

ملخص دروس الرياضيات

4 متوسط

إعداد الأستاذ:

بنوناس سفيان

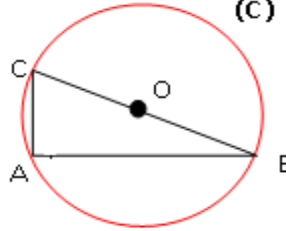
طرق إثبات أن المثلث قائم

الدائرة المحيطة بمثلث قائم:

إذا كان أحد أضلاع مثلث قطراً للدائرة المحيطة به و جميع نقاطه تنتمي إلى محيط الدائرة فإن المثلث قائم.

الحل:

بما أن $[CB]$ قطر للدائرة و النقط A, B, C تنتمي إلى محيط الدائرة (C) ، فإن ABC مثلث قائم في A .



مثال:

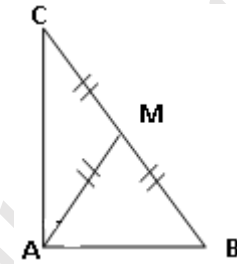
- بيّن أن ABC مثلث قائم في A .

المتوسط المتعلق بوتر في مثلث قائم:

إذا كان في مثلث طول المتوسط يساوي نصف طول الضلع المتعلق به فإن هذا المثلث قائم و نعتبر الضلع وترًا.

الحل:

AM متوسط متعلق بالضلع $[BC]$.
و $AM = \frac{BC}{2}$
وعليه: ABC مثلث قائم في A .



مثال:

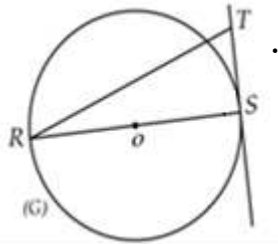
- بيّن أن ABC مثلث قائم في A .
و $AM=2cm$ و $BC=4cm$.

المماس في الدائرة:

إذا تقاطع مماس الدائرة مع قطرها في نقطة ما، فإنهما يشكلان زاوية قائمة.

الحل:

المماس (ST) يتقاطع مع القطر $[SR]$ في النقطة S .
و منه: $(ST) \perp (SR)$
نستنتج أن RST مثلث قائم في S .



مثال:

- بيّن أن RST مثلث قائم في S .

مستقيم عمودي على مستقيمين متوازيين:

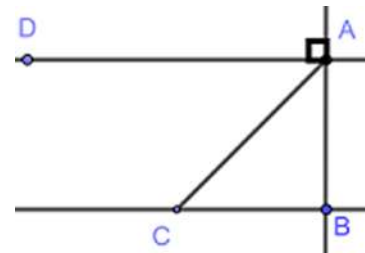
إذا عامد مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه حتما سوف يعامد المستقيم الآخر.

الحل:

$(AB) \perp (BC) \begin{cases} (AD) \parallel (BC) \\ (AD) \perp (AB) \end{cases}$
نستنتج أن ABC مثلث قائم في B .

مثال:

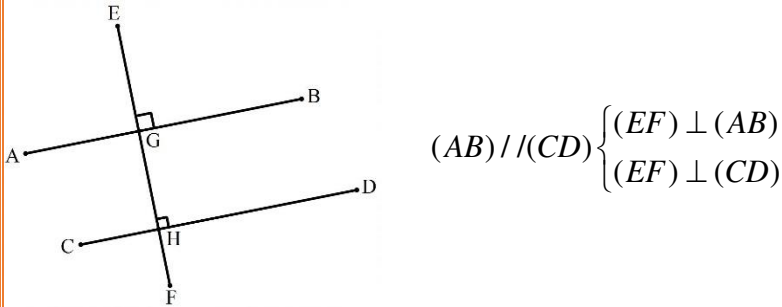
- بيّن أن ABC مثلث قائم في B .



طرق إثبات التوازي

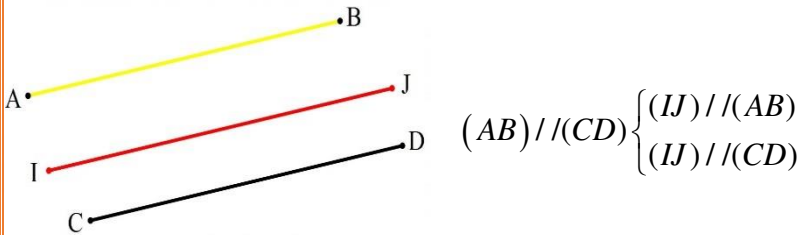
طريقة 1:

المستقيمان العموديان على نفس المستقيم هما مستقيمان متوازيان .



