4AM

الرابعة متوسط

رياضيات

ملخصات

الأستاذ مصطفى

لتحضير شهادة التعليم المتوسط

Prof Mustapha
KHALDI

Prof Mustapha
KdHA-LDJ

مبرهنة فيتاغورس

(في المثلث القائم)

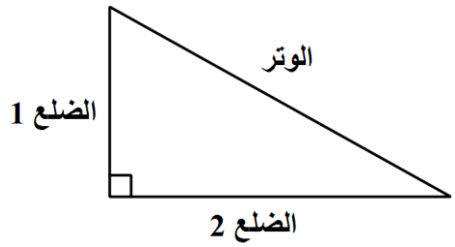
❖ مبرهنة فيتاغورس:

في المثلث القائم: **مربع الوتر = مجموع مربع الضلعين القائمين**

أي: $(\text{الوتر})^2 = (\text{الضلع } 1)^2 + (\text{الضلع } 2)^2$

ملاحظة:

الوتر هو أطول ضلع و يقابل الزاوية القائمة



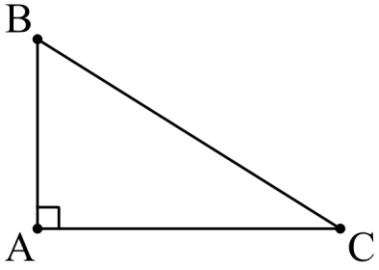
استنتاجات:

$(\text{الضلع } 2)^2 = (\text{الوتر})^2 - (\text{الضلع } 1)^2$

$(\text{الضلع } 1)^2 = (\text{الوتر})^2 - (\text{الضلع } 2)^2$

مثال: ABC مثلث قائم في A

نقول: بما أن ABC مثلث قائم في A فإنه حسب مبرهنة فيتاغورس لدينا:



$$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$$

إذن نستنتج أن:

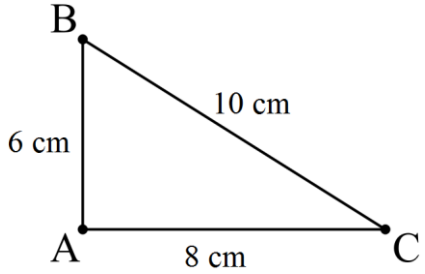
$$(AB)^2 = (BC)^2 - (AC)^2$$

و $(AC)^2 = (BC)^2 - (AB)^2$

❖ إثبات أن المثلث قائم: (المبرهنة العكسية لفيتاغورس)

① نحسب مربع الوتر: $(BC)^2 = (10)^2 = 100$

② نحسب مجموع مربع الضلعان الاخران:



$$(AB)^2 + (AC)^2 = (6)^2 + (8)^2$$

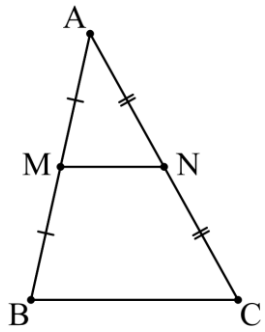
$$(AB)^2 + (AC)^2 = 36 + 64$$

$$(AB)^2 + (AC)^2 = 100$$

③ ثم نقول: بما أن $(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$ فإن المثلث ABC قائم في A حسب المبرهنة العكسية لفيتاغورس

خاصية منتصف الضلعين

القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث وطولها يساوي نصفه



مثال: ABC مثلث كيفي

- M منتصف $[AB]$
- N منتصف $[AC]$

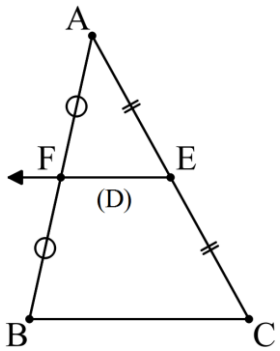
و منه حسب خاصية منتصف الضلعين فإن:

① $(MN) \,//\, (BC)$

② $BC = 2MN$ أي $MN = \frac{BC}{2}$

إثبات المنتصف: (المبرهنة العكسية لمنتصف الضلعين)

المستقيم المرسوم من منتصف ضلع في مثلث موازيًا أحد الضلعين الآخرين ينصف الضلع الثالث



مثال: ABC مثلث كيفي

- E منتصف $[AC]$
- (D) يشمل E و يوازي (BC)

و منه حسب المبرهنة العكسية لمنتصف الضلعين فإن (D) ينصف $[AB]$

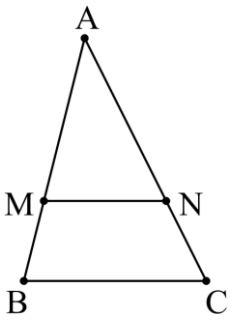
Prof Mustapha

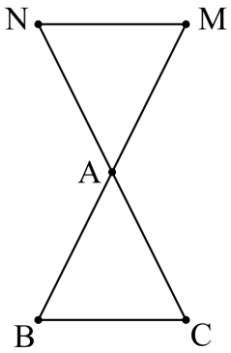
KdHA-LDJ

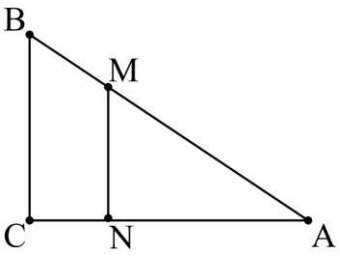
Prof Mustapha
KHALDI

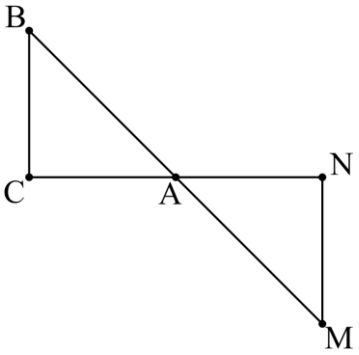
خاصية طالس

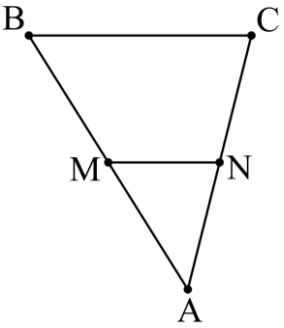
في كل من الأشكال التالية لدينا $(MN) \,//\, (BC)$ مما يعني إمكانية تطبيق خاصية طالس:











مبرهنة طالس: (المباشرة)

بما أن $(MN) \,//\, (BC)$ فحسب خاصية طالس لدينا: $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

إثبات التوازي: (المبرهنة العكسية لطالس)

حسب المعطيات نختار كسرين: مثلا $\dfrac{AM}{AB}$ و $\dfrac{MN}{BC}$

① نقول لنقارن الكسرين $\dfrac{AM}{AB}$ و $\dfrac{MN}{BC}$

② نحسب الكسر $\dfrac{AM}{AB}$ كم يساوي

③ نحسب الكسر $\dfrac{MN}{BC}$ كم يساوي

④ نقول بما أن $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{MN}{BC}$ و النقط A, M, B و A, N, C بنفس الترتيب على استقامة واحدة فإن: $(MN) \,//\, (BC)$ حسب الخاصية العكسية لطالس

الحساب الحرفي

Prof Mustapha
KHALDI

❖ النشر:

- المتطابقات الشهيرة للنشر

- $(a+b)^2 = (a)^2 + (b)^2 + 2(a)(b)$
- $(a-b)^2 = (a)^2 + (b)^2 - 2(a)(b)$
- $(a-b)(a+b) = (a)^2 - (b)^2$

