

**الدليل في مادة
الرياضيات
لمترشح
شهادة التعليم المتوسط**

حوليات شهادة التعليم المتوسط
من 2007 إلى 2020
مع حلولها المفصلة

+

أكثر من 150 تمرين و مسألة نموذجية

**معاملات المواد و مدة الاختبار
في امتحان شهادة التعليم المتوسط**

المادة	مدة الامتحان	المعامل
اللغة العربية	2 ساعة	5
اللغة الفرنسية (اللغة الأجنبية الأولى)	2 ساعة	3
اللغة الإنجليزية (اللغة الأجنبية الثانية)	ساعة و نصف	2
اللغة الأمازيغية	ساعة و نصف	2
الرياضيات	2 ساعة	4
التربية الإسلامية	1 ساعة	2
التاريخ و الجغرافيا	1 ساعة و نصف	3
التربية المدنية	ساعة	1
علوم الطبيعة و الحياة	1 ساعة و نصف	2
علوم فيزيائية و تكنولوجيا	1 ساعة و نصف	2
التربية البدنية و الرياضة		1

**جدول سير اختبارات
امتحان شهادة التعليم المتوسط**

اليوم الثالث	اليوم الثاني	اليوم الأول	الأيام التوقيت
اللغة الفرنسية	الرياضيات	اللغة العربية	من : 08:30 إلى : 10:30
علوم الطبيعة و الحياة	اللغة الإنجليزية	علوم فيزيائية و تكنولوجيا	من : 11:00 إلى : 12:30
		التربية الإسلامية	من : 14:30 إلى : 15:30
اللغة الأمازيغية	التاريخ و الجغرافيا		من : 14:30 إلى : 16:00
		التربية المدنية	من : 16:00 إلى : 17:00

التدرج السنوي لمادة الرياضيات - السنة الرابعة متوسط

2021 – 2020

الحجم الساعي الأسبوعي :

5 ساعات للتلميذ

6 ساعات للأستاذ

(لم يتم تغيير هذا التدرج حسب الإجراءات الصحية التي اتخذت لمكافحة جائحة كورونا)

الفصل الأول (12 أسبوع)		
الأبــــــــــــــــواب	رقم الباب	الحجم الساعي
الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و (القاسم المشترك الأكبر)	01	33
الحساب على الجذور	02	ساعة
خاصية طالس	09	
الحساب الحرفي : (النشر و التحليل و المتطابقات الشهيرة)	03	15 ساعة
حساب المثلثات في مثلث قائم و (نظرية فيثاغورث)	10	12 ساعة
الفصل الثاني (10 أسابيع)		
الأبــــــــــــــــواب	رقم الباب	الحجم الساعي
المعادلات و المترجمات	04	28
الأشعة و الانسحاب	11	ساعة
الأشعة في معلم	12	
جملة معادلتين بمجهولين	05	22
الدالة الخطية و التناسبية	06	ساعة
الدالة التالفية	07	
الفصل الثالث (06 أسابيع)		
الأبــــــــــــــــواب	رقم الباب	الحجم الساعي
الإحصاء	08	12 ساعة
الدوران - الزوايا - المضلعات المنتظمة	13	18
الهندسة في الفضاء	14	ساعة

الصفحة	الدروس المعالجة خلال الحوليات من 2007 إلى 2020	الحوليات :
		جوان 2007
غير متوفر حاليا	الحساب على الجذور.....	التمرين 1
14	الحساب الحرفي *	التمرين 2
غير متوفر حاليا	جملة معادلتين	التمرين 3
65	نظرية طالس + نظرية فيثاغورث.....	التمرين 4
50	الدالة الخطية - الدالة التآلفية.....	المسألة
		جوان 2008
غير متوفر حاليا	القاسم المشترك الأكبر	التمرين 1
21	الحساب الحرفي * + الحساب على الجذور.....	التمرين 2
74	حساب المثلثات + نظرية طالس + نظرية فيثاغورث.....	التمرين 3
22	الدالة الخطية - الدالة التآلفية.....	التمرين 4
غير متوفر حاليا	جملة معادلتين بمجهولين.....	المسألة
		جوان 2009
غير متوفر حاليا	الحساب على الجذور.....	التمرين 1
غير متوفر حاليا	الحساب الحرفي *	التمرين 2
عن قريب	الدوران	التمرين 3
غير متوفر حاليا	جملة معادلتين	التمرين 4
59	الدالة الخطية - الدالة التآلفية.....	المسألة
		جوان 2010
غير متوفر حاليا	جملة معادلتين	التمرين 1
غير متوفر حاليا	القاسم المشترك الأكبر	التمرين 2
عن قريب	الدوران + الأشعة و الانسحاب - الأشعة في معلم.....	التمرين 3
64	نظرية طالس.....	التمرين 4
76	حساب المثلثات + جملة معادلتين.....	المسألة
		جوان 2011
13	الحساب الحرفي *	التمرين 1
غير متوفر حاليا	الحساب على الجذور.....	التمرين 2
68	حساب المثلثات.....	التمرين 3
عن قريب	الدوران.....	التمرين 4
34	الدالة الخطية - الدالة التآلفية.....	المسألة
		جوان 2012
9	الحساب على الجذور.....	التمرين 1
17	الحساب الحرفي *	التمرين 2
عن قريب	الدوران.....	التمرين 3
86	الأشعة و الانسحاب - الأشعة في معلم.....	التمرين 4
36	الدالة الخطية - الدالة التآلفية.....	المسألة
		جوان 2013
غير متوفر حاليا	الحساب على الجذور.....	التمرين 1
19	الحساب الحرفي *	التمرين 2
73	حساب المثلثات + نظرية طالس.....	التمرين 3
78	الأشعة و الانسحاب - الأشعة في معلم.....	التمرين 4
47	الدالة الخطية - الدالة التآلفية.....	المسألة
		جوان 2014
غير متوفر حاليا	الحساب على الجذور.....	التمرين 1
غير متوفر حاليا	الحساب الحرفي *	التمرين 2
69	حساب المثلثات.....	التمرين 3
83	الأشعة و الانسحاب - الأشعة في معلم + فيثاغورث.....	التمرين 4
39	الدالة الخطية - الدالة التآلفية.....	المسألة

جوان 2015	
التمرين 1	القاسم المشترك الأكبر
التمرين 2	الحساب الحرفي + الحساب على الجذور
التمرين 3	الدوران
التمرين 4	نظرية طالس + نظرية فيثاغورث
المسألة	الدالة الخطية - الدالة التآلفية
غير متوفر حاليا	20
عن قريب	66
53	
جوان 2016	
التمرين 1	القاسم المشترك الأكبر + الحساب على الجذور
التمرين 2	الحساب الحرفي + الحساب على الجذور
التمرين 3	الدالة الخطية - الدالة التآلفية
التمرين 4	الأشعة و الانسحاب
المسألة	الدوران + حساب المثلثات + نظرية طالس
11	
18	
28	
89	
عن قريب	
جوان 2017	
التمرين 1	الحساب على الجذور + المتطابقات الشهيرة
التمرين 2	الحساب الحرفي *
التمرين 3	الدوران
التمرين 4	حساب المثلثات + نظرية طالس
المسألة	الدالة الخطية - الدالة التآلفية
12	
غير متوفر حاليا	
عن قريب	
71	
56	
جوان 2018	
التمرين 1	الحساب على الجذور
التمرين 2	الحساب الحرفي *
التمرين 3	حساب المثلثات + نظرية طالس + نظرية فيثاغورث
التمرين 4	نظرية فيثاغورث
المسألة	الدالة الخطية - الدالة التآلفية
غير متوفر حاليا	
15	
72	
غير متوفر حاليا	
42	
جوان 2019	
التمرين 1	الحساب على الجذور
التمرين 2	الحساب الحرفي *
التمرين 3	حساب المثلثات + نظرية طالس + نظرية فيثاغورث
التمرين 4	الدوران - الزوايا - المضلعات المنتظمة
المسألة	الدالة الخطية و الدالة التآلفية
غير متوفر حاليا	
16	
75	
عن قريب	
45	
سبتمبر 2020	
التمرين 1	الحساب على الجذور
التمرين 2	الحساب الحرفي *
التمرين 3	الدوران - الزوايا - المضلعات المنتظمة + حساب المثلثات
التمرين 4	الأشعة و الانسحاب - الأشعة في معلم
المسألة	القاسم المشترك الأكبر + النسب المؤوية
غير متوفر حاليا	
غير متوفر حاليا	
عن قريب	
81	
غير متوفر حاليا	

قائمة الدروس المعالجة في حوليات إ.ش.ت.م من 2007 إلى 2020
مرتبة من الأسهل إلى الأصعب

رقم التمرين	السنة	الأبواب	الصفحة
الباب: 01 الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و (القاسم المشترك الأكبر)			
التمرين الأول	2015	القاسم المشترك الأكبر	غير متوفر حاليا
التمرين الأول	2008	القاسم المشترك الأكبر	غير متوفر حاليا
التمرين الثاني	2010	القاسم المشترك الأكبر	غير متوفر حاليا
مسألة	2020	القاسم المشترك الأكبر + النسب المؤوية	غير متوفر حاليا
الباب: 02 الحساب على الجذور			
التمرين الأول	2020	الحساب على الجذور	غير متوفر حاليا
التمرين الأول	2014	الحساب على الجذور	غير متوفر حاليا
التمرين الثاني	2011	الحساب على الجذور	غير متوفر حاليا
التمرين الأول	2018	الحساب على الجذور	غير متوفر حاليا
التمرين الأول	2013	الحساب على الجذور	غير متوفر حاليا
التمرين الأول	2012	الحساب على الجذور	9
التمرين الأول	2009	الحساب على الجذور	غير متوفر حاليا
التمرين الأول	2019	الحساب على الجذور	غير متوفر حاليا
التمرين الأول	2007	الحساب على الجذور	غير متوفر حاليا
التمرين الأول	2016	الحساب على الجذور + القاسم المشترك الأكبر	11
التمرين الأول	2017	الحساب على الجذور + المتطابقات الشهيرة	12
الباب: 03+04 الحساب الحرفي* : (النشر و التحليل و المتطابقات الشهيرة) + المعادلات و المتراجحات			
التمرين الثاني	2014	الحساب الحرفي*	غير متوفر حاليا
التمرين الثاني	2017	الحساب الحرفي*	غير متوفر حاليا
التمرين الثاني	2009	الحساب الحرفي*	غير متوفر حاليا
التمرين الثاني	2020	الحساب الحرفي*	غير متوفر حاليا
التمرين الأول	2011	الحساب الحرفي*	13
التمرين الثاني	2007	الحساب الحرفي*	14
التمرين الثاني	2018	الحساب الحرفي*	15
التمرين الثاني	2019	الحساب الحرفي*	16
التمرين الثاني	2012	الحساب الحرفي*	17
التمرين الثاني	2016	الحساب الحرفي*	18
التمرين الثاني	2013	الحساب الحرفي*	19
التمرين الثاني	2015	الحساب الحرفي* + الحساب على الجذور*	20
التمرين الثاني	2008	الحساب الحرفي* + الحساب على الجذور*	21
الباب: 05 جملة معادلتين بمجهولين			
التمرين الأول	2010	جملة معادلتين بمجهولين	غير متوفر حاليا
التمرين الثالث	2007	جملة معادلتين بمجهولين	غير متوفر حاليا
التمرين الرابع	2009	جملة معادلتين بمجهولين	غير متوفر حاليا
مسألة	2008	جملة معادلتين بمجهولين	غير متوفر حاليا
الباب: 06+07 الدالة الخطية و التناسبية - الدالة التآلفية			
التمرين الرابع	2008	الدالة الخطية و التناسبية - الدالة التآلفية	22
التمرين الثالث	2016	الدالة الخطية و التناسبية - الدالة التآلفية	28
مسألة	2011	الدالة الخطية و التناسبية - الدالة التآلفية	34
مسألة	2012	الدالة الخطية و التناسبية - الدالة التآلفية	36
مسألة	2014	الدالة الخطية و التناسبية - الدالة التآلفية	39
مسألة	2018	الدالة الخطية و التناسبية - الدالة التآلفية	42
مسألة	2019	الدالة الخطية و التناسبية - الدالة التآلفية	45

الصفحة	الأبواب	السنة	
الباب: 07+06 الدالة الخطية و التناسبية - الدالة التآلفية			
47	الدالة الخطية و التناسبية - الدالة التآلفية	2013	مسألة
50	الدالة الخطية و التناسبية - الدالة التآلفية	2007	مسألة
53	الدالة الخطية و التناسبية - الدالة التآلفية	2015	مسألة
56	الدالة الخطية و التناسبية - الدالة التآلفية	2017	مسألة
59	الدالة الخطية و التناسبية - الدالة التآلفية	2009	مسألة
الباب: 08 الإحصاء			
ملاحظة: لم تتم معالجة درس "الإحصاء" خلال حوليات إ.ش.ت.م من 2007 إلى 2020			
الباب: 09 خاصية طالس			
62	نظرية طالس		تمارين تطبيقية
63	نظرية طالس العكسية		تمارين تطبيقية
64	نظرية طالس	2010	التمرين الرابع
65	نظرية طالس + نظرية فيثاغورث	2007	التمرين الرابع
66	نظرية طالس + نظرية فيثاغورث	2015	التمرين الرابع
الباب: 10 حساب المثلثات في مثلث قائم و (نظرية فيثاغورث)			
67	حساب المثلثات		تمارين تطبيقية
	نظرية فيثاغورث	2018	التمرين الرابع
68	حساب المثلثات	2011	التمرين الثالث
69	حساب المثلثات	2014	التمرين الثالث
71	حساب المثلثات + نظرية طالس	2017	التمرين الرابع
72	حساب المثلثات + نظرية طالس + نظرية فيثاغورث	2018	التمرين الثالث
73	حساب المثلثات + نظرية طالس	2013	التمرين الثالث
74	حساب المثلثات + نظرية طالس + نظرية فيثاغورث	2008	التمرين الثالث
75	حساب المثلثات + نظرية طالس + نظرية فيثاغورث	2019	التمرين الثالث
76	حساب المثلثات + جملة معادلتين	2010	مسألة
الباب: 11 + 12 الأشعة و الانسحاب - الأشعة في معلم			
78	الأشعة و الانسحاب - الأشعة في معلم	2013	التمرين الرابع
81	الأشعة و الانسحاب - الأشعة في معلم	2020	التمرين الرابع
83	الأشعة و الانسحاب - الأشعة في معلم + نظرية فيثاغورث	2014	التمرين الرابع
86	الأشعة و الانسحاب - الأشعة في معلم	2012	التمرين الرابع
89	الأشعة و الانسحاب	2016	التمرين الرابع
الباب: 13 الدوران - الزوايا - المضلعات المنتظمة			
عن قريب	الدوران - الزوايا - المضلعات المنتظمة	2009	التمرين الثالث
عن قريب	الدوران - الزوايا - المضلعات المنتظمة	2010	التمرين الثالث
عن قريب	الدوران - الزوايا - المضلعات المنتظمة	2011	التمرين الرابع
عن قريب	الدوران - الزوايا - المضلعات المنتظمة	2017	التمرين الثالث
عن قريب	الدوران - الزوايا - المضلعات المنتظمة	2012	التمرين الثالث
عن قريب	الدوران - الزوايا - المضلعات المنتظمة	2015	التمرين الثالث
عن قريب	الدوران - الزوايا - المضلعات المنتظمة	2016	مسألة
عن قريب	الدوران - الزوايا - المضلعات المنتظمة	2019	التمرين الرابع
عن قريب	الدوران - الزوايا - المضلعات المنتظمة	2020	التمرين الثالث
الباب: 14 الهندسة في الفضاء			
ملاحظة: لم تتم معالجة درس "الهندسة في الفضاء" خلال حوليات إ.ش.ت.م من 2007 إلى 2020 و إن تمت معالجة جزء "المساحات و الأحجام" في مسألة 2009			

التمرين الأول : (3 نقط)

امتحان شهادة التعليم المتوسط (2012)

ليكن العددين الحقيقيين m و n حيث :

$$n = (\sqrt{7} + 3)(4 - \sqrt{7}),$$

$$m = \sqrt{112} - 3\sqrt{28} + 3\sqrt{7} - \sqrt{25}$$

(1) اكتب كلا من العددين m و n على

الشكل $a\sqrt{7} + b$ بحيث a و b عدنان نسبيين.

(2) بيّن أنّ الجداء $m \times n$ عدد ناطق.

(3) اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ عددا ناطقا.

التمرين الأول : (حسب نموذج 2012)

ليكن العددين الحقيقيين m و n حيث :

$$n = (-4 + \sqrt{12})(\sqrt{12} + 5)$$

$$m = \sqrt{432} - \sqrt{108} - \sqrt{48} + \sqrt{64}$$

(1) اكتب كلا من العددين m و n على

الشكل $a\sqrt{12} + b$ بحيث a و b عدنان نسبيين.

(2) بيّن أنّ الجداء $m \times n$ عدد ناطق.

(3) اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{12}+8}{\sqrt{12}}$ عددا ناطقا.

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2012)

ليكن العددين الحقيقيين m و n حيث :

$$n = (\sqrt{6} - 3)(\sqrt{6} + 4)$$

$$m = 2\sqrt{150} - \sqrt{54} - 3\sqrt{24} + \sqrt{36}$$

(1) اكتب كلا من العددين m و n على

الشكل $a\sqrt{6} + b$ بحيث a و b عدنان نسبيين.

(2) بيّن أنّ الجداء $m \times n$ عدد ناطق.

(3) اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{6}+6}{\sqrt{6}}$ عددا ناطقا.

التمرين الثالث : (حسب نموذج 2012)

ليكن العددين الحقيقيين m و n حيث :

$$n = (\sqrt{5} - 2)(3 + \sqrt{5})$$

$$m = 2\sqrt{80} - \sqrt{125} - \sqrt{20} + \sqrt{1}$$

(1) اكتب كلا من العددين m و n على

الشكل $a\sqrt{5} + b$ بحيث a و b عدنان نسبيين.

(2) بيّن أنّ الجداء $m \times n$ عدد ناطق.

(3) اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}}$ عددا ناطقا.

حل التمرين الأول لامتحان شهادة التعليم المتوسط :

1) كتابة m و n على شكل $a\sqrt{7} + b$:

$$m = \sqrt{112} - 3\sqrt{28} + 3\sqrt{7} - \sqrt{25}$$

$$m = \sqrt{16 \times 7} - 3\sqrt{4 \times 7} + 3\sqrt{7} - 5$$

$$m = \sqrt{7} - 5$$

$$n = (\sqrt{7} + 3)(4 - \sqrt{7})$$

$$n = 4\sqrt{7} - 7 + 12 - 3\sqrt{7}$$

$$n = \sqrt{7} + 5$$

(2) حساب $m \times n$:

$$m \times n = (\sqrt{7} - 5)(\sqrt{7} + 5)$$

$$= \sqrt{7}^2 - 5^2 = 7 - 25 = -18$$

(3) جعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ ناطق :

$$\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{7}-5)\sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{7-5\sqrt{7}}{7}$$

التمرين الرابع : (حسب نموذج 2012)

ليكن العددين الحقيقيين m و n حيث :

$$n = (\sqrt{8} + 3)(-2 + \sqrt{8})$$

$$m = \sqrt{968} - 2\sqrt{72} - 2\sqrt{32} - \sqrt{4}$$

(1) اكتب كلا من العددين m و n على

الشكل $a\sqrt{8} + b$ بحيث a و b عدنان نسبيين.

(2) بيّن أنّ الجداء $m \times n$ عدد ناطق.

(3) اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{8}-2}{\sqrt{8}}$ عددا ناطقا.

التمرين الخامس : (حسب نموذج 2012)

ليكن العددين الحقيقيين m و n حيث :

$$n = (\sqrt{5} - 3)(4 + \sqrt{5})$$

$$m = \sqrt{500} - \sqrt{245} - \sqrt{20} + \sqrt{49}$$

(1) اكتب كلا من العددين m و n على

الشكل $a\sqrt{5} + b$ بحيث a و b عدنان نسبيين.

(2) بيّن أنّ الجداء $m \times n$ عدد ناطق.

(3) اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{5}+7}{\sqrt{5}}$ عددا ناطقا.

التمرين السادس : (حسب نموذج 2012)

ليكن العددين الحقيقيين m و n حيث :

$$n = (\sqrt{7} + 2)(-1 + \sqrt{7})$$

$$m = \sqrt{1183} - \sqrt{343} - \sqrt{175} - \sqrt{25}$$

(1) اكتب كلا من العددين m و n على

الشكل $a\sqrt{7} + b$ بحيث a و b عدنان نسبيين.

(2) بيّن أنّ الجداء $m \times n$ عدد ناطق.

(3) اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ عددا ناطقا.

حل نماذج التمرين الأول (دورة 2012) :

التمرين الثاني : (1) كتابة m و n على شكل $a\sqrt{6} + b$: $n = (\sqrt{6} - 3)(\sqrt{6} + 4)$ $n = 6 - 3\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 12$ $n = \sqrt{6} - 6$ $m = 2\sqrt{150} - \sqrt{54} - 3\sqrt{24} + \sqrt{36}$ $m = 2\sqrt{25 \times 6} - \sqrt{9 \times 6} - 3\sqrt{4 \times 6} + 6$ $m = 2\sqrt{25} \times \sqrt{6} - \sqrt{9} \times \sqrt{6} - 3\sqrt{4} \times \sqrt{6} + 6$ $m = 10\sqrt{6} - 3\sqrt{6} - 6\sqrt{6} + 6$ $m = 10\sqrt{6} - 9\sqrt{6} + 6$ $m = \sqrt{6} + 6$ (2) حساب m x n : $m \times n = (\sqrt{6} + 6)(\sqrt{6} - 6)$ $= \sqrt{6}^2 - 6^2 = 6 - 36 = -30, m \times n = -30$ (3) جعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{6}+6}{\sqrt{6}}$ ناطق : $\frac{\sqrt{6}+6}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6} \times (\sqrt{6}+6)}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}^2 + 6\sqrt{6}}{\sqrt{6}^2} = \frac{6 + 6\sqrt{6}}{6}$	التمرين الأول : (1) كتابة m و n على شكل $a\sqrt{12} + b$: $n = (-4 + \sqrt{12})(\sqrt{12} + 5)$ $n = -4\sqrt{12} + 12 - 20 + 5\sqrt{12}$ $n = \sqrt{12} - 8$ $m = \sqrt{432} - \sqrt{108} - \sqrt{48} + \sqrt{64}$ $m = \sqrt{36 \times 12} - \sqrt{9 \times 12} - \sqrt{4 \times 12} + \sqrt{64}$ $m = \sqrt{36} \times \sqrt{12} - \sqrt{9} \times \sqrt{12} - \sqrt{4} \times \sqrt{12} + 8$ $m = 6\sqrt{12} - 3\sqrt{12} - 2\sqrt{12} + 8$ $m = 6\sqrt{12} - 5\sqrt{12} + 8$ $m = \sqrt{12} + 8$ (2) حساب m x n : $m \times n = (\sqrt{12} + 8)(\sqrt{12} - 8)$ $= \sqrt{12}^2 - 8^2 = 12 - 64 = -52, m \times n = -52$ (3) جعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{12}+8}{\sqrt{12}}$ ناطق : $\frac{\sqrt{12}+8}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{12} \times (\sqrt{12}+8)}{\sqrt{12} \times \sqrt{12}} = \frac{\sqrt{12}^2 + 8\sqrt{12}}{\sqrt{12}^2} = \frac{12 + 8\sqrt{12}}{12}$
التمرين الرابع : (1) كتابة m و n على شكل $a\sqrt{8} + b$: $n = (\sqrt{8} + 3)(-2 + \sqrt{8})$ $n = -2\sqrt{8} - 6 + 8 + 3\sqrt{8}$ $n = \sqrt{8} + 2$ $m = \sqrt{968} - 2\sqrt{72} - 2\sqrt{32} - \sqrt{4}$ $m = \sqrt{121 \times 8} - 2\sqrt{9 \times 8} - 2\sqrt{4 \times 8} - \sqrt{4}$ $m = \sqrt{121} \times \sqrt{8} - 2\sqrt{9} \times \sqrt{8} - 2\sqrt{4} \times \sqrt{8} - 2$ $m = 11\sqrt{8} - 6\sqrt{8} - 4\sqrt{8} - 2$ $m = 11\sqrt{8} - 10\sqrt{8} - 2$ $m = \sqrt{8} - 2$ (2) حساب m x n : $m \times n = (\sqrt{8} - 2)(\sqrt{8} + 2)$ $= \sqrt{8}^2 - 2^2 = 8 - 4 = 4, m \times n = 4$ (3) جعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{8}-2}{\sqrt{8}}$ ناطق : $\frac{\sqrt{8}-2}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{8} \times (\sqrt{8}-2)}{\sqrt{8} \times \sqrt{8}} = \frac{\sqrt{8}^2 - 2\sqrt{8}}{\sqrt{8}^2} = \frac{8 - 2\sqrt{8}}{8}$	التمرين الثالث : (1) كتابة m و n على شكل $a\sqrt{5} + b$: $n = (\sqrt{5} - 2)(3 + \sqrt{5})$ $n = 3\sqrt{5} - 6 + 5 - 2\sqrt{5}$ $n = \sqrt{5} - 1$ $m = 2\sqrt{80} - \sqrt{125} - \sqrt{20} + \sqrt{1}$ $m = 2\sqrt{16 \times 5} - \sqrt{25 \times 5} - \sqrt{4 \times 5} + 1$ $m = 8\sqrt{5} - 5\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 1$ $m = 8\sqrt{5} - 7\sqrt{5} + 1$ $m = \sqrt{5} + 1$ (2) حساب m x n : $m \times n = (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1)$ $= \sqrt{5}^2 - 1^2 = 5 - 1 = 4, m \times n = 4$ (3) جعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}}$ ناطق : $= \frac{\sqrt{5} \times (\sqrt{5}+1)}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{5}^2}{\sqrt{5}^2} = \frac{5 + \sqrt{5}}{5}$
التمرين السادس : (1) كتابة m و n على شكل $a\sqrt{7} + b$: $n = (\sqrt{7} + 2)(-1 + \sqrt{7})$ $n = -\sqrt{7} - 2 + 7 + 2\sqrt{7}$ $n = \sqrt{7} + 5$ $m = \sqrt{1183} - \sqrt{343} - \sqrt{175} - \sqrt{25}$ $m = \sqrt{169 \times 7} - \sqrt{49 \times 7} - \sqrt{25 \times 7} - \sqrt{25}$ $m = \sqrt{169} \times \sqrt{7} - \sqrt{49} \times \sqrt{7} - \sqrt{25} \times \sqrt{7} - 5$ $m = 13\sqrt{7} - 7\sqrt{7} - 5\sqrt{7} - 5$ $m = 13\sqrt{7} - 12\sqrt{7} - 5$ $m = \sqrt{7} - 5$ (2) حساب m x n : $m \times n = (\sqrt{7} - 5)(\sqrt{7} + 5)$ $= \sqrt{7}^2 - 5^2 = 7 - 25 = -18, m \times n = -18$ (3) جعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ ناطق : $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7} \times (\sqrt{7}-5)}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}^2 - 5\sqrt{7}}{\sqrt{7}^2} = \frac{7 - 5\sqrt{7}}{7}$	التمرين خامس : (1) كتابة m و n على شكل $a\sqrt{5} + b$: $n = (\sqrt{5} - 3)(4 + \sqrt{5})$ $n = 4\sqrt{5} - 12 + 5 - 3\sqrt{5}$ $n = \sqrt{5} - 7$ $m = \sqrt{500} - \sqrt{245} - \sqrt{20} + \sqrt{49}$ $m = \sqrt{100 \times 5} - \sqrt{49 \times 5} - \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{49}$ $m = \sqrt{100} \times \sqrt{5} - \sqrt{49} \times \sqrt{5} - \sqrt{4} \times \sqrt{5} + 7$ $m = 10\sqrt{5} - 7\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 7$ $m = 10\sqrt{5} - 9\sqrt{5} + 7$ $m = \sqrt{5} + 7$ (2) حساب m x n : $m \times n = (\sqrt{5} + 7)(\sqrt{5} - 7)$ $= \sqrt{5}^2 - 7^2 = 5 - 49 = -44, m \times n = -44$ (3) جعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{5}+7}{\sqrt{5}}$ ناطق : $\frac{\sqrt{5}+7}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} \times (\sqrt{5}+7)}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}^2 + 7\sqrt{5}}{\sqrt{5}^2} = \frac{5 + 7\sqrt{5}}{5}$

التمرين الأول : (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2016)

(1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832

(2) اكتب الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

(3) اكتب العدد $A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$

على شكل $a\sqrt{13}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه.

التمرين الأول : (حسب نموذج 2016)

(1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 294 و 486

(2) اكتب الكسر $\frac{486}{294}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

(3) اكتب $A = \sqrt{486} - 3\sqrt{294} + 4\sqrt{150}$

على شكل $a\sqrt{6}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه.

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2016)

(1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 350 و 896

(2) اكتب الكسر $\frac{896}{350}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

(3) اكتب $A = 2\sqrt{896} - \sqrt{350} + 3\sqrt{126}$

على شكل $a\sqrt{14}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه.

التمرين الثالث : (حسب نموذج 2016)

(1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 539 و 396

(2) اكتب الكسر $\frac{539}{396}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

(3) اكتب $A = -\sqrt{539} - 2\sqrt{396} + 2\sqrt{44}$

على شكل $a\sqrt{11}$ حيث a عدد نسبي يطلب تعيينه.

التمرين الرابع : (حسب نموذج 2016)

(1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1377 و 1088

(2) اكتب الكسر $\frac{1377}{1088}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

(3) اكتب $A = 4\sqrt{1377} - 3\sqrt{1088} + \sqrt{612}$

على شكل $a\sqrt{17}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه.

التمرين الخامس : (حسب نموذج 2016)

(1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 2160 و 735

(2) اكتب الكسر $\frac{2160}{735}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

(3) اكتب $A = 2\sqrt{2160} - \sqrt{735} + \sqrt{375}$

على شكل $a\sqrt{15}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه.

حل التمرين الأول امتحان لشهادة التعليم المتوسط (2016)

(1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832

$$1053 = 832 \times 1 + 221$$

$$832 = 221 \times 3 + 169$$

$$221 = 169 \times 1 + 52$$

$$169 = 52 \times 3 + 13$$

$$52 = 13 \times 4 + 0$$

آخر باقي غير معدوم هو 13 إذن

$$\text{PGCD}(1053, 832) = 13$$

(2) كتابة الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال:

$$\frac{1053}{832} = \frac{1053 \div 13}{832 \div 13} = \frac{81}{64}$$

(3) كتابة : $A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$ على شكل $a\sqrt{13}$:

$$A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$$

$$A = \sqrt{81 \times 13} + 2\sqrt{64 \times 13} - 8\sqrt{9 \times 13}$$

$$A = \sqrt{81} \times \sqrt{13} + 2\sqrt{64} \times \sqrt{13} - 8\sqrt{9} \times \sqrt{13}$$

$$A = 9\sqrt{13} + 2 \times 8\sqrt{13} - 8 \times 3\sqrt{13}$$

$$A = (9 + 16 - 24)\sqrt{13}$$

$$A = \sqrt{13}$$

حيث : **a = 1**

التمرين السادس : (حسب نموذج 2016)

(1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1863 و 1472

(2) اكتب الكسر $\frac{1863}{1472}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

(3) اكتب $A = 2\sqrt{1863} - \sqrt{1472} + \sqrt{575}$

على شكل $a\sqrt{23}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه

الحلول :

التمرين الثالث : القاسم المشترك الأكبر : 11 الكسر : $\frac{49}{36}$ $A = (-7-12+4)\sqrt{11}$ $A = -15\sqrt{11}$ a = -15	التمرين الثاني : القاسم المشترك الأكبر : 14 الكسر : $\frac{64}{25}$ $A = (16-5+9)\sqrt{14}$ $A = 20\sqrt{14}$ a = 20	التمرين الأول : القاسم المشترك الأكبر : 6 الكسر : $\frac{81}{49}$ $A = (9-21+20)\sqrt{6}$ $A = 8\sqrt{6}$ a = 8
التمرين السادس : القاسم المشترك الأكبر : 23 الكسر : $\frac{81}{64}$ $A = (18-8+5)\sqrt{23}$ $A = 15\sqrt{23}$ a = 15	التمرين الخامس : القاسم المشترك الأكبر : 15 الكسر : $\frac{144}{49}$ $A = (24-7+5)\sqrt{15}$ $A = 22\sqrt{15}$ a = 22	التمرين الرابع : القاسم المشترك الأكبر : 17 الكسر : $\frac{81}{64}$ $A = (36-24+6)\sqrt{17}$ $A = 18\sqrt{17}$ a = 18

حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2011
(1) التحقق بالنشر :

$$(2x-1)(x-3)$$

$$= 2x^2 - x - 6x + 3$$

$$= 2x^2 - 7x + 3$$

ومنه : $(2x-1)(x-3) = 2x^2 - 7x + 3$

(2) التحليل :

بما أن $2x^2 - 7x + 3 = (2x-1)(x-3)$ مما سبق
فإن :

$$A = 2x^2 - 7x + 3 + (2x-1)(3x+2)$$

$$A = (2x-1)(x-3) + (2x-1)(3x+2)$$

$$A = (2x-1) [(x-3)+(3x+2)]$$

$$A = (2x-1)(x-3+3x+2)$$

$$A = (2x-1)(4x-1)$$

(3) حل المعادلة : $(2x-1)(4x-1) = 0$

$(2x-1)(4x-1) = 0$ معناه إما : $2x-1 = 0$ أو $4x-1 = 0$

إما : $x = \frac{1}{2}$ أو : $x = \frac{1}{4}$
للمعادلة حلان و هما $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}$.

التمرين الأول : (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2011

(1) تحقق بالنشر من أن : $(2x-1)(x-3) = 2x^2 - 7x + 3$
(2) لتكن العبارة A حيث :

$$A = 2x^2 - 7x + 3 + (2x-1)(3x+2)$$

- حلل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

(3) حل المعادلة : $(2x-1)(4x-1) = 0$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2011)

(1) تحقق بالنشر من أن : $(7x-3)(4x+3) = 28x^2 + 9x - 9$
(2) لتكن العبارة A حيث :

$$A = 28x^2 + 9x - 9 + (4x+3)(x+1)$$

- حلل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

(3) حل المعادلة : $(4x+3)(8x-2) = 0$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2011)

(1) تحقق بالنشر من أن : $(2x+1)(x+3) = 2x^2 + 7x + 3$
(2) لتكن العبارة A حيث :

$$A = 2x^2 + 7x + 3 + (2x+1)(x+5)$$

- حلل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

(3) حل المعادلة : $(2x+1)(2x+8) = 0$

حلول نماذج التمرين الأول (دورة 2011) :

حل التمرين الثاني :

(1) التحقق بالنشر :

$$(2x+1)(x+3)$$

$$= 2x^2 + x + 6x + 3$$

$$= 2x^2 + 7x + 3$$

ومنه : $(2x+1)(x+3) = 2x^2 + 7x + 3$

(2) التحليل :

بما أن $2x^2 + 7x + 3 = (2x+1)(x+3)$ مما سبق
فإن :

$$A = 2x^2 + 7x + 3 + (2x+1)(x+5)$$

$$A = (2x+1)(x+3) + (2x+1)(x+5)$$

$$A = (2x+1) [(x+3)+(x+5)]$$

$$A = (2x+1)(x+3+x+5)$$

$$A = (2x+1)(2x+8)$$

(3) حل المعادلة : $(2x+1)(2x+8) = 0$

$(2x+1)(2x+8) = 0$ معناه إما : $2x+1 = 0$

أو : $2x+8 = 0$

إما : $x = -\frac{1}{2}$ أو : $x = -4$

للمعادلة حلان و هما $-\frac{1}{2}$ و -4 .