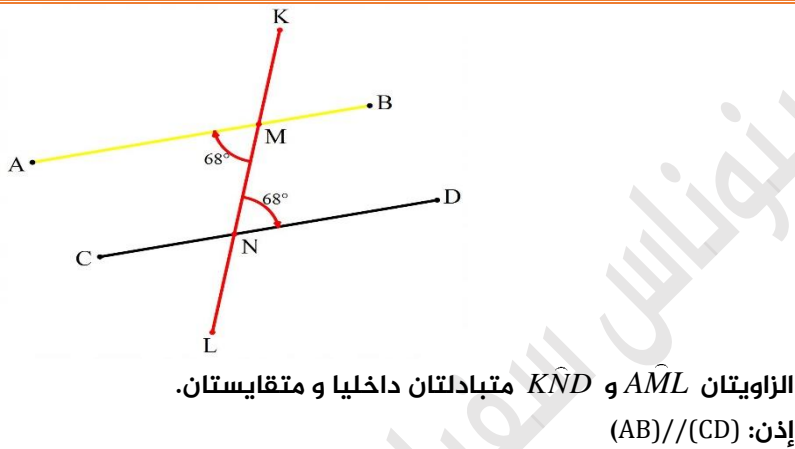
طريقة 2:

إذا كان مستقيمان متوازيان، فإن كل مستقيم يوازي أحدهما فهو يوازي الآخر.



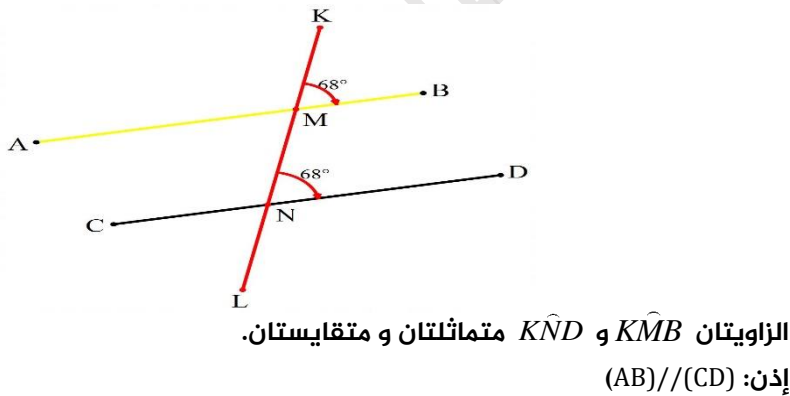
طريقة 3:

حتى يتوازي مستقيمان، يكفي أن يشكل معهما قاطع زاويتين متبادلتين داخليا متقايستين.



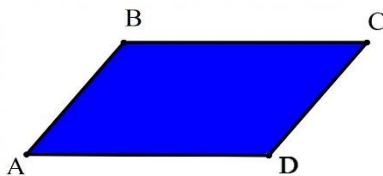
طريقة 3:

حتى يتوازي مستقيمان، يكفي أن يشكل معهما قاطع زاويتين متماثلتين متقايستين.



طريقة 4:

في متوازي الأضلاع (كفي، مستطيل، مربع) كل ضلعين متقابلين حاملهما متوازيان.



متوازي أضلاع ABCD

إذن:

$$\begin{cases} (AB) // (DC) \\ (BC) // (AD) \end{cases}$$

خاصية فيثاغورس

تعريف :

إذا كان مثلث قائما، فإن مربع طول وتره يساوي مجموع مربعي طولي ضلعيه الآخرين.

هدفها:

حساب طول الوتر أو طول أحد الضلعين القائمين.

شرطها:

أن يكون المثلث المعطى قائما.

ملاحظة:

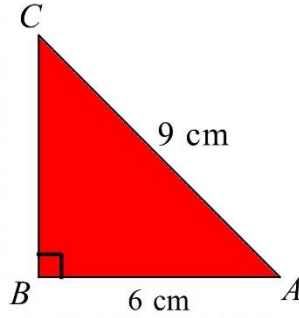
$$^2 \text{ طول الوتر} = ^2 \text{ الضلع القائم} + ^2 \text{ الضلع القائم}$$

$$^2 \text{ ضلع القائم} = ^2 \text{ الوتر} - ^2 \text{ الضلع القائم}$$

مثال:

ABC مثلث قائم في B حيث: $AB=6 \text{ cm}$ ، $AC=9 \text{ cm}$

احسب طول الضلع BC.



الحل:

لدينا : ABC مثلث قائم في B.

بتطبيق خاصية فيثاغورس نجد:

$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$

$$BC^2 = 9^2 - 6^2$$

$$BC^2 = 81 - 36$$

$$BC^2 = 45$$

$$BC = \sqrt{45}$$

$$BC = 6.71 \text{ cm}$$

خاصية فيثاغورس العكسية

تعريف :

إذا كان في مثلث مربع الضلع الأكبر يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين فإن المثلث قائم.

هدفها:

إثبات أن المثلث قائم.