- النشر عند وجود عامل مشترك

- $k(a+b) = (k \times a) + (k \times b)$
- $k(a-b) = (k \times a) - (k \times b)$
- $(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d)$
- $(a-b)(c+d) = a(c+d) - b(c+d)$
- $(a+b)(c-d) = a(c-d) + b(c-d)$
- $(a-b)(c-d) = a(c-d) - b(c-d)$

❖ التحليل:

- المتطابقات الشهيرة للتحليل

- $(a)^2 + (b)^2 + 2(a)(b) = (a+b)^2$
- $(a)^2 + (b)^2 - 2(a)(b) = (a-b)^2$
- $(a)^2 - (b)^2 = (a-b)(a+b)$

- التحليل باستعمال العامل المشترك

- $ka + kb = k(a+b)$
- $(a+b)(c+d) + (a+b)(e+f) = (a+b)[(c+d) + (e+f)]$
- $(a+b)(c+d) - (a+b)(e+f) = (a+b)[(c+d) - (e+f)]$

* $(a+b)(c+d) + (a+b) = (a+b)[(c+d) + 1]$
* $(a+b)(c+d) - (a+b) = (a+b)[(c+d) - 1]$
* $(a+b) + (a+b)(e+f) = (a+b)[1 + (e+f)]$
* $(a+b) - (a+b)(e+f) = (a+b)[1 - (e+f)]$

Prof Mustapha
KdHA-LDJ

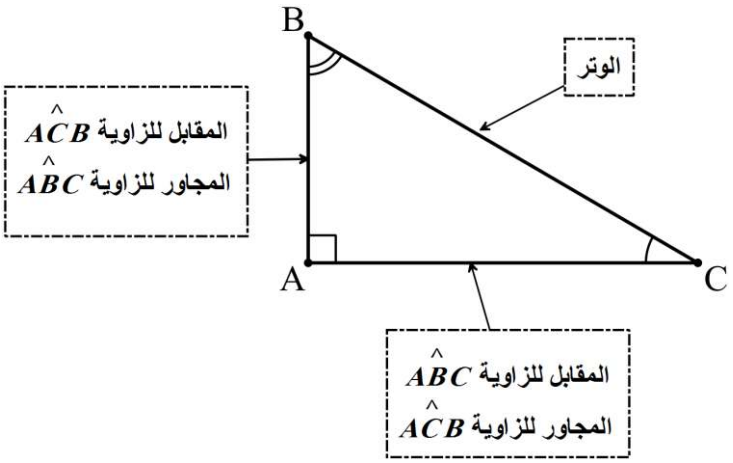
النسب المثلثية في المثلث القائم

$$\tan x = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} \quad ; \quad \cos x = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \quad ; \quad \sin x = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

❖ حساب sin, cos و tan زاوية حادة:

مثال:

$AB = 3\ cm$
$AC = 4\ cm$
$BC = 5\ cm$



$$\sin \hat{ACB} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} = 0,6 \qquad \sin \hat{ABC} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\cos \hat{ACB} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5} = 0,8 \qquad \cos \hat{ABC} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\tan \hat{ACB} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} = 0,75 \qquad \tan \hat{ABC} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3} = 1,33$$

❖ العلاقات بين النسب المثلثية:

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad ; \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

نتائج:

$$\cos x = \frac{\sin x}{\tan x} \quad ; \quad \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$\sin x = \tan x \times \cos x \quad ; \quad \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

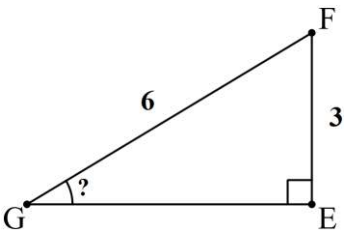
✓ **ملاحظة 1:** قيمة sin و قيمة cos دائما **أصغر** من **1** و **أكبر** من **0**

✓ **ملاحظة 2:** قيم sin, cos و tan دائما **موجبة** (في زوايا مثلث قائم)

sin : جب
cos : تجب
tan : ظل
x: زاوية

حساب قيس زاوية باستعمال نسب مثلثية

مثال 1:



$EF = 3\ cm$
$FG = 6\ cm$
$E\hat{G}F = ?$

الحل:

* لحساب قيس الزاوية $E\hat{G}F$ لدينا فقط طول الضلع المقابل لها EF و الوتر FG ومنه نستعمل $sin\ E\hat{G}F$

لأن $\sin E\hat{G}F = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$$\sin E\hat{G}F = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{EF}{FG} = \frac{3}{6} = 0,5$$

* **باستخدام الالة الحاسبة ذات الحجم الصغير (أحادية الشاشة):**

1) نضبط الالة الحاسبة على DEG بلمسة [DR]

2) نكتب من اليسار إلى اليمين: [sin] [2ndf] [5] [.] [0]

تظهر النتيجة: [3] و منه قيس الزاوية $E\hat{G}F = 30°$

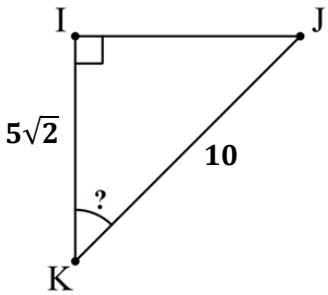
* **باستخدام الالة الحاسبة ذات الحجم الكبير (ثنائية الشاشة):**

1) نضبط الالة الحاسبة على DEG بالضغط مرتين على [MOD] ثم على الرقم [1]

2) نضغط من اليسار إلى اليمين: [SHIF] [sin] [0] [.] [5] [=]

تظهر النتيجة: [3] و منه قيس الزاوية $E\hat{G}F = 30°$

مثال 2:



$IK = 5\sqrt{2}\ cm$
$JK = 10\ cm$
$I\hat{K}J = ?$

الحل:

* لحساب قيس الزاوية $I\hat{K}J$ لدينا فقط طول الضلع المجاور لها IK و الوتر JK ومنه نستعمل $\cos I\hat{K}J$

لأن $\cos I\hat{K}J = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$$\cos I\hat{K}J = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{IK}{JK} = \frac{5\sqrt{2}}{10} \approx 0,71$$

Prof Mustapha
KHALDI

* **باستخدام الالة الحاسبة ذات الحجم الصغير (أحادية الشاشة):**

1) نضبط الالة الحاسبة على DEG بلمسة [DR]

2) نكتب من اليسار إلى اليمين: [co] [2ndf] [1] [7] [.] [0]

تظهر النتيجة: [44 ,76] و منه قيس الزاوية $I\hat{K}J \approx 45°$

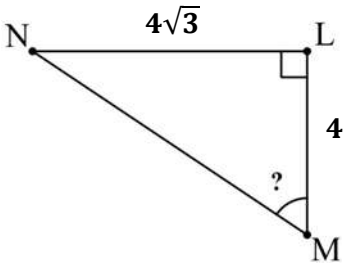
* **باستخدام الالة الحاسبة ذات الحجم الكبير (ثنائية الشاشة):**

1) نضبط الالة الحاسبة على DEG بالضغط مرتين على [MOD] ثم على الرقم [1]

2) نضغط من اليسار إلى اليمين: [cos] [SHIFT] [0] [.] [7] [1] [=]

تظهر النتيجة: [44 ,76] و منه قيس الزاوية $I\hat{K}J \approx 45°$

مثال 3:



$LM = 4\ cm$

$LN = 4\sqrt{3}\ cm$

$L\hat{M}N = ?$

الحل:

* لحساب قيس الزاوية $L\hat{M}N$ لدينا فقط طول الضلع المقابل لها LN و المجاور لها LM ومنه نستعمل $tan\ L\hat{M}N$ لأن $\tan L\hat{M}N = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

$$tan\ L\hat{M}N = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{LN}{LM} = \frac{4\sqrt{3}}{4} \approx 1,73$$