حل التمرين الأول :

(1) التحقق بالنشر :

$$(7x-3)(4x+3)$$

$$= 28x^2 - 12x + 21x - 9$$

$$= 28x^2 + 9x - 9$$

ومنه : $(7x-3)(4x+3) = 28x^2 + 9x - 9$

(2) التحليل :

بما أن $28x^2 + 9x - 9 = (7x-3)(4x+3)$ مما سبق
فإن :

$$A = 28x^2 + 9x - 9 + (4x+3)(x+1)$$

$$A = (7x-3)(4x+3) + (4x+3)(x+1)$$

$$A = (4x+3) [(7x-3)+(x+1)]$$

$$A = (4x+3)(7x-3+x+1)$$

$$A = (4x+3)(8x-2)$$

(3) حل المعادلة : $(4x+3)(8x-2) = 0$

$(4x+3)(8x-2) = 0$ معناه إما : $4x+3 = 0$

أو : $8x-2 = 0$

إما : $x = -\frac{3}{4}$ أو : $x = \frac{1}{4}$

للمعادلة حلان و هما $-\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{4}$.

حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2007)
النشر و التبسيط :

$$\begin{aligned} E &= 10^2 - (x-2)^2 - (x+8) \\ E &= 10^2 - [(x)^2 + (2)^2 - (2)x(x)(2)] - (x+8) \\ E &= 10^2 - (x^2 + 4 - 4x) - (x+8) \\ E &= 10^2 - x^2 - 4 + 4x - x - 8 \\ E &= 10^2 - x^2 + 3x - 12 \\ E &= -x^2 + 3x - 12 + 100 \\ E &= -x^2 + 3x + 88 \end{aligned}$$

(2) تحليل العبارة $10^2 - (x-2)^2$

$$\begin{aligned} 10^2 - (x-2)^2 &= (10-x+2)(10+x-2) \\ &= (-x+12)(x+8) \end{aligned}$$

متطابقة شهيرة:
 $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
 $a=10, b=x-2$

استنتاج تحليل E

بما أن $10^2 - (x-2)^2 = (-x+12)(x+8)$ فإن :

$$\begin{aligned} E &= 10^2 - (x-2)^2 - (x+8) \\ E &= (-x+12)(x+8) - (x+8) \\ E &= (x+8)(12-x-1) \\ E &= (x+8)(-x+11) \end{aligned}$$

(3) حل المعادلة : $(11-x)(x+8) = 0$

لدينا : $(11-x)(x+8) = 0$ معناه $(11-x) = 0$ أو $(x+8) = 0$
أي $-8x = 11$ أو $x = 11$
ومنه للمعادلة حلان هما : **-8 و 11**

التمرين الثاني : (3 نقط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2007

لتكن العبارة الجبرية E حيث :

$$E = 10^2 - (x-2)^2 - (x+8)$$

1- انشر ثم بسط E .

2- حلّ العبارة $10^2 - (x-2)^2$ ، ثم استنتج تحليل العبارة الجبرية E.

3- حل المعادلة : $(11-x)(8+x) = 0$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2007)

لتكن العبارة الجبرية E حيث :

$$E = 5^2 - (7x-4)^2 - (7x+1)$$

1- انشر ثم بسط E .

2- حلّ العبارة $5^2 - (7x-4)^2$ ، ثم استنتج تحليل العبارة الجبرية E.

3- حل المعادلة : $(-7x+8) = 0$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2007)

لتكن العبارة الجبرية E حيث :

$$E = 8^2 - (5x-1)^2 - (5x+7)$$

1- انشر ثم بسط E .

2- حلّ العبارة $8^2 - (5x-1)^2$ ، ثم استنتج تحليل العبارة الجبرية E.

3- حل المعادلة : $(-5x+8) = 0$

حلول نماذج التمرين الثاني (دورة 2007) :

حل التمرين الثاني :
النشر و التبسيط :

$$\begin{aligned} E &= 8^2 - (5x-1)^2 - (5x+7) \\ E &= 8^2 - [(5x)^2 + (1)^2 - (2)x(5x)(1)] - (5x+7) \\ E &= 8^2 - (25x^2 + 1 - 10x) - (5x+7) \\ E &= 8^2 - (25x^2 - 10x + 1) - (5x+7) \\ E &= 8^2 - 25x^2 + 10x - 1 - 5x - 7 \\ E &= 64 - 25x^2 + 5x - 8 \\ E &= -25x^2 + 5x + 56 \end{aligned}$$

(2) تحليل العبارة $8^2 - (5x-1)^2$

$$\begin{aligned} 8^2 - (5x-1)^2 &= (8+5x-1)(8-5x+1) \\ &= (5x+7)(-5x+9) \end{aligned}$$

متطابقة شهيرة :
 $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
 $a=8, b=5x-1$

استنتاج تحليل E:

بما أن $8^2 - (5x-1)^2 = (5x+7)(-5x+9)$ فإن :

$$\begin{aligned} E &= 8^2 - (5x-1)^2 - (5x+7) \\ E &= (5x+7)(-5x+9) - (5x+7) \\ E &= (5x+7)[(-5x+9)-1] \\ E &= (5x+7)(-5x+8) \end{aligned}$$

(3) حل المعادلة : $(5x+7)(-5x+8) = 0$

لدينا : $(5x+7)(-5x+8) = 0$ معناه إما : $(5x+7) = 0$ أو $(-5x+8) = 0$
أي $-\frac{8}{5}x = -\frac{7}{5}$ أو $x = \frac{8}{5}$
ومنه للمعادلة حلان هما : **$-\frac{7}{5}$ و $\frac{8}{5}$**

حل التمرين الأول :
النشر و التبسيط :

$$\begin{aligned} E &= 5^2 - (7x-4)^2 - (7x+1) \\ E &= 5^2 - [(7x)^2 + (4)^2 - (2)x(7x)(4)] - (7x+1) \\ E &= 5^2 - (49x^2 + 16 - 56x) - (7x+1) \\ E &= 5^2 - (49x^2 - 56x + 16) - (7x+1) \\ E &= 5^2 - 49x^2 + 56x - 16 - 7x - 1 \\ E &= 25 - 49x^2 + 49x - 17 \\ E &= -49x^2 + 49x + 8 \end{aligned}$$

(2) تحليل العبارة $5^2 - (7x-4)^2$

$$\begin{aligned} 5^2 - (7x-4)^2 &= (5+7x-4)(5-7x+4) \\ &= (7x+1)(-7x+9) \end{aligned}$$

متطابقة شهيرة :
 $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
 $a=5, b=7x-4$

استنتاج تحليل E

بما أن $5^2 - (7x-4)^2 = (7x+1)(-7x+9)$ فإن :

$$\begin{aligned} E &= 5^2 - (7x-4)^2 - (7x+1) \\ E &= (7x+1)(-7x+9) - (7x+1) \\ E &= (7x+1)(-7x+9-1) \\ E &= (7x+1)(-7x+8) \end{aligned}$$

(3) حل المعادلة : $(7x+1)(-7x+8) = 0$

لدينا : $(7x+1)(-7x+8) = 0$ معناه إما : $(7x+1) = 0$ أو $(-7x+8) = 0$
أي $-\frac{1}{7}x = -\frac{8}{7}$ أو $x = \frac{8}{7}$
ومنه للمعادلة حلان هما : **$-\frac{1}{7}$ و $\frac{8}{7}$**

حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2018)

(1) التحقق بالنشر :

$$(3x+1)(x-4) \\ = 3x^2 - 12x + x - 4 \\ = 3x^2 - 11x - 4$$

(2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين :

بما أن : $3x^2 - 11x - 4 = (3x+1)(x-4)$ مما سبق فإن :

$$E = 3x^2 - 11x - 4 + (3x+1)^2 \\ E = (3x+1)(x-4) + (3x+1)^2 \\ E = (3x+1)(x-4) + (3x+1)(3x+1) \\ E = (3x+1)[(x-4) + (3x+1)] \\ E = (3x+1)(x-4+3x+1) \\ E = (3x+1)(4x-3)$$

(3) حل المتراجحة :

$$(3x+1)(x-4) \leq 3x^2 + 7 \\ 3x^2 - 11x - 4 \leq 3x^2 + 7 \\ 3x^2 - 3x^2 - 11x \leq 7+4 \\ -11x \leq 11$$

$$11x \geq -11 \\ \geq -\frac{11}{11}x \\ \geq -1x$$

نعكس الإشارة من $\leq$ إلى $\geq$
لأننا ضربنا طرفي المتراجحة
في عدد سالب و هو : -1

حلول المتراجحة هي الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي -1

التمرين الثاني : (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2018

(1) تحقق من المساواة الآتية :

$$(3x+1)(x-4) = 3x^2 - 11x - 4$$

(2) حلّ إلى جداء عاملين العبارة :

$$E = 3x^2 - 11x - 4 + (3x+1)^2$$

(3) حل المتراجحة : $(3x+1)(x-4) \leq 3x^2 + 7$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2018)

(1) تحقق من المساواة الآتية :

$$(5x+3)(3x-3) = 15x^2 - 6x - 9$$

(2) حلّ إلى جداء عاملين العبارة :

$$E = 15x^2 - 6x - 9 + (5x+3)^2$$

(3) حل المتراجحة : $(5x+3)(3x-3) \leq 15x^2 + 3$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2018)

(1) تحقق من المساواة الآتية :

$$(6x-4)(x-2) = 6x^2 - 16x + 8$$

(2) حلّ إلى جداء عاملين العبارة :

$$E = 6x^2 - 16x + 8 + (x-2)^2$$

(3) حل المتراجحة : $(6x-4)(x-2) > 6x^2 - 4x + 2$

حلول نماذج التمرين الثاني (دورة 2018) :

حل التمرين الثاني :

(1) التحقق بالنشر :

$$(6x-4)(x-2) = 6x^2 - 4x - 12x + 8 \\ (6x-4)(x-2) = 6x^2 - 16x + 8$$

(2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين :

بما أن : $6x^2 - 16x + 8 = (6x-4)(x-2)$ مما سبق فإن :

$$E = 6x^2 - 16x + 8 + (x-2)^2 \\ E = (6x-4)(x-2) + (x-2)^2 \\ E = (6x-4)(x-2) + (x-2)(x-2) \\ E = (x-2)[(6x-4) + (x-2)] \\ E = (x-2)(6x-4+x-2) \\ E = (x-2)(7x-6)$$

(3) حل المتراجحة :

$$(6x-4)(x-2) > 6x^2 - 4x + 2 \\ 6x^2 - 16x + 8 > 6x^2 - 4x + 2 \\ -16x + 8 > -4x + 2 \\ -12x > -6$$

$$12x < 6 \\ < \frac{6}{12}x \\ < \frac{1}{2}x$$

نعكس الإشارة من $>$ إلى $<$
لأننا ضربنا طرفي المتراجحة
في عدد سالب و هو : -1

حلول المتراجحة هي الأعداد الحقيقية الأصغر من $\frac{1}{2}$

حل التمرين الأول :

(1) التحقق بالنشر :

$$(5x+3)(3x-3) = 15x^2 + 9x - 15x - 9 \\ (5x+3)(3x-3) = 15x^2 - 6x - 9$$

(2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين :

بما أن : $15x^2 - 6x - 9 = (5x+3)(3x-3)$ مما سبق فإن :

$$E = 15x^2 - 6x - 9 + (5x+3)^2 \\ E = (5x+3)(3x-3) + (5x+3)^2 \\ E = (5x+3)(3x-3) + (5x+3)(5x+3) \\ E = (5x+3)[(3x-3) + (5x+3)] \\ E = (5x+3)(3x-3+5x+3) \\ E = (5x+3)(8x)$$

(3) حل المتراجحة :

$$(5x+3)(3x-3) \leq 15x^2 + 3 \\ 15x^2 - 6x - 9 \leq 15x^2 + 3 \\ -6x \leq +12 \\ 6x \geq -12$$

$$\geq -\frac{12}{6}x \\ \geq -2x$$

نعكس الإشارة من $\leq$ إلى $\geq$
لأننا ضربنا طرفي المتراجحة
في عدد سالب و هو : -1

حلول المتراجحة هي الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي -2

حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2019)

(1) نشر و تبسيط العبارة E :

$$\begin{aligned} E &= (x+1)^2 - [(x+1)(2x-3)] \\ E &= (x)^2 + (1)^2 + (2)x(x)(1) - [(x+1)(2x-3)] \\ E &= x^2 + 1 + 2x - (2x^2 + 2x - 3x - 3) \\ E &= x^2 + 2x + 1 - (2x^2 - x - 3) \\ E &= x^2 + 2x + 1 - 2x^2 + x + 3 \\ E &= -x^2 + 3x + 4 \end{aligned}$$

(2) تحليل العبارة E :

$$\begin{aligned} E &= (x+1)^2 - [(x+1)(2x-3)] \\ E &= (x+1)(x+1) - [(x+1)(2x-3)] \\ E &= (x+1) \times [(x+1) - (2x-3)] \\ E &= (x+1) \times (x+1-2x+3) \\ E &= (x+1) \times (-x+4) \end{aligned}$$

(3) حل المتراجحة :

$$3x + 4 \geq 6x - 2$$

$$3x - 6x \geq -2 - 4$$

$$-3x \geq -6$$

$$3x \leq 6$$

$$\frac{6}{3}x \leq$$

$$\leq 2x$$

نعكس الإشارة من $\geq$ إلى $\leq$
لأننا ضربنا طرفي المتراجحة
في عدد سالب و هو : -1

حلول المتراجحة هي كل الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي 2

التمرين الثاني : (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2019

لتكن العبارة E حيث :

$$E = (x+1)^2 - (x+1)(2x-3)$$

(1) أنشر ثم بسط العبارة E

(2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

(3) حل المتراجحة : $3x + 4 \geq 6x - 2$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2019)

لتكن العبارة E حيث :

$$E = (x-3)^2 - (2x-2)(x-3)$$

(1) أنشر ثم بسط العبارة E

(2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

(3) حل المتراجحة : $-3 \leq 2x + 2x$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2019)

لتكن العبارة E حيث :

$$E = (2x+5)^2 - (2x+5)(3x-3)$$

(1) أنشر ثم بسط العبارة E

(2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

(3) حل المتراجحة : $+5 > 3x + 12x$

حلول نماذج التمرين الثاني (دورة 2019) :

حل التمرين الثاني :

(1) نشر و تبسيط العبارة E :

$$\begin{aligned} E &= (2x+5)^2 - (2x+5)(3x-3) \\ E &= (2x)^2 + (5)^2 + (2)x(2x)x(5) - [(2x+5)(3x-3)] \\ E &= 4x^2 + 25 + 20x - [6x^2 + 15x - 6x - 15] \\ E &= 4x^2 + 25 + 20x - (6x^2 + 9x - 15) \\ E &= 4x^2 + 25 + 20x - 6x^2 - 9x + 15 \\ E &= -2x^2 + 11x + 40 \end{aligned}$$

(2) تحليل العبارة E :

$$\begin{aligned} E &= (2x+5)^2 - (2x+5)(3x-3) \\ E &= (2x+5)(2x+5) - (2x+5)(3x-3) \\ E &= (2x+5) \times [(2x+5) - (3x-3)] \\ E &= (2x+5) \times (2x+5-3x+3) \\ E &= (2x+5) \times (-x+8) \end{aligned}$$

(3) حل المتراجحة :

$$2x + 5 > 3x + 1$$

$$-3x > 1 - 52x$$

$$-x > 1 - 5$$

$$-x > -4$$

$$x < 4$$

نعكس الإشارة من $>$ إلى $<$
لأننا ضربنا طرفي المتراجحة
في عدد سالب و هو : -1

حلول المتراجحة هي كل الأعداد الحقيقية الأصغر تماماً من 4

حل التمرين الأول :

(1) نشر و تبسيط العبارة E :

$$\begin{aligned} E &= (x-3)^2 - [(2x-2)(x-3)] \\ E &= (x)^2 + (3)^2 - (2)x(x)(3) - [(2x-2)(x-3)] \\ E &= x^2 + 9 - 6x - [2x^2 - 2x - 6x + 6] \\ E &= x^2 - 6x + 9 - (2x^2 - 8x + 6) \\ E &= x^2 - 6x + 9 - 2x^2 + 8x - 6 \\ E &= -x^2 - 2x + 3 \end{aligned}$$

(2) تحليل العبارة E :

$$\begin{aligned} E &= (x-3)^2 - (2x-2)(x-3) \\ E &= (x-3)(x-3) - (2x-2)(x-3) \\ E &= (x-3) \times [(x-3) - (2x-2)] \\ E &= (x-3) \times (x-3-2x+2) \\ E &= (x-3) \times (-x-1) \end{aligned}$$

(3) حل المتراجحة :

$$-3 \leq 2x + 2x$$

$$-2x \leq 2 + 3x$$

$$\leq -x - 5$$

$$\geq x - 5$$

نعكس الإشارة من $\leq$ إلى $\geq$
لأننا ضربنا طرفي المتراجحة
في عدد سالب و هو : -1

حلول المتراجحة هي كل الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي -5

حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2012)

(1) نشر العبارة E :

$$\begin{aligned} E &= (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1) \\ E &= (16x^2 + 1 - 8x) - (12x^2 - 3x + 8x - 2) \\ E &= 16x^2 + 1 - 8x - 12x^2 - 5x + 2 \\ E &= 4x^2 - 13x + 3 \end{aligned}$$

(2) تحليل العبارة E :

$$\begin{aligned} E &= (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1) \\ E &= (4x-1)[(4x-1) - (3x+2)] \\ E &= (4x-1)(4x-1-3x-2) \\ E &= (4x-1)(x-3) \end{aligned}$$

(3) حل المعادلة $(4x-1)(x-3) = 0$:

$$(4x-1)(x-3) = 0 \text{ معناه } 4x-1=0 \text{ أو } x-3=0$$

$$x = \frac{1}{4} \text{ أو } x = 3$$

(4) حل المتراجحة :

$$4x^2 - 13x + 3 \leq 4x^2 + 29$$

$$-13x \leq 26$$

$$13x \geq -26$$

$$x \geq -\frac{26}{13}$$

$$x \geq -2$$

نعكس الإشارة من $\leq$ إلى $\geq$
لأننا ضربنا طرفي المتراجحة
في عدد سالب و هو : -1

حلول المتراجحة هي كل الأعداد الأكبر من أو تساوي -2.

التمرين الثاني : (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2012

لتكن العبارة E حيث :

$$E = (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1)$$

(1) انشر و بسط العبارة E

(2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين.

(3) حل المعادلة : $(4x-1)(x-3) = 0$

(4) حل المتراجحة : $4x^2 - 13x + 3 \leq 4x^2 + 29$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2012)

لتكن العبارة E حيث :

$$E = (3x+1)^2 - (3x+1)(2x-3)$$

(1) انشر و بسط العبارة E

(2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين.

(3) حل المعادلة : $(3x+1)(x+4) = 0$

(4) حل المتراجحة : $3x^2 + 13x + 4 > 3x^2 + 6$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2012)

لتكن العبارة E حيث :

$$E = (5x+3)^2 - (5x+3)(2x-4)$$

(1) انشر و بسط العبارة E

(2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين.

(3) حل المعادلة : $(5x+3)(3x+7) = 0$

(4) حل المتراجحة : $15x^2 + 44x + 21 > 15x^2 + 40x + 5$

حل نماذج التمرين الثاني (دورة 2012) :

التمرين الثاني :

(1) نشر و تبسيط العبارة E :

$$\begin{aligned} E &= (5x+3)^2 - (5x+3)(2x-4) \\ E &= (5x)^2 + (3)^2 + (2)(5x)(3) - (10x^2 + 6x - 20x - 12) \\ E &= 25x^2 + 9 + 30x - (10x^2 - 14x - 12) \\ E &= 15x^2 + 44x + 21 \end{aligned}$$

(2) تحليل العبارة إلى جداء عاملين :

$$\begin{aligned} E &= (5x+3)^2 - (5x+3)(2x-4) \\ E &= (5x+3)(5x+3) - (5x+3)(2x-4) \\ E &= (5x+3)[(5x+3) - (2x-4)] \\ E &= (5x+3)(5x+3-2x+4) \\ E &= (5x+3)(3x+7) \end{aligned}$$

(3) حل المعادلة $(5x+3)(3x+7) = 0$:

$$(5x+3)(3x+7) = 0$$

معناه إما : $(3x+7) = 0$ أو : $(5x+3) = 0$

أي : $x = -\frac{7}{3}$ أو $x = -\frac{3}{5}$

للمعادلة حلين هما : $x = -\frac{7}{3}$ أو $x = -\frac{3}{5}$

(4) حل المتراجحة : $15x^2 + 44x + 21 > 15x^2 + 40x + 5$

$$\begin{aligned} 15x^2 + 44x + 21 &> 15x^2 + 40x + 5 \\ 44x + 21 &> 40x + 5 \\ 4x + 21 &> 5 \\ 4x &> -16 \\ x &> -4 \end{aligned}$$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد الأكبر من -4.

التمرين الأول :

(1) نشر و تبسيط العبارة E :

$$\begin{aligned} E &= (3x+1)^2 - (3x+1)(2x-3) \\ E &= (3x)^2 + (1)^2 + (2)(3x)(1) - (6x^2 + 2x - 9x - 3) \\ E &= 9x^2 + 1 + 6x - (6x^2 - 7x - 3) \\ E &= 3x^2 + 13x + 4 \end{aligned}$$

(2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين :

$$\begin{aligned} E &= (3x+1)^2 - (3x+1)(2x-3) \\ E &= (3x+1)(3x+1) - (3x+1)(2x-3) \\ E &= (3x+1)[(3x+1) - (2x-3)] \\ E &= (3x+1)(3x+1-2x+3) \\ E &= (3x+1)(x+4) \end{aligned}$$

(3) حل المعادلة $(3x+1)(x+4) = 0$:

$$(3x+1)(x+4) = 0$$

معناه إما : $(x+4) = 0$ أو : $(3x+1) = 0$

أي : $x = -4$ أو $x = -\frac{1}{3}$

للمعادلة حلين هما : $x = -\frac{1}{3}$ أو $x = -4$

(4) حل المتراجحة : $3x^2 + 13x + 4 > 3x^2 + 6$

$$\begin{aligned} 3x^2 + 13x + 4 &> 3x^2 + 6 \\ 13x + 4 &> 6 \\ 13x &> 2 \\ x &> \frac{2}{13} \end{aligned}$$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد الأكبر من $\frac{2}{13}$.

تمرين حول: الحساب الحرفي : (النشر و التحليل و المتطابقات الشهيرة)

حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2016)

(1) التحقق من صحة المساواة $5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$

$$20x^2 - 5$$

$$= 5(4x^2 - 1)$$

$$= 5(4x^2 - 1^2)$$

$$= 5(2x+1)(2x-1)$$

متطابقة شهيرة :

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a = 2x, b = 1$$

ملاحظة : يمكن التحقق من صحة المساواة بطرق أخرى

(2) تحليل العبارة $A = (2x+1)(3x-7) - (20x^2-5)$

بما أن $20x^2 - 5 = 5(2x+1)(2x-1)$ مما سبق فإن:

$$A = (2x+1)(3x-7) - (20x^2-5)$$

$$A = (2x+1)(3x-7) - 5(2x+1)(2x-1)$$

$$A = (2x+1)[(3x-7) - 5(2x-1)]$$

$$A = (2x+1)[(3x-7) - (10x-5)]$$

$$A = (2x+1)[3x-7-10x+5]$$

$$A = (2x+1)(-7x-2)$$

(3) حل المتراجحة $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$

$$-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$$

$$-14x^2 - 11x - 2 < 20 - 14x^2$$

$$-14x^2 - 11x + 14x^2 < 2 + 20$$

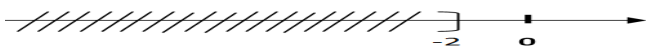
$$-11x < 22$$

$$11x > -22$$

$$-2x >$$

نعكس الإشارة من < إلى >
لأننا ضربنا طرفي المتراجحة
في عدد سالب و هو : -1

التمثيل البياني :



$-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$ هي كل قيم x الأكبر تماماً من -2

حلول المتراجحة هي كل الأعداد الحقيقية الأكبر من -2

التمرين الثاني : (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2016

(1) تحقق من صحة المساواة التالية :

$$5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$$

(2) حل العبارة A بحيث :

$$A = (2x+1)(3x-7) - (20x^2-5)$$

(3) حل المتراجحة :

$$-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$$

- مثل حلولها بيانياً.

التمرين الأول : (حسب نموذج 2016)

(1) تحقق من صحة المساواة التالية :

$$2(2x-3)(2x+3) = 8x^2 - 18$$

(2) حل العبارة A بحيث :

$$A = (2x-3)(4x+2) - (8x^2-18)$$

(3) حل المتراجحة :

$$-8x + 12 \leq -6x + 3$$

- مثل حلولها بيانياً.

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2016)

(1) تحقق من صحة المساواة التالية :

$$3(3x-4)(3x+4) = (27x^2 - 48)$$

(2) حل العبارة A بحيث :

$$A = (3x-4)(4x-6) + (27x^2 - 48)$$

(3) حل المتراجحة :

$$12x^2 - 34x + 24 \geq 2x(6x - 12) + 14$$

- مثل حلولها بيانياً.

حلول نماذج التمرين الثاني (دورة 2016):

حل التمرين الثاني :

(1) التحقق من المساواة: $3(3x-4)(3x+4) = (27x^2 - 48)$

$$(27x^2 - 48)$$

$$= 3(9x^2 - 16)$$

$$= 3(9x^2 - 4^2)$$

$$= 3(3x-4)(3x+4)$$

متطابقة شهيرة :

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a = 3x, b = 4$$

(2) تحليل العبارة : $(3x-4)(4x-6) + (27x^2 - 48)$

بما أن $27x^2 - 48 = 3(3x-4)(3x+4)$ مما سبق فإن:

$$A = (3x-4)(4x-6) + (27x^2 - 48)$$

$$A = (3x-4)(4x-6) + 3(3x-4)(3x+4)$$

$$A = (3x-4)[(4x-6) + 3(3x+4)]$$

$$A = (3x-4)[(4x-6) + 9x + 12]$$

$$A = (3x-4)(4x-6+9x+12)$$

$$A = (3x-4)(13x+6)$$

(3) حل المتراجحة :

$$12x^2 - 34x + 24 \geq 2x(6x - 12) + 14$$

$$12x^2 - 34x + 24 \geq 12x^2 - 24x + 14$$

$$-34x + 24 \geq -24x + 14$$

$$-10x + 24 \geq 14$$

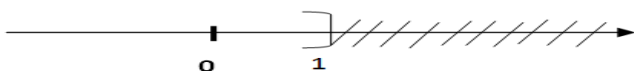
$$-10x \geq -10$$

$$10x \leq 10$$

$$x \leq 1$$

نعكس الإشارة من $\geq$ إلى $\leq$
لأننا ضربنا طرفي المتراجحة
في عدد سالب و هو : -1

التمثيل البياني :



حلول المتراجحة هي كل الأعداد الأصغر من أو تساوي 1

حل التمرين الأول :

(1) التحقق من المساواة : $2(2x-3)(2x+3) = 8x^2 - 18$

$$8x^2 - 18$$

$$= 2(4x^2 - 9)$$

$$= 2(4x^2 - 3^2)$$

$$= 2(2x-3)(2x+3)$$

متطابقة شهيرة :

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a = 2x, b = 3$$

(2) تحليل العبارة : $A = (2x-3)(4x+2) - (8x^2-18)$

بما أن $8x^2 - 18 = 2(2x-3)(2x+3)$ مما سبق فإن:

$$A = (2x-3)(4x+2) - (8x^2-18)$$

$$A = (2x-3)(4x+2) - 2(2x-3)(2x+3)$$

$$A = (2x-3)[(4x+2) - 2(2x+3)]$$

$$A = (2x-3)[(4x+2) - (4x+6)]$$

$$A = (2x-3)(4x+2-4x-6)$$

$$A = (2x-3)(-4)$$

(3) حل المتراجحة :

$$-8x + 12 \leq -6x + 3$$

$$-2x + 12 \leq 3$$

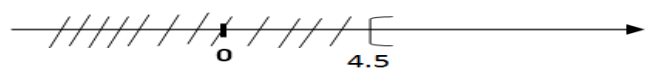
$$-2x \leq -9$$

$$2x \geq 9$$

$$\geq 4.5x$$

نعكس الإشارة من $\leq$ إلى $\geq$
لأننا ضربنا طرفي المتراجحة
في عدد سالب و هو : -1

التمثيل البياني :



حلول المتراجحة هي كل الأعداد الأكبر من أو تساوي 4.5

التمرين الثاني : (3.5 نقطة) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2013

(1) لتكن العبارة : $A = 3x - 5$ حيث x عدد حقيقي.

أ- أحسب القيمة المقربة إلى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من أجل $x = \sqrt{2}$.

ب- حل المتراجحة : $A \geq 0$ ثم مثل مجموعة حلولها بيانياً.

(2) أ- أنشر ثم بسط العبارة B حيث : $B = (3x - 5)^2 + 9x^2 - 25$

ب- استنتج أن : $B = 6x(3x - 5)$

ج- حل المعادلة : $B = 0$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2013)

(1) لتكن العبارة : $A = 2x - 4$ حيث x عدد حقيقي.

أ- أحسب القيمة المقربة إلى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من أجل $x = \sqrt{6}$.

ب- حل المتراجحة : $A < 0$ ثم مثل مجموعة حلولها بيانياً.

(2) أ- أنشر ثم بسط العبارة B حيث : $B = (2x - 4)^2 + 4x^2 - 16$

ب- استنتج أن : $B = 4x(2x - 4)$

ج- حل المعادلة : $B = 0$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2013)

(1) لتكن العبارة : $A = 3x - 6$ حيث x عدد حقيقي.

أ- أحسب القيمة المقربة إلى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من أجل $x = \sqrt{5}$.

ب- حل المتراجحة : $A \leq 0$ ثم مثل مجموعة حلولها بيانياً.

(2) أ- أنشر ثم بسط العبارة B حيث : $B = (3x - 6)^2 + 9x^2 - 36$

ب- استنتج أن : $B = 6x(3x - 6)$

ج- حل المعادلة : $B = 0$

حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2013)

(1) حساب A مقربة بالنقصان إلى 10^{-2} من أجل $x = \sqrt{2}$.

$$A = 3x\sqrt{2} - 5$$

$$A = 3 \times 1.41 - 5$$

$$A = 4.23 - 5$$

$$A = -0.77$$

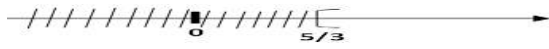
ب) حل المتراجحة : $A \geq 0$

$$3x - 5 \geq 0$$

$$3x \geq 5$$

$$x \geq \frac{5}{3}$$

كل قيم x الأكبر من أو تساوي $\frac{5}{3}$ هي حلول لهذه المتراجحة .



(2) أ- أنشر العبارة B

$$B = (3x - 5)^2 + 9x^2 - 25$$

$$B = 9x^2 + (5)^2 - (2) \times (3x) \times (5) + 9x^2 - 25$$

$$B = 9x^2 + 25 - 30x + 9x^2 - 25$$

$$B = 18x^2 - 30x$$

ب- استنتج أن : $B = 6x(3x - 5)$

$$B = 18x^2 - 30x$$

$$B = 6x(3x - 5)$$

ج- حل المعادلة $B = 0$

$$6x(3x - 5) = 0$$

معناه إما : $(3x - 5) = 0$ أو $6x = 0$

أي : $x = \frac{5}{3}$, $3x = 5$ أو $x = 0$

للمعادلة $B = 0$ حلين هما : $0x$ أو $x = \frac{5}{3}$

حلول نماذج التمرين الثاني (دورة 2013) :

حل التمرين الثاني :

(1) حساب A مقربة بالنقصان إلى 10^{-2} من أجل $x = \sqrt{5}$.

$$A = 3x - 6$$

$$A = 3 \times 2.23 - 6$$

$$A = 6.69 - 6$$

$$A = -0.69$$

ب) حل المتراجحة : $A \leq 0$

$$3x - 6 \leq 0$$

$$3x \leq 6$$

$$x \leq 2$$

كل قيم x الأصغر من أو تساوي 2 هي حلول لهذه المتراجحة .



(2) أ- أنشر العبارة B

$$B = (3x - 6)^2 + 9x^2 - 36$$

$$B = (3x)^2 + (6)^2 - (2) \times (3x) \times (6) + 9x^2 - 36$$

$$B = 9x^2 + 36 - 36x + 9x^2 - 36$$

$$B = 18x^2 - 36x$$

ب- استنتج أن : $B = 6x(3x - 6)$

$$B = 18x^2 - 36x$$

$$B = 6x(3x - 6)$$

ج- حل المعادلة $B = 0$

$$6x(3x - 6) = 0$$

معناه إما : $(3x - 6) = 0$ أو $6x = 0$

أي : $x = 2$, $3x = 6$ أو $x = 0$

للمعادلة $B = 0$ حلين هما : $2x$ أو $x = 0$

حل التمرين الأول :

(1) حساب A مقربة بالنقصان إلى 10^{-2} من أجل $x = \sqrt{6}$.

$$A = 2x - 4$$

$$A = 2 \times 2.44 - 4$$

$$A = 4.88 - 4$$

$$A = -0.12$$

ب) حل المتراجحة : $A < 0$

$$2x - 4 < 0$$

$$2x < 4$$

$$x < 2$$

كل قيم x الأصغر من 2 هي حلول لهذه المتراجحة .



(2) أ- أنشر العبارة B

$$B = (2x - 4)^2 + 4x^2 - 16$$

$$B = (2x)^2 + (4)^2 - (2) \times (2x) \times (4) + 4x^2 - 16$$

$$B = 4x^2 + 16 - 16x + 4x^2 - 16$$

$$B = 8x^2 - 16x$$

ب- استنتج أن : $B = 4x(2x - 4)$

$$B = 8x^2 - 16x$$

$$B = 4x(2x - 4)$$

ج- حل المعادلة $B = 0$

$$4x(2x - 4) = 0$$

معناه إما : $(2x - 4) = 0$ أو $4x = 0$

أي : $x = 2$ أو $x = 0$

للمعادلة $B = 0$ حلين هما : $2x$ أو $x = 0$

حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2015)

(1) التحقق بالنشر أن: $F = 4x^2 - 12x - 7$

$$F = (2x - 3)^2 - 16$$

$$F = (2x)^2 + (3)^2 - (2)(2x)(3) - 16$$

$$F = 4x^2 + 9 - 12x - 16$$

$$F = 4x^2 - 12x - 7$$

(2) تحليل F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

$$F = (2x - 3)^2 - 16$$

$$F = (2x - 3)^2 - 4^2$$

متطابقة شهيرة:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a = 2x - 3, b = 4$$

$$F = [(2x - 3) + 4] \times [(2x - 3) - 4]$$

$$F = (2x + 1)(2x - 7)$$

(3) حل المعادلة: $(2x + 1)(2x - 7) = 0$

$$(2x + 1)(2x - 7) = 0$$

معناه إما: $2x + 1 = 0$ أو $2x - 7 = 0$

$$\text{و منه: } x = -\frac{1}{2} \text{ أو } x = \frac{7}{2}$$

و بالتالي للمعادلة حلان هما: $-\frac{1}{2}$ أو $\frac{7}{2}$

(4) حساب F من أجل $1 + \sqrt{2}x$ و كتابة النتيجة على الشكل $a + b\sqrt{2}$

$$F = 4(1 + \sqrt{2})^2 - 12(1 + \sqrt{2}) - 7$$

$$F = 4(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 12 - 12\sqrt{2} - 7$$

$$F = 4(3 + 2\sqrt{2}) - 12 - 12\sqrt{2} - 7$$

$$F = 12 + 8\sqrt{2} - 12 - 12\sqrt{2} - 7$$

$$F = -4\sqrt{2} - 7$$

$$F = -7 - 4\sqrt{2}, a = -7, b = -4$$

التمرين الثاني: (3.5 نقطة) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2015

تعطى العبارة: $F = (2x - 3)^2 - 16$

(1) تحقق بالنشر أن: $F = 4x^2 - 12x - 7$

(2) حلل F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

(3) حل المعادلة: $(2x - 7)(2x + 1) = 0$

(4) احسب F من أجل $1 + \sqrt{2}x$ و اكتب النتيجة على الشكل:

$a + b\sqrt{2}$ حيث a و b عدنان نسبيين.