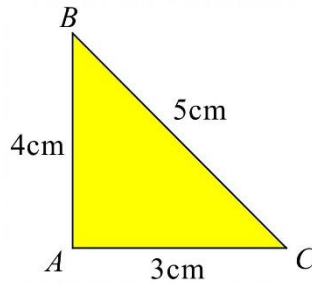
شرطها:

أن يكون عندك مثلث + معرفة جميع أطوال أضلاعه.

خطواتها:

1. نربع الضلع الأكبر (وحده).
2. نربع الضلعين الصغيرين (معاً) ثم نجمعهما.
3. نقارن النتيجةين فإذا كانتا متساويتين فالمثلث قائم.

مثال:



ABC مثلث حيث: $BC=5\text{ cm}$ ، $AC=3\text{ cm}$ ، $AB=4\text{ cm}$

- بيّن أن المثلث ABC قائم في A.

الحل:

لدينا: ABC مثلث.

بتطبيق خاصية فيثاغورس العكسية نجد:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ فإن } \begin{cases} BC^2 = 5^2 = 25 \\ AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \end{cases}$$

نستنتج أن المثلث ABC مثلث قائم في A.

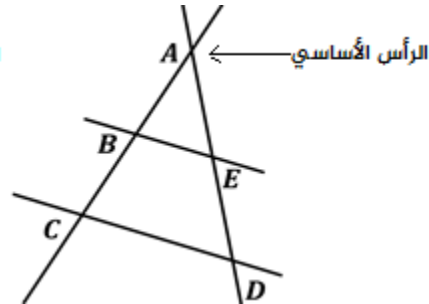
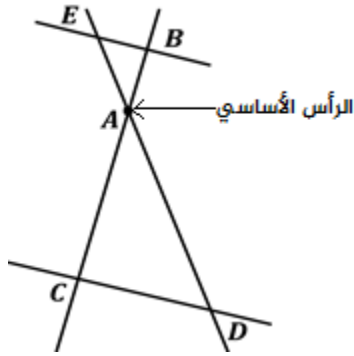
خاصية طالس

تعريف:

المستقيمان (BC) و (ED) متقاطعان في النقطة A .

إذا كان المستقيمان $(CD) // (BE)$

فإن: $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$



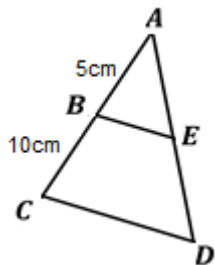
هدفها:

- حساب طول أحد الأضلاع.
- حساب أحد النسب المثلثية (كسر من الكسور).

شرطها:

التوازي. (إذا لم يعط في نص التمرين، نثبتته بإحدى طرق إثبات التوازي).

مثال:



$(BE) // (CD)$

- بين أن $\frac{BE}{CD} = \frac{1}{3}$

الحل:

لدينا: $(BE) // (CD)$

بتطبيق خاصية طالس نجد:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$$

$$\frac{5}{15} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$$

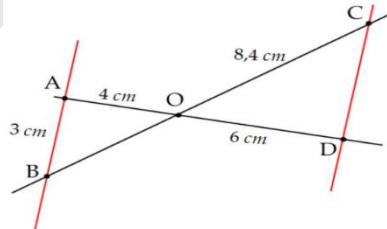
$$\frac{5}{15} = \frac{BE}{CD}$$

$$\frac{BE}{CD} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

مثال:

$(AB) // (DC)$

- احسب الطول OB .



الحل:

لدينا: $(AB) // (DC)$

بتطبيق خاصية طالس نجد:

$$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{DC}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{OB}{8.4} = \frac{3}{DC}$$

$$OB = \frac{4 \times 8.4}{6}$$

$$OB = 5,6 \text{ cm}$$

خاصية طالس العكسية

تعريف :

المستقيمان (d) و (d') متقاطعان في النقطة A .

B و B' نقطتان من (d) و C و C' نقطتان من (d') .

إذا كان:

1- النقط A, B, B', C, C', A على استقامة واحدة وبنفس

الترتيب.

$$-2 \quad \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$$

فإن: $(B'C') \parallel (BC)$

هدفها:

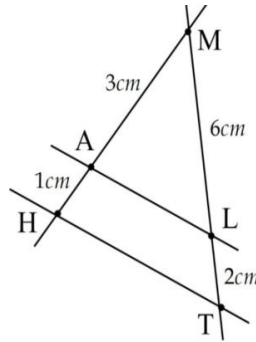
إثبات التوازي.

شرطها:

إستقامة النقط و اتباعها نفس الترتيب.

مثال:

هل $(AL) \parallel (HT)$ ؟



الحل:

لدينا: النقط M, L, T و النقط H, A, M على استقامة واحدة و بنفس الترتيب.