* **باستخدام الالة الحاسبة ذات الحجم الصغير (أحادية الشاشة):**

1) نضبط الالة الحاسبة على DEG بلمسة [DR]

2) نكتب من اليسار إلى اليمين: [tan] [2ndf] [3] [7] [.] [1]

تظهر النتيجة: [59,97] و منه قيس الزاوية $L\hat{M}N \approx 60°$

* **باستخدام الالة الحاسبة ذات الحجم الكبير (ثنائية الشاشة):**

1) نضبط الالة الحاسبة على DEG بالضغط مرتين على [MOD] ثم على الرقم [1]

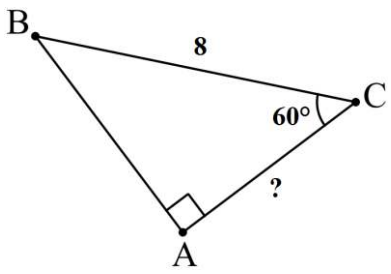
2) نضغط من اليسار إلى اليمين: [tan] [SHIFT] [1] [7] [3] [.] [=]

تظهر النتيجة: [59,97] و منه قيس الزاوية $L\hat{M}N \approx 60°$

Prof Mustapha
KHALDI

حساب طول باستعمال نسب مثلثية

مثال 1:



$A\hat{C}B = 60°$
$BC = 8\ cm$
$AC = ?$

الحل:

* من المعطيات لدينا قيس الزاوية $A\hat{C}B$ و طول الوتر BC و نبحث عن المجاور AC إذن نستعمل $\cos A\hat{C}B$

لأن $\cos A\hat{C}B = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$$\cos A\hat{C}B = \frac{AC}{BC}$$

نعوض:

$$\cos 60° = \frac{AC}{8}$$

نحسب $\cos 60°$ بالألة الحاسبة كما في الوثيقة ثم نعوض:

$$0,5 = \frac{AC}{8}$$

ثم نرتب هذه النتيجة في جدول الرابع المتناسب:

$0,5$	AC
1	8

و منه $AC = \frac{0,5\times 8}{1}$

$$\boxed{AC = 4\ cm}$$

* باستخدام الالة الحاسبة ذات الحجم الصغير (أحادية الشاشة):

1) نضبط الالة الحاسبة على DEG بلمسة [DRG]

2) نكتب من اليسار إلى اليمين: [cos] [0] [6]

تظهر النتيجة: [0,5]

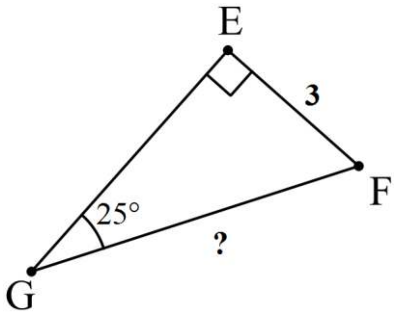
* باستخدام الالة الحاسبة ذات الحجم الكبير (ثنائية الشاشة):

1) نضبط الالة الحاسبة على DEG بالضغط مرتين على [MODE] ثم على الرقم [1]

2) نضغط من اليسار إلى اليمين: [cos] [6] [0] [=]

تظهر النتيجة: [0,5]

مثال 2:



$E\hat{G}F = 25°$
$EF = 3\ cm$
$GF = ?$

الحل:

* من المعطيات لدينا قيس الزاوية $E\hat{G}F$ و طول الضلع المقابل لها EF و نبحث عن الوتر GF إذن نستعمل $\sin E\hat{G}F$

لأن $\sin E\hat{G}F = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$$\sin E\hat{G}F = \frac{EF}{GF}$$

نعوض:

$$\sin 25° = \frac{3}{GF}$$

Prof Mustapha
KHALDI

نحسب $\sin 25°$ بالآلة الحاسبة كما في الوثيقة ثم نعوض:

$$0,42 = \frac{3}{GF}$$

ثم نرتب هذه النتيجة في جدول الرابع المتناسب:

$0,42$	3
1	GF

و منه $GF = \frac{3\times 1}{0,42}$

$$\boxed{GF \approx 7\ cm}$$

* باستخدام الالة الحاسبة ذات الحجم الصغير (أحادية الشاشة):

1) نضبط الالة الحاسبة على DEG بلمسة [DRG]

2) نكتب من اليسار إلى اليمين: [2] [5] [sin]

تظهر النتيجة: [0,422618261]

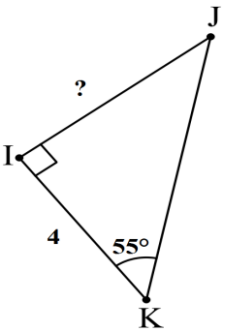
* باستخدام الالة الحاسبة ذات الحجم الكبير (ثنائية الشاشة):

1) نضبط الالة الحاسبة على DEG بالضغط مرتين على [MODE] ثم على الرقم [1]

2) نضغط من اليسار إلى اليمين: [sin] [2] [5] [=]

تظهر النتيجة: [0,422618261]

مثال 3:



$I\hat{K}J = 60°$

$IK = 4\ cm$

$IJ = ?$

الحل:

* من المعطيات لدينا قيس الزاوية $I\hat{K}J$ و طول الضلع المجاور لها IK و نبحث عن المقابل IJ إذن نستعمل $\tan I\hat{K}J$ لأن $\tan I\hat{K}J = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

$$\tan I\hat{K}J = \frac{IJ}{IK}$$

نعوض:

$$\tan 55° = \frac{IJ}{4}$$

نحسب $\tan 55°$ بالآلة الحاسبة كما في الوثيقة ثم نعوض:

$$1,43 = \frac{IJ}{4}$$

ثم نرتب هذه النتيجة في جدول الرابع المتناسب:

$1,43$	IJ
1	4

و منه $IJ = \frac{1,43\times 4}{1}$

$$\boxed{IJ \approx 6\ cm}$$

* باستخدام الالة الحاسبة ذات الحجم الصغير (أحادية الشاشة):

1) نضبط الالة الحاسبة على DEG بلمسة [DRG]

2) نكتب من اليسار إلى اليمين: [5] [5] [tan]

تظهر النتيجة: [1,428148007] $1,43 \approx$

* باستخدام الالة الحاسبة ذات الحجم الكبير (ثنائية الشاشة):

1) نضبط الالة الحاسبة على DEG بالضغط مرتين على [MODE] ثم على الرقم [1]

2) نضغط من اليسار إلى اليمين: [tan] [5] [5] [=]

تظهر النتيجة: [1,428148007] $1,43 \approx$

Prof Mustapha

KdHA-LDJ

الأشعة والانسحاب

الشعاعان المتساويان:
- لهما نفس الطول
- لهما نفس المنحى (متوازيان)
- لهما نفس الإتجاه

الشعاعان المتعاكسان:
- لهما نفس الطول
- لهما نفس المنحى (متوازيان)
- متعاكسان في الإتجاه

$\overrightarrow{BA}$ هو معاكس الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ونكتب $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

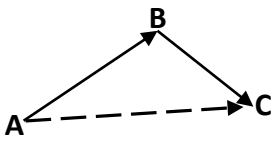
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$ (مجموع شعاعان متعاكسان $= \vec{0}$)

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ معناه $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس الاحداثيات

مجموع شعاعين:

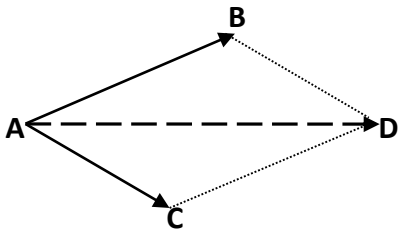
1) نهاية الشعاع الأول هي بداية الشعاع الثاني: (علاقة شال)

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$



2) بداية الشعاع الأول هي بداية الشعاع الثاني:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$$



Prof Mustapha
KHALDI

Prof Mustapha
KHALDI

الدالة الخطية و الدالة التآلفية

	العبارة العامة	الخاصية
الدالة الخطية	$f(x) = ax$	تمر من المبدأ
الدالة التآلفية	$f(x) = ax + b$	لا تمر من المبدأ (تمر من b على محور التراتيب)
الدالة الثابتة	$f(x) = b$	توازي محور الفواصل

حساب معامل التناسب a:

- دالة خطية: $a = \frac{f(x)}{x}$
- دالة تآلفية: $a = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$, مع $x_2 \neq x_1$

احداثيي نقطة M من دالة:

ترتيب فاصلة
$M(x\ ;\ f(x))$
صورة سابقة

أو

ترتيب فاصلة
$M(x\ ;\ y)$
صورة سابقة

أو

فاصلة = سابقة
$f(x) = y$
صورة = ترتيب

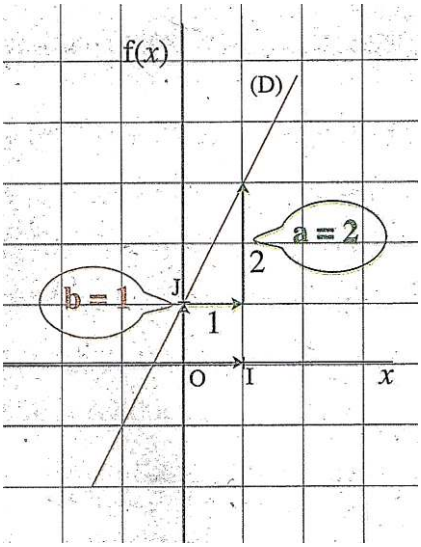
ايجاد العبارة الجبرية لدالة بيانيا:

مثال: (الشكل 1)

- لا تمر من المبدأ إذن دالة تالفية
  و منه: $f(x) = ax + b$
- الترتيب إلى المبدأ هو المعامل b
  إذن $b = 1$
- نتقدم بوحدة إلى اليمين انطلاقا من b ثم نصعد أو نهبط لنصل إلى المستقيم (D)
  - اذا نصعد ف a موجب
  - اذا نهبط ف a سالب

  إذن $a = 2$
  و منه: $f(x) = 2x + 1$

* يسمى a أيضا **معامل التوجيه**



(الشكل 1)

التمثيل البياني للدالة $f(x)$ هو المستقيم (D)
معادلته هي: $y = 2x + 1$

Prof Mustapha
KdHA-LDG

المعالم

$A(x_A\,;\,y_A)$, $B(x_B\,;\,y_B)$

حساب إحداثيي الشعاع $\overrightarrow{AB}$:

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A\,;\,y_B - y_A)$$

حساب إحداثيي M منتصف القطعة $[AB]$:

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}\,;\,\frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

حساب الطول AB: (المسافة بين نقطتين A و B)

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

العلاقة بين شعاعين:

$$\overrightarrow{AB}(x\,;y) \quad , \quad \overrightarrow{CD}(x'\,;\,y')$$

- **تساوي شعاعين:**

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

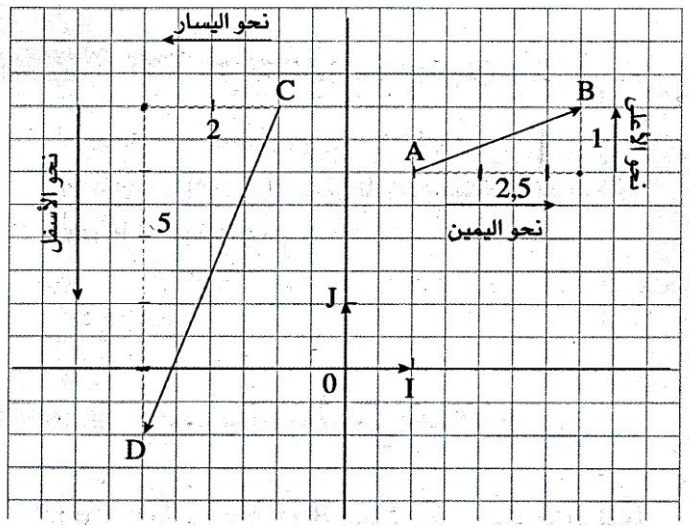
- **مجموع شعاعين:**

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (x + x'\,;\,y + y')$$

إحداثيي شعاع بيانيا:

مثال: (الشكل 2)

الإحداثية الأولى لـ $\overrightarrow{AB}$ هو 2,5+.
الإحداثية الثانية لـ $\overrightarrow{AB}$ هو 1.
ونكتب $\overrightarrow{AB}$ (2,5 ; 1).
الإحداثية الأولى لـ $\overrightarrow{CD}$ هو 2-
الإحداثية الثانية لـ $\overrightarrow{CD}$ هو 5-
ونكتب $\overrightarrow{CD}$ (-2 ; -5).



(الشكل 2)

Prof Mustapha
KHALDI

النسب المئوية

y: الثمن أو الوزن أو الحجم أو الطول... **الجديد**
x: الثمن أو الوزن أو الحجم أو الطول... **القديم**
$f(x)$: عبارة الدالة
a: معامل الزيادة أو **معامل** التخفيض
p: نسبة الزيادة **أو نسبة** التخفيض

التخفيض

- **بعد التخفيض:** $y = \left(1 - \frac{p}{100}\right)x$
- **قبل التخفيض:** $x = \frac{y}{\left(1-\frac{p}{100}\right)}$
- **معامل التخفيض(a):**

$a = (1 - \frac{p}{100})$ أو $a = \frac{y}{x} = \frac{\text{السعر الجديد}}{\text{السعر القديم}}$

- **الدالة المعبرة عن التخفيض:**

$f(x) = a\,x$ أو $f(x) = \frac{\text{السعر الجديد}}{\text{السعر القديم}}x$

- **نسبة التخفيض(p):**

$$p = (1 - a) \times 100$$

- **قيمة التخفيض (مقدار الأخذ):**
y: مقدار التخفيض

$$y = \frac{p}{100}x$$

- **الدالة المعبرة عن مقدار التخفيض:**

$$f(x) = \frac{P}{100}x$$

الزيادة

- **بعد الزيادة:** $y = \left(1 + \frac{p}{100}\right)x$
- **قبل الزيادة:** $x = \frac{y}{\left(1+\frac{p}{100}\right)}$
- **معامل الزيادة(a):**

$a = (1 + \frac{p}{100})$ أو $a = \frac{y}{x} = \frac{\text{السعر الجديد}}{\text{السعر القديم}}$

- **الدالة المعبرة عن الزيادة:**

$f(x) = a\,x$ أو $f(x) = \frac{\text{السعر الجديد}}{\text{السعر القديم}}x$

- **نسبة الزيادة(p):**

$$p = (a - 1) \times 100$$

- **قيمة الزيادة (مقدار الاضافة):**
y: مقدار الزيادة

$$y = \frac{p}{100}x$$

- **الدالة المعبرة عن مقدار الزيادة:**

$$f(x) = \frac{p}{100}x$$

Prof Mustapha
KdHA-LDJ

المقادير المركبة

❖ **الكتلة الحجمية** = الكتلة / الحجم أي $m_v = \frac{m}{v}$

✓ **ملاحظة 1:**

يجب أن تكون إما:

- وحدة الكتلة ب: g و وحدة الحجم ب: cm^3 **لتصبح وحدة الكتلة الحجمية ب** g/cm^3
- **أو** وحدة الكتلة ب: Kg و وحدة الحجم ب: m^3 **لتصبح وحدة الكتلة الحجمية ب** Kg/m^3

❖ **السرعة المتوسطة** = المسافة / الزمن أي $V = \frac{d}{t}$

✓ **ملاحظة 2:**

يجب أن تكون إما:

- وحدة المسافة ب: m و وحدة الزمن ب: s **لتصبح وحدة السرعة المتوسطة ب** m/s
- **أو** وحدة المسافة ب: Km و وحدة الزمن ب: h **لتصبح وحدة السرعة المتوسطة ب** Km/h

❖ **الطاقة الكهربائية** = الاستطاعة الكهربائية × الزمن أي $E = p \times t$

✓ **ملاحظة 3:**

يجب أن تكون إما:

- وحدة الاستطاعة الكهربائية ب: w و وحدة الزمن ب: h **لتصبح وحدة الطاقة الكهربائية ب** wh
- **أو** وحدة الاستطاعة الكهربائية ب: Kw و وحدة الزمن ب: h **لتصبح وحدة الطاقة الكهربائية ب** Kwh

$1Kg = 1000\ g$	$1m = 60\ s$
$1Km = 1000\ m$	$1h = 60\ m$
$1Kwh = 1000\ wh$	$1h = 3600\ s$
$1m^3 = 1000\ l$	
$1l = 1Kg = 1000\ g$	

Prof Mustapha
KdHA-LDI

الإحصاء (1)

❖ قيم:

في الجدول:

- **التكرار** (عدد التلاميذ, الأشخاص...)
- **التكرار النسبي (التواتر)** $= \frac{\text{التكرار}}{\text{مجموع التكرارت}}$
- **التكرار المجمع الصاعد** = تكرار القيمة + تكرار القيم التي قبلها (نبدأ من اليسار)
- **التواتر المجمع الصاعد** (التكرار النسبي المجمع الصاعد) $= \frac{\text{التكرار المجمع الصاعد}}{\text{مجموع التكرارات}}$
- **التكرار المجمع النازل** = تكرار القيمة + تكرار القيم التي قبلها (نبدأ من اليمين)
- **التواتر المجمع النازل** (التكرار النسبي المجمع النازل) $= \frac{\text{التكرار المجمع النازل}}{\text{مجموع التكرارات}}$

- **الوسط الحسابي** $= \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$
- **الوسط الحسابي المتوازن** $= \frac{\text{مجموع جداءات القيم بتكراراتها}}{\text{مجموع التكرارات}}$
- **المدى** = أكبر قيمة – أصغر قيمة
- **المنوال** هي القيمة الموافقة لأكبر تكرار

- **الوسيط :**

✓ **إذا كان المجموع فرديا:** (نرتب السلسلة ترتيبا تصاعديا مع تكرار القيم)

- **رتبة الوسيط** $= \frac{1+\text{مجموع التكرارات}}{2}$

✓ **إذا كان المجموع زوجيا:** (نرتب السلسلة ترتيبا تصاعديا مع تكرار القيم)

- **رتبة الوسيطين** $= \frac{\text{مجموع التكرارات}}{2}$
- **الوسيط = مركز الوسيطين** $= \frac{\text{الوسيط } 2 + \text{الوسيط } 1}{2}$

- **الوسط الحسابي:** نرمز له بالرمز $\mathbf{M}$ أو $\bar{X}$
- **الوسط الحسابي المتوازن:** نرمز له بالرمز $\mathbf{M}$ أو $\bar{X}$
- **المنوال:** نرمز له بالرمز Mod
- **الوسيط:** نرمز له بالرمز Med

Prof Mustapha
KHALDI

الإحصاء (2)

❖ فئات:

في الجدول:

- **مراكز الفئات**
- **التكرار** (**عدد** التلاميذ, الأشخاص...)
- **التكرار النسبي (التواتر)** $= \frac{\text{التكرار}}{\text{مجموع التكرارت}}$
- **التكرار المجمع الصاعد** = **تكرار القيمة** + **تكرار القيم التي قبلها (نبدأ من اليسار)**
- **التواتر المجمع الصاعد (التكرار النسبي المجمع الصاعد)** $= \frac{\text{التكرار المجمع الصاعد}}{\text{مجموع التكرارات}}$
- **التكرار المجمع النازل** = **تكرار القيمة** + **تكرار القيم التي قبلها (نبدأ من اليمين)**
- **التواتر المجمع النازل (التكرار النسبي المجمع النازل)** $= \frac{\text{التكرار المجمع النازل}}{\text{مجموع التكرارت}}$

- **الوسط الحسابي** $= \frac{\text{مجموع مراكز الفئات}}{\text{عدد الفئات}}$
- **الوسط الحسابي المتوازن** $= \frac{\text{مجموع جداءات مراكز الفئات بتكراراتها}}{\text{مجموع التكرارات}}$
- **الفئة المنوالية هي الفئة الموافقة لأكبر تكرار**
- **الفئة الوسيطية:**

✓ **إذا كان المجموع فرديا:**

▪ **رتبة الوسيط** $= \frac{\text{مجموع التكرارات} + 1}{2}$

✓ **إذا كان المجموع زوجيا:**

▪ **رتبة الوسيط** $= \frac{\text{مجموع التكرارات}}{2}$

○ **الفئة الوسيطية هي الفئة الأولى التي تكرارها المجمع الصاعد أكبر أو يساوي رتبة الوسيط**

4AM ⟨M⟩

الإحصاء مراجعة شاملة

مثال توضيحي 1: (الإحصاء قيم)

لدينا نقاط مادة الرياضيات لتلاميذ السنة الرابعة متوسط موزعة كالآتي:

15, 12, 18, 18, 10, 13, 12, 18, 10, 13, 12, 12, 13, 15, 18, 18, 18, 15, 12, 15

1) ما هو عدد التلاميذ؟
2) ضع في جدول العلامات ثم أحسب:
   a) التكرار
   b) التواتر (التكرار النسبي)
   c) التكرار المجمع الصاعد
   d) التواتر المجمع الصاعد
   e) التكرار المجمع النازل
   f) التواتر المجمع النازل
3) أحسب الوسط الحسابي
4) أحسب الوسط الحسابي المتوازن
5) أحسب المدى
6) ما هو منوال هذه السلسلة؟
7) أحسب وسيط هذه السلسلة

مثال توضيحي 2: (الإحصاء فئات)

لدى مريم مجموعة من الكتب صفحاتها كالتالي:

152, 203, 269, 300, 190, 214, 480, 350, 171, 220, 406, 147, 444, 233, 425, 499, 463, 110, 184, 155, 101, 287, 400, 176, 338

أرادت ترتيبها في رفوف حسب عدد الصفحات

1) ما هو عدد الكتب؟
2) أنقل ثم أتمم الجدول
3) أحسب الوسط الحسابي
4) أحسب الوسط الحسابي المتوازن
5) ما هي الفئة المنوالية؟
6) ما هي الفئة الوسيطية؟

عدد الصفحات	$100 \leq x < 200$	$200 \leq x < 300$	$300 \leq x < 400$	$400 \leq x < 500$	المجموع
مراكز الفئات					
التكرار (عدد الكتب)					
التكرار النسبي (التواتر)					
التكرار المجمع الصاعد					
التواتر المجمع الصاعد					
التكرار المجمع النازل					
التواتر المجمع النازل					

