (OA)

3) برهن أن المثلث BOC متقايس الأضلاع

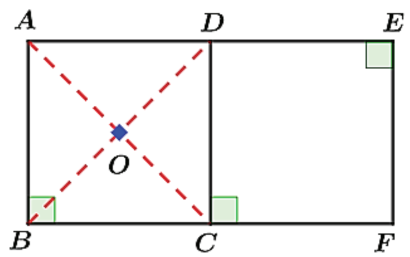
## التمرين 02

1) الشكل المقابل فيه ABCD ، CDEF مُربعين

2) انقل الشكل و أنشئ النقطة G صورة E بالدوران ذو المركز O و الذي يُحول النقطة D إلى A

3) استنتج أن : $DE = AG$

4) بين أن : $(DE) \perp (AG)$




## التمرين 03

STUV مربع مركزه O ، M ، N ، K ، L منتصفات أضلاعه

ماهي صورة المثلث ANS ( دون تعليل ) :

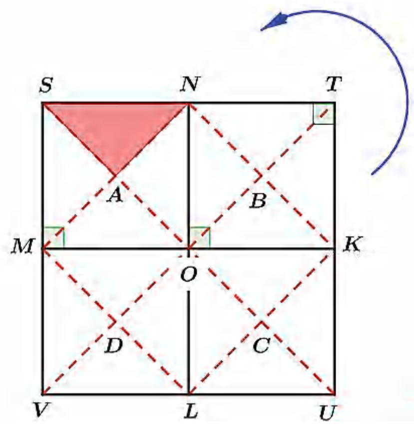
1- بالتناظر ذو المركز O

2- بالدوران ذو المركز O و الزاوية $90°$ ( الإتجاه المباشر )

3- بالدوران ذو المركز O و الزاوية $180°$

4- بالتناظر بالنسبة للمستقيم (VT)

5- بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{ML}$




## التمرين 04

[AB] و [A'B'] قطعتين مستقيميتين لهما نفس الطول

أنشئ النقطة O مركز الدوران الذي يُحول [AB] إلى [A'B']

## التمرين 05

ABC مثلث قائم في A حيث : $AB = 4\ cm$

و $\widehat{ABC} = 60°$ ، الدائرة ذات المركز B و نصف القطر AB تقطع (AC) في النقطة M .

1) انشئ المثلث ABC ثم صورته بالدوران الذي مركزه B و زاويته $30°$ ( الإتجاه المباشر )

## التمرين 06

ABCD مربع مركزه O ، M نقطة داخل المربع

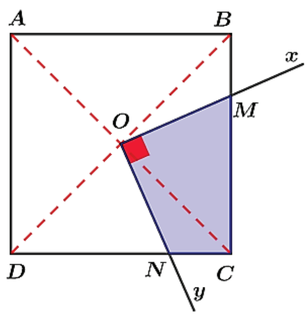
1) أنشئ النقطة N نظيرة M بالنسبة إلى O

2) نعتبر الدوران ذو مركز O و الزاوية $90°$ و الذي يُحول النقطة B إلى A . هذا الدوران يُحول أيضا M ، N إلى النقطتين E ، F على الترتيب .

3) أنشئ النقطتين E ، F

4) ما هي طبيعة الرباعي MENF ، علل إجابتك

## التمرين 07




الشكل المقابل في المربع ABCD مساحته $32\ cm^2$ ، و نصفي المستقيمين [Ox) و [Oy) . الذين يقطعان على الترتيب القطعتين [BC] و [CD]

في النقطتين M و N ، فنحصل على الزاوية $\widehat{MON}$ القائمة في O

1) أحسب المساحة المُلونة عندما تدور $\widehat{MON}$ حول النقطة O

2) ماهي صورة المثلث OMB بالدوران الذي مركزه O و زاويته قيسها $90°$ ( الإتجاه المعاكس )

3) بين أن المساحة المُلونة تساوي مساحة المثلث OBC .

# تمارين : الدوران و الزوايا و المضلعات المنتظمة

## التمرين 08

ABC مثلث قائم في B ، O منتصف وتر هذا المثلث بحيث :
$\widehat{BAC} = 30°$

1) ارسم الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

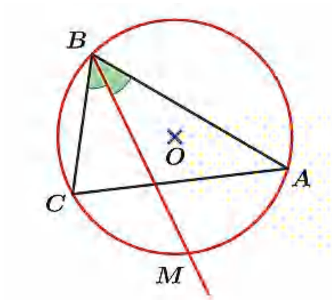
2) لتكن G نقطة من القوس ( الصغرى ) $\widehat{AB}$ ، أحسب قيس الزاوية $\widehat{AGB}$

## التمرين 09

الشكل المُقابل فيه :

النقطة O هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC . منصف الزاوية $\widehat{ABC}$ يقطع الدائرة في النقطة M .