التمرين الأول: (حسب نموذج 2015)

تعطى العبارة: $F = (2x - 1)^2 - 4$

(1) تحقق بالنشر أن: $F = 4x^2 - 4x - 3$

(2) حلل F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

(3) حل المعادلة: $(2x - 3)(2x + 1) = 0$

(4) احسب F من أجل $2 - \sqrt{3}x$ و اكتب النتيجة على الشكل:

$a + b\sqrt{3}$ حيث a و b عدنان نسبيين.

التمرين الثاني: (حسب نموذج 2015)

تعطى العبارة: $F = (x - 2)^2 - 9$

(1) تحقق بالنشر أن: $F = x^2 - 4x - 5$

(2) حلل F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

(3) حل المعادلة: $(x + 1)(x - 5) = 0$

(4) احسب F من أجل $4 + \sqrt{2}x$ و اكتب النتيجة على الشكل:

$a + b\sqrt{2}$ حيث a و b عدنان نسبيين.

حلول نماذج التمرين الثاني (دورة 2015):

حل التمرين الثاني:

(1) التحقق بالنشر أن: $F = x^2 - 4x - 5$

$$F = (x - 2)^2 - 9$$

$$F = (x)^2 + (2)^2 - (2)(x)(2) - 9$$

$$F = x^2 + 4 - 4x - 9$$

$$F = x^2 - 4x - 5$$

(2) تحليل إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

$$F = (x - 2)^2 - 9$$

$$F = (x - 2)^2 - 3^2$$

$$F = (x - 2 - 3)(x - 2 + 3)$$

$$F = (x - 5)(x + 1)$$

متطابقة شهيرة:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a = x - 2, b = 3$$

(3) حل المعادلة: $(x + 1)(x - 5) = 0$

$$(x + 1)(x - 5) = 0 \text{ معناه إما: } -5 = 0x \text{ أو: } x + 1 = 0$$

و منه: $5x = 5$ أو $-1x = -1$ و بالتالي للمعادلة حلان هما: 5 أو -1

(4) احسب F من أجل $4 + \sqrt{2}x$ و اكتب النتيجة على الشكل:

$a + b\sqrt{2}$

$$F = x^2 - 4x - 5$$

$$F = (4 + \sqrt{2})^2 - 4(4 + \sqrt{2}) - 5$$

$$F = (4)^2 + (\sqrt{2})^2 + (2)(4)(\sqrt{2}) - 4(4 + \sqrt{2}) - 5$$

$$F = 16 + 2 + 8\sqrt{2} - 4(4 + \sqrt{2}) - 5$$

$$F = 16 + 2 + 8\sqrt{2} - 16 - 4\sqrt{2} - 5$$

$$F = -3 + 4\sqrt{2}, a = -3, b = 4$$

حل التمرين الأول:

(1) التحقق بالنشر أن: $F = 4x^2 - 4x - 3$

$$F = (2x - 1)^2 - 4$$

$$F = (2x)^2 + 1^2 - (2)(2x)(1) - 4$$

$$F = 4x^2 + 1 - 4x - 4$$

$$F = 4x^2 - 4x - 3$$

(2) تحليل إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

$$F = (2x - 1)^2 - 4$$

$$F = (2x - 1)^2 - 2^2$$

$$F = (2x - 1 - 2)(2x - 1 + 2)$$

$$F = (2x - 3)(2x + 1)$$

متطابقة شهيرة:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a = 2x - 1, b = 2$$

(3) حل المعادلة: $(2x - 3)(2x + 1) = 0$

$$(2x - 3)(2x + 1) = 0 \text{ معناه إما: } 2x + 1 = 0 \text{ أو } 2x - 3 = 0$$

و منه: $x = \frac{-1}{2}$ أو $x = \frac{3}{2}$ و بالتالي للمعادلة حلان هما: $\frac{-1}{2}$ أو $\frac{3}{2}$

(4) حساب F من أجل $2 - \sqrt{3}x$ و كتابة النتيجة على الشكل:

$a + b\sqrt{3}$

$$F = 4x^2 - 4x - 3$$

$$F = 4(2 - \sqrt{3})^2 - 4(2 - \sqrt{3}) - 3$$

$$F = 4[(2)^2 + (\sqrt{3})^2 - (2)(2)(\sqrt{3})] - 4(2 - \sqrt{3}) - 3$$

$$F = 4(4 + 3 - 4\sqrt{3}) - 4(2 - \sqrt{3}) - 3$$

$$F = 4(7 - 4\sqrt{3}) - 4(2 - \sqrt{3}) - 3$$

$$F = 28 - 16\sqrt{3} - 8 + 4\sqrt{3} - 3$$

$$F = 17 - 12\sqrt{3}, a = 17, b = -12$$

حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2008)

(1) نشر A :

$$A = (2 - \sqrt{3})^2$$

$$A = (2)^2 + (\sqrt{3})^2 - (2) \times (\sqrt{3}) \times (2)$$

$$A = 4 + 3 - 4\sqrt{3}$$

$$A = 7 - 4\sqrt{3}$$

(2) حساب قيمة E من أجل : $\sqrt{7}x$:

$$E = x^2 - (7 - 4\sqrt{3})$$

$$E = (\sqrt{7})^2 - (7 - 4\sqrt{3})$$

$$E = 7 - 7 + 4\sqrt{3}$$

$$E = 4\sqrt{3}$$

(3) تحليل E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

بما أن $(2 - \sqrt{3})^2 = (7 - 4\sqrt{3})$ مما سبق ، فإن :

$$E = x^2 - (7 - 4\sqrt{3})$$

$$E = x^2 - (2 - \sqrt{3})^2$$

$$E = (x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3})$$

$$E = (x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3})$$

متطابقة شهيرة :

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a = x, b = 2 - \sqrt{3}$$

(4) حل المعادلة $(x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3}) = 0$:

$$(x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{معناه : } (x - 2 + \sqrt{3}) = 0 \text{ أو } (x + 2 - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{معناه : } -2 + \sqrt{3}x \text{ أو } 2 - \sqrt{3}x$$

$$\text{المعادلة لها حلان هما : } -2 + \sqrt{3} \text{ و } 2 - \sqrt{3}$$

التمرين الثاني : (3.5 نقطة) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2008

A عدد حيث : $A = (2 - \sqrt{3})^2$

(1) أنشر ثم بسّط A .

(2) لتكن العبارة الجبرية E حيث : $E = x^2 - (7 - 4\sqrt{3})$

- احسب القيمة المضبوطة للعبارة E من أجل $\sqrt{7}x$.

- حلّ E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

- حل المعادلة : $(x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3}) = 0$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2008)

A عدد حيث : $A = (3 - \sqrt{5})^2$

(1) أنشر ثم بسّط A .

(2) لتكن العبارة الجبرية E حيث : $E = x^2 - (14 - 6\sqrt{5})$

- احسب القيمة المضبوطة للعبارة E من أجل $\sqrt{14}x$.

- حلّ E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

- حل المعادلة : $(x - 3 + \sqrt{5})(x + 3 - \sqrt{5}) = 0$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2008)

A عدد حيث : $A = (2 + \sqrt{2})^2$

(1) أنشر ثم بسّط A .

(2) لتكن العبارة الجبرية E حيث : $E = 4x^2 - (6 + 4\sqrt{2})$

- احسب القيمة المضبوطة للعبارة E من أجل $\sqrt{2}x$.

- حلّ E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

- حل المعادلة : $(2x - 2 - \sqrt{2})(2x + 2 + \sqrt{2}) = 0$

حلول نماذج التمرين الثاني (دورة 2008) :

حل التمرين الثاني :

(1) نشر A :

$$A = (2 + \sqrt{2})^2$$

$$A = (2)^2 + (\sqrt{2})^2 + (2) \times (2) \times (\sqrt{2})$$

$$A = 4 + 2 + 4\sqrt{2}$$

$$A = 6 + 4\sqrt{2}$$

(2) حساب قيمة E من أجل : $\sqrt{2}x$:

$$E = 4x^2 - (6 + 4\sqrt{2})$$

$$E = 4x(\sqrt{2})^2 - 6 - 4\sqrt{2}$$

$$E = 4x \times 2 - 6 - 4\sqrt{2}$$

$$E = 8 - 6 - 4\sqrt{2}$$

$$E = 2 - 4\sqrt{2}$$

(3) تحليل E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

بما أن $(2 + \sqrt{2})^2 = 6 + 4\sqrt{2}$ مما سبق ، فإن :

$$E = 4x^2 - (6 + 4\sqrt{2})$$

$$E = 4x^2 - (2 + \sqrt{2})^2$$

$$E = [2x - (2 + \sqrt{2})][2x + (2 + \sqrt{2})]$$

$$E = (2x - 2 - \sqrt{2})(2x + 2 + \sqrt{2})$$

(4) حل المعادلة $(2x - 2 - \sqrt{2})(2x + 2 + \sqrt{2}) = 0$:

$$(2x - 2 - \sqrt{2})(2x + 2 + \sqrt{2}) = 0$$

$$\text{معناه إما : } (2x - 2 - \sqrt{2}) = 0 \text{ أو } (2x + 2 + \sqrt{2}) = 0$$

$$\text{أي إما : } \frac{2 + \sqrt{2}}{2}x \text{ أو } \frac{-2 - \sqrt{2}}{2}x$$

$$\text{للمعادلة حلان هما : } \frac{2 + \sqrt{2}}{2} \text{ و } \frac{-2 - \sqrt{2}}{2}$$

حل التمرين الأول :

(1) نشر A :

$$A = (3 - \sqrt{5})^2$$

$$A = (3)^2 + (\sqrt{5})^2 - (2) \times (3) \times (\sqrt{5})$$

$$A = 9 + 5 - 6\sqrt{5}$$

$$A = 14 - 6\sqrt{5}$$

(2) حساب قيمة E من أجل : $\sqrt{14}x$:

$$E = x^2 - (14 - 6\sqrt{5})$$

$$E = (\sqrt{14})^2 - (14 - 6\sqrt{5})$$

$$E = 14 - (14 - 6\sqrt{5})$$

$$E = 14 - 14 + 6\sqrt{5}$$

$$E = 6\sqrt{5}$$

(3) تحليل E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

بما أن $(3 - \sqrt{5})^2 = 14 - 6\sqrt{5}$ مما سبق ، فإن :

$$E = x^2 - (14 - 6\sqrt{5})$$

$$E = x^2 - (3 - \sqrt{5})^2$$

$$E = [x - (3 - \sqrt{5})][x + (3 - \sqrt{5})]$$

$$E = (x - 3 + \sqrt{5})(x + 3 - \sqrt{5})$$

(4) حل المعادلة $(x - 3 + \sqrt{5})(x + 3 - \sqrt{5}) = 0$:

$$(x - 3 + \sqrt{5})(x + 3 - \sqrt{5}) = 0$$

$$\text{معناه إما : } (x - 3 + \sqrt{5}) = 0 \text{ أو } (x + 3 - \sqrt{5}) = 0$$

$$\text{أي إما : } 3 - \sqrt{5}x \text{ أو } -3 + \sqrt{5}x$$

$$\text{للمعادلة حلان هما : } 3 - \sqrt{5} \text{ و } -3 + \sqrt{5}$$

التمرين الرابع : (3 نقط) امتحان شهادة التعليم المتوسط جوان 2008

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) عَلمَ النقطتين $A(0, 4)$, $B(1, 0)$

(2) حدّد العبارة الجبرية للدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB)

(3) ليكن المستقيم (Δ) التمثيل البياني للدالة g حيث : $g(x) = \frac{2}{3}x + 2$

- أنشئ (Δ) .
- أوجد احداثيي M نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ) .

التمرين الأول : (حسب نموذج 2008):

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) عَلمَ النقطتين $A(1, 4)$, $B(0, 1)$

(2) حدّد العبارة الجبرية للدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB)

(3) ليكن المستقيم (Δ) التمثيل البياني للدالة g حيث : $g(x) = x - 1$

- أنشئ (Δ) .
- أوجد احداثيي M نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ) .

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2008):

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) عَلمَ النقطتين $A(0, 4)$, $B(-1, 2)$

(2) حدّد العبارة الجبرية للدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB)

(3) ليكن المستقيم (Δ) التمثيل البياني للدالة g حيث : $g(x) = x + 1$

- أنشئ (Δ) .
- أوجد احداثيي M نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ) .

التمرين الثالث : (حسب نموذج 2008):

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) عَلمَ النقطتين $A(3, -4)$, $B(2, -2)$

(2) حدّد العبارة الجبرية للدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB)

(3) ليكن المستقيم (Δ) التمثيل البياني للدالة g حيث : $g(x) = 3x - 3$

- أنشئ (Δ) .
- أوجد احداثيي M نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ) .

التمرين الرابع : (حسب نموذج 2008):

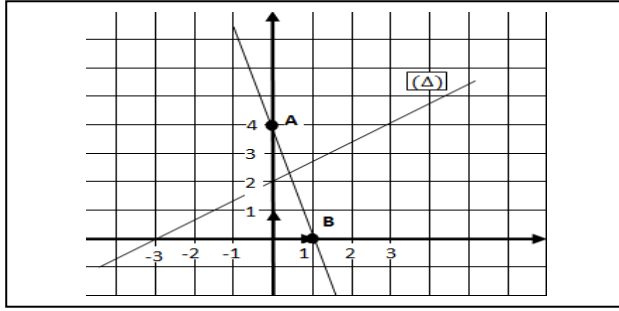
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) عَلمَ النقطتين $A(-3, 2)$, $B(-2, -1)$

(2) حدّد العبارة الجبرية للدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB)

(3) ليكن المستقيم (Δ) التمثيل البياني للدالة g حيث : $g(x) = 2x - 2$

- أنشئ (Δ) .
- أوجد احداثيي M نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ) .



1- التمثيل البياني :

2- تحديد العبارة الجبرية للدالة $f(x)$:

لتكن احداثيتي النقطة A (0, 4) هي $A(x_1, y_1)$

لتكن احداثيتي النقطة B (1, 0) هي $B(x_2, y_2)$

أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

$$\begin{cases} b = 4 \dots (1) \\ a = -4 \dots (2) \end{cases} \text{ معناه } \begin{cases} f(A) = 0 + b = 4 \\ f(B) = a + b = 0 \end{cases} \text{ حيث : } f(x) = ax + b$$



بما أن $a = -4$ و $b = 4$ فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = ax + b$

هي : $f(x) = -4x + 4$

حذاري : على التلميذ أن لا يخلط بين :
A و B التي هما نقطتان.

و a و b هما معاملان توجيه الدالة التآلفية.

ب - طريقة 2 : باستعمال القاعدة : $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ أو $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$a = -4$ و منه : $a = \frac{0 - 4}{1 - 0} = \frac{-4}{1} = -4$

بما أن الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A (0, 4) فإن : $f(0) = 4$ أي : $f(x) = ax + b = 4$

بتعويض : $a = -4$ و $x = 0$ في $f(x) = ax + b = 4$ نجد : $b = 4$

و منه فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = -4x + 4$

3- إيجاد احداثيتي M :

لتكن $M(x_M, y_M)$

بما أن M هي النقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ) فهي تنتمي إلى الدالة $f(x)$ و الدالة $g(x)$.

فإن $M(x_M, y_M)$ تحقق المعادلة : $f(x) = -4x + 4$ أي : $M = -4x_M + 4$

و $M(x_M, y_M)$ تحقق المعادلة : $g(x) = \frac{2}{3}x + 2$ أي : $M = \frac{2}{3}x_M + 2$

لإيجاد احداثيتي النقطة M يكفي حل جملة المعادلتين :

$$\begin{cases} y_M = -4x_M + 4 \dots (1) \\ y_M = \frac{2}{3}x_M + 2 \dots (2) \end{cases}$$

بضرب (1) في (-1) نجد :

$$\begin{cases} y_M = -4x_M + 4 \dots (1) \\ -y_M = \frac{2}{3}x_M + 2 \dots (2) \end{cases}$$

بجمع (1) و (2) نجد :

$4x_M - 4 + \frac{2}{3}x_M + 2 = 0 \longrightarrow$	$\frac{12}{3}x_M - 4 + \frac{2}{3}x_M + 2 = 0 \longrightarrow$	$\frac{14}{3}x_M - 2 = 0 \longrightarrow$
$\frac{14}{3}x_M = 2 \longrightarrow$	$\frac{3}{14} \times \frac{14}{3}x_M = 2 \times \frac{3}{14} \longrightarrow$	$= \frac{6}{14} = \frac{3}{7} = 0.42 \ x_M$

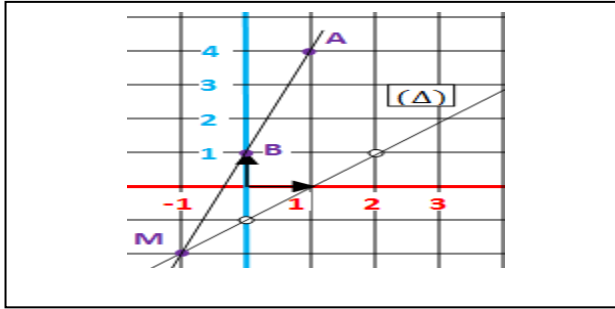
$$x_M = \frac{3}{7}$$

لإيجاد y_M نعوض $x_M = \frac{3}{7}$ في المعادلة (2) $y_M = -4x_M + 4$

نجد : $y_M = \frac{16}{7}$

إذن احداثيتي M هما : $M(\frac{3}{7}, \frac{16}{7})$

حل التمرين الأول : (نموذج 2008)



1- التمثيل البياني :

2- تحديد العبارة الجبرية للدالة $f(x)$:

لتكن احداثيتي النقطة A هي $A(1, 4)$: (x_2, y_2)

لتكن احداثيتي النقطة B هي $B(0, 1)$: (x_1, y_1)

أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

$$\begin{cases} a + b = 4 \dots (1) \\ b = 1 \dots (2) \end{cases} \text{ معناه } \begin{cases} f(A) = 1a + b = 4 \\ f(B) = 0 + b = 1 \end{cases} \text{ حيث : } f(x) = ax + b$$

بتعويض $b = 1$ في المعادلة (1) نجد : $a + 1 = 4$ أي : $a = 3$

بما أن $a = 3$ و $b = 1$ فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = ax + b$

هي : $f(x) = 3x + 1$

ب - طريقة 2 : باستعمال القاعدة : $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ أو : $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$a = \frac{4 - 1}{1 - 0} = \frac{3}{1} = 3 \text{ و منه : } a = 3$$

بما أن الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A $(1, 4)$ فإن : $f(1) = 4$ أي : $f(x) = ax + b = 4$

بتعويض : $a = 3$ في $f(x) = ax + b = 4$ نجد : $3x + b = 4$ أي : $b = 1$

و منه فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x)$ هي : $f(x) = 3x + 1$

3- إيجاد احداثيتي M :

لتكن $M(x_M, y_M)$

بما أن M هي النقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ) فهي تنتمي إلى الدالة $f(x)$ و الدالة $g(x)$.

فإن $M(x_M, y_M)$ تحقق المعادلة : $f(x) = 3x + 1$ أي : $y_M = 3x_M + 1$

و $M(x_M, y_M)$ تحقق المعادلة : $g(x) = x - 1$ أي : $y_M = x_M - 1$

لإيجاد احداثيتي النقطة M يكفي حل جملة المعادلتين :

$$\begin{cases} y_M = 3x_M + 1 \dots (1) \\ y_M = x_M - 1 \dots (2) \end{cases}$$

بضرب (2) في (-3) نجد :

$$\begin{cases} y_M = 3x_M + 1 \dots (1) \\ -3y_M = -3x_M + 3 \dots (2) \end{cases}$$

بجمع (1) و (2) نجد :

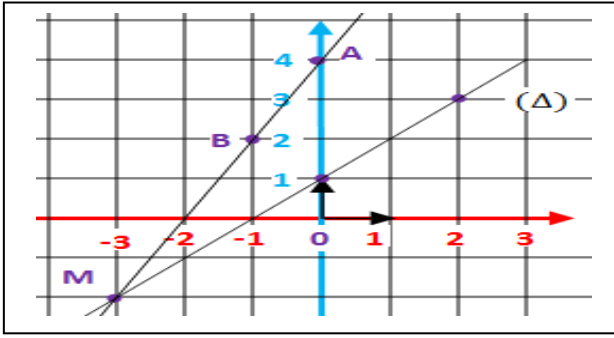
$$-2y_M = 4$$

$$y_M = -2$$

لإيجاد x_M نعوض $y_M = -2$ في المعادلة (2) $y_M = x_M - 1$

$$-2 = x_M - 1 \text{ و منه : } x_M = -1$$

إذن احداثيتي M هما : $M(-1, -2)$



1- التمثيل البياني :

2- تحديد العبارة الجبرية للدالة $f(x)$:

لتكن احداثيتي النقطة A هي $A(0, 4)$: (x_2, y_2)

لتكن احداثيتي النقطة B هي $B(-1, 2)$: (x_1, y_1)

أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

$$\begin{cases} b = 4 \dots (1) \\ -a + b = 2 \dots (2) \end{cases} \text{ معناه : } \begin{cases} f(A) = 0a + b = 4 \\ f(B) = -a + b = 2 \end{cases} \text{ حيث : } (x)f = ax + b$$

بتعويض $b = 4$ في المعادلة (1) نجد : $-a + 4 = 2$ أي : $a = 2$

بما أن $a = 2$ و $b = 4$ فإن العبارة الجبرية للدالة : $(x) = ax + b$

هي : $(x) = 2x + 4$

ب - طريقة 2 : باستعمال القاعدة : $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ أو : $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$a = \frac{4 - 2}{0 - (-1)} = \frac{2}{1} = 2 \text{ و منه : } a = 2$$

بما أن الدالة $(x)f$ تشمل النقطة $A(0, 4)$ فإن : $(0) = 4f$ أي : $(x) = 0x + b = 4f$

بتعويض : $a = 2$ في $(x) = 0x + b = 4f$ نجد : $b = 4$

و منه فإن العبارة الجبرية للدالة : $(x)f$ هي : $(x) = 2x + 4$

3- إيجاد احداثيتي M :

لتكن $M(x_M, y_M)$.

بما أن M هي النقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ) فهي تنتمي إلى الدالة $(x)f$ و الدالة $(x)g$.

فإن $M(x_M, y_M)$ تحقق المعادلة : $(x) = 2x + 4f$ أي : $M = 2x_M + 4y_M$

و $M(x_M, y_M)$ تحقق المعادلة : $(x) = x + 1g$ أي : $M = x_M + 1y_M$

لإيجاد احداثيتي النقطة M يكفي حل جملة المعادلتين :

$$\begin{cases} y_M = 2x_M + 4 \dots (1) \\ y_M = x_M + 1 \dots (2) \end{cases}$$

بضرب (2) في (-2) نجد :

$$\begin{cases} y_M = 2x_M + 4 \dots (1) \\ -2y_M = -2x_M - 2 \dots (2) \end{cases}$$

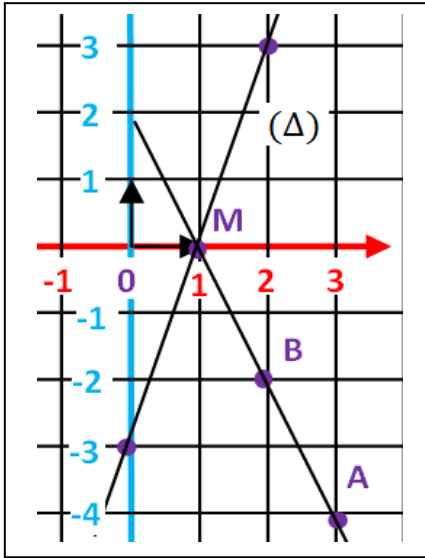
بجمع (1) و (2) نجد :

$$-y_M = 2$$

$$y_M = -2$$

لإيجاد x_M نعوض $y_M = -2$ في المعادلة (2) $y_M = -2 - 1$ و منه : $M = -3x$

إذن احداثيتي M هما : $M(-2, -3)$



1- التمثيل البياني :

2- تحديد العبارة الجبرية للدالة $f(x)$:

لتكن احداثيتي النقطة A هي $A(3, -4)$: $A(x_2, y_2)$

لتكن احداثيتي النقطة B هي $B(2, -2)$: $B(x_1, y_1)$

أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

$$\begin{cases} 3a + b = -4 \dots (1) \\ 2a + b = -2 \dots (2) \end{cases} \text{ معناه : } \begin{cases} f(A) = 3a + b = -4 \\ f(B) = 2a + b = -2 \end{cases} \text{ حيث : } (x)f = ax + b$$

$$\text{بضرب (1) في (-1) نجد : } \begin{cases} -3a - b = +4 \dots (1) \\ 2a + b = -2 \dots (2) \end{cases} \text{ بجمع (1) و (2) نجد : } -a = 2 \text{ أي : } a = -2$$

بتعويض $a = -2$ في المعادلة (1) نجد : $-6 + b = -4$ أي : $b = 2$

بما أن $a = -2$ و $b = 2$ فإن العبارة الجبرية للدالة : $(x)f = ax + b$

هي : $(x)f = -2x + 2$

$$\text{ب - طريقة 2 : باستعمال القاعدة : } a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \text{ أو } a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = -2 \text{ و منه : } a = \frac{-4 - (-2)}{3 - 2} = \frac{-2}{1} = -2$$

بما أن الدالة $(x)f$ تشمل النقطة $A(3, -4)$ فإن : $(3)f = -4$ أي : $(x)f = 3a + b = -4$

بتعويض : $a = -2$ في $(x)f = -6 + b = -4$ نجد : $b = 2$

و منه فإن العبارة الجبرية للدالة : $(x)f$ هي : $(x)f = -2x + 2$

3- إيجاد احداثيتي M :

لتكن $M(x_M, y_M)$

بما أن M هي النقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ) فهي تنتمي إلى الدالة $(x)f$ و الدالة $(x)g$.

فإن $M(x_M, y_M)$ تحقق المعادلة : $(x)f = -2x + 2$ أي : $y_M = -2x_M + 2$

و $M(x_M, y_M)$ تحقق المعادلة : $(x)g = 3x - 3$ أي : $y_M = 3x_M - 3$

لإيجاد احداثيتي النقطة M يكفي حل جملة المعادلتين :

$$\begin{cases} y_M = -2x_M + 2 \dots (1) \\ y_M = 3x_M - 3 \dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_M = -2x_M + 2 \dots (1) \\ -y_M = -3x_M + 3 \dots (2) \end{cases}$$

بضرب (2) في (-1) نجد :

$$\begin{cases} y_M = -2x_M + 2 \dots (1) \\ -y_M = -3x_M + 3 \dots (2) \end{cases}$$

بجمع (1) و (2) نجد :

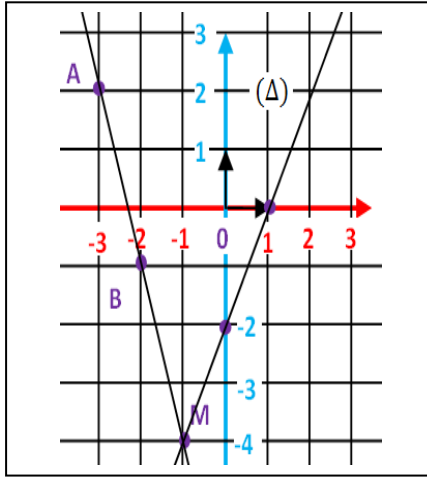
$$-5x_M + 5 = 0$$

$$x_M = 1$$

لإيجاد y_M نعوض $x_M = 1$ في المعادلة (1) $y_M = -2 + 2$ و منه : $y_M = 0$

إذن احداثيتي M هما : $M(1, 0)$

1- التمثيل البياني :



2- تحديد العبارة الجبرية للدالة $f(x)$:

لتكن احداثيتي النقطة A هي $A(-3, 2)$: $A(x_1, y_1)$

لتكن احداثيتي النقطة B هي $B(-2, -1)$: $B(x_2, y_2)$

أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

$$\begin{cases} -3a + b = 2 \dots (1) \\ -2a + b = -1 \dots (2) \end{cases} \text{ معناه : } \begin{cases} f(A) = -3a + b = 2 \\ f(B) = -2a + b = -1 \end{cases} \text{ حيث : } f(x) = ax + b$$

$$\text{بضرب (1) في (1-): نجد : } \begin{cases} 3a - b = -2 \dots (1) \\ -2a + b = -1 \dots (2) \end{cases} \text{ بجمع (1) و (2) نجد : } a = -3$$

بتعويض $a = -3$ في المعادلة (1) نجد: $9 + b = 2$ أي $b = -7$

بما أن $a = -3$ و $b = -7$ فإن العبارة الجبرية للدالة $f(x) = ax + b$ هي :

$$f(x) = -3x - 7$$

ب - طريقة 2 : باستعمال القاعدة : $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ أو $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$a = -3 \text{ و منه : } a = \frac{-1 - 2}{-2 - (-3)} = \frac{-3}{1} = -3$$

بما أن الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A $(-3, 2)$ فإن $2 = f(-3) = -3a + b$ أي :

$$b = -7 \text{ بتعويض : } a = -3 \text{ في } f(x) = -3x - 7$$

ومنه فإن العبارة الجبرية للدالة $f(x)$ هي : $f(x) = -3x - 7$

3- إيجاد احداثيتي M :

لتكن $M(x_M, y_M)$

بما أن M هي النقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ) فهي تنتمي إلى الدالة $f(x)$ و الدالة $g(x)$.

فإن $M(x_M, y_M)$ تحقق المعادلة : $f(x) = -3x - 7$ أي : $y_M = -3x_M - 7$

و $M(x_M, y_M)$ تحقق المعادلة : $g(x) = 2x - 2$ أي : $y_M = 2x_M - 2$

لإيجاد احداثيتي النقطة M يكفي حل جملة المعادلتين :

$$\begin{cases} y_M = -3x_M - 7 \dots (1) \\ y_M = 2x_M - 2 \dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_M = -3x_M - 7 \dots (1) \\ -y_M = -2x_M + 2 \dots (2) \end{cases}$$

بضرب (2) في (1-): نجد :

$$\begin{cases} y_M = -3x_M - 7 \dots (1) \\ -y_M = -2x_M + 2 \dots (2) \end{cases}$$

بجمع (1) و (2) نجد :

$$-5x_M - 5 = 0$$

$$x_M = -1$$

لإيجاد y_M نعوض $x_M = -1$ في المعادلة (1) $y_M = 3 - 7$ و منه : $y_M = -4$

إذن احداثيتي M هما : $M(-1, -4)$

التمرين الثالث : (2.5 نقطة) امتحان شهادة التعليم المتوسط جوان 2016

f دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ يشمل النقطتين $A(2, 5)$ و $B(-1, -4)$.

- (1) بيّن أنّ العبارة الجبرية للدالة التآلفية f هي : $f(x) = 3x - 1$.
- (2) لتكن النقطة $C(4, 11)$ من المستوي ، هل النقط A, B, C على استقامة واحدة ؟
- (3) أوجد العدد الذي صورته 29 بالدالة f .

التمرين الأول : (حسب نموذج 2016)

f دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ يشمل النقطتين $A(5, 7)$ و $B(0, -3)$.

- (1) بيّن أنّ العبارة الجبرية للدالة التآلفية f هي : $f(x) = 2x - 3$.
- (2) لتكن النقطة $C(1, -1)$ من المستوي ، هل النقط A, B, C على استقامة واحدة ؟
- (3) أوجد العدد الذي صورته 11 بالدالة f .

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2016)

f دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ يشمل النقطتين $A(-2, -2)$ و $B(-1, 1)$.

- (1) بيّن أنّ العبارة الجبرية للدالة التآلفية f هي : $f(x) = 3x + 4$.
- (2) لتكن النقطة $C(2, 10)$ من المستوي ، هل النقط A, B, C على استقامة واحدة ؟
- (3) أوجد العدد الذي صورته 13 بالدالة f .

التمرين الثالث : (حسب نموذج 2016)

f دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ يشمل النقطتين $A(2, -6)$ و $B(3, -11)$.

- (1) بيّن أنّ العبارة الجبرية للدالة التآلفية f هي : $f(x) = -5x + 4$.
- (2) لتكن النقطة $C(0, 4)$ من المستوي ، هل النقط A, B, C على استقامة واحدة ؟
- (3) أوجد العدد الذي صورته 14 بالدالة f .

التمرين الرابع : (حسب نموذج 2016)

f دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ يشمل النقطتين $A(4, -2)$ و $B(3, -1)$.

- (1) بيّن أنّ العبارة الجبرية للدالة التآلفية f هي : $f(x) = -x + 2$.
- (2) لتكن النقطة $C(2, 3)$ من المستوي ، هل النقط A, B, C على استقامة واحدة ؟
- (3) أوجد العدد الذي صورته -4 بالدالة f .

حل التمرين الثالث لامتحان شهادة التعليم المتوسط (2016) :

لدينا $\begin{cases} f(x) = 3x - 1 \\ f(x) = ax + b \end{cases}$ معملان توجيه الدالة $f(x)$ هما $a = 3$ و $b = -1$
لإثبات أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية للدالة $f(x)$ هي : $3x - 1$ يجب إثبات أن معملان التوجيه a و b يعادلان $a = 3$ و $b = -1$

حذاري : على التلميذ أن لا يخط بين :
A و **B** التي هما نقطتان.

a و **b** هما معملان توجيه الدالة

(1) إثبات أن $f(x) = 3x - 1$:

أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

1- كتابة المعادلة الأولى :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : $ax + by =$
لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة $A(2, 5)$ و منه بتعويض : $2x = 5y$ و $5y = ax + by$ في معادلة المستقيم
نحصل على المعادلة : $5 = 2a + b \dots (1)$

2- كتابة المعادلة الثانية :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : $ax + by =$
لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة $B(-1, -4)$ و منه بتعويض : $-1x = -4y$ و $-4y = ax + by$ في معادلة المستقيم
نحصل على المعادلة : $-4 = -a + b \dots (2)$
من المعادلة (1) و المعادلة (2) نحصل على جملة المعادلتين التالية :
 $\begin{cases} 2a + b = 5 \dots (1) \\ -a + b = -4 \dots (2) \end{cases}$

بضرب المعادلة (1) في -1 نحصل على :
 $\begin{cases} -2a - b = -5 \dots (1) \\ -a + b = -4 \dots (2) \end{cases}$

بجمع (1) و (2) نحصل على : $-3a = -9$ أي : $a = 3$

بتعويض $a = 3$ في المعادلة (2) نحصل على : $-3 + b = -4$ و منه : $b = -1$

بما أن : $a = 3$ و $b = -1$

فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = ax + b$ هي : $f(x) = 3x - 1$

ب - طريقة 2 : باستعمال القاعدة :
 $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ أو : $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

لتكن احداثيتي النقطة $A(2, 5)$ هي : $A(x_1, y_1)$

لتكن احداثيتي النقطة $B(-1, -4)$ هي : $B(x_2, y_2)$

1- التحقق من أن $a = 3$:

باستعمال القاعدة : $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ أو $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ بالتعويض نجد : $a = \frac{-4 - 5}{-1 - 2} = \frac{-9}{-3} = 3$ إذن : $a = 3$

2- التحقق من أن $b = -1$:

الدالة $f(x)$ تشمل النقطة $A(2, 5)$ و بتعويض : $2x = 5y$ و $5y = ax + by$ في معادلة المستقيم
نحصل على المعادلة : $5 = 2a + b$ و بتعويض $a = 3$ نجد : $6 + b = 5$ و منه : $b = -1$

بما أن : $a = 3$ و $b = -1$

فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = ax + b$ هي : $f(x) = 3x - 1$

2- معرفة هل النقط A, B, C على استقامة واحدة :

A, B, C على استقامة واحدة ، معناه الدالة $f(x)$ تشمل النقطة C

أي النقطة $C(4, 11)$ تحقق المعادلة $3x - 1 = 4x$ و بتعويض $4x = 11y$ في معادلة المستقيم
نحصل على : $11 - 111 = 3(4)$ أي : $12 - 111 = 3$ أي : $11 = 11$ و منه النقطة C تحقق المعادلة المستقيم
أي النقطة C على استقامة واحدة مع النقطتين A و B .