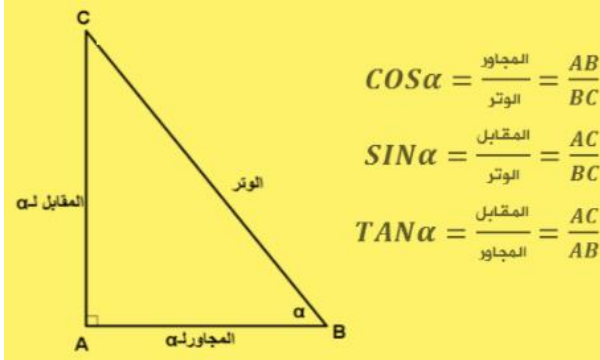
بتطبيق خاصية طالس العكسية نجد:

$$\frac{MA}{MH} = \frac{ML}{MT} \quad \text{فإن:} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{MA}{MH} = \frac{3}{4} \\ \frac{ML}{MT} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \end{array} \right.$$

نستنتج أن: $(AL) \parallel (HT)$

النسب المثلثية

القوانين:



جيب تمام زاوية حادة = $\frac{\text{طول المجاور}}{\text{طول الوتر}}$ و نرسم له بـ Cos

جيب زاوية حادة = $\frac{\text{طول المقابل}}{\text{طول الوتر}}$ و نرسم له بـ Sin

ظل زاوية حادة = $\frac{\text{طول المقابل}}{\text{طول المجاور}}$ و نرسم له بـ Tan

شرطها:

- أن يكون المثلث المعطى قائماً.

هدفها:

- حساب قياس زاوية. (يجب توفر ضلعين)
- حساب طول أحد أضلاع المثلث القائم. (يجب توفر زاوية + ضلع)

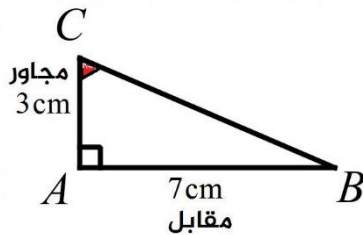
خطوات الحل:

1. نحدد الزاوية و الضلعين المقصودين.
2. نضع القانون المناسب ثم نعوض عددياً.

حساب قياس زاوية:

ABC مثلث قائم في A حيث: $AB=7\text{cm}$ ، $AC=3\text{cm}$.
- اوجد \hat{ACB} .

الحل:



$$\tan \hat{ACB} = \frac{AB}{AC}$$

$$\tan \hat{ACB} = \frac{7}{3}$$

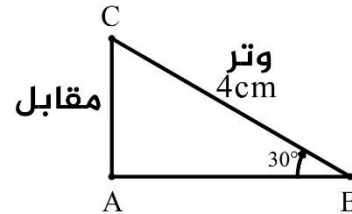
$$\tan \hat{ACB} = 2,33$$

$$\text{shift} \rightarrow \tan \rightarrow 2,33 \rightarrow \hat{ACB} = 67^\circ$$

حساب طول ضلع:

ABC مثلث قائم في A حيث: $\hat{ABC} = 30^\circ$ و $BC=4\text{cm}$.
- احسب الطول AC.

الحل:



$$\sin \hat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{AC}{4}$$

$$AC = \frac{4 \times \sin 30^\circ}{1}$$

$$AC = 2\text{cm}$$

قوانين تربط بين النسب المثلثية:

- بمعرفة $\cos \alpha$ يمكن إيجاد $\sin \alpha$ (أو العكس). $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- بمعرفة كل من $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ يمكن إيجاد $\tan \alpha$. $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

مثال:

ABC مثلث قائم حيث: $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

- احسب كل من $\sin \alpha$ و $\tan \alpha$.

الحل:

- حساب $\sin \alpha$

$$(\cos \alpha)^2 + (\sin \alpha)^2 = 1$$

$$(\sin \alpha)^2 = 1 - (\cos \alpha)^2$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - (\cos \alpha)^2}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{3}{4}}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{4}{4} - \frac{3}{4}}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}$$

- حساب $\tan \alpha$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

القاسم المشترك الأكبر

تعريف:

القاسم المشترك الأكبر (بالإنجليزية: Greatest common divisor) لعددين هو أكبر عدد يقسم في نفس الوقت العددين معاً بدون أي باقي قسمة.

طرق حساب القاسم المشترك الأكبر: إثبات أن العددين ليسا أوليان فيما بينهما:

حالة 1: نثبت أن العددين يقبلان القسمة على 2 أو 3 أو 5. (دون حساب)
حالة 2: نحسب القاسم المشترك الأكبر و نجدده مختلف عن 1. (حساب)

1. القواسم المشتركة.
2. عملية الطرح المتتالي.
3. القسمة الاقليدية.