Prof Mustapha

KdHA-LDJ

حل المثال التوضيحي 1:

1) عدد التلاميذ = 20

2)

- التكرار والتكرار النسبي (التواتر)

العلامات	10	12	13	15	18	المجموع
التكرار	2	5	3	4	6	20
التكرار النسبي (التواتر)	$\frac{2}{20}=0,1$	$\frac{5}{20}=0,25$	$\frac{3}{20}=0,15$	$\frac{4}{20}=0,2$	$\frac{6}{20}=0,3$	1

- التكرار المجمع الصاعد و التواتر المجمع الصاعد

العلامات	10	12	13	15	18	المجموع
التكرار	2	5	3	4	6	20
التكرار المجمع الصاعد	2	7= +	10	14	20	
التواتر المجمع الصاعد	$\frac{2}{20}=0,1$	$\frac{7}{20}=0,35$	$\frac{10}{20}=0,5$	$\frac{14}{20}=0,7$	$\frac{20}{20}=1$	

- التكرار المجمع النازل و التواتر المجمع النازل

العلامات	10	12	13	15	18	المجموع
التكرار	2	5	3	4	6	20
التكرار المجمع النازل	20	18	13	10=	6 +	
التواتر المجمع النازل	$\frac{20}{20}=1$	$\frac{18}{20}=0,9$	$\frac{13}{20}=0,65$	$\frac{10}{20}=0,5$	$\frac{6}{20}=0,3$	

3) الوسط الحسابي $= \frac{10+12+13+15+18}{5} = \frac{68}{5} = 13,6$

4) الوسط الحسابي المتوازن $= \frac{(10\times2)+(12\times5)+(13\times3)+(15\times4)+(18\times6)}{20} = \frac{287}{20} = 14,35$

5) المدى $= 18 - 10 = 8$

6) منوال هذه السلسلة هو 18 لأنها القيمة الموافقة لأكبر تكرار

7) الوسيط:

- ✓ المجموع زوجي ⇐ وسيطين نأخذ مركزهما
- ✓ رتبة الوسيطين $= \frac{20}{2} = 10$
- ✓ نرتب السلسلة ترتيبا تصاعديا

10, 10, 12, 12, 12, 12, 12, 13, 13, 13, 15, 15, 15, 15, 18, 18, 18, 18, 18, 18

10 قيم 10 قيم

- ✓ الوسيط $= \frac{13+15}{2} = 14$

Prof Mustapha

KHALDI

حل المثال التوضيحي 2:

1) عدد الكتب = 25

2) إتمام الجدول:

عدد الصفحات	$100 \leq x <$	$200 \leq x <$	$300 \leq x <$	$400 \leq x <$	المجموع
مراكز الفئات	$\frac{100+200}{2} = 150$	$\frac{200+300}{2} = 250$	$\frac{300+400}{2} = 350$	$\frac{400+500}{2} = 450$	
التكرار (عدد الكتب)	9	6	3	7	25
التكرار النسبي (التواتر)	$\frac{9}{25} = 0,36$	$\frac{6}{25} = 0,24$	$\frac{3}{25} = 0,12$	$\frac{7}{25} = 0,28$	1
التكرار المجمع الصاعد	9	15	18	25	
التواتر المجمع الصاعد	$\frac{9}{25} = 0,36$	$\frac{15}{25} = 0,6$	$\frac{18}{25} = 0,72$	$\frac{25}{25} = 1$	
التكرار المجمع النازل	25	16	10	7	
التواتر المجمع النازل	$\frac{25}{25} = 1$	$\frac{16}{25} = 0,64$	$\frac{10}{25} = 0,4$	$\frac{7}{25} = 0,28$	

3) الوسط الحسابي $= \frac{150+250+350+450}{4} = \frac{1200}{4} = 300$

4) الوسط الحسابي المتوازن $= \frac{(150\times9)+(250\times6)+(350\times3)+(450\times7)}{9+6+3+7} = \frac{7050}{25} = 282$

5) الفئة المنوالية هي الفئة $100 \leq x < 200$ لأنها الفئة الموافقة لأكبر تكرار

6) الفئة الوسيطية:

- ✓ المجموع فردي $\Leftarrow$ رتبة الوسيط $= \frac{25+1}{2} = \frac{26}{2} = 13$
- ✓ في التكرار المجمع الصاعد رتبة الكتاب 13 تقع في الفئة $200 \leq x < 300$

- و منه الفئة الوسيطية هي: $200 \leq x < 300$

Prof Mustapha
KHALDI

الدوران

الدوران هو طريقة تمكننا من تدوير نقطة أو قطعة مستقيمة أو شكل هندسي بزاوية ما وفق مركز معين و اتجاه محدد

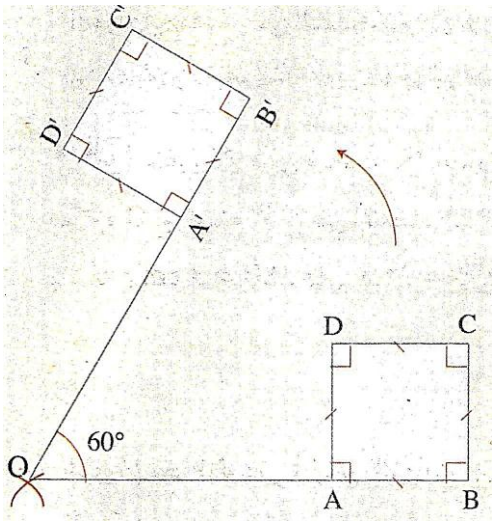
❖ **يمكن إنشاء صورة أي شكل بالدوران إذا توفرت 4 معطيات:**

① الشكل
② مركز الدوران
③ زاوية الدوران
④ إتجاه الدوران

❖ **إتجاه الدوران نوعان:**

- **الاتجاه الموجب (+) عكس حركة عقارب الساعة**
- **الاتجاه السالب (−) نفس حركة عقارب الساعة**

✓ **ملاحظة: إذا لم يعطى الإتجاه نأخذ الاتجاه الموجب (+)**



❖ **خواص الدوران:**

1) يحافظ على المسافات
2) يحافظ على أقياس الزوايا
3) يحافظ على استقامية النقاط
4) يحافظ على طبيعة الأشكال

❖ **تحويل أي شكل هندسي بالدوران هو شكل هندسي يقايسه**

أمثلة:

- صورة قطعة مستقيمة بالدوران هي قطعة مستقيمة تقايسها
- صورة زاوية بالدوران هي زاوية تقايسها
- صورة مثلث بالدوران هو مثلث يقايسه
- صورة دائرة بالدوران هي دائرة تقايسها
- صورة مربع بالدوران هو مربع يقايسه

Prof Mustapha
KdHALDI

الزاوية المركزية والزاوية المحيطية
في دائرة

مفاهيم أساسية:

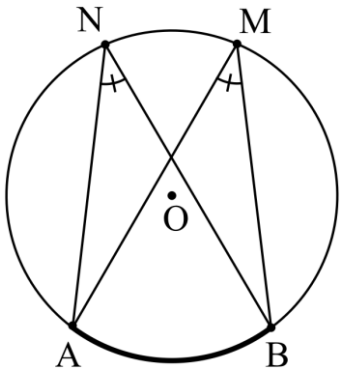
* **القطر في دائرة:** هو ضلع يقطع الدائرة في نقطتين ويشمل المركز
* **الوتر في دائرة:** هو ضلع يقطع الدائرة في نقطتين ولا يشمل المركز
* **القوس في دائرة:** هو جزء من محيط دائرة يحصره وتر أو قطر