3- إيجاد العدد الذي صورته 29 بالدالة f

لدينا : $f(x) = 29$ و منه : $3x - 1 = 29$ و عليه : $3x = 30$ أي : $x = \frac{30}{3} = 10$

و بالتالي العدد الذي صورته 29 بالدالة f هو 10

حل التمرين الأول (نموذج 2016) :

$$\begin{cases} f(x) = 2x - 3 \\ f(x) = ax + b \end{cases} \quad \text{لدينا}$$

معاملان توجيه الدالة $f(x)$ هما $a = 2$ و $b = -3$

لإثبات أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية للدالة $f(x)$ هي : $2x - 3$ يجب إثبات أن معاملان التوجيه a و b يعادلان $a = 2$ و $b = -3$

3

(1) إثبات أن $f(x) = 2x - 3$: أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

1- كتابة المعادلة الأولى :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : $ax + by = a$
لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة $A(5, 7)$ و منه بتعويض : $5x = 7$ و $7y = a$ في معادلة المستقيم $ax + by = a$
نحصل على المعادلة : $5a + b = 7 \dots (1)$

2- كتابة المعادلة الثانية :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : $ax + by = a$
لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة $B(0, -3)$ و منه بتعويض : $0x = -3$ و $-3y = a$ في معادلة المستقيم $ax + by = a$
نحصل على المعادلة : $0a + b = -3 \dots (2)$
من المعادلة (1) و المعادلة (2) نحصل على جملة المعادلتين التالية :
$$\begin{cases} 5a + b = 7 \dots (1) \\ b = -3 \dots (2) \end{cases}$$

بتعويض $b = -3$ في المعادلة (1) نحصل على : $5a - 3 = 7$ و منه : $a = 2$

بما أن : $a = 2$ و $b = -3$
فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = ax + b$ هي : $f(x) = 2x - 3$

ب - طريقة 2 : باستعمال القاعدة : $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ أو : $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

لتكن احداثيتي النقطة $A(5, 7)$ هي : $A(x_1, y_1)$

لتكن احداثيتي النقطة $B(0, -3)$ هي : $B(x_2, y_2)$

1- التحقق من أن $a = 2$:

باستعمال القاعدة : $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ أو $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ بالتعويض نجد : $a = \frac{-3 - 7}{0 - 5} = \frac{-10}{-5} = 2$ إذن : $a = 2$

2- التحقق من أن $b = -3$:

الدالة $f(x)$ تشمل النقطة $A(5, 7)$ و بتعويض : $5x = 7$ و $7y = a$ في معادلة المستقيم $ax + by = a$
نحصل على المعادلة : $5a + b = 7$ و بتعويض $a = 2$ نجد : $10 + b = 7$ و منه : $b = -3$

بما أن : $a = 2$ و $b = -3$
فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = ax + b$ هي : $f(x) = 2x - 3$

(2) معرفة هل النقط A, B, C على استقامة واحدة :

A, B, C على استقامة واحدة ، معناه الدالة $f(x)$ تشمل النقطة C
أي النقطة $C(1, -1)$ تحقق المعادلة $2x - 3y = 1$ و بتعويض $1x = 1$ و $-1y = -1$ في معادلة المستقيم
نحصل على : $2 - 3(-1) = 1$ أي : $2 - 3(-1) = 1$ أي : $-1 = -1$ و منه النقطة C تنتمي إلى معادلة المستقيم
أي النقطة C على استقامة واحدة مع النقطتين A و B .

(3) إيجاد العدد الذي صورته 11 بالدالة f

لدينا : $f(x) = 11$ و منه : $2x - 3 = 11$ و عليه : $2x = 14$ أي : $x = 7$
و بالتالي العدد الذي صورته 11 بالدالة f هو 7

حل التمرين الثاني (نموذج 2016) :

لدينا $\begin{cases} f(x) = 3x + 4 \\ f(x) = ax + b \end{cases}$ معملان توجيه الدالة $f(x)$ هما $a = 3$ و $b = 4$
لإثبات أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية للدالة $f(x)$ هي : $3x + 4$ يجب إثبات أن معملان التوجيه a و b يعادلان $a = 3$ و $b = 4$

(1) إثبات أن $f(x) = 3x + 4$:
أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

1- كتابة المعادلة الأولى :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : $ax + by =$
لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة $A(-2, -2)$ و منه بتعويض : $-2x = -2y$ و $-2y = -2x$ في معادلة المستقيم $ax + by =$
نحصل على المعادلة : $-2a + b = -2 \dots (1)$

2- كتابة المعادلة الثانية :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : $ax + by =$
لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة $B(-1, 1)$ و منه بتعويض : $-1x = 1y$ و $1y = 1x$ في معادلة المستقيم $ax + by =$
نحصل على المعادلة : $-1a + b = 1 \dots (2)$

من المعادلة (1) و المعادلة (2) نحصل على جملة المعادلتين التالية :
$$\begin{cases} -2a + b = -2 \dots (1) \\ -a + b = 1 \dots (2) \end{cases}$$

بضرب المعادلة (1) في -1 نحصل على :
$$\begin{cases} 2a - b = 2 \dots (1) \\ -a + b = 1 \dots (2) \end{cases}$$

بجمع (1) و (2) نحصل على : $a = 3$
بتعويض $a = 3$ في المعادلة (2) نحصل على : $-3 + b = 1$ و منه : $b = 4$

بما أن : $a = 3$ و $b = 4$
فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = ax + b$ هي : $f(x) = 3x + 4$

ب - طريقة 2 : باستعمال القاعدة :
 $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ أو $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

لتكن إحداثيتي النقطة $A(-2, -2)$ هي : $A(x_1, y_1)$

لتكن إحداثيتي النقطة $B(-1, 1)$ هي : $B(x_2, y_2)$

1- التحقق من أن $a = 3$:

باستعمال القاعدة : $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ أو $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ بالتعويض نجد : $a = \frac{1 - (-2)}{-1 - (-2)} = \frac{3}{1} = 3$ إذن : $a = 3$

2- التحقق من أن $b = 4$:

الدالة $f(x)$ تشمل النقطة $A(-2, -2)$ و بتعويض : $-2x = -2y$ و $-2y = -2x$ في معادلة المستقيم $ax + by =$
نحصل على المعادلة : $-2a + b = -2$ و بتعويض $a = 3$ نجد : $-6 + b = -2$ و منه : $b = 4$

بما أن : $a = 3$ و $b = 4$
فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = ax + b$ هي : $f(x) = 3x + 4$

2- معرفة هل النقط A, B, C على استقامة واحدة :

A, B, C على استقامة واحدة ، معناه الدالة $f(x)$ تشمل النقطة C
أي النقطة $C(2, 10)$ تحقق المعادلة $3x + 4y =$ و بتعويض $2x = 10y$ و $10y = 2x$ في معادلة المستقيم
نحصل على : $410 + 3(2) = 1010$ أي : $10 = 10$ أي : $10 = 10$ و منه النقطة C تحقق المعادلة المستقيم
أي النقطة C على استقامة واحدة مع النقطتين A و B .

3- إيجاد العدد الذي صورته 13 بالدالة f

لدينا : $f(x) = 13$ و منه : $3x + 4 = 13$ و عليه : $3x = 9$ أي : $3x = 9$
و بالتالي العدد الذي صورته 13 بالدالة f هو 3

حل التمرين الثالث (نموذج 2016) :

لدينا $\begin{cases} f(x) = -5x + 4 \\ f(x) = ax + b \end{cases}$ معملان توجيه الدالة $f(x)$ هما $a = -5$ و $b = 4$
لإثبات أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية للدالة $f(x)$ هي: $-5x + 4$ يجب إثبات أن معملان التوجيه a و b يعادلان $a = -5$ و $b = 4$

(1) إثبات أن $f(x) = -5x + 4$: أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

1- كتابة المعادلة الأولى :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : $ax + by =$
لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة $A(2, -6)$ و منه بتعويض: $2x = -6y$ و $-6y = -6$ في معادلة المستقيم $ax + by =$
نحصل على المعادلة : $2a + b = -6 \dots (1)$

2- كتابة المعادلة الثانية :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : $ax + by =$
لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة $B(3, -11)$ و منه بتعويض: $3x = -11y$ و $-11y = -11$ في معادلة المستقيم $ax + by =$
نحصل على المعادلة : $3a + b = -11 \dots (2)$
من المعادلة (1) و المعادلة (2) نحصل على جملة المعادلتين التالية :
 $\begin{cases} 2a + b = -6 \dots (1) \\ 3a + b = -11 \dots (2) \end{cases}$
بضرب المعادلة (2) في -1 نحصل على :
 $\begin{cases} 2a + b = -6 \dots (1) \\ -3a - b = 11 \dots (2) \end{cases}$
بجمع (1) و (2) نحصل على : $-a = 5$ أي : $a = -5$
بتعويض $a = -5$ في المعادلة (1) نحصل على : $-10 + b = -6$ و منه : $b = 4$

بما أن : $a = -5$ و $b = 4$
فإن العبارة الجبرية للدالة $f(x) = ax + b$ هي : $f(x) = -5x + 4$

ب - طريقة 2 : باستعمال القاعدة : $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ أو $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

لتكن احداثيتي النقطة $A(2, -6)$ هي : $A(x_1, y_1)$

لتكن احداثيتي النقطة $B(3, -11)$ هي : $B(x_2, y_2)$

1- التحقق من أن $a = -5$:

باستعمال القاعدة : $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ أو $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ بالتعويض نجد : $a = \frac{-11 - (-6)}{3 - 2} = \frac{-5}{1} = -5$ إذن : $a = -5$

2- التحقق من أن $b = 4$:

الدالة $f(x)$ تشمل النقطة $A(2, -6)$ و بتعويض: $2x = -6y$ و $-6y = -6$ في معادلة المستقيم $ax + by =$
نحصل على المعادلة : $2a + b = -6$ و بتعويض $a = -5$ نجد : $-10 + b = -6$ و منه : $b = 4$

بما أن : $a = -5$ و $b = 4$
فإن العبارة الجبرية للدالة $f(x) = ax + b$ هي : $f(x) = -5x + 4$

(2) معرفة هل النقط A, B, C على استقامة واحدة :

A, B, C على استقامة واحدة ، معناه الدالة $f(x)$ تشمل النقطة C
أي النقطة $C(0, 4)$ تحقق المعادلة $-5x + 4y = 0x$ و بتعويض $4y = 0x$ في معادلة المستقيم
نحصل على : $4y = -5x$ أي : $4y = 4$ و منه النقطة C تحقق المعادلة المستقيم
أي النقطة C على استقامة واحدة مع النقطتين A و B .

(3) إيجاد العدد الذي صورته 14 بالدالة f

لدينا : $f(x) = 14$ و منه : $-5x + 4 = 14$ و عليه : $-5x = 10$ أي : $a = \frac{10}{-5}$ أي : $-2x =$
و بالتالي العدد الذي صورته 14 بالدالة f هو -2

حل التمرين الرابع (نموذج 2016) :

معاملان توجيه الدالة $f(x)$ هما $a = -1$ و $b = 2$ لدينا $\begin{cases} f(x) = -x + 2 \\ f(x) = ax + b \end{cases}$ لإثبات أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية للدالة $f(x)$ هي: $-x + 2$ يجب إثبات أن معاملان التوجيه a و b يعادلان $a = -1$ و $b = 2$

(1) إثبات أن $f(x) = -x + 2$: أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

1- كتابة المعادلة الأولى :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : $ax + by = a$ لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة $A(4, -2)$ و منه بتعويض: $4x = -2y$ و $-2y = -4x$ في معادلة المستقيم $ax + by = a$ نحصل على المعادلة : $4a + b = -2 \dots (1)$

2- كتابة المعادلة الثانية :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : $ax + by = a$ لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة $B(3, -1)$ و منه بتعويض: $3x = -1y$ و $-1y = -3x$ في معادلة المستقيم $ax + by = a$ نحصل على المعادلة : $3a + b = -1 \dots (2)$

من المعادلة (1) و المعادلة (2) نحصل على جملة المعادلتين التالية :

$$\begin{cases} 4a + b = -2 \dots (1) \\ 3a + b = -1 \dots (2) \end{cases}$$

بضرب المعادلة (1) في -1 نحصل على :

$$\begin{cases} -4a - b = 2 \dots (1) \\ 3a + b = -1 \dots (2) \end{cases}$$

بجمع (1) و (2) نحصل على : $-a = 1$ أي : $a = -1$
 بتعويض $a = -1$ في المعادلة (2) نحصل على : $-3 + b = -1$ و منه : $b = 2$

بما أن : $a = -1$ و $b = 2$
 فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = ax + b$ هي : $f(x) = -x + 2$

ب - طريقة 2 : باستعمال القاعدة : $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ أو $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

لتكن احداثيتي النقطة $A(4, -2)$ هي : $A(x_1, y_1)$

لتكن احداثيتي النقطة $B(3, -1)$ هي : $B(x_2, y_2)$

1- التحقق من أن $a = -1$:

باستعمال القاعدة : $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ أو $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ بالتعويض نجد : $a = \frac{-1 - (-2)}{3 - 4} = \frac{1}{-1} = -1$ إذن : $a = -1$

2- التحقق من أن $b = 2$:

الدالة $f(x)$ تشمل النقطة $A(4, -2)$ و بتعويض: $4x = -2y$ و $-2y = -4x$ في معادلة المستقيم $ax + by = a$ نحصل على المعادلة : $4a + b = -2$ و بتعويض $a = -1$ نجد : $-4 + b = -2$ و منه : $b = 2$

بما أن : $a = -1$ و $b = 2$
 فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = ax + b$ هي : $f(x) = -x + 2$

(2) معرفة هل النقط A, B, C على استقامة واحدة :

A, B, C على استقامة واحدة ، معناه الدالة $f(x)$ تشمل النقطة C
 أي النقطة $C(2, 3)$ تحقق المعادلة $-x + 2y = -x + 2y$ و بتعويض $2x = 3y$ و $3y = 2x$ في معادلة المستقيم نحصل على : $2x + 3 = -1$ أي : $2x = -4$ و منه النقطة C لا تحقق معادلة المستقيم
 أي النقط A, B, C ليست على استقامة واحدة .

(3) إيجاد العدد الذي صورته -4 بالدالة f

لدينا : $f(x) = -4x$ و منه : $-x + 2 = -4$ و عليه : $-x = -6$ أي : $x = 6$
 و بالتالي العدد الذي صورته -4 بالدالة f هو 6

المسألة : (8 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2011)

تقترح وكالة تجارية للاتصالات الهاتفية للتسديد الشهري الصيغ الثلاث الآتية :

الصيغة (أ) : دفع 11 ديناراً للدقيقة.

الصيغة (ب) : دفع 600 دينار اشتراكاً و 5 دنانير للدقيقة.

الصيغة (ج) : دفع 1200 دينار اشتراكاً و 3 دنانير للدقيقة.

(1) احسب تكلفة المكالمات التي مدّتها 100 دقيقة في كلّ من الصيغ الثلاث.

(2) y يمثل الكلفة بالدنانير، x يمثل المدة بالدقائق.

اكتب y بدلالة x في كلّ من الصيغ الثلاث. و في نفس المعلم، مثّل بيانيا الصيغ الثلاث و استنتج الفترة الزمنية التي تكون خلالها الصيغة (ب) أقل تكلفة.

(يمكنك اختيار المعلم بحيث 1cm تمثل 50 دقيقة على محور الفواصل و 1 cm تمثل 200DA على محور الترتيب).

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (2011) :

(1) تكلفة المكالمات حسب الصيغ هي على الترتيب :

$$\text{الصيغة أ : } 11 \times 100 = 1100 \text{ DA}$$

$$\text{الصيغة ب : } 600 + 5 \times 100 = 1100 \text{ DA}$$

$$\text{الصيغة ج : } 1200 + 3 \times 100 = 1500 \text{ DA}$$

(2) كتابة الكلفة بدلالة المدة حسب الصيغ الثلاث على الترتيب :

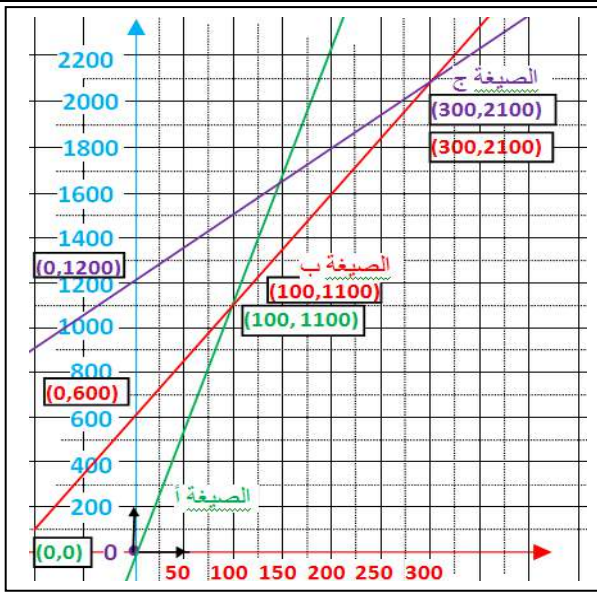
$$y = 11x$$

$$y = 5x + 600$$

$$y = 3x + 1200$$

التمثيل البياني :

إحداثيا النقطة		الصيغة
y	x	
0	0	الأولى
1100	100	
600	0	
1100	100	الثانية
1200	0	
1500	100	الثالثة



(3) استنتاج الفترة الزمنية التي تكون خلالها الصيغة (ب) أقل تكلفة:

من خلال التمثيل البياني نجد أن المستقيم الذي يمثل الصيغة (ب) يقع أسفل المستقيمين الآخرين للصيغتين (أ) و (ج) في الفترة الزمنية بين 100 و 300 دقيقة.

و منه نستنتج أن الفترة الزمنية التي تكون خلالها الصيغة (ب) أقل تكلفة هي : من 100 إلى 300 دقيقة.

المسألة الثانية : (حسب نموذج 2011):

يقترح مطعم الأكل السريع الصيغ الثلاث الآتية :

الصيغة (أ) : دفع 300 ديناراً للوجبة الكاملة الواحدة.

الصيغة (ب) : دفع 350 دينار اشتراكاً و 150 دنانير للوجبة الكاملة.

الصيغة (ج) : دفع 600 دينار اشتراكاً و 100 دنانير للوجبة الكاملة.

(1) احسب تكلفة 5 وجبات في كلّ من الصيغ الثلاث.

(2) y يمثل الكلفة بالدنانير، x يمثل عدد الوجبات.

اكتب y بدلالة x في كلّ من الصيغ الثلاث. و في نفس المعلم، مثّل بيانيا الصيغ الثلاث و استنتج عدد الوجبات التي تكون خلالها الصيغة (ج) أقل تكلفة.

(يمكنك اختيار المعلم بحيث 1cm تمثل 1 وجبة واحدة على محور الفواصل و 0.5 cm تمثل 100DA على محور الترتيب).

المسألة الأولى : (حسب نموذج 2011):

تقترح شركة النقل البري للتسديد الشهري الصيغ الثلاث الآتية :

الصيغة (أ) : دفع 50 ديناراً لتذكرة السفر الواحدة.

الصيغة (ب) : دفع 50 دينار اشتراكاً و 40 دنانير لتذكرة السفر.

الصيغة (ج) : دفع 100 دينار اشتراكاً و 35 دنانير لتذكرة السفر.

(1) احسب تكلفة 5 أسفار في كلّ من الصيغ الثلاث.

(2) y يمثل الكلفة بالدنانير، x يمثل عدد الأسفار.

اكتب y بدلالة x في كلّ من الصيغ الثلاث. و في نفس المعلم، مثّل بيانيا الصيغ الثلاث و استنتج عدد الأسفار التي تكون خلالها الصيغة (ج) أقل تكلفة.

(يمكنك اختيار المعلم بحيث 1cm تمثل 1 سفر واحد على محور الفواصل و 1 cm تمثل 50 DA على محور الترتيب).

حل المسألة الأولى :

- (1) تكلفة 5 أسفار حسب الصيغ هي على الترتيب :
 الصيغة أ : $50 \times 5 = 250$ DA
 الصيغة ب : $50 + 5 \times 40 = 250$ DA
 الصيغة ج : $100 + 35 \times 5 = 275$ DA

(2) كتابة الكلفة بدلالة عدد الأسفار حسب الصيغ الثلاث على الترتيب :

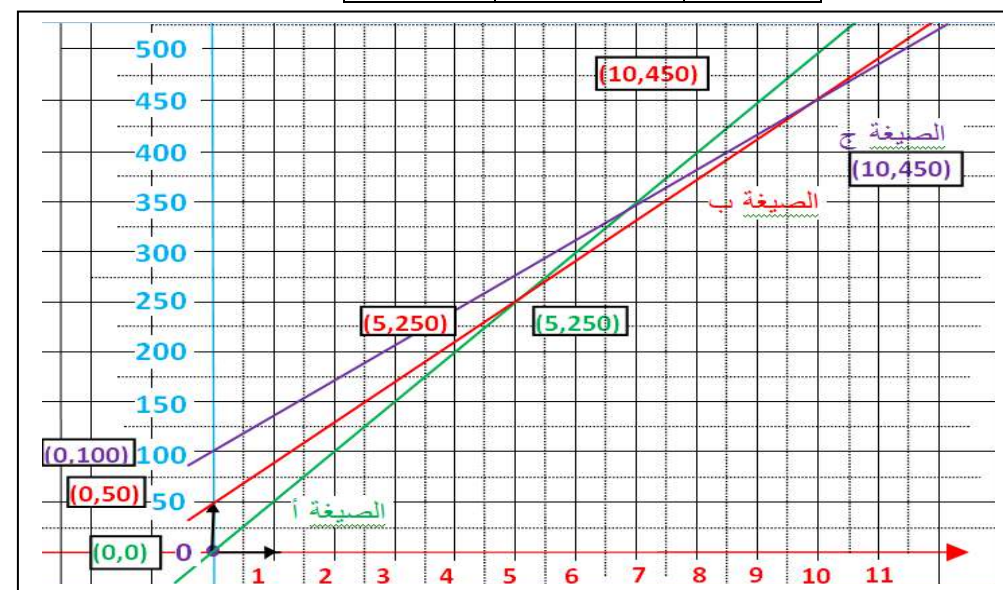
$$y = 50x$$

$$y = 40x + 50$$

$$y = 35x + 100$$

التمثيل البياني :

إحداثيات النقطة		الصيغة
y	x	
0	0	الأولى
250	5	
50	0	الثانية
250	5	
100	0	الثالثة
275	5	



(3) استنتاج عدد الأسفار التي تكون خلالها الصيغة (ج) أقل تكلفة:

من خلال التمثيل البياني نجد أن المستقيم الذي يمثل الصيغة (ج) يقع أسفل المستقيمين الممثلين للصيغتين (أ) و (ب) عندما يفوق عدد الأسفار 10. ومنه نستنتج أن عدد الأسفار التي تكون خلالها الصيغة (ج) أقل تكلفة هي : أكثر من 10 أسفار.

حل المسألة الثانية :

- (1) تكلفة 5 وجبات حسب الصيغ هي على الترتيب :
 الصيغة أ : $300 \times 5 = 1500$ DA
 الصيغة ب : $150 \times 5 + 350 = 1100$ DA
 الصيغة ج : $100 \times 5 + 600 = 1100$ DA

(2) كتابة الكلفة بدلالة عدد الوجبات حسب الصيغ الثلاث على الترتيب :

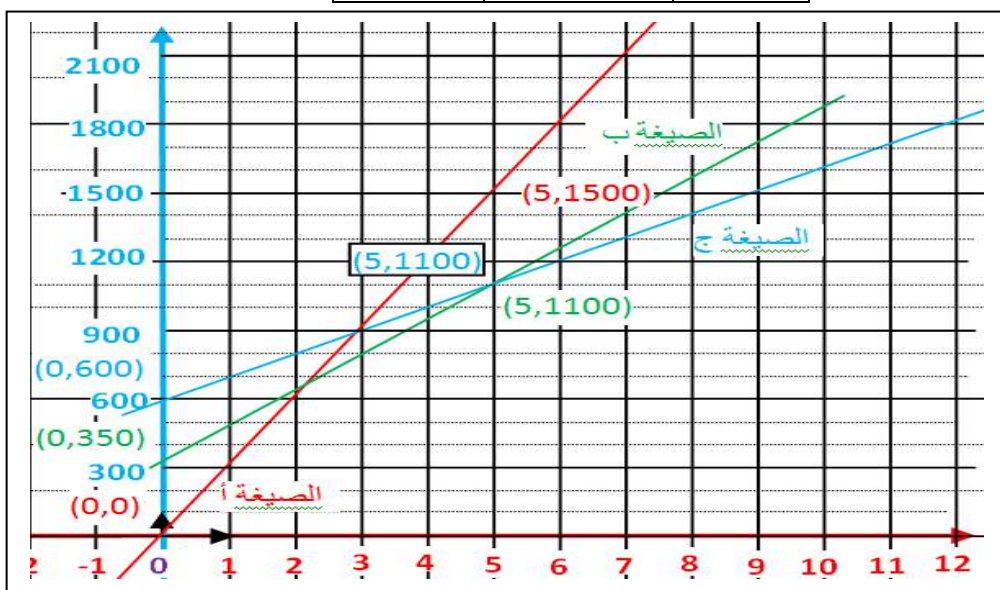
$$y = 300x$$

$$y = 150x + 350$$

$$y = 100x + 600$$

التمثيل البياني :

إحداثيات النقطة		الصيغة
y	x	
0	0	الأولى
1500	5	
350	0	الثانية
1100	5	
600	0	الثالثة
1100	5	



(3) استنتاج عدد الوجبات التي تكون خلالها الصيغة (ج) أقل تكلفة:

من خلال التمثيل البياني نجد أن المستقيم الذي يمثل الصيغة (ج) يقع أسفل المستقيمين الممثلين للصيغتين (أ) و (ب) عندما يفوق عدد الوجبات 5. ومنه نستنتج أن عدد الوجبات التي تكون خلالها الصيغة (ج) أقل تكلفة هي : أكثر من 5 وجبات.

المسألة : (8 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2012)

يقترح مدير صحيفة يومية على زبائنه صيغتين لاقتناء الجريدة.

- الصيغة الأولى : ثمن الجريدة 10 DA .
- الصيغة الثانية : ثمن الجريدة 8DA مع اشتراك سنوي قدره 500 DA .

(1) انقل و أتمم الجدول :

		50	عدد الجرائد المشتراة
	1000		مبلغ الصيغة الأولى بـ DA
3300			مبلغ الصيغة الثانية بـ DA

(2) ليكن x عدد الجرائد المشتراة.
نسمي $f(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الأولى و $g(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الثانية.

-عبر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .

(3) مثل بيانيا الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في معلم متعامد و متجانس $(\vec{i}, \vec{j}, O)$ حيث :
2cm على محور الفواصل يمثل 50 جريدة و 2cm على محور الترتيب يمثل 500 DA .

(4) حل المعادلة $g(x) = f(x)$ ماذا يمثل الحل ؟

(5) ما هي الصيغة الأفضل في الحالتين التاليتين :

- عند اقتناء 150 جريدة.
- عند اقتناء 270 جريدة.

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (2012) :

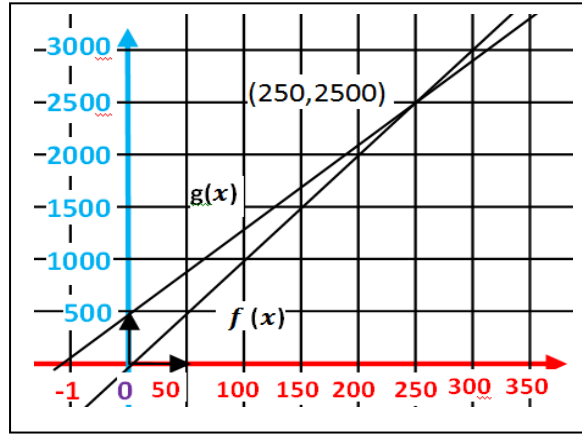
(1) إتمام الجدول :

350	100	50	عدد الجرائد المشتراة
3500	1000	500	مبلغ الصيغة الأولى بـ DA
3300	1300	900	مبلغ الصيغة الثانية بـ DA

(2) التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x :

$$f(x) = 10x \quad g(x) = 8x + 500$$

(3) التمثيل البياني :



(4) حل المعادلة $f(x) = g(x)$:

$$10x = 8x + 500 \quad \text{منه : } 2x = 500 \quad \text{إذن : } x = 250$$

يمثل الحل نقطة تقاطع المستقيمين و يمثل عدد الجرائد المشتراة بالصيغتين معا :

(5) أ. حساب ثمن 150 جريدة :

$$f(150) = 10 \times 150 = 1500 \text{ DA} \quad \text{بالصيغة الأولى :}$$

$$g(150) = 8 \times 150 + 500 = 1200 + 500 = 1700 \text{ DA} \quad \text{بالصيغة الثانية :}$$

إذن الصيغة الأولى هي الأفضل لاقتناء 150 جريدة.

ب. حساب ثمن 270 جريدة :

$$f(270) = 10 \times 270 = 2700 \text{ DA} \quad \text{بالصيغة الأولى :}$$

$$g(270) = 8 \times 270 + 500 = 2160 + 500 = 2660 \text{ DA} \quad \text{بالصيغة الثانية :}$$

إذن الصيغة الثانية هي الأفضل لاقتناء 270 جريدة.

ملاحظة : يمكن استعمال المنحنى البياني لتحديد الصيغة الأفضل في الحالتين.

المسألة الأولى : (حسب نموذج 2012):

يقترح بائع الأزهار على زبائنه صيغتين لاقتناء الورود الصيغتين الآتيتين:

- الصيغة الأولى : ثمن الوردة 80 DA.
- الصيغة الثانية : ثمن الوردة 20 DA مع اشتراك سنوي قدره 420 DA .

(1) انقل و أتمم الجدول :

عدد الورود المشتراة	4		
مبلغ الصيغة الأولى بـ DA			
مبلغ الصيغة الثانية بـ DA	580	660	

(2) ليكن x عدد الورود المشتراة.
نسمي $f(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الأولى و $g(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الثانية.
-عبر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .

(3) مثل بيانيا الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في معلم متعامد و متجانس $(\vec{i}, \vec{j}, O)$ حيث :
1cm على محور الفواصل يمثل 1 وردة واحدة و 1cm على محور الترتيب يمثل 100 DA .

(4) حل المعادلة $g(x) = f(x)$ ماذا يمثل الحل ؟

(5) ما هي الصيغة الأفضل في الحالتين التاليتين :
- عند اقتناء 5 ورود.
- عند اقتناء 10 ورود.

المسألة الثانية : (حسب نموذج 2012):

يقترح صاحب فندق على زبائنه صيغتين لحجز الغرف الصيغتين الآتيتين:

- الصيغة الأولى : ثمن الليلة 2000 DA.
- الصيغة الثانية : ثمن الليلة 1600 DA مع اشتراك سنوي قدره 2400 DA .

(1) انقل و أتمم الجدول :

عدد الليالي	6	10	
مبلغ الصيغة الأولى بـ DA			
مبلغ الصيغة الثانية بـ DA	12 000	13 600	

(2) ليكن x عدد الليالي.
نسمي $f(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الأولى و $g(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الثانية.
-عبر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .

(3) مثل بيانيا الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في معلم متعامد و متجانس $(\vec{i}, \vec{j}, O)$ حيث :
1cm على محور الفواصل يمثل ليلة واحدة و 1cm على محور الترتيب يمثل 2000 DA .

(4) حل المعادلة $g(x) = f(x)$ ماذا يمثل الحل ؟

(5) ما هي الصيغة الأفضل في الحالتين التاليتين :
- عند حجز 3 ليالي.
- عند حجز 8 ليالي.

حل المسألة الأولى :

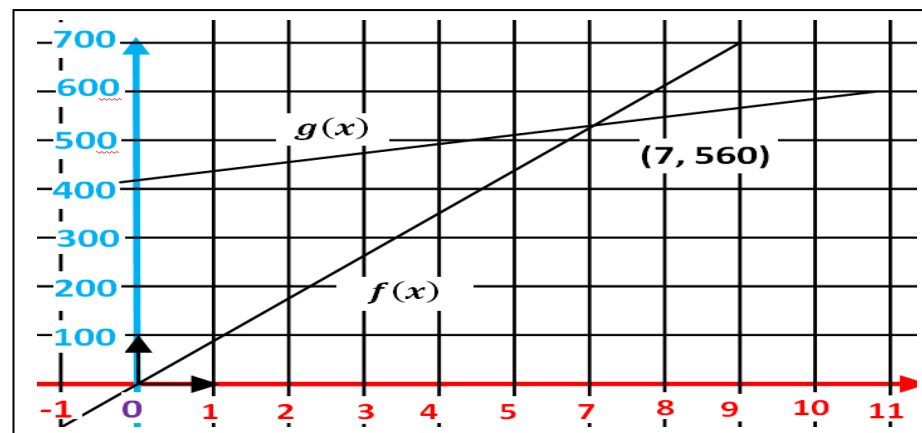
(1) إتمام الجدول :

عدد الورود المشتراة	4	8	12
مبلغ الصيغة الأولى بـ DA	320	640	960
مبلغ الصيغة الثانية بـ DA	500	580	660

(2) التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x :

$$f(x) = 80x \quad g(x) = 20x + 420$$

(3) التمثيل البياني :



(4) حل المعادلة : $f(x) = g(x)$

$$80x = 20x + 420 \quad \text{منه : } 60x = 420 \quad \text{إذن : } x = 7$$

يمثل الحل نقطة تقاطع المستقيمين و يمثل عدد الورود المشتراة بالصيغتين معا .

(5) أ. حساب ثمن 5 وردة :

$$\text{بالصيغة الأولى : } f(5) = 80 \times 5 = 400 \text{ DA}$$

$$\text{بالصيغة الثانية : } g(5) = 20 \times 5 + 420 = 100 + 420 = 520 \text{ DA}$$

إذن الصيغة الأولى هي الأفضل لاقتناء 5 ورود.

ب. حساب ثمن 10 وردة :

$$\text{بالصيغة الأولى : } f(10) = 80 \times 10 = 800 \text{ DA}$$

$$\text{بالصيغة الثانية : } g(10) = 20 \times 10 + 420 = 200 + 420 = 620 \text{ DA}$$

إذن الصيغة الثانية هي الأفضل لاقتناء 10 ورود.

ملاحظة : يمكن استعمال المنحنى البياني لتحديد الصيغة الأفضل في الحالتين.

حل المسألة الثانية :

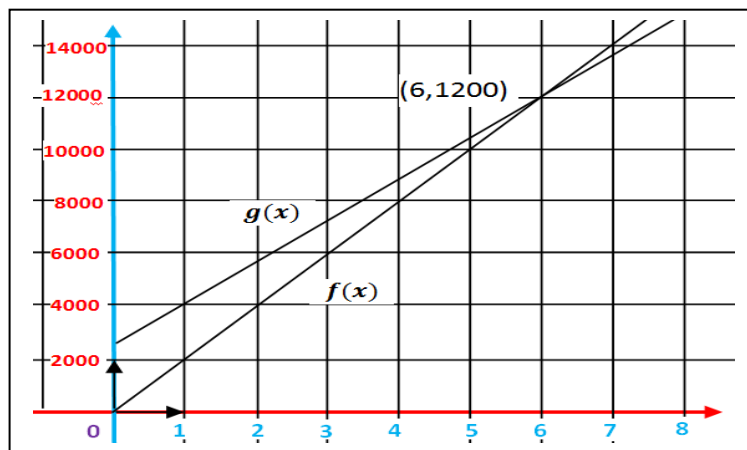
(1) إتمام الجدول :

عدد الليالي	6	7	10
مبلغ الصيغة الأولى بـ DA	12 000	14 000	20 000
مبلغ الصيغة الثانية بـ DA	12 000	13 600	18 400

(2) التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x :

$$f(x) = 2000x \quad g(x) = 1600x + 2400$$

(3) التمثيل البياني :



(4) حل المعادلة : $f(x) = g(x)$

$$2000x = 1600x + 2400 \quad \text{منه : } 400x = 2400 \quad \text{إذن : } x = 6$$

يمثل الحل نقطة تقاطع المستقيمين و يمثل عدد الليالي بالصيغتين معا .