القسمة الإقليدية:	عملية الطرح المتتالي:	القواسم المشتركة:
حساب القاسم المشترك للعددين 528 و 468:	حساب القاسم المشترك للعددين 3465 و 1575:	حساب القاسم المشترك للعددين 48 و 60:
$528 = 468 \times 1 + 60$ $468 = 60 \times 7 + 48$ $60 = 48 \times 1 + 12$ $48 = 12 \times 4 + 0$	$3465 - 1575 = 1890$ $1890 - 1575 = 315$ $1575 - 315 = 945$ $945 - 315 = 630$ $630 - 315 = 315$ $315 - 315 = 0$	$48 = 1 \times 48$ $48 = 2 \times 24$ $48 = 3 \times 16$ $48 = 4 \times 12$ $48 = 6 \times 8$ قواسم العدد 48 هي: 1، 2، 3، 4، 6، 8، 12، 16، 24، 48.
PGCD (468; 528) = 12	PGCD (3465; 1575) = 315	$60 = 1 \times 60$ $60 = 2 \times 30$ $60 = 3 \times 20$ $60 = 4 \times 15$ $60 = 5 \times 12$ $60 = 6 \times 10$ قواسم العدد 60 هي: 1، 2، 3، 4، 5، 6، 10، 12، 15، 20، 30، 60.
		PGCD (48; 60) = 12

طرق استعمال القاسم المشترك الأكبر:

1. اختزال الكسور و حساب عبارات جبرية:

مثال:

- اكتب العدد $\frac{187}{119}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.
- احسب العبارة A حيث: $A = \frac{20}{7} - \frac{187}{119}$

الحل:

$$\begin{aligned}187 &= 119 \times 1 + 68 \\119 &= 68 \times 1 + 51 \\68 &= 51 \times 1 + 17 \\51 &= 17 \times 3 + 0\end{aligned}$$

$$\text{PGCD}(187; 119) = 17$$

$$\frac{187 \div 17}{119 \div 17} = \frac{11}{7}$$

- الاختزال:

حساب العبارة A:

$$A = \frac{20}{7} - \frac{187}{119}$$

$$A = \frac{20}{7} - \frac{11}{7}$$

$$A = \frac{9}{7}$$

2. حساب عدد الأشجار أو عدد الأعمدة:

مثال:

يملك فلاح مزرعة مستطيلة الشكل بعدها 112m و 98m .
يريد الفلاح غرس أشجار صنوبر حول المزرعة على أن يغرس شجرة في كل ركن و تكون المسافة الفاصلة بين شجرتين متتاليتين ثابتة.

- ما هو أقل عدد من الأشجار التي يجب على الفلاح غرسها ؟

الحل:

$$\text{عدد الأشجار} = \frac{\text{المحيط الكلي}}{\text{المسافة بين كل شجرتين}}$$

$$\text{PGCD}(112; 98) = 14$$

المسافة بين كل شجرتين هي 14m.

▪ حساب المحيط الكلي:

$$P = 112 + 98 + 112 + 98 = 420\text{m}$$

▪ حساب عدد الأشجار:

عدد الأشجار هو 30 شجرة.

$$n = \frac{420}{14} = 30$$

نرمز لعدد الأشجار بـ n

3. حساب عدد المربعات أو البلاطات:

مثال:

يريد عمر تلبيط حجرة طولها 4,5m و 3m باستعمال بلاطات مربعة متماثلة.
- احسب عدد البلاطات المستعملة.

الحل:

$$\text{عدد البلاطات} = \frac{\text{المساحة الكلية}}{\text{مساحة البلاطة الواحدة}}$$

▪ التحويل:

$$\begin{aligned}4,5 \text{ m} &= 45 \text{ dm} \\3 \text{ m} &= 30 \text{ dm}\end{aligned}$$

▪ حساب مساحة البلاطة الواحدة:

$$\text{PGCD}(45; 30) = 15 \text{ dm}$$

$$S = 15 \times 15 = 225 \text{ dm}^2$$

طول ضلع البلاطة الواحدة هو 15 dm.

مساحة البلاطة الواحدة هي 225 dm².

▪ حساب مساحة الحجرة:

$$S = 30 \times 45 = 1350 \text{ dm}^2$$

مساحة الحجرة هي 1350 dm².

▪ حساب عدد البلاطات:

عدد البلاطات هو 6 بلاطات.

$$n = \frac{1350}{225} = 6$$

نرمز لعدد البلاطات بـ n

تحليل عبارة جبرية

❖ العامل المشترك:

استخراج العامل المشترك (إشارة، عدد، حرف) و كتابة ما تبقى بين قوسين.