- ما نوع المثلث AMC ؟ برر إجابتك

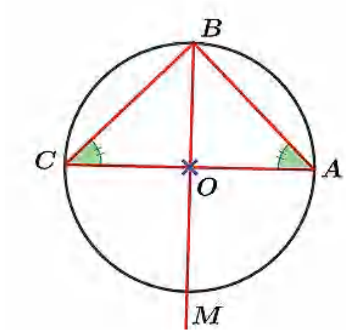



## التمرين 10

ABC مثلث قائم في B و متساوي الساقين

لتكن M نقطة من القوس $\widehat{AC}$ الذي لا يشمل النقطة B

- بين ان (BM) منصف الزاوية $\widehat{AMC}$




## التمرين 11

ABC مثلث ، (C) الدائرة المحيطة بهذا المثلث. المستقيم (d) هو محور القطعة [AB] ، و الذي يقطع (C) في النقطة E من القوس $\widehat{AB}$ الذي لا يشمل النقطة C .

1) بين أن : $\widehat{ACE} = \widehat{ABE}$

2) ما نوع المثلث AEB

3) بين أن المستقيم (EC) هو منصف الزاوية $\widehat{ACB}$

## التمرين 15

في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$، وحدة الطول هي السنتيمتر .

1) علم النقط : $A(2;3)$ ، $B(5;6)$ ، $C(7;4)$

2) نقبل أن $AB = 3\sqrt{2}$ ، $BC = 2\sqrt{2}$

أحسب المسافة AC ، ثم أثبت أن المثلث ABC قائم في B

3) مثل النقطة D ، صورة النقطة A بالدوران ذو المركز B و الزاوية 90° ، في اتجاه عكس عقارب الساعة .

مثل النقطة M حيث : $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$

ما هي طبيعة الرباعي ABCM ؟

4) مثل النقطة N صورة D بالإنسحاب الذي شُعاعه $\overrightarrow{BA}$

5) بين أن النقط B ، C ، D على استقامة واحدة . علل

6) اثبت أن النقط A ، B ، M على استقامة واحدة

### تعريف بالكرة و الجلة

الكرة التي مركزها O و نصف قطرها R ، هي مجموعة النقط M بحيث : $OM = R$

الجلة التي مركزها O و نصف قطرها R ، و هي مجموعة النقط M بحيث : $OM \leq R$


### مساحة الكرة و حجم الجلة

| مساحة الكرة | حجم الجلة |
|---|---|
| $A = 4\pi R^2$ | $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ |

### مقطع لكرة بمستوي

مقطع كرة بمستوي هو دائرة

**ملاحظة**

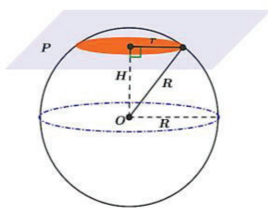
[NS] قطر كرة مركزها O ، P هو المستوي العمودي على [NS] في H نقول ان : OH هي المسافة بين O و المستوي P .

**الحالة 01 :** $0 < OH < R$

1) الدائرة الناتجة من قطع الكرة بمستوي P مركزها H . من أجل كل نقطة من هذه الدائرة ، المثلث قائم في تلك النقطة

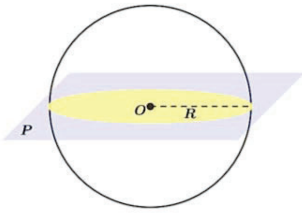
2) في الدائرة نصف قطرها $r$ .

يعطى بالقاعدة : $r = \sqrt{R^2 - OH^2}$



**الحالة 02 :** $OH = 0$

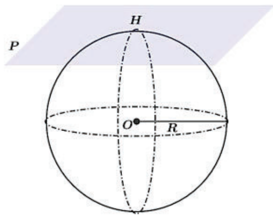
الدائرة الناتجة من قطع الكرة بمستوي P ، لها للكرة نفس المركز O و نفس نصف القطر R للكرة نقول أنها : أكبر دائرة للكرة



**الحالة 03 :** $OH = R$

الدائرة الناتجة عن قطع الكرة بالمستوي P لها مركز S أو N و نصف قطر يساوي الصفر .