(5) أ. حساب ثمن حجز 3 ليالي :

$$\text{بالصيغة الأولى : } f(3) = 2000 \times 3 = 6000 \text{ DA}$$

$$\text{بالصيغة الثانية : } g(3) = 1600 \times 3 + 2400 = 4800 + 2400 = 7200 \text{ DA}$$

إذن الصيغة الأولى هي الأفضل لحجز 3 ليالي.

ب. حساب ثمن حجز 8 ليالي :

$$\text{بالصيغة الأولى : } f(8) = 2000 \times 8 = 16000 \text{ DA}$$

$$\text{بالصيغة الثانية : } g(8) = 1600 \times 8 + 2400 = 12800 + 2400 = 15200 \text{ DA}$$

إذن الصيغة الثانية هي الأفضل لحجز 8 ليالي.

ملاحظة : يمكن استعمال المنحنى البياني لتحديد الصيغة الأفضل في الحالتين.

المسألة : (8 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط جوان 2014

بمناسبة عيد الأضحى قدمت مؤسسة للهاتف النقال عرضين لمدة أسبوع للتواصل و تبادل التهانى بواسطة الرسائل القصيرة (SMS).
العرض الأول : 3DA للرسالة الواحدة.
العرض الثاني : 1.5 DA للرسالة الواحدة مع اقتطاع مبلغ جزافي قدره 30 DA من الرصيد.

(1) انقل و أكمل الجدول :

عدد الرسائل (SMS)	10		
المبلغ حسب العرض الأول بـ DA	45		
المبلغ حسب العرض الثاني بـ DA		90	

(2) x يعبر عن عدد الرسائل المرسلة.
 y_1 هو المبلغ حسب العرض الأول و y_2 هو المبلغ حسب العرض الثاني
- عبر عن y_1 و y_2 بدلالة x .

(3) f و g دالتان حيث : $f(x) = 3x$ و $g(x) = 1.5x + 30$
مثل بيانيا الدالتين f و g في نفس المعلم المتعامد و المتجانس حيث :
($1cm$ على محور الفواصل يمثل 5 رسائل SMS و $1cm$ على محور الترتيب يمثل 10 DA)

(4) يريد الأخوان زينب و كريم استغلال هذين العرضين لهذه المناسبة ، في رصيد كريم 120 DA و يريد تهنئة أكبر عدد ممكن من الأشخاص، أما زينب تريد تهنئة زميلاتها في الدراسة و عددهن 15 .

- بقراءة بيانية ، ما هو العرض المناسب لكل منهما ؟ (مع الشرح)

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (جوان 2014) :

(1) إتمام الجدول :

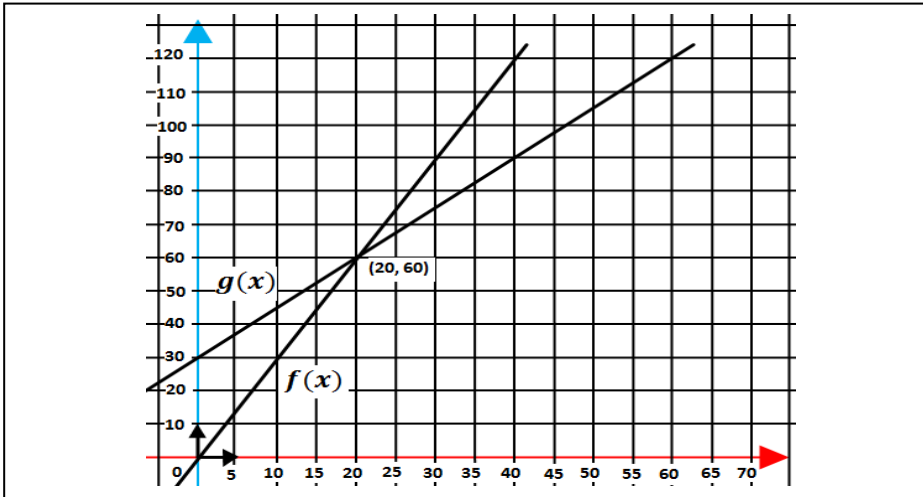
عدد الرسائل (SMS)	10	15	40
المبلغ حسب العرض الأول بـ DA	30	45	120
المبلغ حسب العرض الثاني بـ DA	45	52.5	90

(2) التعبير عن y_1 و y_2 بدلالة x :

$$y_1 = 3x \quad \text{و} \quad y_2 = 1.5x + 30$$

(3) التمثيل البياني :

x	0	10	20
y_1	0	30	60
y_2	30	45	60



(4) بقراءة بيانية نلاحظ أن :

- العرض المناسب لكريم هو العرض الثاني لأن المستقيم الذي معادلته $120y =$ يقطع التمثيل البياني للدالة f في النقطة التي فاصلتها 40 بينما يقطع التمثيل البياني للدالة g في النقطة التي فاصلتها 60 أي عدد الرسائل بالعرض الثاني أكبر منه بالعرض الأول.

- العرض المناسب لزينب هو العرض الأول لأن المستقيم الذي معادلته $x = 15$ يقطع التمثيل البياني للدالة f في نقطة ترتيبها أصغر من ترتيب نقطة تقاطعه مع التمثيل البياني للدالة g أي بالعرض الأول فإن 15 رسالة أقل تكلفة من العرض الثاني.

ملاحظة : يمكن استخدام نقطة تقاطع التمثيلين و التي تمثل تساوي العرضين لتفسير الاختيارين.

المسألة الأولى : (حسب نموذج 2014):

يقترح صاحب محل للصور طبق الأصل على زبائنه، العرضين الآتيين:

العرض الأول : 4 DA للصورة طبق الأصل.
العرض الثاني : 2 DA للصورة طبق الأصل مع اشتراك قدره 40 DA.

(1) انقل و أكمل الجدول :

عدد الصور طبق الأصل	5		
المبلغ حسب العرض الأول — DA			
المبلغ حسب العرض الثاني — DA	60	46	

(2) x يعبر عن عدد الصور طبق الأصل.
 y_1 هو المبلغ حسب العرض الأول و y_2 هو المبلغ حسب العرض الثاني
- عبر عن y_1 و y_2 بدلالة x .

(3) f و g دالتان حيث : $g(x) = 2x + 40$ و $f(x) = 4x$
مثل بيانيا الدالتين f و g في نفس المعلم المتعامد و المتجانس حيث :
(1cm على محور الفواصل يمثل 5 صور طبق الأصل و 1cm على محور الترتيب يمثل 10 DA)

(4) يريد علي و ياسين استغلال هذين العرضين ، لعلي مبلغ قدره 100 DA و يريد أكبر عدد من الصور طبق الأصل ، أمّا ياسين يريد 15 صورة طبق الأصل بأقل تكلفة.

- بقراءة بيانية، ما هو العرض المناسب لكل منهما ؟ (مع الشرح)

المسألة الثانية : (حسب نموذج 2014):

تقترح وكالة الاتصالات الهاتفية على زبائنها، العرضين الآتيين:

العرض الأول : 8 DA للدقيقة.
العرض الثاني : 4 DA للدقيقة مع اشتراك قدره 20 DA.

(1) انقل و أكمل الجدول :

المدة بالدقائق			
المبلغ حسب العرض الأول — DA	16	64	96
المبلغ حسب العرض الثاني — DA			

(2) x يعبر عن الدقائق.
 y_1 هو المبلغ حسب العرض الأول و y_2 هو المبلغ حسب العرض الثاني
- عبر عن y_1 و y_2 بدلالة x .

(3) f و g دالتان حيث : $g(x) = 4x + 20$ و $f(x) = 8x$
مثل بيانيا الدالتين f و g في نفس المعلم المتعامد و المتجانس حيث :
(1cm على محور الفواصل يمثل 5 دقائق و 1cm على محور الترتيب يمثل 10 DA)

(4) يريد نزيه و الياس استغلال هذين العرضين ، لنزيه مبلغ قدره 90 DA و يريد أطول مدة ، أمّا الياس يريد أن يتصل لمدة 5 دقائق بأقل تكلفة.

- بقراءة بيانية، ما هو العرض المناسب لكل منهما ؟ (مع الشرح)

حل المسألة الأولى : (نموذج 2014)

(1) إتمام الجدول :

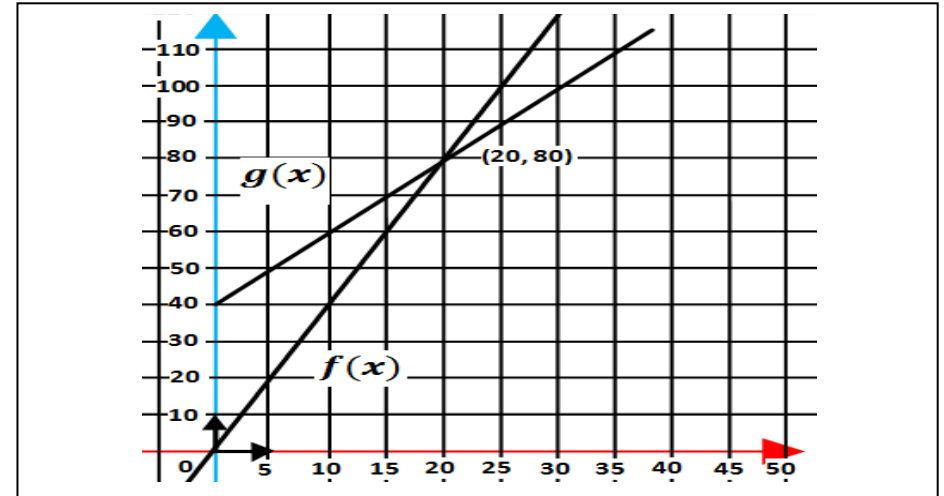
عدد الصور طبق الأصل	3	5	10
المبلغ حسب العرض الأول — DA	12	20	40
المبلغ حسب العرض الثاني — DA	46	50	60

(2) التعبير عن $1y$ و $2y$ بدلالة x :

$$1 = 4xy \quad \text{و} \quad 2 = 2x + 40y$$

(3) التمثيل البياني :

x	0	10	20
$1y$	0	40	80
$2y$	40	60	80



(4) بقراءة بيانية نلاحظ أن :

- العرض المناسب لعلي هو العرض الثاني لأن (وحسب القراءة البيانية) 100 DA تمثل 30 صورة طبق الأصل حسب العرض الثاني و 25 صورة طبق الأصل حسب العرض الأول .

العرض المناسب لياسين هو العرض الأول لأن (وحسب القراءة البيانية) 15 صورة طبق الأصل تمثل 60 DA حسب العرض الأول و 70 DA حسب العرض الثاني .

ملاحظة : يمكن استخدام نقطة تقاطع التمثيلين و التي تمثل تساوي العرضين لتفسير الاختيارين.

حل المسألة الثانية : (نموذج 2014)

(1) إتمام الجدول :

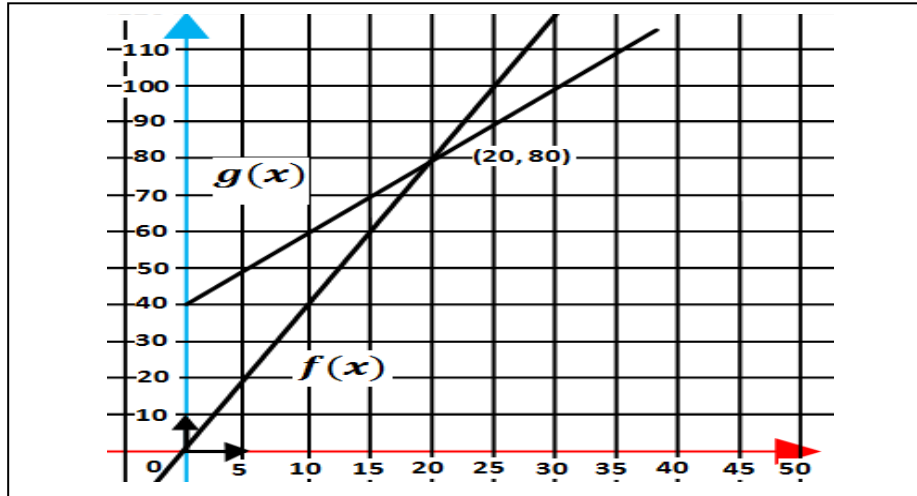
المدة بالدقائق	2	8	12
المبلغ حسب العرض الأول — DA	16	64	96
المبلغ حسب العرض الثاني — DA	28	52	68

(2) التعبير عن $1y$ و $2y$ بدلالة x :

$$1 = 8xy \quad \text{و} \quad 2 = 4x + 20y$$

(3) التمثيل البياني :

x	0	5	6
$1y$	0	40	48
$2y$	20	40	44



(4) بقراءة بيانية نلاحظ أن :

- العرض المناسب لنزيه هو العرض الثاني لأن (وحسب القراءة البيانية) 90 DA تمثل أكثر من 15 دقيقة حسب العرض الثاني و أقل من ذلك حسب العرض الأول . كلا العرضين الأول و الثاني مناسبين لالاس لأن (وحسب القراءة البيانية) 5 دقائق تمثل حسب العرض الأول 40 DA و كذلك 5 دقائق تمثل الثمن نفسه حسب العرض الثاني. العرض الأول يمثل

ملاحظة : يمكن استخدام نقطة تقاطع التمثيلين و التي تمثل تساوي العرضين لتفسير الاختيارين.

المسألة : (8 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2018)

عبد الله و محمد عاملان في مؤسسة لصناعة ألعاب الأطفال، راتبهما الشهري على النحو التالي :

- عبد الله راتبه 20'000 DA إضافة إلى 200 DA لكل لعبة يتم صنعها.
- محمد راتبه 30'000 DA إضافة إلى 100 DA لكل لعبة يتم صنعها.

الجزء الأول :

- (1) ما هو الراتب الشهري الذي يتقاضاه كل منهما إذا تم صنع 120 لعبة ؟
 - (2) ليكن x عدد اللعب المصنوعة في مدة شهر.
- عبّر بدلالة x عن y_1 راتب عبد الله و y_2 عن راتب محمد.

الجزء الثاني :

- (1) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$
- ارسم المستقيمين (D_1) و (D_2) ممثلا الدالتين g و h حيث :
 $h(x) = 100x + 30000$ و $g(x) = 200x + 20000$

(نأخذ : 1cm على محور الفواصل يمثل 50 لعبة ، 1 cm على محور الترتيب يمثل 5000 DA)

(2) حل جملة المعادلتين التالية :

$$\begin{cases} y = 200x + 20000 \\ y = 100x + 30000 \end{cases}$$

- ثم أعط تفسيراً بيانياً لهذا الحل .
- بقرأة بيانية متى يكون راتب عبد الله أكبر من راتب محمد؟

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (2018) :

الجزء (1) :

- (1) حساب الراتب الشهري عندما يتم صنع 120 لعبة :
 راتب عبد الله : $200 \times 120 + 20000 = 24000 + 20000 = 44000$ DA
 راتب محمد : $100 \times 120 + 30000 = 12000 + 30000 = 42000$ DA
- (2) التعبير عن y_1 و عن y_2 بدلالة x :
 $y_1 = 200x + 20000$ $y_2 = 100x + 30000$

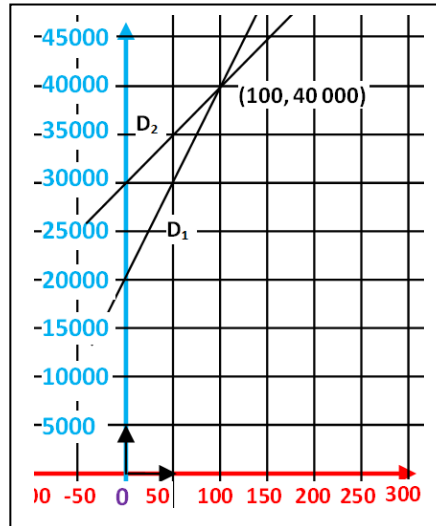
الجزء (2) :

(1) رسم مستقيما الدالتين $g(x) = 200x + 20000$ و $h(x) = 100x + 30000$

x	0	50
$h(x)$	30000	35000

x	0	50
$g(x)$	20000	30000

ملاحظة : تأخذ بعين الاعتبار كل النقط المختارة من طرف التلميذ



(2) حل جملة المعادلتين :

$$= 200x + 20000 \quad y$$

$$= 100x + 30000 \quad y$$

$$\text{و منه : } 200x + 20000 = 100x + 30000$$

$$\text{و منه : } 200x - 100x = 30000 - 20000$$

$$\text{و منه : } 100x = 10000$$

$$\text{و منه : } = \frac{10000}{100}x$$

$$\text{أي : } = 100x$$

تعويض قيمة x في المعادلة الأولى :

$$y = 200 \times 100 + 20000$$

$$= 20000 + 20000$$

$$= 40000$$

للجملة حل واحد و هو : $(x = 100, y = 40000)$

التفسير البياني لحل الجملة :

- حل هذه الجملة هو إحداثيتا نقطة تقاطع المستقيمين D_1 و D_2 التي تمثل تساوي الراتبين عند 100 لعبة.

- من التمثيل البياني يكون راتب عبد الله أكبر من راتب محمد عند صنع أكثر من 100 لعبة.

المسألة الأولى : (حسب نموذج 2018):

إيمان و إيناس أستاذتان في مدرسة الدروس التدعيمية، راتبهما الشهري على النحو التالي :

- إيناس راتبها 15'000 DA إضافة إلى 700 DA لكل ساعة تدريس.
- إيمان راتبها 31'000 DA إضافة إلى 300 DA لكل ساعة تدريس.

الجزء الأول :

- (1) ما هو الراتب الشهري الذي تتقاضاه كل منهما إذا تم تقديم 50 ساعة ؟
 - (2) ليكن x عدد الساعات المقدمة في مدة شهر.
- عبّر بدلالة x عن y_1 راتب إيناس و y_2 عن راتب إيمان.

الجزء الثاني :

- (1) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$
 - ارسم المستقيمين (D_1) و (D_2) ممثلا الدالتين g و h حيث :
- $$h(x) = 300x + 31000 \text{ و } g(x) = 700x + 15000$$

(نأخذ : $1cm$ على محور الفواصل يمثل 20 ساعات ، $1cm$ على محور الترتيب يمثل 5000 DA)

(2) حل جملة المعادلتين التالية :

$$\begin{cases} y = 700x + 15000 \\ y = 300x + 31000 \end{cases}$$

- ثم أعط تفسيرا بيانيا لهذا الحل .
- بقراءة بيانية متى يكون راتب إيناس أكبر من راتب إيمان؟

المسألة الثانية : (حسب نموذج 2018):

أمين و رفيق عاملان في مخبزة، راتبهما الشهري على النحو التالي :

- أمين راتبه 8'000 DA إضافة إلى 3 DA لكل خبزة.
- رفيق راتبه 10'000 DA إضافة إلى 2 DA لكل خبزة.

الجزء الأول :

- (1) ما هو الراتب الشهري الذي يتقاضاه كل منهما إذا تم انتاج 2500 خبزة ؟
 - (2) ليكن x عدد الخبز المنتج في مدة شهر.
- عبّر بدلالة x عن y_1 راتب أمين و y_2 عن راتب رفيق.

الجزء الثاني :

- (1) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$
 - ارسم المستقيمين (D_1) و (D_2) ممثلا الدالتين g و h حيث :
- $$h(x) = 2x + 10000 \text{ و } g(x) = 3x + 8000$$

(نأخذ : $1cm$ على محور الفواصل يمثل 500 خبزة ، $1cm$ على محور الترتيب يمثل 2000 DA)

(2) حل جملة المعادلتين التالية :

$$\begin{cases} y = 3x + 8000 \\ y = 2x + 10000 \end{cases}$$

- ثم أعط تفسيرا بيانيا لهذا الحل .
- بقراءة بيانية متى يكون راتب أمين أكبر من راتب رفيق؟

حل المسألة الأولى : (نموذج 2018)

الجزء (1) :

(1) حساب الراتب الشهري عند تقديم 50 ساعة :

$$\text{راتب إيناس : } 700 \times 50 + 15\,000 = 35\,000 + 15\,000 = 50\,000 \text{ DA}$$

$$\text{راتب إيمان : } 300 \times 50 + 31\,000 = 15\,000 + 31\,000 = 46\,000 \text{ DA}$$

(2) التعبير عن y_1 و عن $2y$ بدلالة x :

$$y_1 = 700x + 15\,000 \quad y_2 = 300x + 31\,000$$

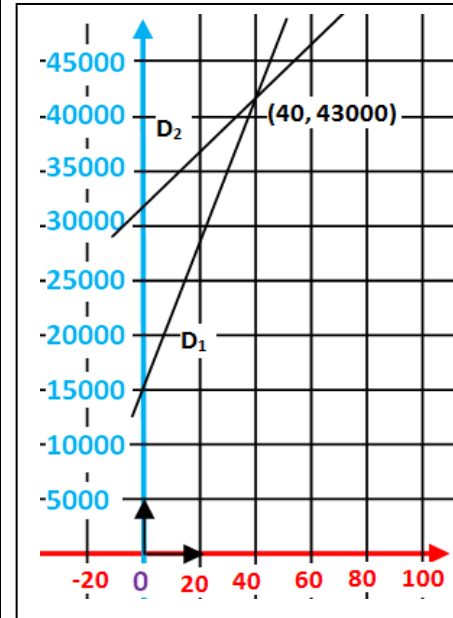
الجزء (2) :

(1) رسم مستقيما الدالتين $g(x) = 700x + 15\,000$ و $h(x) = 300x + 31\,000$

x	0	50
$h(x)$	31 000	46 000

x	0	50
$g(x)$	15 000	50 000

ملاحظة : تأخذ بعين الاعتبار كل النقط المختارة من طرف التلميذ



(2) حل جملة المعادلتين :

$$y = 700x + 15\,000$$

$$y = 300x + 31\,000$$

$$\text{و منه : } 700x + 15\,000 = 300x + 31\,000$$

$$\text{و منه : } 700x - 300x = 31\,000 - 15\,000$$

$$\text{و منه : } 400x = 16\,000$$

$$\text{و منه : } x = \frac{16\,000}{400} = 40$$

$$\text{أي : } x = 40$$

تعويض قيمة x في المعادلة الأولى :

$$y = 700 \times 40 + 15\,000$$

$$= 28\,000 + 15\,000$$

$$= 43\,000y$$

للجملة حل واحد و هو : $(x = 40, y = 43\,000)$

التفسير البياني لحل الجملة :

- حل هذه الجملة هو إحداثيتا نقطة تقاطع المستقيمين D_1 و D_2 التي تمثل تساوي الراتبين عند تقديم 40 ساعة.

- من التمثيل البياني يكون راتب إيناس أكبر من راتب إيمان عند تقديم أكثر من 40 ساعة.

حل المسألة الثانية : (نموذج 2018)

الجزء (1) :

(1) حساب الراتب الشهري عند إنتاج 2 500 خبزة :

$$\text{راتب أمين : } 3 \times 2\,500 + 8\,000 = 7\,500 + 8\,000 = 15\,500 \text{ DA}$$

$$\text{راتب رفيق : } 2 \times 2\,500 + 10\,000 = 5\,000 + 10\,000 = 15\,000 \text{ DA}$$

(2) التعبير عن y_1 و عن $2y$ بدلالة x :

$$y_1 = 3x + 8\,000 \quad y_2 = 2x + 10\,000$$

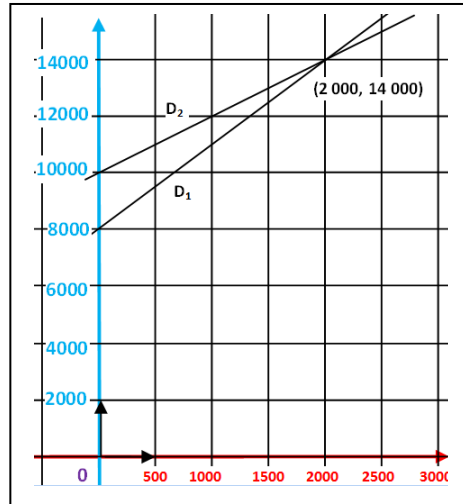
الجزء (2) :

(1) رسم مستقيما الدالتين $g(x) = 3x + 8\,000$ و $h(x) = 2x + 10\,000$

x	0	2 500
$h(x)$	10 000	15 000

x	0	2 500
$g(x)$	8 000	15 500

ملاحظة : تأخذ بعين الاعتبار كل النقط المختارة من طرف التلميذ



(2) حل جملة المعادلتين :

$$y = 3x + 8\,000$$

$$y = 2x + 10\,000$$

$$\text{و منه : } 3x + 8\,000 = 2x + 10\,000$$

$$\text{و منه : } 3x - 2x = 10\,000 - 8\,000$$

$$\text{و منه : } x = 2\,000$$

$$\text{أي : } x = 2\,000$$

تعويض قيمة x في المعادلة الأولى :

$$y = 3 \times 2\,000 + 8\,000$$

$$= 6\,000 + 8\,000$$

$$= 14\,000y$$

للجملة حل واحد و هو : $(x = 2\,000, y = 14\,000)$

التفسير البياني لحل الجملة :

- حل هذه الجملة هو إحداثيتا نقطة تقاطع المستقيمين D_1 و D_2 التي تمثل تساوي الراتبين عند إنتاج 2 000 خبزة.

- من التمثيل البياني يكون راتب أمين أكبر من راتب رفيق عند إنتاج أكثر من 2 000 خبزة.

المسألة : (8 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط جوان 2019

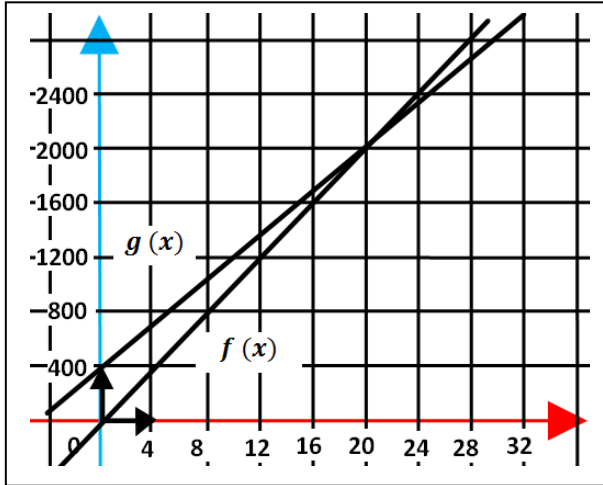
يقترح مدير المسبح البلدي على السباحين التسعيرتين الآتيتين :

- التسعيرة الأولى : 100 DA للحصة الواحدة لغير المنخرطين.
- التسعيرة الثانية : 80 DA للحصة الواحدة مع اشتراك شهري قدره 400 DA.

(1) ما هو عدد الحصص التي يمكنك الحصول عليها في كل تسعيرة إذا دفعت مبلغ 2 800 DA ؟

(2) باعتبار : x عدد الحصص في الشهر و بالاستعانة بتمثيل بياني، أعط أفضل التسعيرتين حسب عدد الحصص خلال شهر واحد.

يمكنك أخذ : (1cm على محور الفواصل يمثل 4 حصص، 1cm على محور الترتيب يمثل 400 DA)



حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (2019) :

(1) حساب عدد الحصص :

حساب عدد الحصص بالتسعيرة الأولى : $282\ 800 \div 100 = 2828$

عدد الحصص حسب التسعيرة الأولى هو : **28 حصة**

حساب عدد الحصص بالتسعيرة الثانية : $(2\ 800 - 400) \div 80 = 30$

عدد الحصص حسب التسعيرة الثانية هو : **30 حصة**

(2) التمثيل البياني :

ليكن $f(x)$ المبلغ المدفوع لـ x حصة بالتسعيرة الأولى و $g(x)$ المبلغ المدفوع لـ x حصة بالتسعيرة الثانية فيكون :

$$f(x) = 100x$$

$$g(x) = 80x + 400$$

x	0	10
$f(x)$	0	1 000

x	0	10
$g(x)$	400	1 200

التفسير البياني :

التمثيلان البيانيان للدالتين $f(x)$ و $g(x)$ يتقاطعان في النقطة التي فاصلتها 20 و هذا يعني أن التسعيرتين متساويتين عند 20 حصة. و عندما لا يفوق عدد الحصص 20 حصة، فالتسعيرة الأولى هي الأفضل و إذا تجاوز عدد الحصص 20 حصة فالتسعيرة الثانية هي الأفضل.

مسألتان حسب نموذج (2019)

المسألة الأولى : (حسب نموذج 2019):

يقترح مدير شركة تنظيف التسعيرتين الآتيتين :

- التسعيرة الأولى : 180 DA لتنظيف المتر المربع الواحد لغير المنخرطين.

- التسعيرة الثانية : 130 DA لتنظيف المتر المربع الواحد مع اشتراك شهري قدره 2 500 DA.

(1) ما هو عدد الأمتار المربعة التي يمكنك تنظيفها في كل تسعيرة إذا دفعت مبلغ 10 000 DA ؟

(2) باعتبار : x عدد الأمتار المربعة المراد تنظيفها في الشهر و بالاستعانة بتمثيل بياني، أعط أفضل التسعيرتين حسب عدد الأمتار خلال شهر واحد.

يمكنك أخذ : (1cm على محور الفواصل يمثل 10 أمتار مربعة ، 1cm على محور الترتيب يمثل 2 000 DA)

المسألة الثانية : (حسب نموذج 2019):

يقترح صاحب مقهى الإنترنت التسعيرتين الآتيتين :

- التسعيرة الأولى : 90 DA للساعة الواحدة لغير المنخرطين.

- التسعيرة الثانية : 60 DA للساعة مع اشتراك شهري قدره 300 DA.

(1) ما هو عدد الساعات التي يمكنك الحصول عليها في كل تسعيرة إذا دفعت مبلغ 1 500 DA ؟

(2) باعتبار : x عدد الساعات في الشهر و بالاستعانة بتمثيل بياني، أعط أفضل التسعيرتين حسب عدد الساعات خلال شهر واحد.

يمكنك أخذ : (0.5 cm على محور الفواصل يمثل ساعة واحدة، 1cm على محور الترتيب يمثل 200 DA)

حل المسألة الأولى: (نموذج 2019)

1) حساب عدد الأمتار المربعة:

حساب عدد الأمتار بالتسعيرة الأولى : $55.5510\ 000 \div 180 =$

عدد الأمتار المربعة حسب التسعيرة الأولى هو : **55.55 متر مربع**

حساب عدد الأمتار بالتسعيرة الثانية : $(10\ 000 - 2\ 500) \div 130 = 57.69$

عدد الأمتار حسب التسعيرة الثانية هو : **57.69 متر مربع**

2) التمثيل البياني :

ليكن $f(x)$ المبلغ المدفوع لـ x متر مربع بالتسعيرة الأولى
و $g(x)$ المبلغ المدفوع لـ x متر مربع بالتسعيرة الثانية فيكون :

$$f(x) = 180x$$

$$g(x) = 130x + 2\ 500$$

x	0	10
$f(x)$	0	1 800

x	0	10
$g(x)$	2 500	3 800

التفسير البياني :

التمثيلان البيانيان للدالتين $f(x)$ و $g(x)$ يتقاطعان في النقطة التي فاصلتها 50 وهذا يعني أن التسعيرتين متساويتين عند 50 متر مربع بكلفة 9 000 DA
و عندما لا يفوق عدد الأمتار المربعة 50، فالتسعيرة الأولى هي الأفضل
و إذا تجاوز عدد الأمتار المربعة 50 متر مربع فالتسعيرة الثانية هي الأفضل.

حل المسألة الثانية: (نموذج 2019)

1) حساب عدد الساعات:

حساب عدد الساعات بالتسعيرة الأولى : $16,661\ 500 \div 90 =$

عدد الساعات حسب التسعيرة الأولى هو : **16 ساعة و 40 دقيقة**

حساب عدد الساعات بالتسعيرة الثانية : $(1\ 500 - 300) \div 60 = 20$

عدد الساعات حسب التسعيرة الثانية هو : **20 ساعة**

2) التمثيل البياني :

ليكن $f(x)$ المبلغ المدفوع لـ x حصة بالتسعيرة الأولى
و $g(x)$ المبلغ المدفوع لـ x حصة بالتسعيرة الثانية فيكون :

$$f(x) = 90x$$

$$g(x) = 60x + 300$$

x	0	10
$f(x)$	0	900

x	0	10
$g(x)$	300	900

التفسير البياني :

التمثيلان البيانيان للدالتين $f(x)$ و $g(x)$ يتقاطعان في النقطة التي فاصلتها 10 وهذا يعني أن التسعيرتين متساويتين عند 10 ساعات بكلفة 900 DA
و عندما لا يفوق عدد الساعات 10، فالتسعيرة الأولى هي الأفضل
و إذا تجاوز عدد الساعات 10 فالتسعيرة الثانية هي الأفضل.

المسألة : (8 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط جوان 2013

لإقامة حفل زفاف قرّرت عائلة كراء سيارة فاخرة فأتصل الأب محمد بثلاث وكالات فقَدّموا له عروضاً حسب المعطيات الآتية:
فاستند الأب محمد بابنه سمير الذي يدرس في السنة الرابعة متوسط لمساعدته في اختيار العرض الأنسب والأقل تكلفة.

عرض الوكالة الأولى :

دفع مبلغ 4000 DA لليوم الواحد.

عرض الوكالة الثانية :

دفع مبلغ 3000 DA لليوم الواحد يضاف إليه ضمان غير مسترجع قدره 1000 DA .

عرض الوكالة الثالثة :

دفع مبلغ 16000 DA لمدة لا تتعدى أسبوعاً واحداً.

لو كنت في مكان الابن سمير ساعد الأب محمد في :

(1) اختيار العرض الأنسب والأقل تكلفة لكرّاء سيارة لمدة 7 أيام.

(2) عدد الأيام التي يستغل فيها الأب محمد السيارة.

أ- عبّر ، بدلالة x ، عن العرض الأول بالدالة $f(x)$ و عن العرض الثاني بالدالة $g(x)$ و عن العرض الثالث بالدالة $h(x)$.

ب- مثّل بيانياً في معلم متعامد ومتجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$ الدوال f, g, h .
(حيث كل 2cm من محور الفواصل يمثل يوماً واحداً و كل 1cm من محور الترتيب يمثل 2000 DA) .

(3) اعتماداً على البيان املأ الجدول الآتي :

العروض	الأيام	اليوم الأول	اليوم الرابع	اليوم الخامس
العرض 1				
العرض 2				
العرض 3				

(4) أ- حلّ المعادلات الآتية لإيجاد عدد الأيام المستغلة من طرف الأب محمد.

$$f(x) = g(x), f(x) = h(x), g(x) = h(x)$$

ب- ماذا يمثل حل كل معادلة ؟.

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (جوان 2013) :

(1) اختيار العرض المناسب لمدة أسبوع :

$$4\,000 \times 7 = 28\,000 \text{ DA} \text{ : عرض الوكالة الأولى}$$

$$3\,000 \times 7 + 1\,000 = 21\,000 + 1\,000 = 22\,000 \text{ DA} \text{ : عرض الوكالة الثانية}$$

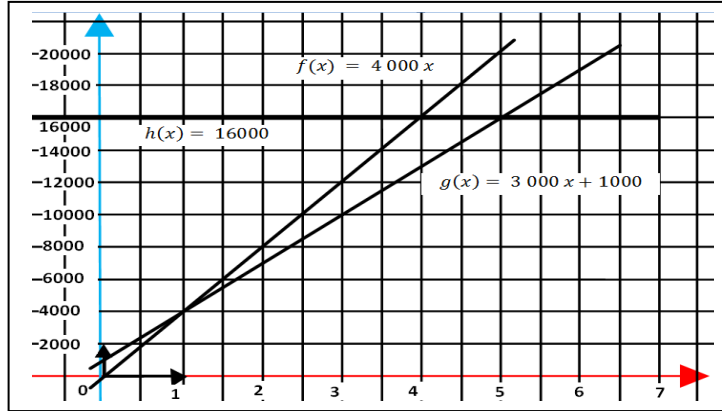
$$16\,000 \text{ DA} \text{ : عرض الوكالة الثالثة}$$

إذن العرض الأقل تكلفة لمدة أسبوع هو عرض الوكالة الثالثة.