مثال:

$$-18x - 27 = -9 \times 2 \times x - 9 \times 3 = -9(2x + 3)$$

$$-35x^2 - 50x = -5 \times 7x^2 - 5 \times 10x = -5x(7x + 10)$$

$$42x^3 - 24x^2 + 12x = 6 \times 7 \times x^3 - 6 \times 4 \times x^2 + 6 \times 2 \times x = 6x(7x^2 - 4x + 2)$$

❖ قوس مشتركة:

1. استخراج القوس المشتركة و الإبقاء على بقية الأقواس أو الأطراف بين عارضتين.
2. تبسيط ما بداخل العارضتين.

أمثلة:

$C = (3x + 5)(4x + 7) + (3x + 5)$ $C = (3x + 5)[(4x + 7) + 1]$ $C = (3x + 5)[4x + 7 + 1]$ $C = (3x + 5)(4x + 8)$	$B = 8x(6x - 10) + 5(6x - 10)$ $B = (6x - 10)(8x + 5)$	$A = (2x + 1)(x + 3) - (2x + 1)(7x - 5)$ $A = (2x + 1)[(x + 3) - (7x - 5)]$ $A = (2x + 1)[x + 3 - 7x - 5]$ $A = (2x + 1)[x - 7x + 3 - 5]$ $A = (2x + 1)(-6x - 2)$
	$E = (28x - 20)(x + 3) - (7x - 5)(3x + 18)$ $E = 4(7x - 5)(x + 3) - (7x - 5)(3x + 18)$ $E = (7x - 5)[4(x + 3) - (3x + 18)]$ $E = (7x - 5)[4x + 12 - 3x - 18]$ $E = (7x - 5)[4x - 3x + 12 - 18]$ $E = (7x - 5)(x - 6)$	$D = (4x + 9)^2 + (4x + 9)(3x - 1)$ $D = (4x + 9)(4x + 9) + (4x + 9)(3x - 1)$ $D = (4x + 9)[(4x + 9) + (3x - 1)]$ $D = (4x + 9)[4x + 9 + 3x - 1]$ $D = (4x + 9)[4x + 3x + 9 - 1]$ $D = (4x + 9)(7x + 8)$

❖ المتطابقات الشهيرة (مربع مجموع - مربع فرق):

نجد ثلاث أطراف (درجة ثانية - درجة أولى - عدد طبيعي).

أمثلة:

$a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$ $F = 25x^2 - 40x + 16$ $F = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 4 + 4^2$ $F = (5x - 4)^2$	$a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$ $E = 9x^2 + 12x + 4$ $E = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + (2)^2$ $E = (3x + 2)^2$
--	--

❖ المتطابقات الشهيرة (جاء مجموع حدين و فرقهما):

نجد طرفين بينهما عملية طرح (-).

أمثلة:

$B = 25x^2 - 3$ $B = (5x)^2 - (\sqrt{3})^2$ $B = (5x + \sqrt{3})(5x - \sqrt{3})$	$A = 9x^2 - 16$ $A = (3x)^2 - 4^2$ $A = (3x + 4)(3x - 4)$
$C = 9 - (4x + 5)^2$ $C = (3)^2 - (4x + 5)^2$ $C = [3 + (4x + 5)][3 - (4x + 5)]$ $C = [3 + 4x + 5][3 - 4x - 5]$ $C = [4x + 3 + 5][-4x + 3 - 5]$ $C = (4x + 8)(-4x - 2)$	$D = (3x - 1)^2 - (7x + 2)^2$ $D = [(3x - 1) + (7x + 2)][(3x - 1) - (7x + 2)]$ $D = [3x - 1 + 7x + 2][3x - 1 - 7x - 2]$ $D = [3x + 7x - 1 + 2][3x - 7x - 1 - 2]$ $D = (10x + 1)(-4x - 3)$

❖ معادلة الجداء المعلوم:

إذا كان: $(ax + b)(cx + d) = 0$ فإن: $ax + b = 0$ أو $cx + d = 0$

أمثلة:

$8(3x - 1) = 0$ $3x - 1 = 0$ $3x = 1$ $x = \frac{1}{3}$ للمعادلة حل وحيد $\frac{1}{3}$.	$9x(-4x + 12) = 0$ $9x = 0$ $x = 0$ $-4x + 12 = 0$ $x = \frac{12}{4} = 3$ للمعادلة حلان هما 3 و 0.	$(5x - 1)(2x + 3) = 0$ $5x - 1 = 0$ $x = \frac{1}{5}$ $2x + 3 = 0$ $x = -\frac{3}{2}$ للمعادلة حلان هما $\frac{1}{5}$ و $-\frac{3}{2}$.
---	--	---

النسبة المئوية

❖ تحديد عبارة الدالة الخطية المنمذجة للوضعية التناسبية:

- نحسب معامل الدالة الخطية a حسب الوضعية المعطاة.
- $a = P\%$ في حالة الأخذ:
 - $a = 1 + P\%$ في حالة الزيادة:
 - $a = 1 - P\%$ في حالة التخفيض:
 - $a = \frac{\text{الجديد}}{\text{القديم}}$ بدلالة الجديد و القديم:

❖ حساب المقدار الجديد أو القديم:

1. تعطى لنا النسبة المئوية.
2. نحسب المعامل a باختيار أحد القوانين الثلاثة:
3. ثم نطبق القانون: القديم $\times a =$ الجديد

مثال 1:

1. سعر حذاء 1500DA زاد سعره بـ 20%.
1. أوجد عبارة الدالة الخطية f المنمذجة لهذه الوضعية.
2. أوجد سعر الحذاء بعد الزيادة.