تعاريف:

- **الزاوية المحيطية:** هي زاوية رأسها نقطة من دائرة و ضلعاها إما وترين لهذه الدائرة أو وتر وقطر
- **الزاوية المركزية:** هي زاوية رأسها مركز الدائرة و ضلعاها نصفي قطر للدائرة

القاعدة1:

❖ الزاويتان المحيطيتان اللتان تحصران نفس القوس متقايستان



مثال1:

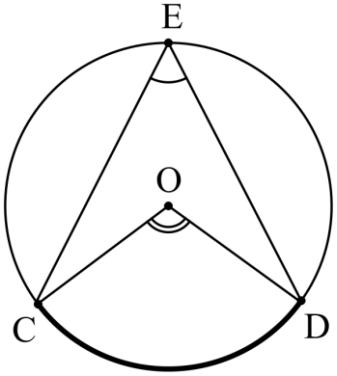
الزاويتان المحيطيتان $A\hat{M}B$ و $A\hat{N}B$ متقايستان لأنهما تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$

القاعدة2:

إذا كانت زاوية مركزية و زاوية محيطية تحصران نفس القوس فإن:

❖ الزاوية المركزية = ضعف الزاوية المحيطية

❖ الزاوية المحيطية = نصف الزاوية المركزية



مثال2:

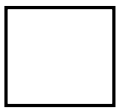
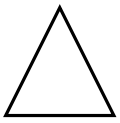
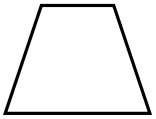
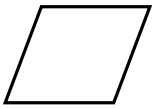
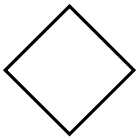
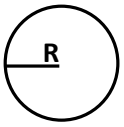
الزاوية المركزية $C\hat{O}D$ و الزاوية المحيطية $C\hat{E}D$ تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{CD}$ إذن:

$C\hat{O}D = 2\ C\hat{E}D$ و $C\hat{E}D = \frac{1}{2}\ C\hat{O}D$

Prof Mustapha

KdHA-LDJ

المحيط و المساحة

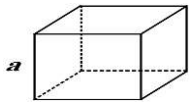
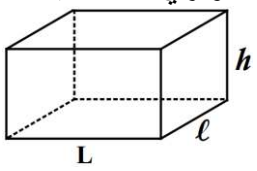
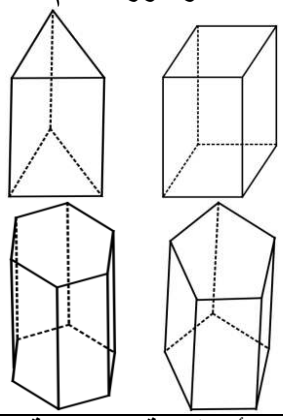
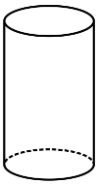
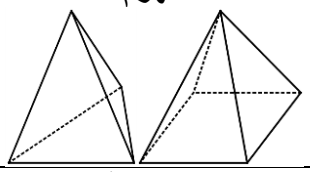
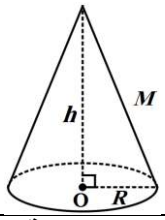
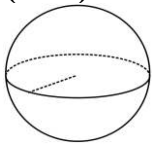
الشكل	المحيط P	المساحة S
المربع 	**مجموع الأضلاع** أو **الضلع** $\times$ **4**	**الضلع** $\times$ **الضلع** أو $\frac{\text{جداء القطرين}}{\mathbf{2}}$
المستطيل	**مجموع الأضلاع** أو $2 \times (\text{الطول} + \text{العرض})$	**الطول** $\times$ **العرض**
المثلث 	**مجموع أضلاعه**	$\frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{\mathbf{2}}$
شبه منحرف 	**مجموع أضلاعه**	$\frac{(\text{القاعدة الصغرى} + \text{القاعدة الكبرى}) \times \text{الارتفاع}}{\mathbf{2}}$
متوازي الأضلاع 	**مجموع الأضلاع** أو **(مجموع ضلعين متتاليين)** $\times$ **2**	القاعدة $\times$ الارتفاع
المعين 	**مجموع الأضلاع** أو **الضلع** $\times$ **4**	$\frac{\text{جداء القطرين}}{\mathbf{2}}$ أو القاعدة $\times$ الارتفاع
الدائرة 	**نصف القطر: R** $\pi = 3,14$ **القطر: D** $\pi \times R \times 2$ **أو:** $\pi \times D$	**نصف القطر: R** $\pi = 3,14$ $\pi \times R^2$

a: الضلع
l: العرض
L: الطول
h: الارتفاع
D: القطر
R: نصف القطر
S أو A: المساحة

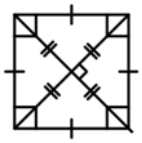
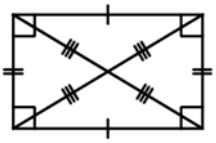
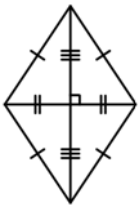
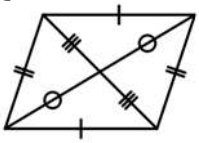
S_B: مساحة القاعدة
P: المحيط
P_B: محيط القاعدة
V: الحجم
B: القاعدة الكبرى
b: القاعدة الكبرى

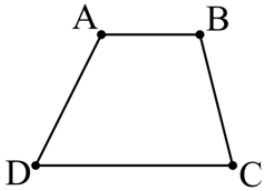
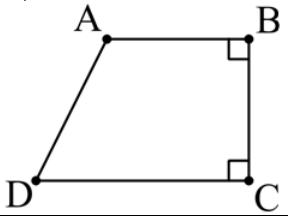
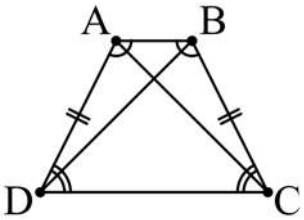
Prof Mustapha
KdHA-LDJ

الحجم، المساحة الجانبية والمساحة الكلية

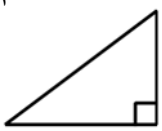
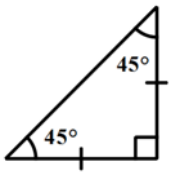
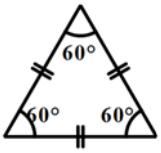
الشكل	الحجم (السعة)	المساحة الجانبية	المساحة الكلية
المكعب 	(الضلع)^3 = الضلع × الضلع × الضلع $V = a \times a \times a = a^3$	**مساحة وجه** × 4 $S = 4a^2$	**مساحة وجه** × 6 $S = 6a^2$
متوازي المستطيلات 	مساحة القاعدة × الارتفاع $V = S_B \times h$ **أو** الطول × العرض × الارتفاع $V = L \times l \times h$	محيط القاعدة × الارتفاع $S = P_B \times h$ **أو** $S = 2(L + l) \times h$	**المساحة الجانبية** + **مساحة القاعدتين** $S = 2[(L + l) \times h + L \times l]$
الموشور القائم 	مساحة القاعدة × الارتفاع $V = S_B \times h$	محيط القاعدة × الارتفاع $S = P_B \times h$	**المساحة الجانبية** + **مساحة القاعدتين**
الأسطوانة الدورانية 	مساحة القاعدة × الارتفاع $V = S_B \times h$ **أو** $V = \pi \times R^2 \times h$	محيط القاعدة × الارتفاع $S = P_B \times h$ **أو** $S = 2\pi R \times h$	**المساحة الجانبية** + **مساحة القاعدتين** $S = 2\pi R(h + R)$
الهرم 	$\frac{\text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{3}$ $V = \frac{S_B \times h}{3}$	نصف محيط القاعدة × الارتفاع الجانبي	**المساحة الجانبية** + **مساحة القاعدة**
المخروط 	$\frac{\text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{3}$ $V = \frac{S_B \times h}{3}$ أو $V = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3}$	**طول مولد المخروط: M** نصف محيط القاعدة × طول مولده **أو** $S = \pi \times R \times M$	**المساحة الجانبية** + **مساحة القاعدة** $S = \pi R(R + M)$
الكرة (الجلة) 	**نصف القطر: R** $\pi = 3,14$ $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$	**نصف القطر: R** $\pi = 3,14$ $S = 4 \times \pi \times R^2$	