(2) تعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ و $h(x)$ بدلالة :

$$h(x) = 16\,000, g(x) = 3\,000x + 1\,000, f(x) = 4\,000x$$

التمثيل البياني :



(3) ملء الجدول من البيان :

العروض	الأيام	اليوم الأول	اليوم الرابع	اليوم الخامس
عرض الوكالة 1		4 000	16 000	20 000
عرض الوكالة 2		4 000	13 000	16 000
عرض الوكالة 3		16 000	16 000	16 000

(4) حل المعادلات :

$$f(x) = g(x), 4000x = 3000x + 1000, 1000x = 1000, x = 1$$

$$f(x) = h(x) 4000x = 16000, x = 4$$

$$g(x) = h(x) 3000x + 1000 = 16000, 3000x = 15000, x = 5$$

- في اليوم الأول يتساوى العرض الأول مع العرض الثاني .

- في اليوم الرابع يتساوى العرض الأول مع العرض الثالث .

- في اليوم الخامس يتساوى العرض الثاني مع العرض الثالث .

المسألة الأولى : (حسب نموذج 2013):

يقترح موقع واب مختص في تحميل الأفلام و المسلسلات على زبائنه العروض الآتية:

العرض الأول :

دفع مبلغ 100 DA لتحميل 1 Go من المحتويات.

العرض الثاني:

دفع مبلغ 70 DA لتحميل 1 Go من المحتويات بإضافة إلى اشتراك شهري قدره 300 DA

العرض الثالث:

دفع مبلغ 1 350 DA على أن لا تتجاوز التحميلات 15 Go.

(1) اختر العرض الأنسب و الأقل تكلفة لتحميل 14 Go من المعطيات.

(2) عدد x Go التي يمكن تحميلها.

أ- عبّر ، بدلالة x ، عن العرض الأول بالدالة $f(x)$ و عن العرض الثاني بالدالة

$g(x)$ و عن العرض الثالث بالدالة $h(x)$.

ب- مثّل بيانيا في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ الدوال f, g, h .

(حيث كل 1cm من محور الفواصل يمثل 2 Go و كل 1cm من محور الترتيب يمثل

200 DA) .

(3) اعتمادا على البيان املأ الجدول الآتي :

العروض	Go	10 Go	13.5 Go	15 Go
العرض 1				
العرض 2				
العرض 3				

(4) أ- حلّ المعادلات الآتية لإيجاد x .

$g(x) = h(x)$, $f(x) = h(x)$, $f(x) = g(x)$.

ب- ماذا يمثل حل كل معادلة ؟.

المسألة الثانية : (حسب نموذج 2013):

يريد مستغل شاطئ كراء مظلات شمسية و يقترح على زبائنه العروض الآتية:

العرض الأول :

دفع مبلغ 150 DA لكراء المظلة لساعة واحدة.

العرض الثاني:

دفع مبلغ 100 DA للساعة الواحدة إضافة إلى ضمان غير مسترجع بمبلغ 200 DA

العرض الثالث:

دفع مبلغ 1500 DA على أن لا يتجاوز عدد الساعات 14.

(1) اختر العرض الأنسب و الأقل تكلفة لكراء مظلة لمدة 8 ساعات.

(2) عدد ساعات الكراء التي يمكن التحصل عليها.

أ- عبّر ، بدلالة x ، عن العرض الأول بالدالة $f(x)$ و عن العرض الثاني بالدالة

$g(x)$ و عن العرض الثالث بالدالة $h(x)$.

ب- مثّل بيانيا في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ الدوال f, g, h .

(حيث كل 1 cm من محور الفواصل يمثل 2 ساعتان و كل 1cm من محور الترتيب

يمثل 200 DA) .

(3) اعتمادا على البيان املأ الجدول الآتي :

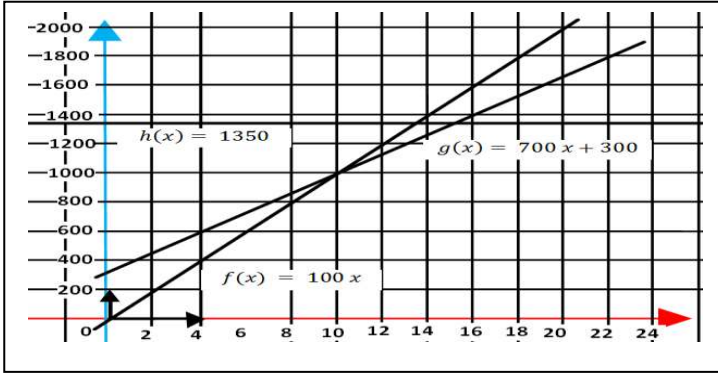
الساعات	4 ساعات	10 ساعات	13 ساعة
العروض			
العرض 1			
العرض 2			
العرض 3			

(4) أ- حلّ المعادلات الآتية لإيجاد x .

$g(x) = h(x)$, $f(x) = h(x)$, $f(x) = g(x)$.

ب- ماذا يمثل حل كل معادلة ؟.

(2) التمثيل البياني :



(4) حل المعادلات :

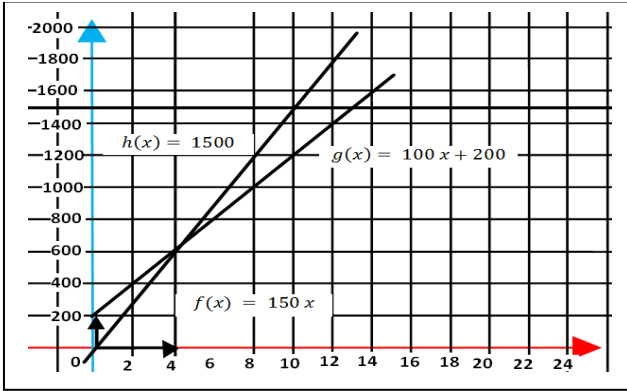
$$\begin{aligned} f(x) &= g(x), \\ 100x &= 70x + 300 \\ 30x &= 300, \\ x &= 10 \\ f(x) &= h(x) \\ 100x &= 1350 \\ x &= 13.5 \\ g(x) &= h(x) \\ 70x + 300 &= 1350 \\ 70x &= 1050 \\ x &= 15 \end{aligned}$$

(3) ملء الجدول من البيان :

15 Go	13.5 Go	10 Go	Go	العروض
1 500	1 350	1 000		العرض 1
1 350	1 245	1 000		العرض 2
1 350	1 350	1 350		العرض 3

- عندما يساوي عدد الجيجات 10 فإن العرض الأول يساوي العرض الثاني بكلفة 1 000 DA.
- عندما يساوي عدد الجيجات 13.5 فإن العرض الأول يساوي العرض الثالث بكلفة 1 350 DA.
- عندما يساوي عدد الجيجات 15 فإن العرض الثاني يساوي العرض الثالث بكلفة 1 350 DA.

(2) التمثيل البياني :



(4) حل المعادلات :

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x), \\ 150x &= 100x + 200 \\ 50x &= 200 \\ x &= 4 \\ f(x) &= h(x) \\ 150x &= 1500 \\ x &= 10 \\ g(x) &= h(x) \\ 100x + 200 &= 1500 \\ 100x &= 1300 \\ x &= 13 \end{aligned}$$

(3) ملء الجدول من البيان :

13 ساعة	10 ساعات	4 ساعات	الساعات	العروض
1 950 DA	1 500 DA	600 DA		العرض 1
1 500 DA	1 200 DA	600 DA		العرض 2
1 500 DA	1 500 DA	1 500 DA		العرض 3

- عندما يساوي عدد الساعات 4 فإن العرض الأول يساوي العرض الثاني بكلفة 600 DA.
- عندما يساوي عدد الساعات 10 فإن العرض الأول يساوي العرض الثالث بكلفة 1 500 DA.
- عندما يساوي عدد الساعات 13 فإن العرض الثاني يساوي العرض الثالث بكلفة 1 500 DA.

حل المسألة الأولى : (نموذج 2013)
(1) اختيار العرض المناسب لتحميل 14 Go من المعطيات :

- العرض الأول : $100 \times 14 = 1\,400$ DA
 - العرض الثاني : $70 \times 14 + 300 = 980 + 300 = 1\,280$ DA
 - العرض الثالث : 1 350 DA
- إذن العرض الأقل تكلفة لمدة أسبوع هو عرض الوكالة الثالثة.

(2) تعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ و $h(x)$ بدلالة :

$$\begin{aligned} f(x) &= 100x \\ g(x) &= 70x + 300 \\ h(x) &= 1350 \end{aligned}$$

المسألة : (8 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط جوان 2007

تقترح شركة لسيارات الأجرة التسعيرتين التاليتين :

- التسعيرة الأولى : 15 DA للكيلومتر الواحد لغير المنخرطين.
- التسعيرة الثانية : 12 DA للكيلومتر الواحد مع مشاركة شهرية قدرها 900 DA.

1 - انقل الجدول على ورقة الإجابة ثم أكمله :

المسافة (km)	60		
التسعيرة الأولى (DA)		5100	
التسعيرة الثانية (DA)	3060		

2- ليكن : x هو عدد الكيلومترات للمسافات المقطوعة.

y_1 هو المبلغ حسب التسعيرة الأولى.

y_2 هو المبلغ حسب التسعيرة الثانية.

أ- عبّر عن y_1 و y_2 بدلالة x .

ب- حل المتراجحة : $15x > 12x + 900$

3- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

أ- مثل بيانيا الدالتين f, g حيث :

$$f(x) = 15x$$

$$g(x) = 12x + 900$$

(1 cm على محور الفواصل يمثل 50 km ، 1 cm على محور الترتيب يمثل 500 DA)

ب- استعمل التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة مع الشرح.

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط :

(1) ملء الجدول :

المسافة (km)	60	180	340
التسعيرة الأولى (DA)	900	2700	5100
التسعيرة الثانية (DA)	1620	3060	4980

(2) أ) : التعبير عن y_1 و عن y_2 بدلالة x :

أ) من أجل x مسافة مقطوعة فإن المبلغ حسب التسعيرة الأولى هو $15x$ و بالتالي : $y_1 = 15x$

من أجل x مسافة مقطوعة فإن المبلغ حسب التسعيرة الثانية هو $12x + 900$

و بالتالي : $y_2 = 12x + 900$

ب) حل المتراجحة $15x < 12x + 900$:

$15x > 12x + 900$ معناه : $15x - 12x > 12x + 900 - 12x$ و منه : $3x > 900$ و منه $300x >$

إذن حلول المتراجحة هي كل القيم الأكبر من 300

3-

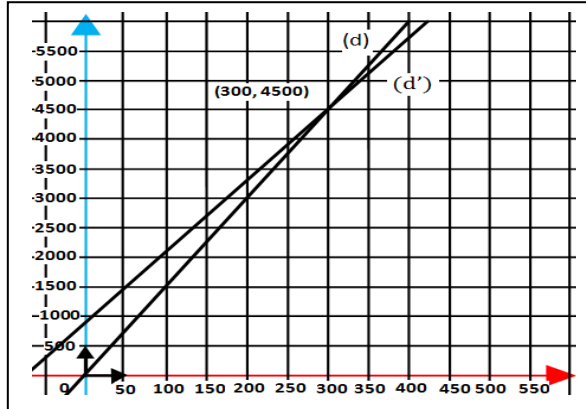
أ) التمثيل البياني :

الدالة f هي دالة خطية و منه تمثيلها البياني عبارة عن المستقيم (d) الذي يمر بالمبدأ 0 و يمر

أيضا من النقطة A (60, 900)

الدالة g هي دالة تألفية تمثيلها البياني هو المستقيم (d') الذي يمر بالنقطتين B (60, 1620) و

C (180, 3060)



ب) تحديد أفضل تسعيرة من خلال التمثيل البياني :

من خلال التمثيل البياني نجد أن فاصلة نقطة تقاطع المستقيمين (d) و (d') هي 300

من أجل مسافة أقل من 300 km يكون المستقيم (d') فوق المستقيم (d) و منه التسعيرة الأولى هي الأفضل.

من أجل مسافة أكبر من 300 km يكون المستقيم (d) فوق المستقيم (d') و منه التسعيرة الثانية هي الأفضل.

من أجل المسافة 300 km نجد أن التسعيرة الأولى هي نفسها التسعيرة الثانية.

المسألة الأولى : (حسب نموذج 2007)

تقترح شركة تنظيف التسعيرتين التاليتين :

- التسعيرة الأولى : 50 DA للمتر المربع الواحد لغير المنخرطين.
- التسعيرة الثانية : 30 DA للمتر المربع الواحد مع مشاركة شهرية قدرها 600 DA.

1 - انقل الجدول على ورقة الإجابة ثم أكمله :

المساحة (m ²)	20	40
التسعيرة الأولى (DA)		
التسعيرة الثانية (DA)	900	

2- ليكن x هو عدد الأمتار المربعة المنظفة.

y_1 هو المبلغ حسب التسعيرة الأولى.
 y_2 هو المبلغ حسب التسعيرة الثانية.

أ- عبّر عن y_1 و y_2 بدلالة x .

ب- حل المتراجحة : $50x > 30x + 600$

3- في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

أ- مثل بيانيا الدالتين f, g حيث : $f(x) = 50x$
 $g(x) = 30x + 600$

(0.5 cm على محور الفواصل يمثل $5 m^2$ ، 0.5 cm على محور التراتيب يمثل 300 DA)

ب- استعمل التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة مع الشرح.

المسألة الثانية : (حسب نموذج 2007)

يقترح محل كراء الكراسي التسعيرتين التاليتين :

- التسعيرة الأولى : 100 DA للكرسي الواحد لغير المنخرطين.
- التسعيرة الثانية : 70 DA للكرسي الواحد مع مشاركة شهرية قدرها 2 100 DA.

1 - انقل الجدول على ورقة الإجابة ثم أكمله :

عدد الكراسي	10	
التسعيرة الأولى (DA)	2 000	
التسعيرة الثانية (DA)		4 900

2- ليكن x هو عدد الكراسي المؤجرة.

y_1 هو المبلغ حسب التسعيرة الأولى.
 y_2 هو المبلغ حسب التسعيرة الثانية.

أ- عبّر عن y_1 و y_2 بدلالة x .

ب- حل المتراجحة : $100x > 70x + 2 100$

3- في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

أ- مثل بيانيا الدالتين f, g حيث : $f(x) = 100x$
 $g(x) = 70x + 2 100$

(1 cm على محور الفواصل يمثل 10 كراسي ، 1 cm على محور التراتيب يمثل 1 000 DA)

ب- استعمل التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة مع الشرح.

حل المسألة الأولى : (نموذج 2007)

(1) ملء الجدول :

المساحة (m ²)	10	20	40
التسعيرة الأولى (DA)	500	1 000	2 000
التسعيرة الثانية (DA)	900	1 200	1 800

(2) أ : التعبير عن v_1 و عن v_2 بدلالة x :

حسب التسعيرة الأولى : $v_1 = 50x$

حسب التسعيرة الثانية : $v_2 = 30x + 600$

ب) حل المتراجحة $50x < 30x + 600$:

$$50x > 30x + 600$$

$$50x - 30x > 600$$

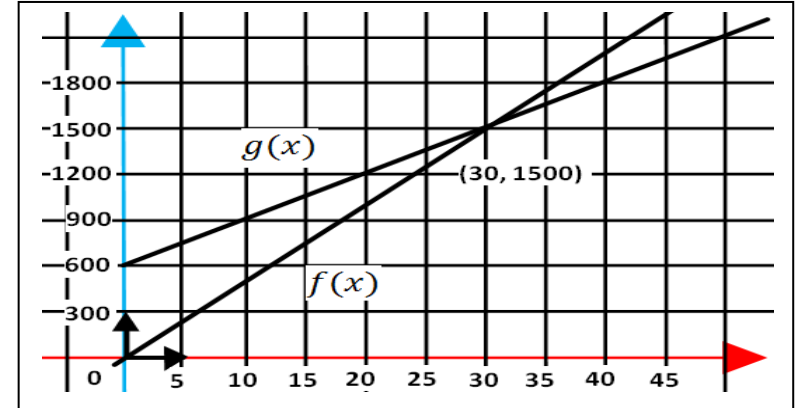
$$20x > 600$$

$$x > 30$$

إذن حلول المتراجحة هي كل القيم الأكبر من 30

3- أ) التمثيل البياني :

x	5	10	15
$f(x)$	250	500	750
$g(x)$	750	900	1 050



ب) استعمال التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة :

التمثيلان البيانيان للدالتين $f(x)$ و $g(x)$ يتقاطعان في النقطة التي فاصلتها 30 و هذا يعني أن التسعيرتين متساويتين عند 30 متر مربع بكلفة 1 500 DA و عندما لا يفوق عدد الأمتار المربعة 30، فالتسعيرة الأولى هي الأفضل و إذا تجاوز عدد الأمتار المربعة 30 متر مربع فالتسعيرة الثانية هي الأفضل.

حل المسألة الثانية : (نموذج 2007)

(1) ملء الجدول :

عدد الكراسي	10	20	40
التسعيرة الأولى (DA)	1 000	2 000	4 000
التسعيرة الثانية (DA)	2 800	3 500	4 900

(2) أ : التعبير عن v_1 و عن v_2 بدلالة x :

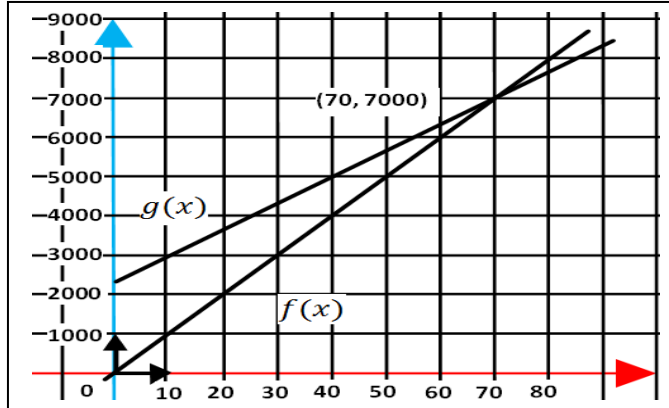
حسب التسعيرة الأولى : $v_1 = 100x$

حسب التسعيرة الثانية : $v_2 = 70x + 2 100$

ب) حل المتراجحة $100x < 70x + 2 100$:

3- أ) التمثيل البياني :

x	10	30	70
$f(x)$	1 000	3 000	7 000
$g(x)$	2 800	4 200	7 000



ب) استعمال التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة :

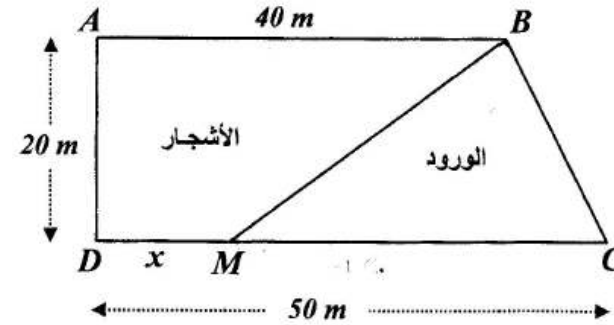
التمثيلان البيانيان للدالتين $f(x)$ و $g(x)$ يتقاطعان في النقطة التي فاصلتها 70 و هذا يعني أن التسعيرتين متساويتين عند 70 كرسي بكلفة 7 000 DA و عندما لا يفوق عدد الكراسي 70، فالتسعيرة الأولى هي الأفضل و إذا تجاوز عدد الكراسي 70 كرسي فالتسعيرة الثانية هي الأفضل.

المسألة : (8 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2015)

(I) لِعَمِّي أحمد قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها 1000 m^2 ، عرضها خمسي $\left(\frac{2}{5}\right)$ طولها.

- أوجد بُعْدَي هذه القطعة.

(II) تنازل عَمِّي أحمد لأخيه عن جزء من هذه القطعة مساحته 100 m^2 و خصّص الجزء الباقي منها لاستغلاله مشتلة للورود و الأشجار . لهذا الغرض قسّم هذا الجزء عشوائيًا إلى قطعتين كما هو موضح في الشكل:



نضع $DM = x$ (M نقطة من [DC] مع $0 \leq x \leq 50$)
لتكن $f(x)$ مساحة المثلث BCM و $g(x)$ مساحة القطعة ABMD.

(1) أ- عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .
ب- ساعد عَمِّي أحمد لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة.

(2) أ- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$
- مثّل بيانيا الدالتين : $f(x) = 500 - 10x$ ، $g(x) = 10x + 400$
نأخذ : 1 cm على محور الفواصل يمثّل 2 m
1 cm على محور الترتيب يمثّل 50 m^2

ب- فسّر بيانيًا مساعدتك السابقة لِعَمِّي أحمد ، مع تحديد قيمة المساحة في هذه الحالة.

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (2015) :

إيجاد بعدي القطعة :

$$\begin{cases} y = \frac{2}{5}x \dots\dots(1) \\ x \times y = 1000 \dots\dots(2) \end{cases}$$

بفرض طول القطعة هو x ... لدينا :
و عرضها هو y .

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (2) و نحصل على : $x \times \frac{2}{5}x = 1000$

أي : $\frac{2}{5}x^2 = 1000$ و منه : $x^2 = 5000$ أي : $2x^2 = 2500x$ أي : $x = \sqrt{2500}$

ومنه $x = 50$ أي الطول هو 50m باستعمال قاعدة حساب مساحة المستطيل و بما أن المساحة

تعاادل 1000 m و الطول يعادل 50m فإن عرض المستطيل هو 20m

(أ) التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x :

لدينا مساحة المثلث هي : $\frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2}$ القاعدة هي : $x - 50$ أي : $\frac{20 \times (50 - x)}{2}$

$f(x) = 500 - 10x$ و منه مساحة المثلث هي : $500 - 10x$ أي : $f(x) = 500 - 10x$

و مساحة الشبه منحرف هي : $\frac{\text{القاعدة الصغرى} + \text{القاعدة الكبرى}}{2} \times \text{الارتفاع}$ أي : $\frac{20 \times (x + 40)}{2}$

أي : $10 \times (x + 40)$ أي : $10x + 400$ و منه : $g(x) = 10x + 400$

(ب) مساعدة عمي أحمد لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة :

لقطعتي الأرض نفس المساحة تعني : $f(x) = g(x)$ أي : $500 - 10x = 400 + 10x$

و منه : $500 - 400 = 10x + 10x$ أي : $100 = 20x$ و منه : $x = 5$

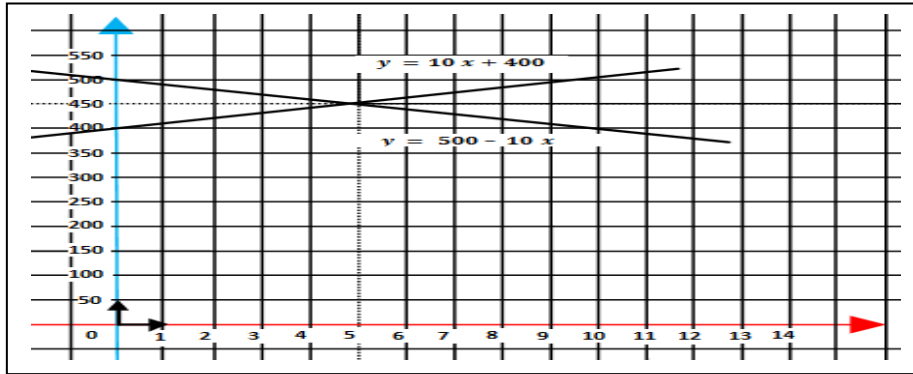
و بالتالي حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة يجب أن يكون : $DM = 5$

2- (أ) لتمثيل الدالتين : $f(x) = 500 - 10x$ ، $g(x) = 10x + 400$ بيانيا:

x	0	10
$g(x)$	400	500

x	0	10
$f(x)$	500	400

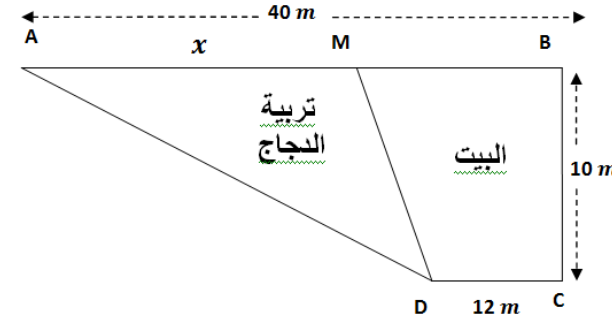
التمثيل البياني :



(ب) **التفسير البياني :** يكون لقطعتي الأرض نفس المساحة من أجل فاصلة نقطة تقاطع المنحنيين و هي 450 m^2 و تبلغ قيمة القطعة DM في هذه الحالة $DM = 5 \text{ m}$

المسألة الأولى: (حسب نموذج 2015):

(I) لأمين قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها 360 m^2 ، طولها يساوي مرتين و نصف 2.5 عرضها
- أوجد بُعْدَي هذه القطعة.
(II) باع صاحب الأرض جزء من هذه القطعة مساحته 100 m^2 و خصّص الجزء الباقي منها لاستغلاله لتربية الدجاج و لبناء منزل . لهذا الغرض قسّم هذا الجزء عشوائيا إلى قطعتين كما هو موضّح في الشكل:



نضع $AM = x$ (M نقطة من [AB] مع $0 \leq x \leq 40$)
لتكن $f(x)$ مساحة المثلث AMD و $g(x)$ مساحة القطعة MBCD.

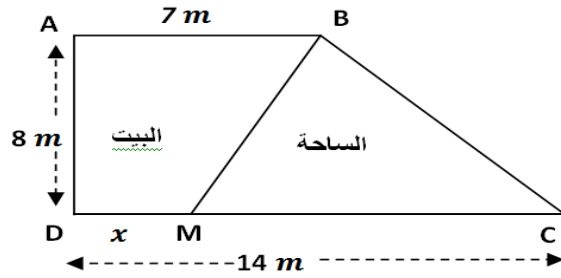
(1) أ- عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .
ب- ساعد أمين لإيجاد الطول AM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة.

(2) أ- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$
- مثّل بيانيا الدالتين : $f(x) = 5x$ ، $g(x) = -5x + 260$
نأخذ : 1 cm على محور الفواصل يمثّل 2 m
1 cm على محور الترتيب يمثّل 20 m^2

ب- فسّر بيانيا مساعدتك السابقة لأمين ، مع تحديد قيمة المساحة في هذه الحالة.

المسألة الثانية: (حسب نموذج 2015):

(I) لمينة قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها 147 m^2 ، طولها ثلاثة أضعاف 3 عرضها .
- أوجد بُعْدَي هذه القطعة.
(II) باعت صاحبة الأرض جزء من هذه القطعة مساحته 63 m^2 و خصّصت الجزء الباقي منها لاستغلاله لبناء بيت و لاستعماله كساحة. لهذا الغرض قسّمت هذا الجزء عشوائيا إلى قطعتين كما هو موضّح في الشكل:



نضع $DM = x$ (M نقطة من [DC] مع $0 \leq x \leq 14$)
لتكن $f(x)$ مساحة المثلث BCM و $g(x)$ مساحة القطعة ABMD.

(1) أ- عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .
ب- ساعد مينة لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة.

(2) أ- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$
- مثّل بيانيا الدالتين : $f(x) = -4x + 56$ ، $g(x) = 4x + 28$
نأخذ : 1 cm على محور الفواصل يمثّل 1 m
1 cm على محور الترتيب يمثّل 10 m^2

ب- فسّر بيانيا مساعدتك السابقة لمينة ، مع تحديد قيمة المساحة في هذه الحالة.

حل المسألة الأولى :

إيجاد بعدي القطعة :

بفرض عرض القطعة هو x لدينا :
 $y = 2.5 \times x$ (1)
 $x \times y = 360$... (2) و طولها هو y .

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (2) و نحصل على :
 $x \times 2.5 = 360$ أي : $x^2 = 360$ أي : $x = \sqrt{144}$ أي : $x = 12$ m
 ومنه $x = 12$ أي العرض هو 12 m

بما أن الطول هو 2.5 العرض فإن $y = 2.5 \times 12$ أي $y = 30$ m
 ومنه : $y = 30$ m
 أ) التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x :

لدينا مساحة المثلث هي : $\frac{(القاعدة \times الارتفاع)}{2}$ القاعدة هي : x أي : $\frac{10 \times x}{2}$

$5 \times x$ و منه مساحة المثلث هي : $5x$ أي : $f(x) = 5x$

و مساحة الشبه منحرف هي : $\frac{(القاعدة الصغرى + القاعدة الكبرى) \times الارتفاع}{2}$ أي : $\frac{[12 + (40 - x)] \times 10}{2}$

أي : $(52 - x) \times 5$ أي : $260 - 5x$ و منه : $g(x) = 260 - 5x$

ب) مساعدة أمين لإيجاد الطول AM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة :

لقطعتي الأرض نفس المساحة تعني : $f(x) = f(g)$ أي : $5x = 260 - 5x$
 و منه : $10x = 260$ أي $x = 26$

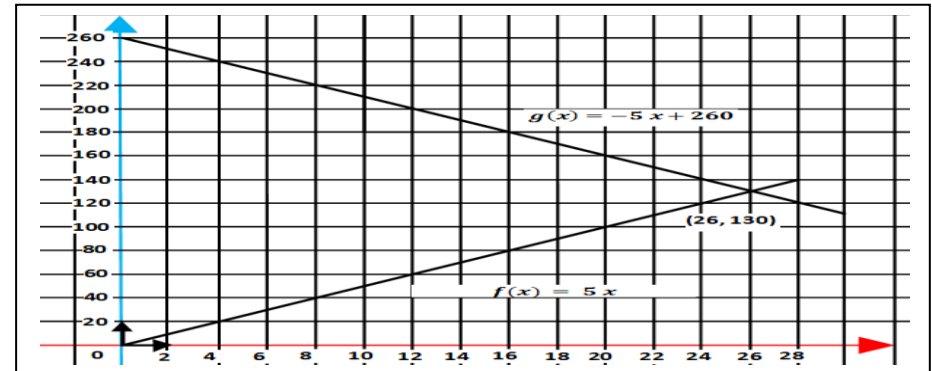
و بالتالي حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة يجب أن يكون : $AM = 26$

2-أ) لتمثيل الدالتين : $f(x) = 5x$, $g(x) = 260 - 5x$ بيانياً :

التمثيل البياني :

x	0	10
$g(x)$	260	210

x	0	10
$f(x)$	0	50



ب) التفسير البياني : يتقاطع المنحنيين عند النقطة التي فاصلتها 26 و ترتبيتها 130 أي تتساوى مساحتي القطعتين عند 130 m^2 عندما يكون طول القطعة AM 26 متر

حل المسألة الثانية :

إيجاد بعدي القطعة :

بفرض عرض القطعة هو x لدينا :
 $y = 3 \times x$ (1)
 $x \times y = 147$... (2) و طولها هو y .

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (2) و نحصل على :
 $x \times 3 = 147$ أي : $3x = 147$ أي : $x = \sqrt{49}$ أي : $x = 7$ m
 ومنه $x = 7$ أي العرض هو 7 m

بما أن الطول هو 3 مرات العرض أي : $y = 3 \times 7$ أي $y = 21$ m
 ومنه : $y = 21$ m
 أ) التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x :

لدينا مساحة المثلث هي : $\frac{(القاعدة \times الارتفاع)}{2}$ القاعدة هي : x أي : $\frac{(14 - x) \times 8}{2}$

$4 \times (14 - x)$ و منه مساحة المثلث هي : $56 - 4x$ أي : $f(x) = -4x + 56$

و مساحة الشبه منحرف هي : $\frac{(القاعدة الصغرى + القاعدة الكبرى) \times الارتفاع}{2}$ أي : $\frac{(x + 7) \times 8}{2}$

أي : $4 \times (x + 7)$ أي : $4x + 28$ و منه : $g(x) = 4x + 28$

ب) مساعدة مينة لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة :

لقطعتي الأرض نفس المساحة تعني : $f(x) = f(g)$ أي : $-4x + 56 = 4x + 28$
 و منه : $-8x = -28$ أي $x = 3.5$

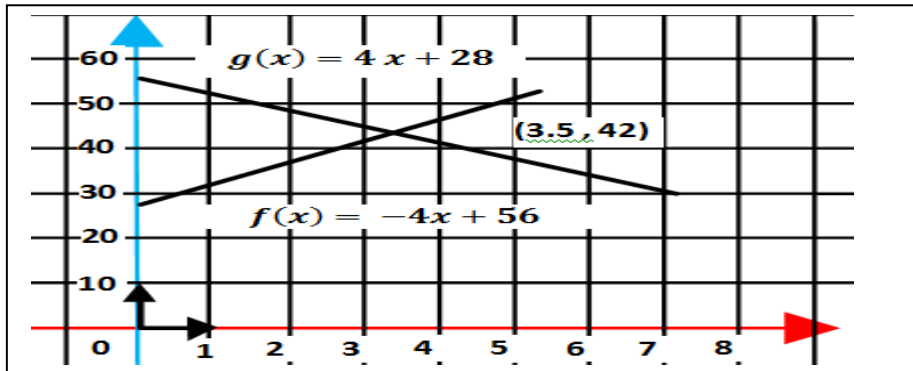
و بالتالي حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة يجب أن يكون : $DM = 3.5$ m

2-أ) لتمثيل الدالتين : $f(x) = -4x + 56$, $g(x) = 4x + 28$ بيانياً :

التمثيل البياني :

x	0	10
$g(x)$	28	68

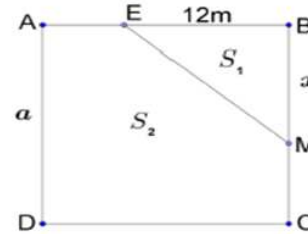
x	0	10
$f(x)$	56	16



ب) التفسير البياني : يتقاطع المنحنيين عند النقطة التي فاصلتها 3.5 و ترتبيتها 42 أي تتساوى مساحتي القطعتين عند 42 m^2 عندما يكون طول القطعة DM 3.5 متر

المسألة : (8 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2017)

ABCD قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها 324 m^2 ملك للأخوين أحمد و فاطمة و مجزأة حسب المخطط المقابل.



الجزء الأول :

(1) احسب a طول ضلع هذه القطعة.

(2) نقطة متحركة على الضلع $[BC]$

حيث : $BM = x$

E نقطة من $[BA]$ حيث : $EB = 12 \text{ m}$

الجزء EBM تملكه فاطمة و الجزء AEMCD يملكه أحمد.

(أ) ليكن S_1 مساحة الجزء EBM و S_2 مساحة الجزء AEMCD

-اكتب بدلالة x كلا من المساحتين S_1 و S_2

(ب) ساعد الأخوين على تحديد موضع النقطة M بحيث تكون مساحة قطعة أحمد ضعف مساحة قطعة فاطمة.

الجزء الثاني :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$

(1) مثل بيانيا الدالتين f و g حيث :

$$f(x) = 12x, g(x) = -6x + 324$$

(نأخذ : 1 cm على محور الفواصل يمثل 2 m و 1 cm على محور الترتيب يمثل 36 m^2)

(2) بقراءة بيانية فسر مساعدتك السابقة للأخوين حول تحديد موضع النقطة M مع إيجاد مساحة كل من القطعتين.