الحل:

إيجاد عبارة الدالة الخطية:

$$a = 1 + P\% = 1 + 0.2 = 1.2$$

عبارة الدالة الخطية هي: $f(x) = 1.2x$

إيجاد سعر الحذاء بعد الزيادة:

$$1.2 \times 1500 = 1800 \text{DA}$$

❖ حساب النسبة المئوية:

1. نحسب المعامل a عبر القانون: $a = \frac{\text{الجديد}}{\text{القديم}}$
2. نقارن a بالعدد 1.

مثال 1:

- سعر حاسوب 45000DA أصبح سعره بعد الزيادة 54000DA.
- أحسب نسبة الزيادة في سعره.

الحل:

$$a = \frac{\text{الجديد}}{\text{القديم}} = \frac{54000}{45000} = 1.2$$

$$P\% = 1.2 - 1 = 0.2 = 20\%$$

مثال 2:

- سعر كتاب 2000DA أصبح سعره بعد الزيادة 1800DA.
- أحسب نسبة التخفيض في سعره.

الحل:

$$a = \frac{\text{الجديد}}{\text{القديم}} = \frac{1800}{2000} = 0.9$$

$$P\% = 1 - 0.9 = 0.1 = 10\%$$

مثال 2:

- سعر ثلاجة 950000DA انخفض سعرها بـ 25%.
1. أوجد عبارة الدالة الخطية f المنمذجة لهذه الوضعية.
2. أوجد سعر الثلاجة بعد التخفيض.

الحل:

إيجاد عبارة الدالة الخطية:

$$a = 1 - P\% = 1 - 0.25 = 0.75$$

عبارة الدالة الخطية هي: $f(x) = 0.75x$

إيجاد سعر الحذاء بعد التخفيض:

$$0.75 \times 950000 = 712500 \text{DA}$$

الزاوية المحيطية و الزاوية المركزية

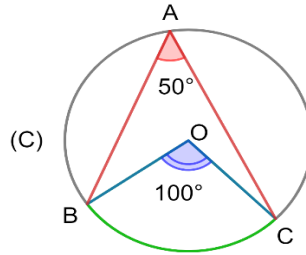
الزاوية المركزية: هي زاوية رأسها هو مركز الدائرة.
الزاوية المحيطية: هي زاوية رأسها نقطة من محيط الدائرة وצלعاها وتران للدائرة.

خاصية:

إذا كانت الزاوية المحيطية و الزاوية المركزية في دائرة تحصران نفس القوس فإن:
قياس الزاوية المحيطية = نصف قياس الزاوية المركزية.

مثال:

الزاوية المحيطية \widehat{BAC} و الزاوية المركزية \widehat{BOC} تحصران نفس القوس BC



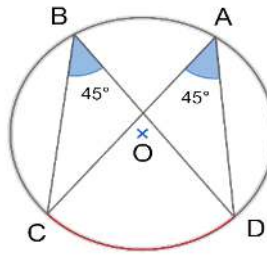
$$\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \widehat{BOC} \quad \text{إذن:}$$

خاصية:

إذا كانت زاويتان محيطيتان في دائرة تحصران نفس القوس فإن: لهما نفس القياس.

مثال:

الزاويتان المحيطيتان \widehat{CAD} و \widehat{CBD} تحصران نفس القوس CD



$$\widehat{CAD} = \widehat{CBD} \quad \text{إذن:}$$

ملاحظة: تلخيص الأستاذ بركان عبد الإله.

الدالة الخطية و الدالة التآلفية

❖ إيجاد عبارة دالة:

لإيجاد عبارة دالة نحسب المعاملين a و b .

حسابيا:

الدالة تآلفية:

$$\text{حساب } a = \frac{\text{ترتبية-ترتبية}}{\text{فاصلة-فاصلة}} \text{ أو } a = \frac{\text{صورة-صورة}}{\text{عدد-عدد}} \quad \text{حساب } b: \text{ نحل المعادلة } ax+b=g(x)$$

مثال:

g دالة تآلفية حيث: $g(2)=5$ و $g(-1)=-4$
 g دالة تآلفية تشمل النقطتين C و D حيث: $C(2; 5)$ و $D(-1; -4)$

- أوجد عبارة الدالة g .