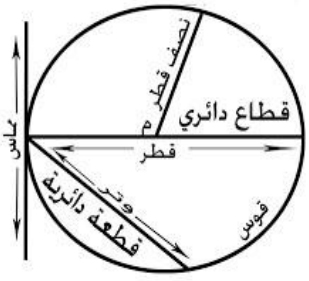
خواص الأشكال الهندسية

	الشكل	خواصه
متوازيات الأضلاع	المربع 	• متوازي الأضلاع (كل ضلعان متقابلان متوازيان) • كل أضلاعه متقايسة • له أربع زوايا قائمة • قطراه متساويان • قطراه متعامدان • قطراه متناصفان • كل قطر ينصف الزاويتين المتعلق بهما
	المستطيل 	• متوازي الأضلاع (كل ضلعان متقابلان متوازيان) • كل ضلعان متقابلان متقايسان • له أربع زوايا قائمة • قطراه متساويان • قطراه متناصفان
	المعين 	• متوازي الأضلاع (كل ضلعان متقابلان متوازيان) • كل أضلاعه متقايسة • كل زاويتين متقابلتين متقايستين • قطراه متعامدان • قطراه متناصفان • كل قطر ينصف الزاويتين المتعلق بهما
	متوازي الأضلاع 	• متوازي الأضلاع (كل ضلعان متقابلان متوازيان) • كل ضلعان متقابلان متقايسان • كل زاويتين متقابلتين متقايستين • قطراه متناصفان

	الشكل	خواصه
الشبه منحرف	شبه منحرف 	• القاعدتين متوازيتين غير متساويتين • الساقان غير متوازيان و غير متساويان • مجموع زواياه $= 360°$ • $C\hat{D}A + D\hat{A}B = 180°$ • $A\hat{B}C + B\hat{C}D = 180°$
	شبه منحرف القائم 	• القاعدتين متوازيتين غير متساويتين • الساقان غير متوازيان و غير متساويان • له زاويتان قائمتان • مجموع زواياه $= 360°$ • $C\hat{D}A + D\hat{A}B = 180°$ • $A\hat{B}C + B\hat{C}D = 180°$
	شبه منحرف متساوي الساقين 	• القاعدتين متوازيتين غير متساويتين • الساقان متساويان غير متوازيان • قطراه متقايسان • زاويتي القاعدة الكبرى متقايستين • زاويتي القاعدة الصغرى متقايستين • مجموع زواياه $= 360°$ • $C\hat{D}A + D\hat{A}B = 180°$ • $A\hat{B}C + B\hat{C}D = 180°$

Prof Mustapha
KHALDI

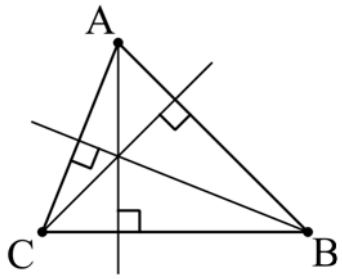
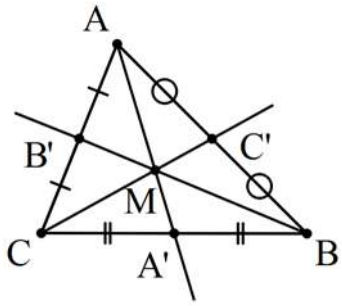
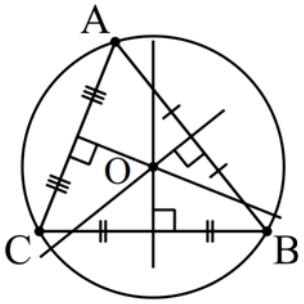
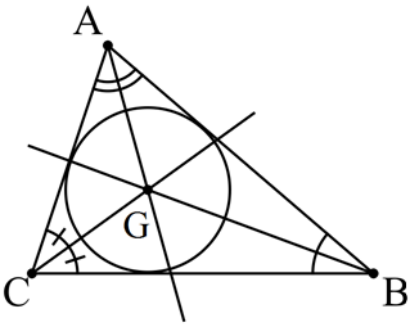
	الشكل	خواصه
المثلثات	**المثلث الكيفي**	• مجموع زواياه الداخلية = 180° • مجموع زواياه الخارجية = 360°
	المثلث القائم 	• مجموع زواياه = 180° • له ضلعان متعامدان • لديه زاوية قائمة = 90° • مربع الوتر = مجموع مربع الضلعان القائمان (الوتر هو أكبر ضلع و يقابل الزاوية القائمة)
	المثلث متساوي الساقين	• مجموع زواياه = 180° • له ضلعان متقايسان • زاويتا القاعدة متقايستان • الارتفاع المتعلق بالقاعدة هو منصف زاوية الرأس و يقطع القاعدة في المنتصف
	المثلث القائم و متساوي الساقين 	• مجموع زواياه = 180° • له ضلعان متعامدان و متقايسان • لديه زاوية قائمة = 90° • زاويتا القاعدة متقايستان = 45° • مربع الوتر = مجموع مربع الضلعان القائمان • الارتفاع المتعلق بالوتر هو منصف الزاوية القائمة و يقطع الوتر في المنتصف
	المثلث متقايس الأضلاع 	• مجموع زواياه = 180° • كل أضلاعه متقايسة • كل زواياه متقايسة = 60° • كل الارتفاعات تنصف الزاوية المنطلقة منها و تقطع الضلع المقابل لها في المنتصف

الشكل	خواصه
الدائرة 	• الدائرة تشكل زاوية قدرها 360° • إذا كان AB قطر للدائرة و M نقطة من محيط الدائرة فإن ABM مثلث قائم في M (مهما كان موضع M) • جميع أقطارها متساوية • جميع أنصاف أقطارها متساوية

Prof Mustapha

KdHA-LDG

المستقيمات الخاصة في مثلث

المستقيم	خواصه
الإرتفاع 	• الإرتفاع في مثلث هو المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث و يعامد الضلع المقابل.
المتوسط 	• المتوسط في مثلث هو المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث و منتصف الضلع المقابل. • نقطة تقاطع متوسطات مثلث هي **مركز ثقل المثلث** • $MA = 2MA'$ $MB = 2MB'$; $MC = 2MC'$;
المحور 	• المحور في مثلث هو المستقيم الذي يعامد أحد أضلاعه في المنتصف و ليس شرط أن يشمل الرأس المقابل • نقطة تقاطع محاور مثلث هي **مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث** (التي تشمل رؤوسه) • $OA = OB = OC$
المنصف 	• المنصف في مثلث هو منصف إحدى زواياه • نقطة تقاطع منصفات مثلث هي **مركز الدائرة المرسومة داخل هذا المثلث** (التي تمس أضلاعه)

Prof Mustapha

KHALDI