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (2017) :

الجزء الأول :

(1) حساب a طول ضلع القطعة

بما أن مساحة المربع ABCD هي : $S = a^2$ و عليه $a^2 = 324$ و بالتالي $a = \sqrt{324}$ ، أي $a = 18$ ، أي

طول ضلع القطعة هو 18 m

(2) كتابة المساحتين S_1 و S_2 بدلالة x :

لدينا $S_1 = \frac{12 \times BM}{2}$ أي : $S_1 = \frac{12 \times x}{2}$ و بالتالي : $S_1 = 6x$ (S_1 مقدرة بـ : m^2)

و لدينا $S_2 = 324 - S_1$ و منه $S_2 = 324 - 6x$ (S_2 مقدرة بـ : m^2)

(ب) تحديد موضع M بحيث تكون مساحة قطعة أحمد ضعف مساحة قطعة فاطمة

لدينا $S_2 = 2S_1$ و منه $324 - 6x = 2 \times 6x$ و عليه $324 + 6x = 12x$

أي : $18x = 324$ إذن $18x = 324$ (الوحدة هي m) و بالتالي النقطة M تنطبق على النقطة C .

الجزء الثاني :

(1) التمثيل البياني للدالة الخطية f هو المستقيم الذي يشمل النقطتين :

مبدأ المعلم $O(0;0)$ و النقطة $K(12;144)$

التمثيل البياني للدالة التآلفية g هو المستقيم الذي يشمل النقطتين

$E(0;324)$ و $F(15;234)$

(ملاحظة : تقبل أي نقطتين من التمثيل البياني لكل من الدالتين)

(2) التفسير البياني و إيجاد المساحتين :

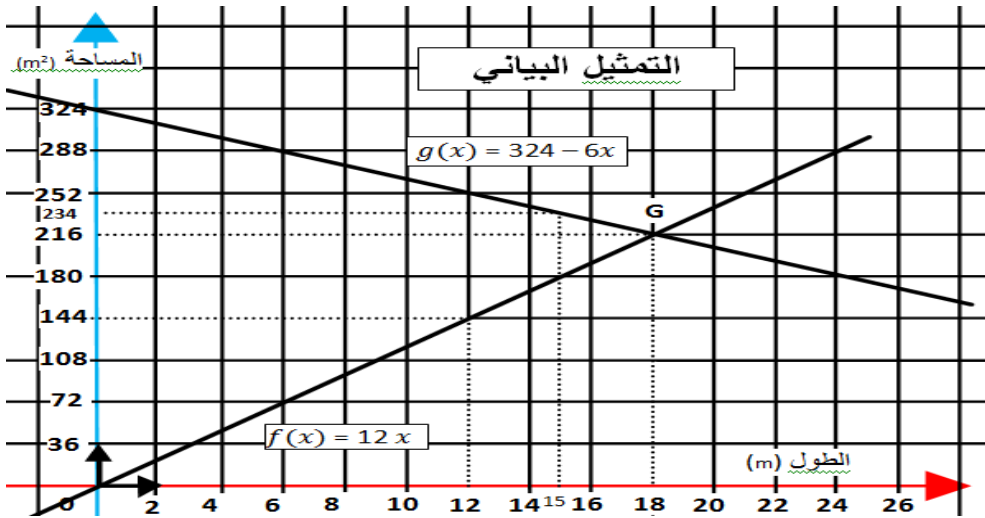
التمثيلان البيانيان للدالتين f و g يتقاطعان في النقطة $G(18;216)$

لدينا : $f(x) = 12x$ و $g(x) = 324 - 6x$ و من أجل $x = 18$ فإن

$$f(x) = g(x) \text{ أي } 12x = 324 - 6x \text{ و من التمثيل البياني فإن } 216 = 12g(18)$$

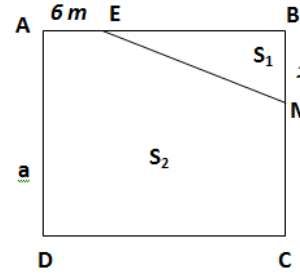
أي $S_2 = 216 \text{ m}^2$ و $2S_1 = 216 \text{ m}^2$ و منه $S_1 = 108 \text{ m}^2$

إذن : مساحة القطعة التي يملكها أحمد هي 216 m^2 و مساحة القطعة التي تملكها أخته فاطمة هي 108 m^2



المسألة الأولى: (حسب نموذج 2017):

$ABCD$ قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها 1296 m^2 ملك للأخوين نزيه و الياس و مجزأة حسب المخطط المقابل.



الجزء الأول:

(1) احسب a طول ضلع هذه القطعة.

(2) M نقطة متحركة على الضلع $[BC]$

حيث: $MC = x$

E نقطة من $[AB]$ حيث: $AE = 6 \text{ m}$

الجزء EBM يملكه الياس و الجزء $AEMCD$ يملكه نزيه.

(أ) ليكن S_1 مساحة الجزء EBM و S_2 مساحة الجزء $AEMCD$

-اكتب بدلالة x كلا من المساحتين S_1 و S_2

(ب) ساعد الأخوين على تحديد موضع النقطة M بحيث تكون مساحة قطعة نزيه 8 أضعاف مساحة قطعة الياس.

الجزء الثاني:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{I}, \vec{J})$

(1) مثل بيانيا الدالتين f و g حيث:

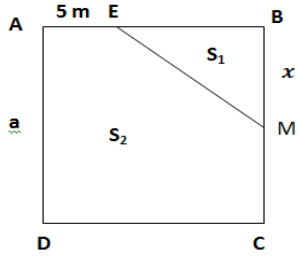
$$f(x) = 120xg(x) = -15x + 1296$$

(نأخذ: 1 cm على محور الفواصل يمثل 5 m و 1 cm على محور الترتيب يمثل 100 m^2)

(2) بقراءة بيانية فسر مساعدتك السابقة للأخوين حول تحديد موضع النقطة M مع إيجاد مساحة كل من القطعتين.

المسألة الثانية: (حسب نموذج 2017):

$ABCD$ قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها 225 m^2 ملك للأخوين ريمة و أمين و مجزأة حسب المخطط المقابل.



الجزء الأول:

(1) احسب a طول ضلع هذه القطعة.

(2) M نقطة متحركة على الضلع $[BC]$

حيث: $MB = x$

E نقطة من $[AB]$ حيث: $AE = 5 \text{ m}$

الجزء EBM تملكه ريمة و الجزء $AEMCD$ يملكه أمين.

(أ) ليكن S_1 مساحة الجزء EBM و S_2 مساحة الجزء $AEMCD$

-اكتب بدلالة x كلا من المساحتين S_1 و S_2

(ب) ساعد الأخوين على تحديد موضع النقطة M بحيث تكون مساحة قطعة أمين 5 أضعاف مساحة قطعة ريمة.

الجزء الثاني:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{I}, \vec{J})$

(1) مثل بيانيا الدالتين f و g حيث:

$$f(x) = 25xg(x) = -5x + 225$$

(نأخذ: 1 cm على محور الفواصل يمثل 5 m و 1 cm على محور الترتيب يمثل 20 m^2)

(2) بقراءة بيانية فسر مساعدتك السابقة للأخوين حول تحديد موضع النقطة M مع إيجاد مساحة كل من القطعتين.

حل المسألة الأولى : (نموذج 2017)

(1) حساب a طول ضلع القطعة

بما أن مساحة المربع ABCD هي : $S = a^2$ و عليه $a^2 = 1296$ و بالتالي $a = \sqrt{1296}$ ، طول ضلع القطعة هو **36 m**

(2) كتابة المساحتين S_1 و S_2 بدلالة x :

لدينا $S_1 = \frac{x(39-9)}{2}$ أي : $S_1 = \frac{x \times 30}{2}$ و بالتالي : $S_1 = 15x$ (S_1 مقدرة بـ : m^2)

و لدينا $S_2 = 1296 - S_1$ و منه $S_2 = 1296 - 15x$ (S_2 مقدرة بـ : m^2)

(ب) تحديد موضع M بحيث تكون مساحة قطعة نزيه 8 أضعاف مساحة الياس.

لدينا $S_2 = 8S_1$ و منه $1296 - 15x = 8 \times 15x$ و عليه $1296 - 15x = 120x$

أي : $-1296 = -135x$ إذن $9.6x = 1296$ (الوحدة هي m) .

التمثيل البياني:

x	0	10
$g(x)$	1296	1146

التفسير البياني حول إيجاد المساحة :

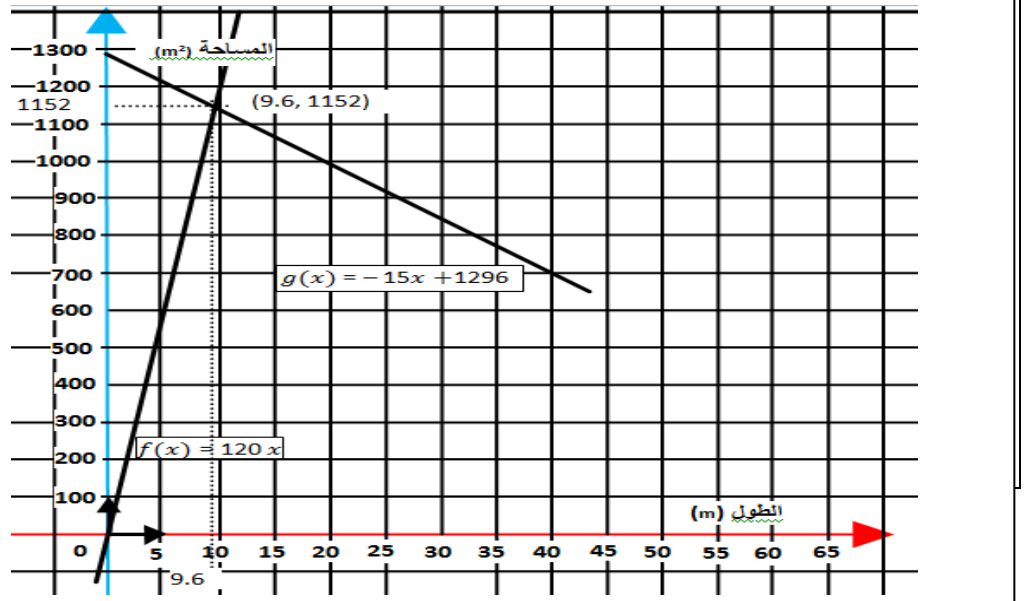
التمثيلان البيانيان للدالتين f و g يتقاطعان في النقطة (9.6 ; 1152) أي أن مساحتي القطعتين متساويتين عندما $m = 9.6x$ بمساحة $1152 m^2$ لكل قطعة أرض.

لدينا : $S_1 = 8$ و $f(x) = 8$ و $g(x) = S_2$ و من أجل $x = 9.6$ فإن

$f(x) = g(x)$ أي $8S_1 = S_2$ و من التمثيل البياني فإن $g(9.6) = 1152$

أي $S_2 = 1152 m^2$ و $8S_1 = 1152 m^2$ و منه $S_1 = 144 m^2$

إذن : مساحة القطعة التي يملكها نزيه هي $1152 m^2$ و مساحة القطعة التي يملكها أخوه الياس هي $144 m^2$



حل المسألة الثانية : (نموذج 2017)

(1) حساب a طول ضلع القطعة

بما أن مساحة المربع ABCD هي : $S = a^2$ و عليه $a^2 = 225$ و بالتالي $a = \sqrt{225}$ ، طول ضلع القطعة هو **15 m**

(2) كتابة المساحتين S_1 و S_2 بدلالة x :

لدينا $S_1 = \frac{x(15-5)}{2}$ أي : $S_1 = \frac{x \times 10}{2}$ و بالتالي : $S_1 = 5x$ (S_1 مقدرة بـ : m^2)

و لدينا $S_2 = 225 - S_1$ و منه $S_2 = 225 - 5x$ (S_2 مقدرة بـ : m^2)

(ب) تحديد موضع M بحيث تكون مساحة قطعة أمين 5 أضعاف مساحة ريمة.

لدينا $S_2 = 5S_1$ و منه $225 - 5x = 5 \times 5x$ و عليه $225 - 5x = 25x$

أي : $-225 = -30x$ إذن $7.5x = 225$ (الوحدة هي m) .

التمثيل البياني:

x	0	10
$g(x)$	225	175

التفسير البياني حول إيجاد المساحة :

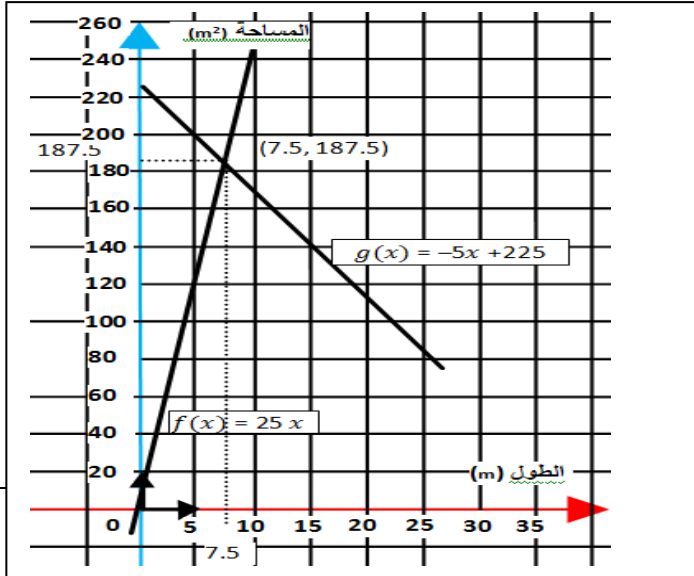
التمثيلان البيانيان للدالتين f و g يتقاطعان في النقطة (7.5 ; 187.5) أي أن مساحتي القطعتين متساويتين عندما $m = 7.5x$ بمساحة $187.5 m^2$ لكل قطعة أرض.

لدينا : $S_1 = 5$ و $f(x) = 5$ و $g(x) = S_2$ و من أجل $x = 7.5$ فإن

$f(x) = g(x)$ أي $5S_1 = S_2$ و من التمثيل البياني فإن $g(7.5) = 187.5$

أي $S_2 = 187.5 m^2$ و $5S_1 = 187.5 m^2$ و منه $S_1 = 37.5 m^2$

إذن : مساحة القطعة التي يملكها أمين هي $187.5 m^2$ و مساحة القطعة التي تملكها أخته ريمة هي $37.5 m^2$



المسألة : (8 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2009)

تم بناء خزان للماء على شكل أسطوانة دورانية نصف قطر قاعدتها 5 m و ارتفاعها 4 m لتزويد مسبح على شكل متوازي مستطيلات بعدا قاعدته 20m و 6m و ارتفاعه 2m .

1- أحسب سعة كل من الخزان و المسبح (نأخذ $\pi = 3,14$)

2- إذا علمت أنّ الخزان مملوء تماما و المسبح فارغ تماما و تدفق الماء في المسبح هو $(12\text{m}^3/\text{h})$ أي 12m^3 في الساعة ، أحسب كمية الماء المتدفقة في المسبح و كمية الماء المتبقية في الخزان بعد مرور ثلاث ساعات.

3- نفرض أنّ الخزان مملوء (سعته 314m^3) و المسبح فارغ . نسمي $f(x)$ كمية الماء المتبقية في الخزان و $g(x)$ كمية الماء المتدفقة في المسبح بالمتر المكعب بعد مرور x ساعة.

- أوجد العبارة $g(x)$ ثم استنتج العبارة $f(x)$ بدلالة x .

4- نعتبر الدالتين f و g حيث :

$$f(x) = 314 - 12x$$

$$g(x) = 12x$$

أ- أرسم التمثيل البياني لكل من الدالتين f و g في المعلم متعامد و متجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$ (يؤخذ : 1cm يمثل 4h على محور الفواصل و 1cm يمثل 50m^3 على محور الترتيب)

ب- أوجد الوقت المستغرق لملء المسبح .

ج- حل المعادلة : $f(x) = g(x)$

- ماذا يمثل حل هذه المعادلة ؟

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (2009) :

1- سعة الخزان : $V_1 = 3.14 \times 5^2 \times 4$ $V_1 = 314 \text{ m}^3$

سعة المسبح : $V_2 = 20 \times 6 \times 2$ $V_2 = 240 \text{ m}^3$

2- بعد مرور 3 ساعات : $Q_1 = 12 \times 3$

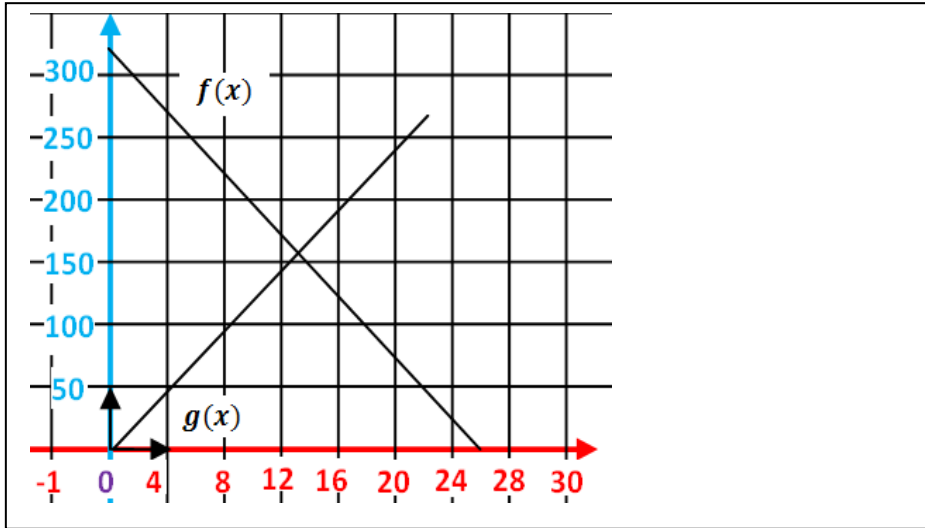
كمية الماء المتدفقة في المسبح هي : $Q_1 = 36 \text{ m}^3$

كمية الماء المتبقية في الخزان هي : $Q_2 = 314 - 36$

$$Q_2 = 278 \text{ m}^3$$

3- $f(x) = 314 - 12x$, $g(x) = 12x$

4- إنشاء التمثيل البياني لكل من f و g



ب- $x = 20$ معناه $240 = 12x$ تمثل الوقت المستغرق لملء المسبح

ج- $f(x) = g(x)$ معناه : $12x = 314 - 12x$ و منه : $13.08x = \frac{314}{24}$

$13.08 = 13h5 mn$ تمثل المدة الزمنية التي تكون فيها كمية الماء المتدفقة في

المسبح مساوية لكمية الماء المتبقية في الخزان بسعة تقريبية تعادل 157 m^3 في كل من الخزان و المسبح.

المسألة الأولى : (حسب نموذج 2009)

تم بناء خزان أول للماء على شكل مخروط نصف قطر قاعدته 6 m و ارتفاعه 7 m لتزويد خزان ثاني على شكل مكعب طول ضلعه 5 m

1- أحسب سعة كل من الخزان الأول و الخزان الثاني (نأخذ $\pi = 3,14$)
(بالتدوير إلى الوحدة من المتر المكعب)

2- إذا علمت أن الخزان الأول مملوء تماما و الخزان الثاني فارغ تماما و تدفق الماء في الخزان الثاني هو $(20 \text{ m}^3/\text{h})$ أي 20 m^3 في الساعة ، أحسب كمية الماء المتدفقة في الخزان الثاني و كمية الماء المتبقية في الخزان الأول بعد مرور خمسة ساعات.

3- نفرض أن الخزان الأول مملوء (سعته 264 m^3) و الخزان الثاني فارغ . نسمي $f(x)$ كمية الماء المتبقية في الخزان الأول و $g(x)$ كمية الماء المتدفقة في الخزان الثاني بالمتر المكعب بعد مرور x ساعة.

- أوجد العبارة $g(x)$ ثم استنتج العبارة $f(x)$ بدلالة x .

4- نعتبر الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ حيث :

$$f(x) = 264 - 20x$$

$$g(x) = 20x$$

أ- أرسم التمثيل البياني لكل من الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في المعلم متعامد و متجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$
(يؤخذ : 1cm يمثل ساعة واحدة على محور الفواصل و 1cm يمثل 50 m^3 على محور الترتيب)

ب- أوجد الوقت المستغرق لملء الخزان الثاني .

ج- حل المعادلة : $f(x) = g(x)$
- ماذا يمثل حل هذه المعادلة ؟

المسألة الثانية : (حسب نموذج 2009)

تم بناء خزان أول للماء على شكل جلة نصف قطرها 3 m لتزويد خزان ثاني على شكل متوازي المستطيلات بعدا قاعدته 2 m و 3 m و ارتفاعه 7 m .

1- أحسب سعة كل من الخزان الأول و الخزان الثاني (نأخذ $\pi = 3,14$)
(بالتدوير إلى الوحدة من المتر المكعب)

2- إذا علمت أن الخزان الأول مملوء تماما و الخزان الثاني فارغ تماما و تدفق الماء في الخزان الثاني هو $(15 \text{ m}^3/\text{h})$ أي 15 m^3 في الساعة ، أحسب كمية الماء المتدفقة في الخزان الثاني و كمية الماء المتبقية في الخزان الأول بعد مرور ساعتان.

3- نفرض أن الخزان الأول مملوء (سعته 113 m^3) و الخزان الثاني فارغ . نسمي $f(x)$ كمية الماء المتبقية في الخزان الأول و $g(x)$ كمية الماء المتدفقة في الخزان الثاني بالمتر المكعب بعد مرور x ساعة.

- أوجد العبارة $g(x)$ ثم استنتج العبارة $f(x)$ بدلالة x .

4- نعتبر الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ حيث :

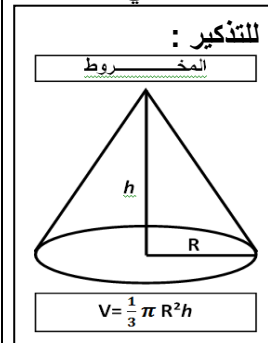
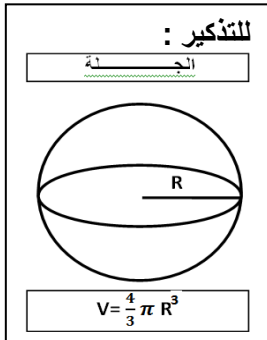
$$f(x) = 113 - 15x$$

$$g(x) = 15x$$

أ- أرسم التمثيل البياني لكل من الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في المعلم متعامد و متجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$
(يؤخذ : 1cm يمثل ساعة واحدة على محور الفواصل و 1cm يمثل 10 m^3 على محور الترتيب)

ب- أوجد الوقت المستغرق لملء الخزان الثاني .

ج- حل المعادلة : $f(x) = g(x)$
- ماذا يمثل حل هذه المعادلة ؟



حل المسألة الأولى : (نموذج 2009)

1- سعة الخزان الأول : $V_1 = \frac{1}{3} \times 3.14 \times 6^2 \times 7 = 263.76 \text{ m}^3 = 264 \text{ m}^3$

سعة الخزان الثاني : $V_2 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ m}^3$

2-بعد مرور 5 ساعات : $Q_1 = 5 \times 20$

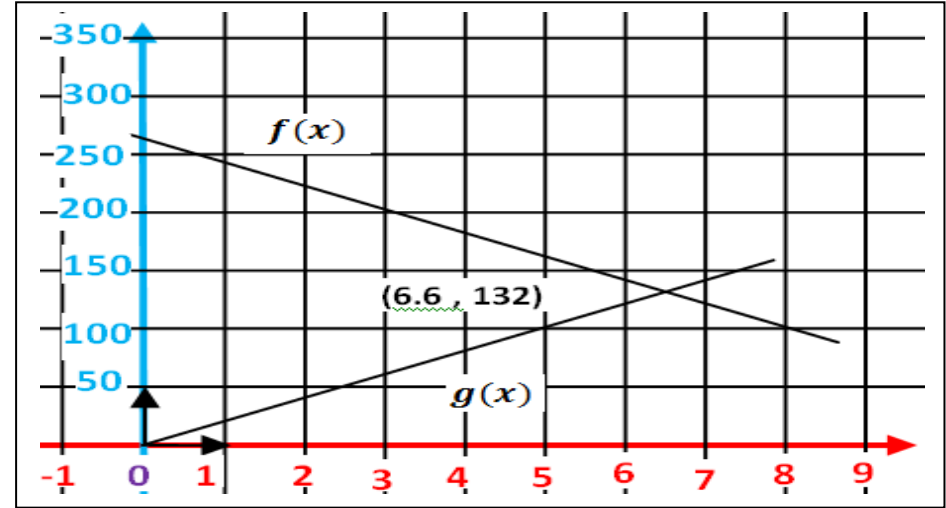
كمية الماء المتدفقة في الخزان الثاني هي : $Q_1 = 100 \text{ m}^3$

كمية الماء المتبقية في الخزان الأول : $Q_2 = 264 - 100$

$Q_2 = 164 \text{ m}^3$

3- $f(x) = 264 - 20x$, $g(x) = 20x$

4- إنشاء التمثيل البياني لكل من f و g



ب- $\frac{125}{20} = 6.25$ أي 6 ساعات و 15 دقيقة.

ج- $f(x) = g(x)$ معناه : $264 - 20x = 20x$ و منه : $\frac{264}{40} = 6.6$

$6.6 = 6h36 \text{ mn}$ تمثل المدة الزمنية التي تكون فيها كمية الماء المتدفقة في الخزان الثاني مساوية لكمية الماء المتبقية في الخزان الأول ، بسعة 132 m^3 في كلا من الخزائين .

حل المسألة الثانية : (نموذج 2009)

1- سعة الخزان الأول : $V_1 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 3^3 = 113.04 \text{ m}^3 = 113 \text{ m}^3$

سعة الخزان الثاني : $V_2 = 2 \times 3 \times 7 = 42 \text{ m}^3$

2-بعد مرور 2 ساعة : $Q_1 = 2 \times 15$

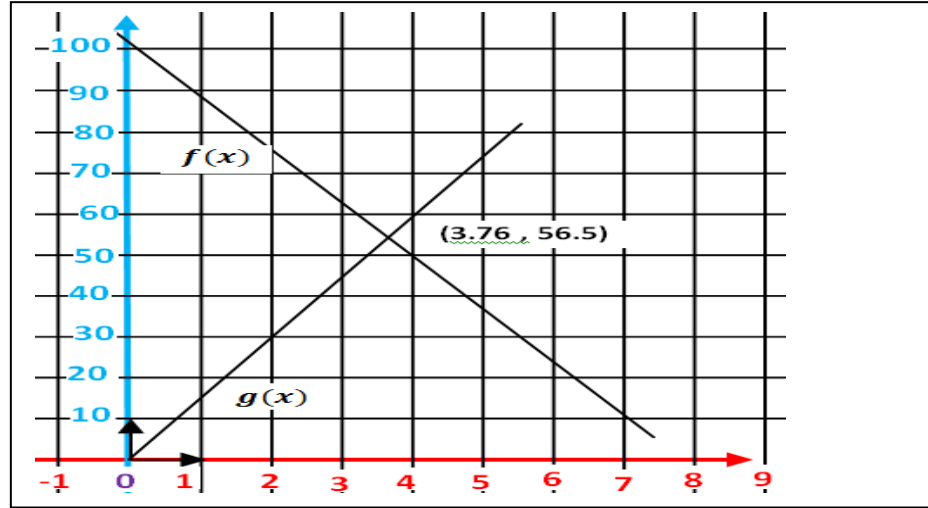
كمية الماء المتدفقة في الخزان الثاني هي : $Q_1 = 30 \text{ m}^3$

كمية الماء المتبقية في الخزان الأول : $Q_2 = 113 - 30$

$Q_2 = 83 \text{ m}^3$

3- $f(x) = 113 - 15x$, $g(x) = 15x$

4- إنشاء التمثيل البياني لكل من f و g

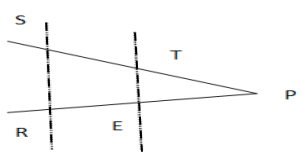
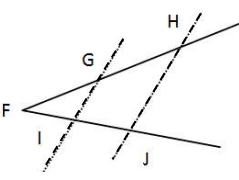
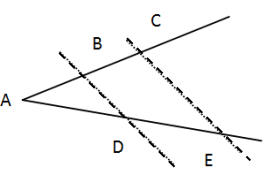
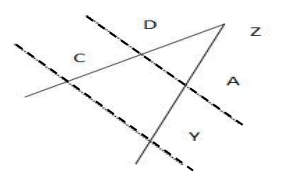
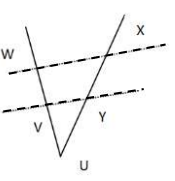
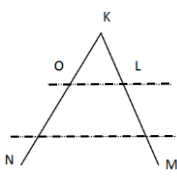
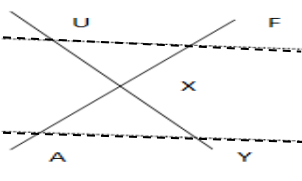
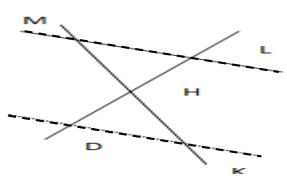
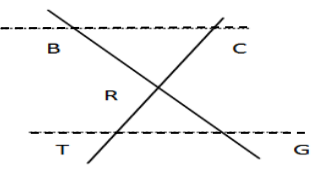
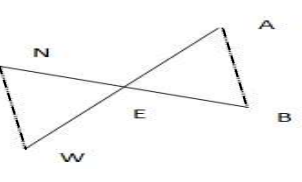
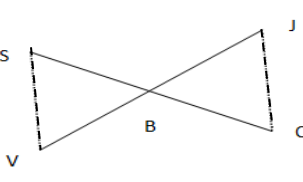
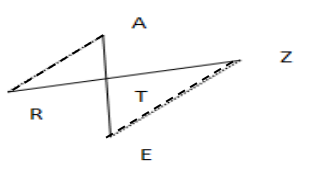


ب- $\frac{42}{15} = 2.8$ أي 2 ساعة و 48 دقيقة.

ج- $f(x) = g(x)$ معناه : $113 - 15x = 15x$ و منه : $\frac{113}{30} = 3.76$

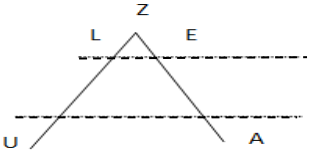
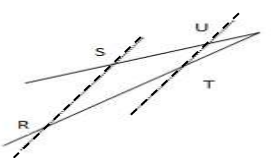
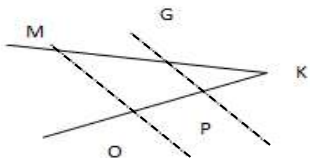
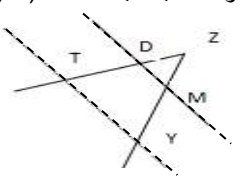
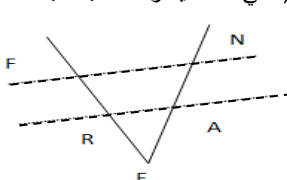
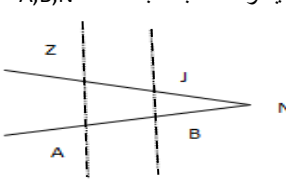
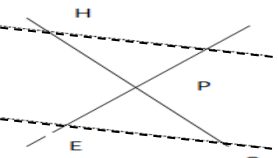
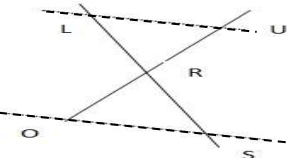
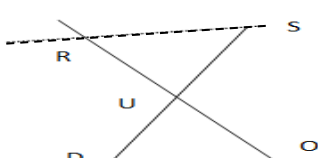
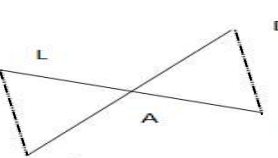
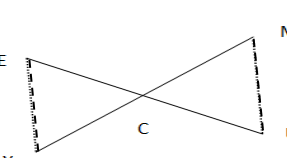
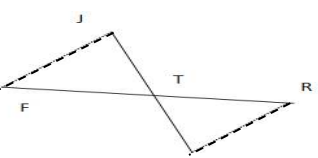
$3.76 = 3h45 \text{ mn}$ تمثل المدة الزمنية التي تكون فيها كمية الماء المتدفقة في الخزان الثاني مساوية لكمية الماء المتبقية في الخزان الأول ، بسعة 56.5 m^3 في كلا من الخزائين .