الحل:

$$\text{حساب } a = \frac{\text{صورة-صورة}}{\text{عدد-عدد}} = \frac{\text{ترتبية-ترتبية}}{\text{فاصلة-فاصلة}} = \frac{5-(-4)}{2-(-1)} = 3$$

حساب } b:

$$3 \times -1 + b = -4$$

$$-3 + b = -4$$

$$b = -4 + 3$$

$$b = -1$$

$$3 \times 2 + b = 5$$

$$6 + b = 5$$

$$b = 5 - 6$$

$$b = -1$$

عبارة الدالة g هي: $g(x) = 3x - 1$

بيانيا:

الدالة التآلفية:

حساب } a: نختار نقطتين من المنحنى ثم نطبق القانون:

$$a = \frac{\text{ترتبية-ترتبية}}{\text{فاصلة-فاصلة}}$$

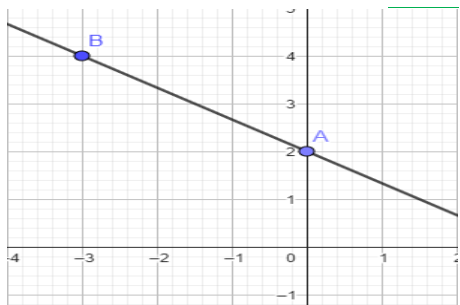
إيجاد } b: هي ترتبية نقطة تقاطع المنحنى مع محور الترتيب.

مثال:

$$a = \frac{4-2}{-3-0} = -\frac{1}{3}$$

$$b = 2$$

$$g(x) = -\frac{1}{3}x + 2$$



الدالة خطية:

$$\text{حساب } a = \frac{\text{صورة}}{\text{عدد}} \text{ أو } a = \frac{\text{ترتبية}}{\text{فاصلة}}$$

مثال:

f دالة خطية حيث: $f(2) = -4$

f دالة خطية تشمل النقطة A حيث: $A(2; -4)$

- أوجد عبارة الدالة f .

الحل:

$$\text{حساب } a = \frac{\text{صورة}}{\text{فاصلة}} = \frac{\text{ترتبية}}{\text{فاصلة}} = \frac{4}{-2} = -2$$

حساب } a:

$$f(x) = -2x$$

عبارة الدالة f هي:

الدالة خطية:

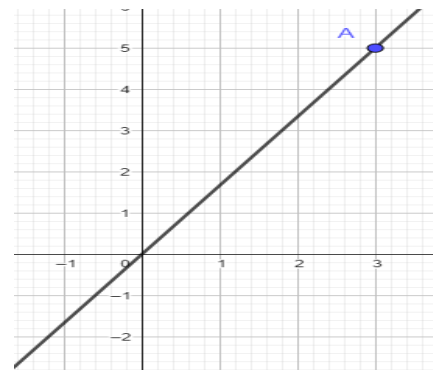
حساب } a: نختار نقطة من المنحنى ثم نطبق القانون:

$$a = \frac{\text{ترتبية}}{\text{فاصلة}}$$

مثال:

$$a = \frac{5}{3}$$

$$f(x) = \frac{5}{3}x$$



❖ حساب الصورة :

لحساب صورة عدد في دالة خطية أو تألفية نعوض العدد المعطى في عبارة الدالة.

مثال:

f دالة تألفية حيث: $f(x) = -2x + 5$

- أوجد $f(4)$ (صورة العدد 4)

الحل:

$$f(4) = -2 \times 4 + 5 = -8 + 5 = -3$$

❖ حساب عدد صورته معلومة (فاصلة):

لحساب عدد (فاصلة) صورته معلومة سواء في دالة خطية أو تألفية نحل المعادلة:

صورة معطاة = عبارة الدالة

مثال:

g دالة تألفية حيث: $g(x) = 4x - 5$

- أوجد العدد الذي صورته 27.

الحل:

$$g(x) = 27$$

$$4x - 5 = 27$$

$$4x = 27 + 5$$

$$4x = 32$$

$$x = \frac{32}{4}$$

$$x = 8$$

$$g(8) = 32$$

❖ التحقق من إنتماء نقطة إلى المنحنى:

نعوض الفاصلة المعطاة في عبارة الدالة لحساب الصورة، فإذا كانت نفسها قيمة الترتيبة المعطاة، فإن النقطة تنتمي إلى منحنى الدالة.

مثال:

h دالة تألفية حيث: $h(x) = -6x + 1$

هل النقطة $A(7; -41)$ تنتمي إلى منحنى الدالة h ؟

الحل:

$$h(7) = -6 \times 7 + 1 = -42 + 1 = -41$$

نعم النقطة A تنتمي إلى منحنى الدالة h.