نقول أن : المستوي P مماس للكرة في S أو N



**ملاحظة**

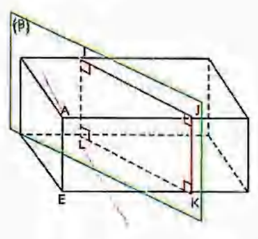
إذا كان $OI > R$ فإن المستوي P لا يقطع الكرة

### مقطع لمتوازي المستطيلات

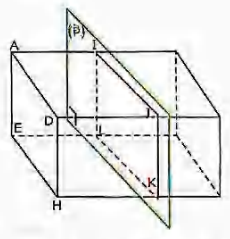
مقطع متوازي مستطيلات بمستوي :

1) يوازي أحد أوجهه هو مستطيل له نفس بعدي الوجه الموازي .

2) يوازي أحد أحرفه هو مستطيل طوله أو عرضه يساوي طول ذلك الحرف .



مقطع موازي لأحد الأحرف



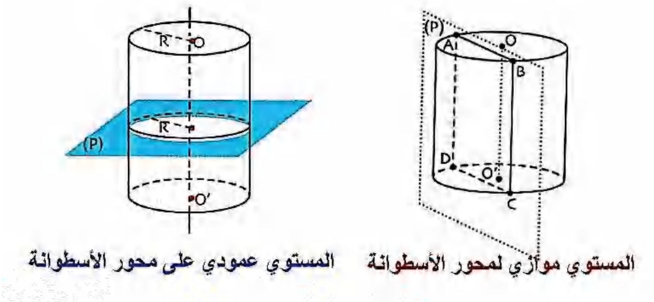
مقطع موازي لأحد الوجه (وجه الجانبي)

### مقطع لأسطوانة دورانية

مقطع أسطوانة نصف قطرها R بمستوي

1) عمودي على المحور : هو دائرة نصف قطرها R مركزها ينتمي إلى المحور . ﴿ مواز و مطابق لقاعدته ﴾

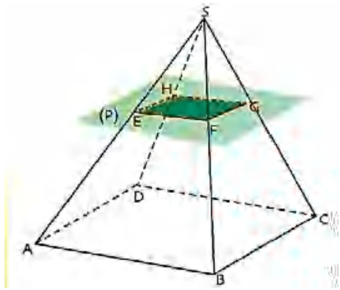
2) موازي للمحور : هو مستطيل طوله أو عرضه يساوي إرتفاع الأسطوانة .




المستوي موازي لمحور الأسطوانة المستوي عمودي على محور الأسطوانة

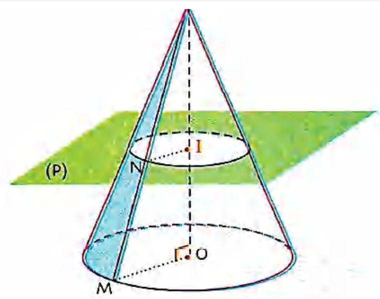
### مقطع لهرم

مقطع هرم بمستوي موازي لقاعدته هو تصغير لقاعدته أضلاعها موازي لأضلاع قاعدة الهرم




### مقطع لمخروط دوراني

مقطع مخروط دوراني بمستوي موازي لقاعدته هو دائرة مصغرة لقاعدته ، مركزها ينتمي إلى إرتفاع المخروط




### تكبير أو التصغير بالنسبة K

1) تكبير مجسم معناه : ضرب كل أبعاده بالنسبة K بحيث :
$K > 1$

2) تصغير مجسم معناه : ضرب كل أبعاده بالنسبة K بحيث :
$0 < K < 1$

3) تكبير و تصغير مجسمات لا يغيران طبيعتها .

4) أثناء التكبير أو التصغير أبعاد المجسم بالنسبة K فإن :
مساحته تضرب بالنسبة $K^2$ و حجمه يضرب بالنسبة $K^3$

## تذكير بالمكتسبات القبلية

### متوازي المستطيلات

| المساحة | الحجم |
|---|---|
| $S = 2(a \times b + a \times h + b \times h)$ | $V = a \times b \times h$ |

### مكعب

| المساحة | الحجم |
|---|---|
| $S = 6 \times a$ | $V = a^3$ |

### أسطوانة الدوران

| المساحة | الحجم |
|---|---|
| $S = 2 \times \pi \times R\ (h + R)$ | $V = \pi \times R^2 \times h$ |

### الهرم

| المساحة | الحجم |
|---|---|
| $S = B \times \left(\text{عدد أوجه} \times \dfrac{a \times c}{2}\right)$ | $V = B \times h$ |

$B$ مساحة القاعدة

### المخروط الدوران

| المساحة | الحجم |
|---|---|
| $S = \pi \times R \times h + \pi \times R^2$ | $V = \dfrac{1}{3} \times h \times \pi \times R^2$ |