تمارين تطبيقية حول : نظرية طالس

التمرين 03 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطعة مستقيمان متوازيان. لدينا : $TE = 2.8$ و $PE = 3.69$ و $PT = 3.36$ و $PS = 4.8$  1- أكتب نظرية طالس $\frac{TE}{PE} = \frac{PT}{PS}$ بملاً الفراغات المشار إليها. 2- أحسب طول PR و طول SR	التمرين 02 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطعة مستقيمان متوازيان. لدينا : $FH = 2.7$ و $FI = 1.81$ و $FJ = 2.43$ و $GI = 2.25$  1- أكتب نظرية طالس $\frac{FH}{FI} = \frac{FJ}{GI}$ بملاً الفراغات المشار إليها. 2- أحسب طول FG و طول HJ	التمرين 01 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطعة مستقيمان متوازيان. لدينا : $CE = 6$ و $AE = 4.32$ و $AC = 4.8$ و $BD = 2$  1- أكتب نظرية طالس $\frac{CE}{BD} = \frac{AE}{AC}$ بملاً الفراغات المشار إليها. 2- أحسب طول AB و طول AD
التمرين 06 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطعة مستقيمان متوازيان. لدينا : $CY = 4$ و $ZA = 2.24$ و $ZD = 1.87$ و $ZC = 5.2$  1- أكتب نظرية طالس $\frac{CY}{ZD} = \frac{ZA}{ZC}$ بملاً الفراغات المشار إليها. 2- أحسب طول DA و طول ZY	التمرين 05 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطعة مستقيمان متوازيان. لدينا : $WX = 7$ و $UY = 3.18$ و $UX = 4.55$ و $UW = 9.1$  1- أكتب نظرية طالس $\frac{WX}{UY} = \frac{UX}{UW}$ بملاً الفراغات المشار إليها. 2- أحسب طول VY و طول UV	التمرين 04 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطعة مستقيمان متوازيان. لدينا : $NM = 5$ و $KM = 6.06$ و $KO = 2.75$ و $OL = 2.5$  1- أكتب نظرية طالس $\frac{NM}{KM} = \frac{OL}{KO}$ بملاً الفراغات المشار إليها. 2- أحسب طول KL و طول KN
التمرين 09 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطعة مستقيمان متوازيان. لدينا : $UF = 6$ و $XA = 8.64$ و $XY = 7.2$ و $AY = 9$  1- أكتب نظرية طالس $\frac{UF}{XA} = \frac{XY}{AY}$ بملاً الفراغات المشار إليها. 2- أحسب طول XF و طول XU	التمرين 08 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطعة مستقيمان متوازيان. لدينا : $ML = 3$ و $HD = 1.71$ و $HM = 3.6$ و $DK = 1.59$  1- أكتب نظرية طالس $\frac{ML}{HD} = \frac{HM}{DK}$ بملاً الفراغات المشار إليها. 2- أحسب طول HK و طول HL	التمرين 07 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطعة مستقيمان متوازيان. لدينا : $BC = 5$ و $RC = 4.8$ و $RB = 4$ و $TG = 1.86$  1- أكتب نظرية طالس $\frac{BC}{RC} = \frac{RB}{TG}$ بملاً الفراغات المشار إليها. 2- أحسب طول RG و طول RT
التمرين 12 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطعة مستقيمان متوازيان. لدينا : $AB = 6$ و $EA = 4.8$ و $EW = 3.2$ و $EB = 3$  1- أكتب نظرية طالس $\frac{AB}{EA} = \frac{EW}{EB}$ بملاً الفراغات المشار إليها. 2- أحسب طول NW و طول EN	التمرين 11 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطعة مستقيمان متوازيان. لدينا : $SV = 7$ و $BJ = 5.6$ و $BS = 3.5$ و $JO = 8$  1- أكتب نظرية طالس $\frac{SV}{BJ} = \frac{BS}{JO}$ بملاً الفراغات المشار إليها. 2- أحسب طول BO و طول BV	التمرين 10 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطعة مستقيمان متوازيان. لدينا : $ZE = 10$ و $TZ = 15.6$ و $TR = 10.92$ و $TE = 12$  1- أكتب نظرية طالس $\frac{ZE}{TZ} = \frac{TR}{TE}$ بملاً الفراغات المشار إليها. 2- أحسب طول AR و طول TA

الحلول

التمرين 3 : $\frac{PS}{PT} = \frac{PR}{PE} = \frac{SR}{TE}$ $SR = \frac{PS \times TE}{PT} = 4$ و $PR = \frac{PS \times PE}{PT} = 5.27$	التمرين 2 : $\frac{FH}{FG} = \frac{FJ}{FI} = \frac{HJ}{GI}$ $HJ = \frac{GI \times FJ}{FI} = 3.02$ و $FG = \frac{FI \times FH}{FJ} = 2.01$	التمرين 1 : $\frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AD} = \frac{CE}{BD}$ $AD = \frac{BD \times AE}{CE} = 1.44$ و $AB = \frac{BD \times AC}{CE} = 1.6$
التمرين 6 : $\frac{ZC}{ZD} = \frac{ZY}{ZA} = \frac{CY}{DA}$ $ZY = \frac{ZA \times CY}{ZD} = 6.22$ و $DA = \frac{ZD \times CY}{ZC} = 1.43$	التمرين 5 : $\frac{UW}{UV} = \frac{UX}{UY} = \frac{WX}{VY}$ $UV = \frac{UW \times UY}{UX} = 6.36$ و $VY = \frac{WX \times UY}{UX} = 4.89$	التمرين 4 : $\frac{KN}{KO} = \frac{KM}{KL} = \frac{NM}{OL}$ $KN = \frac{KO \times NM}{OL} = 5.5$ و $KL = \frac{KM \times OL}{NM} = 3.03$
التمرين 9 : $\frac{XU}{XY} = \frac{XF}{XA} = \frac{UF}{AY}$ $XU = \frac{XY \times UF}{AY} = 4.8$ و $XF = \frac{XA \times UF}{AY} = 5.76$	التمرين 8 : $\frac{HL}{HD} = \frac{HM}{DK} = \frac{ML}{HK}$ $HL = \frac{HD \times ML}{DK} = 3.22$ و $HK = \frac{DK \times HM}{ML} = 1.9$	التمرين 7 : $\frac{RT}{RC} = \frac{RG}{RB} = \frac{TG}{BC}$ $RT = \frac{RC \times TG}{BC} = 1.78$ و $RG = \frac{RB \times TG}{BC} = 1.48$
التمرين 12 : $\frac{EN}{EB} = \frac{EW}{EA} = \frac{NW}{AB}$ $EN = \frac{EB \times EW}{EA} = 2$ و $NW = \frac{AB \times EW}{EA} = 4$	التمرين 11 : $\frac{BV}{BO} = \frac{BJ}{BS} = \frac{SV}{JO}$ $BV = \frac{BJ \times SV}{JO} = 4.9$ و $BO = \frac{BS \times JO}{SV} = 4$	التمرين 10 : $\frac{TA}{TE} = \frac{TR}{TZ} = \frac{AR}{ZE}$ $TA = \frac{TE \times TR}{TZ} = 8.4$ و $AR = \frac{ZE \times TR}{TZ} = 7$

التمرين 03 : لدينا الشكل التالي ، حيث : $ZE = 11.4$ و $UA = 2.4$ و $LE = 2$ و $ZU = 4.56$ و $ZL = 3.8$ و $ZA = 13.68$ علمنا أن النقاط Z, E, A في استقامة و كذلك بالنسبة للنقاط Z, L, U  1- برهن أن المستقيمان LE و UA متوازيان.	التمرين 02 : لدينا الشكل التالي ، حيث : $ES = 3.8$ و $EU = 2.6$ و $SR = 1.9$ و $UT = 1.3$ و $ER = 5.7$ و $ET = 3.9$ ، علمنا أن النقاط S, U, E في استقامة و كذلك بالنسبة للنقاط R, T, E  1- برهن أن المستقيمان UT و SR متوازيان.	التمرين 01 : لدينا الشكل التالي ، حيث : $KG = 1.82$ و $GP = 1.3$ و $MO = 2$ و $KO = 8.4$ و $KP = 5.46$ و $KM = 2.8$ علمنا أن النقاط M, G, K في استقامة و كذلك بالنسبة للنقاط O, P, K  1- برهن أن المستقيمان GP و MO متوازيان.
التمرين 06 : لدينا الشكل التالي ، حيث : $ZT = 6.5$ و $ZD = 3.9$ و $TY = 5$ و $DM = 3$ و $ZY = 7.8$ و $ZM = 4.68$ ، علمنا أن النقاط T, D, Z في استقامة و كذلك بالنسبة للنقاط Z, M, Y  1- برهن أن المستقيمان DM و TY متوازيان.	التمرين 05 : لدينا الشكل التالي ، حيث : $ER = 3.91$ و $FN = 4$ و $RA = 2.3$ و $EN = 7.48$ و $EA = 4.3$ و $EF = 6.8$ علمنا أن النقاط E, A, N في استقامة و كذلك بالنسبة للنقاط F, R, E  1- برهن أن المستقيمان RA و FN متوازيان.	التمرين 04 : لدينا الشكل التالي ، حيث : $NZ = 4.8$ و $NJ = 3.2$ و $JB = 2$ و $ZA = 3$ و $NA = 9.6$ و $NB = 6.4$ ، علمنا أن النقاط Z, J, N في استقامة و كذلك بالنسبة للنقاط A, B, N  1- برهن أن المستقيمان JA و ZB متوازيان.
التمرين 09 : لدينا الشكل التالي ، حيث : $PG = 25.92$ و $EC = 5.2$ و $HG = 6$ و $PC = 14.04$ و $PH = 16.2$ و $PE = 22.46$ علمنا أن النقاط H, P, C في استقامة و كذلك بالنسبة للنقاط E, P, G  1- برهن أن المستقيمان EC و HG متوازيان.	التمرين 08 : لدينا الشكل التالي ، حيث : $RL = 11.55$ و $OS = 2$ و $LU = 7$ و $RO = 3$ و $RU = 10.5$ و $RS = 3.3$ علمنا أن النقاط L, R, S في استقامة و كذلك بالنسبة للنقاط L, R, S  1- برهن أن المستقيمان OS و LU متوازيان.	التمرين 07 : لدينا الشكل التالي ، حيث : $US = 16.8$ و $DO = 7.3$ و $RS = 7$ و $UD = 17.52$ و $UR = 14$ و $UO = 14.6$ ، علمنا أن النقاط R, U, O في استقامة و كذلك بالنسبة للنقاط S, U, D  1- برهن أن المستقيمان RS و DO متوازيان.
التمرين 12 : لدينا الشكل التالي ، حيث : $DZ = 4$ و $AD = 16$ و $AL = 2$ و $AZ = 8$ و $LO = 1$ علمنا أن النقاط L, A, Z في استقامة و كذلك بالنسبة للنقاط O, A, D  1- برهن أن المستقيمان LO و DZ متوازيان.	التمرين 11 : لدينا الشكل التالي ، حيث : $EY = 1$ و $CU = 7$ و $CY = 1.82$ و $CM = 9.1$ و $MU = 5$ علمنا أن النقاط E, C, U في استقامة و كذلك بالنسبة للنقاط Y, C, M  1- برهن أن المستقيمان MU و EY متوازيان.	التمرين 10 : لدينا الشكل التالي ، حيث : $JF = 2.4$ و $TF = 3.96$ و $TR = 9.9$ و $RO = 6$ و $TJ = 2.64$ و $TO = 6.6$ ، علمنا أن النقاط J, T, O في استقامة و كذلك بالنسبة للنقاط F, T, R  1- برهن أن المستقيمان RO و JF متوازيان.

الحلول

التمرين 03 : * الطريقة الأولى: $\frac{LE}{UA} = \frac{2}{2.4} = 0.83 \dots (1)$ ، $\frac{ZL}{ZU} = \frac{3.8}{4.56} = 0.83 \dots (2)$ ، $\frac{ZE}{ZA} = \frac{11.4}{13.68} = 0.83 \dots (3)$ بما أن $(1) = (2) = (3)$ فإن LE و UA متوازيان. * الطريقة الثانية : $\frac{UA}{LE} = \frac{2.4}{2} = 1.2 \dots (1)$ ، $\frac{ZU}{ZL} = \frac{4.56}{3.8} = 1.2 \dots (2)$ ، $\frac{ZA}{ZE} = \frac{13.68}{11.4} = 1.2 \dots (3)$ الشيء نفسه	التمرين 02 : * الطريقة الأولى: $\frac{UT}{SR} = \frac{1.3}{1.9} = 0.68 \dots (1)$ ، $\frac{EU}{ES} = \frac{2.6}{3.8} = 0.68 \dots (2)$ ، $\frac{ET}{ER} = \frac{3.9}{5.7} = 0.68 \dots (3)$ بما أن $(1) = (2) = (3)$ فإن UT و SR متوازيان. * الطريقة الثانية : $\frac{SR}{UT} = \frac{1.9}{1.3} = 1.46 \dots (1)$ ، $\frac{ES}{EU} = \frac{3.8}{2.6} = 1.46 \dots (2)$ ، $\frac{ER}{ET} = \frac{5.7}{3.9} = 1.46 \dots (3)$ الشيء نفسه	التمرين 01 : * الطريقة الأولى: $\frac{MO}{GP} = \frac{2}{1.3} = 1.53 \dots (1)$ ، $\frac{KM}{KG} = \frac{2.8}{1.82} = 1.53 \dots (2)$ ، $\frac{KO}{KP} = \frac{8.4}{5.46} = 1.53 \dots (3)$ بما أن $(1) = (2) = (3)$ فإن GP و MO متوازيان. * الطريقة الثانية : $\frac{GP}{MO} = \frac{5.46}{2} = 0.65 \dots (1)$ ، $\frac{KG}{KM} = \frac{1.82}{2.8} = 0.65 \dots (2)$ ، $\frac{KP}{KO} = \frac{5.46}{8.4} = 0.65 \dots (3)$ الشيء نفسه
التمرين 06 : ط الأولى: $\frac{DM}{TY} = \frac{3}{5} = 0.6$ ، ط الثانية: $\frac{ZT}{ZD} = \frac{6.5}{3.9} = 1.66$	التمرين 05 : ط الأولى: $\frac{FN}{RA} = \frac{4}{2.3} = 1.73$ ، ط الثانية: $\frac{ER}{EA} = \frac{5.7}{4.3} = 1.32$	التمرين 04 : ط الأولى: $\frac{JB}{NA} = \frac{2}{6.4} = 0.31$ ، ط الثانية: $\frac{NZ}{NA} = \frac{4.8}{9.6} = 0.5$
التمرين 09 : ط الأولى: $\frac{HG}{EC} = \frac{6}{5.2} = 1.15$ ، ط الثانية: $\frac{PC}{PH} = \frac{14.04}{16.2} = 0.86$	التمرين 08 : ط الأولى: $\frac{LU}{OS} = \frac{7}{2} = 3.5$ ، ط الثانية: $\frac{RL}{RO} = \frac{11.55}{3} = 3.85$	التمرين 07 : ط الأولى: $\frac{UR}{DO} = \frac{14}{7.3} = 1.91$ ، ط الثانية: $\frac{UO}{US} = \frac{14.6}{16.8} = 0.86$
التمرين 12 : ط الأولى: $\frac{LO}{AZ} = \frac{1}{8} = 0.125$ ، ط الثانية: $\frac{AD}{AO} = \frac{4}{16} = 0.25$	التمرين 11 : ط الأولى: $\frac{EY}{CU} = \frac{1}{7} = 0.14$ ، ط الثانية: $\frac{CM}{CY} = \frac{9.1}{1.82} = 5$	التمرين 10 : ط الأولى: $\frac{RO}{JF} = \frac{6}{2.4} = 2.5$ ، ط الثانية: $\frac{TR}{TF} = \frac{9.9}{3.96} = 2.5$

تمرين حول : نظرية طالس

حل تمرين امتحان شهادة التعليم المتوسط :

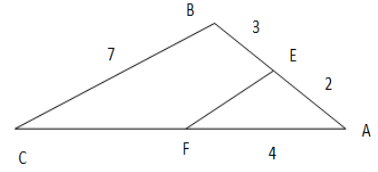
في المثلث ABC لدينا : (BC) // (EF) فإن :
بالتعويض : $\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{FE}{CB}$

$$FC = AC - AF = 6 \text{ و منه : } AC = \frac{4 \times 5}{2} = 10 \text{ و منه : } \frac{4}{AC} = \frac{2}{5} = \frac{FE}{7}$$

$$FE = \frac{2 \times 7}{5} = 2.8$$

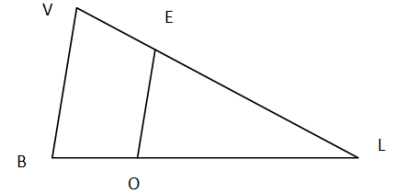
التمرين الرابع : (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2010)

في الشكل المقابل (BC) // (EF)
احسب الطولين EF ، FC



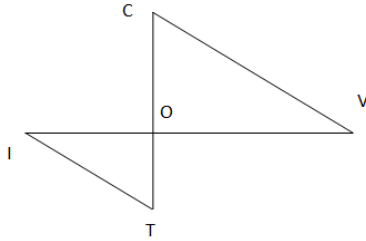
التمرين الأول : حسب نموذج (2010)

في الشكل المقابل (EO) // (VB)
VB = 8 , VL = 6.4 , EL = 4 , BL = 10.4
احسب الطولين EO ، OL



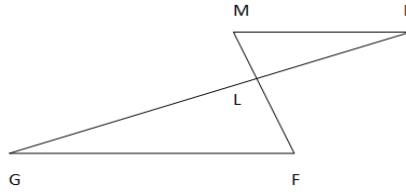
التمرين الرابع : حسب نموذج (2010)

في الشكل المقابل (CV) // (IT)
IT = 5 , OV = 7.2 , CO = 7.92 , OT = 3.3
احسب الطولين IO ، CV



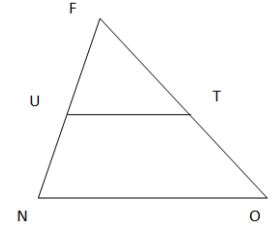
التمرين الخامس : حسب نموذج (2010)

في الشكل المقابل (GF) // (MB)
GF = 10 , BL = 3.6 , LF = 7.2 , LM = 4.32
احسب الطولين MB ، LG



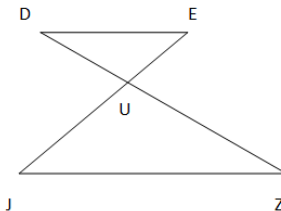
التمرين الثاني : حسب نموذج (2010)

في الشكل المقابل (NO) // (UT)
NO = 10 , UT = 4 , FN = 11 , FO = 9.9
احسب الطولين TO ، FU



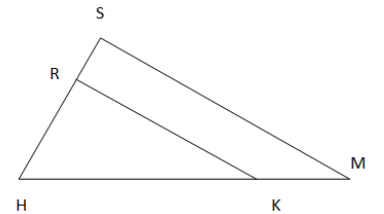
التمرين السادس : حسب نموذج (2010)

في الشكل المقابل (JZ) // (DE)
JZ = 8 , UZ = 7.2 , UD = 5.4 , UJ = 7.92
احسب الطولين DE ، UE



التمرين الثالث : حسب نموذج (2010)

في الشكل المقابل (RK) // (SM)
SM = 6 , SH = 4.2 , MK = 3.15 , MH = 3.78
احسب الطولين RK ، SR



الحلول :

ت 3 : $\frac{SM}{RK} = \frac{SH}{SR} = \frac{MH}{MK}$ أي : $\frac{4.2}{SR} = \frac{3.78}{3.15RK}$ SR = 3.5 و RK = 5	ت 2 : $\frac{NO}{UT} = \frac{FN}{FU} = \frac{FO}{FT}$ أي : $\frac{11}{UT} = \frac{9.9}{4}$ TO = 5.94 و FU = 4.4	ت 1 : $\frac{VB}{EO} = \frac{LV}{LE} = \frac{LB}{LO}$ أي : $\frac{8}{EO} = \frac{6.4}{4}$ LO = 6.5 و EO = 5
ت 6 : $\frac{JZ}{DE} = \frac{UZ}{UD} = \frac{UJ}{UE}$ أي : $\frac{8}{DE} = \frac{7.2}{5.4}$ DE = 6 و UE = 5.94	ت 5 : $\frac{GF}{MB} = \frac{LG}{LB} = \frac{LF}{LM}$ أي : $\frac{10}{MB} = \frac{7.2}{4.32}$ MB = 6 و LG = 6	ت 4 : $\frac{CV}{IT} = \frac{OV}{OI} = \frac{OC}{OT}$ أي : $\frac{2}{IT} = \frac{7.2}{3.3}$ OI = 3 و CV = 12

التمرين الرابع: (3.5 نقط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة (2007)

- 1- أرسم المثلث ABC القائم في A حيث : $AB = 4.5 \text{ cm}$ ،
 $BC = 7.5 \text{ cm}$
- 2- احسب AC
- 3- لتكن النقطة E من [AB] حيث $AB = 3 AE$ و
 D نقطة من [AC] حيث $DC = \frac{2}{3} AC$.
 عيّن على الشكل النقطتين E ، D
 4- بيّن أنّ $(BC) \parallel (DE)$ ثم احسب DE .

التمرين الأول: حسب نموذج (2007)

- 1- أرسم المثلث SAC القائم في S حيث : $SA = 3 \text{ cm}$ ،
 $SC = 6 \text{ cm}$
- 2- احسب AC
- 3- لتكن النقطة R من [SA] حيث $SR = 3$ و
 M نقطة من [SC] حيث $SC = \frac{6}{4} MC$.
 عيّن على الشكل النقطتين R ، M
 4- بيّن أنّ $(RM) \parallel (AC)$ ثم احسب RM.

التمرين الثاني: حسب نموذج (2007)

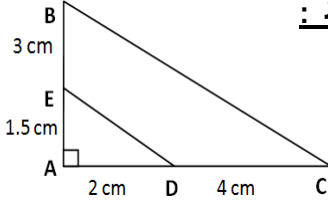
- 1- أرسم المثلث PIC القائم في P حيث : $PI = 5 \text{ cm}$ ،
 $PC = 7.5 \text{ cm}$
- 2- احسب IC
- 3- لتكن النقطة E من [PI] حيث $PE = \frac{4}{10} PI$ و
 K نقطة من [PC] حيث $KC = \frac{4.5}{7.5} PC$.
 عيّن على الشكل النقطتين E ، K
 4- بيّن أنّ $(EK) \parallel (IC)$ ثم احسب EK .

التمرين الثالث: حسب نموذج (2007)

- 1- أرسم المثلث MIX القائم في M حيث : $MI = 4 \text{ cm}$ ،
 $MX = 6 \text{ cm}$
- 2- احسب IX
- 3- لتكن النقطة A من [MI] حيث $MI = 2 MA$ و
 B نقطة من [MX] حيث $BX = \frac{1}{2} MX$.
 عيّن على الشكل النقطتين A ، B
 4- بيّن أنّ $(AB) \parallel (IX)$ ثم احسب AB .

حل تمرين امتحان شهادة التعليم المتوسط :

(1) إنشاء الشكل :



(2) حساب AC :

بما أن المثلث ABC قائم في A فحسب نظرية فيثاغورث لدينا :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 \quad \text{و منه :}$$

$$AC^2 = 7.5^2 - 4.5^2$$

$$AC^2 = 56.25 - 20.25$$

$$AC^2 = 36$$

$$AC = \sqrt{36}$$

$$AC = 6 \text{ cm}$$

(3) تعيين النقطتين D و E :

$$AB = 3 AE$$

$$4.5 = 3 AE$$

$$AE = 1.5 \text{ cm}$$

$$DC = \frac{2}{3} AC$$

$$DC = \frac{2}{3} \times 6$$

$$DC = \frac{12}{3} = 4$$

$$DC = 4 \text{ cm}$$

(4) بيان أن $(BC) \parallel (DE)$:

بما أن النقط A, E, B على استقامة واحدة و النقط A, D, C على استقامة واحدة.

فإن $(BC) \parallel (DE)$ إذا تحقق : $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$ حسب عكس نظرية طالس.

$$\frac{AC}{AD} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\frac{AB}{AE} = \frac{4.5}{1.5} = 3$$

بما أن $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$ فإن (BC) و (DE) متوازيين.

حساب طول DE :

بما أن $(BC) \parallel (DE)$ فإن $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{DE}$ (حسب نظرية طالس)

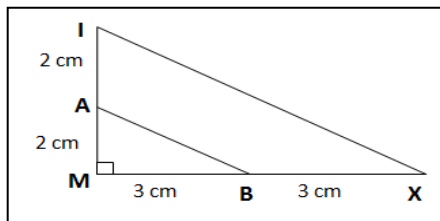
$$DE = \frac{AD \times BC}{AC} = \frac{2 \times 7.5}{6} = \frac{15}{6} = 2.5$$

$$DE = 2.5 \text{ cm}$$

ملاحظة : يمكن حساب DE باستعمال نظرية فيثاغورث في المثلث AED

الحلول :

التمرين الثالث :



$$IX^2 = MI^2 + MX^2 = 16 + 36 = 52 \quad (2)$$

$$IX = \sqrt{52} = 7.21 \text{ cm}$$

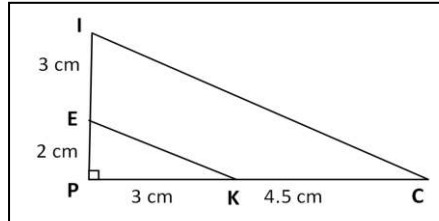
$$\frac{MI}{MA} = \frac{MX}{MB} \quad \text{يعني : } (AB) \parallel (IX) \quad (4)$$

$$\frac{MI}{MA} = \frac{4}{2} = 2 \dots (1) \quad \frac{MX}{MB} = \frac{6}{3} = 2 \dots (2) \quad 2=2$$

$$AB^2 = MA^2 + MB^2, \quad AB^2 = 4 + 9 = 13$$

$$AB = \sqrt{13} = 3.60 \text{ cm}$$

التمرين الثاني :



$$IC^2 = PI^2 + PC^2 = 25 + 56.25 = 81.25 \quad (2)$$

$$IC = \sqrt{81.25} = 9.01 \text{ cm}$$

$$\frac{PI}{PE} = \frac{PC}{PK} \quad \text{يعني : } (EK) \parallel (IC) \quad (4)$$

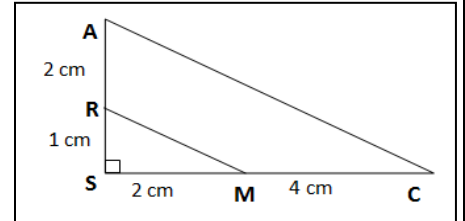
$$\frac{PI}{PE} = \frac{5}{2} = 2.5 \dots (1) \quad \frac{PC}{PK} = \frac{7.5}{3} = 2.5 \dots (2)$$

$$2.5=2.5$$

$$EK^2 = PE^2 + PK^2, \quad EK^2 = 4 + 9 = 13$$

$$EK = \sqrt{13} = 3.60 \text{ cm}$$

التمرين الأول :



$$AC^2 = SC^2 + SA^2 = 36 + 9 = 45 \quad (2)$$

$$AC = \sqrt{45} = 6.70 \text{ cm}$$

$$\frac{SA}{SR} = \frac{SC}{SM} \quad \text{يعني : } (RM) \parallel (AC) \quad (4)$$

$$\frac{SA}{SR} = \frac{3}{1} = 3 \dots (1) \quad \frac{SC}{SM} = \frac{6}{2} = 3 \dots (2) \quad 3=3$$

$$RM^2 = SR^2 + SM^2, \quad RM^2 = 1^2 + 2^2 = 5$$

$$RM = \sqrt{5} = 2.23 \text{ cm}$$

حل تمرين امتحان شهادة التعليم المتوسط :

1) برهان أن المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان :

لدينا : $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{12}{5} = 2.4$ و $\frac{OB}{OD} = \frac{18}{7.5} = 2.4$ نستنتج أن : $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$ وبما أن النقط C,O,A في استقامة و كذلك النقط D,O,B إذن المستقيمان (AB) و (CD) متوازيان (حسب عكس مبرهنة طالس).

(2) حساب طول AB :

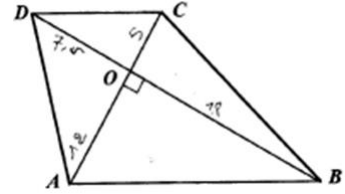
بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث ABO القائم في O نجد : $AB^2 = OA^2 + OB^2$
 بالتعويض نجد : $AB^2 = 12^2 + 18^2 = 468$ ومنه : $AB = \sqrt{468} = \sqrt{36 \times 13} = \sqrt{36} \times \sqrt{13} = 6\sqrt{13} \text{ cm}$ إذن :

التمرين الرابع: (2.5 نقطة) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة (2015)

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

ABCD رباعي قطراه متعامدان و متقاطعان في O حيث :
 $OD = 7.5 \text{ cm}$, $OC = 5 \text{ cm}$, $OB = 18 \text{ cm}$, $OA = 12 \text{ cm}$

- (1) برهن أن المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان.
- (2) أحسب الطول AB.

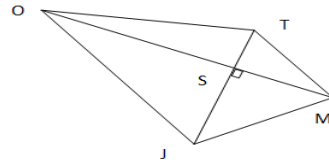


التمرين الأول: حسب نموذج (2015)

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

OTMJ رباعي قطراه متعامدان و متقاطعان في S حيث :
 $SO = 4 \text{ cm}$, $ST = 2.8 \text{ cm}$, $SM = 3 \text{ cm}$, $SJ = 2.1 \text{ cm}$

- (1) برهن أن المستقيمين (TM) و (OJ) متوازيان.
- (2) أحسب الطول OJ.

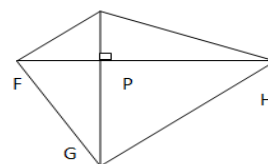


التمرين الثاني: حسب نموذج (2015)

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

FMHG رباعي قطراه متعامدان و متقاطعان في P حيث :
 $PF = 4 \text{ cm}$, $PM = 2.8 \text{ cm}$, $PH = 7 \text{ cm}$, $PG = 4.9 \text{ cm}$

- (1) برهن أن المستقيمين (FM) و (GH) متوازيان.
- (2) أحسب الطول GH.

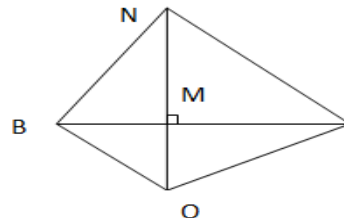


التمرين الثالث: حسب نموذج (2015)

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

BNLO رباعي قطراه متعامدان و متقاطعان في M حيث :
 $MB = 5 \text{ cm}$, $MN = 5.6 \text{ cm}$, $ML = 8 \text{ cm}$, $MO = 3.5 \text{ cm}$

- (1) برهن أن المستقيمين (BO) و (NL) متوازيان.
- (2) أحسب الطول NL.



التمرين الرابع: حسب نموذج (2015)

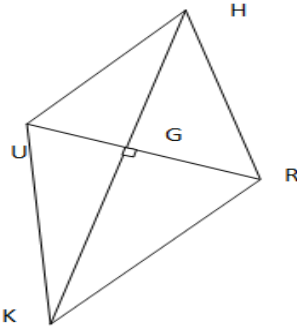
الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

UHRK رباعي قطراه متعامدان و متقاطعان في G حيث :

$GU = 1.6 \text{ cm}$, $GH = 4 \text{ cm}$

$GR = 2.4 \text{ cm}$, $GK = 6 \text{ cm}$

- (1) برهن أن المستقيمين (UH) و (KR) متوازيان.
- (2) أحسب الطول UH.



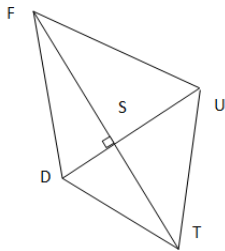
التمرين الخامس: حسب نموذج (2015)

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

FUTD رباعي قطراه متعامدان و متقاطعان في S حيث :

$SF = 4.5 \text{ cm}$, $SU = 9 \text{ cm}$, $ST = 3.5 \text{ cm}$, $SD = 7 \text{ cm}$

- (1) برهن أن المستقيمين (FU) و (DT) متوازيان.
- (2) أحسب الطول FU.



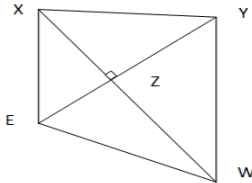
التمرين السادس: حسب نموذج (2015)

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

XYWE رباعي قطراه متعامدان و متقاطعان في Z حيث :

$ZX = 6.3 \text{ cm}$, $ZY = 11 \text{ cm}$, $ZW = 9.9 \text{ cm}$, $ZE = 7 \text{ cm}$

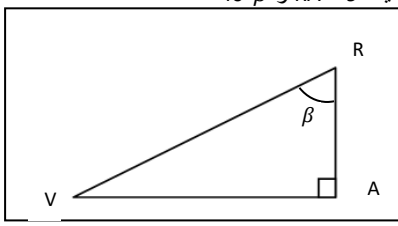
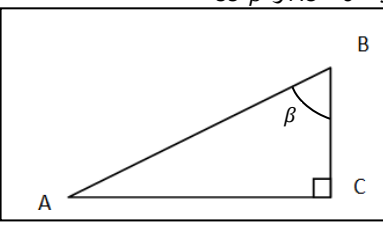
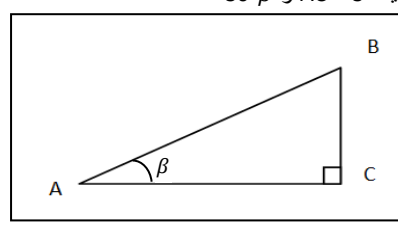
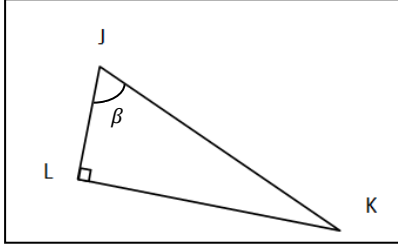
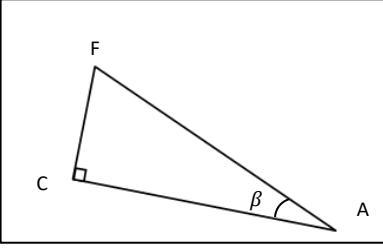
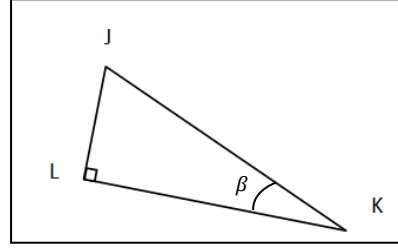
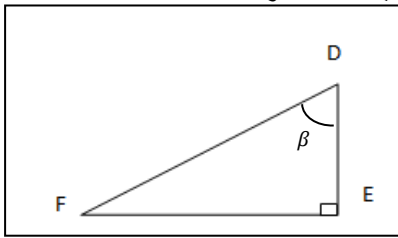
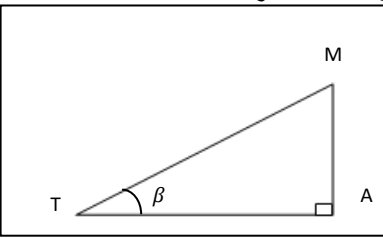
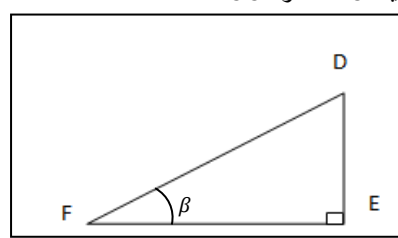
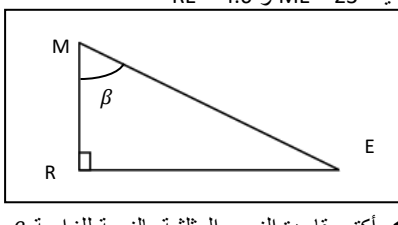
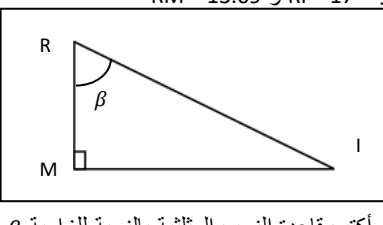
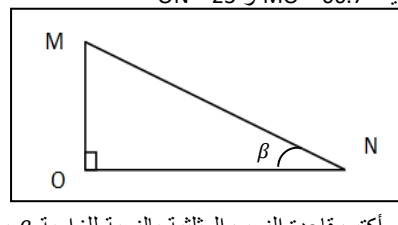
- (1) برهن أن المستقيمين (YW) و (XE) متوازيان.
- (2) أحسب الطول XE.



الحلول :

ت 3: الطريقة 1 : $\frac{ML}{MB} = \frac{MN}{MO} = \frac{5.6}{3.5} = 1.6$ أو الطريقة 2 : $\frac{MB}{ML} = \frac{MO}{MN} = \frac{3.5}{5.6} = 0.62$ $NL^2 = MN^2 + ML^2$, $NL^2 = 31.36 + 64 = 95.36$, $NL = 9.76 \text{ cm}$	ت 2: الطريقة 1 : $\frac{PH}{PF} = \frac{PG}{PM} = \frac{4.9}{2.8} = 1.75$ أو الطريقة 2 : $\frac{PF}{PH} = \frac{PM}{PG} = \frac{2.8}{4.9} = 0.57$ $GH^2 = PH^2 + PG^2$, $GH^2 = 49 + 24.01 = 73.01$, $GH = 8.54 \text{ cm}$	ت 1: الطريقة 1 : $\frac{SO}{SM} = \frac{ST}{SJ} = \frac{2.8}{2.1} = 1.33$ أو الطريقة 2 : $\frac{SM}{SO} = \frac{SJ}{ST} = \frac{2.1}{2.8} = 0.75$ $OJ^2 = SJ^2 + SO^2$, $OJ^2 = 4.41 + 16 = 20.41$, $OJ = 4.51 \text{ cm}$
ت 6: الطريقة 1 : $\frac{ZY}{ZE} = \frac{ZW}{ZX} = \frac{9.9}{6.3} = 1.57$ أو الطريقة 2 : $\frac{ZE}{ZY} = \frac{ZX}{ZW} = \frac{6.3}{9.9} = 0.63$ $XE^2 = ZE^2 + ZX^2$, $XE^2 = 49 + 39.69 = 88.69$, $XE = 9.41 \text{ cm}$	ت 5: الطريقة 1 : $\frac{SU}{SD} = \frac{SF}{ST} = \frac{4.5}{3.5} = 1.28$ أو الطريقة 2 : $\frac{SD}{SU} = \frac{ST}{SF} = \frac{3.5}{4.5} = 0.77$ $FU^2 = SF^2 + SU^2$, $FU^2 = 20.25 + 81 = 101.25$, $FU = 10.06 \text{ cm}$	ت 4: الطريقة 1 : $\frac{GK}{GH} = \frac{GR}{GU} = \frac{2.4}{1.6} = 1.5$ أو الطريقة 2 : $\frac{GH}{GK} = \frac{GU}{GR} = \frac{1.6}{2.4} = 0.66$ $UH^2 = GH^2 + GU^2$, $UH^2 = 16 + 2.56 = 18.56$, $UH = 4.30 \text{ cm}$

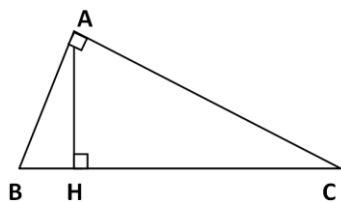
تمارين تطبيقية حول : حساب المثلثات

التمرين 03 : ليكن المثلث RAV قائم في A حيث $RA = 9$ و $\beta = 40^\circ$  1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملاً الفراغات التالية : $\cos \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\sin \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\tan \beta = \frac{\quad}{\quad}$ 2- أحسب طول VR	التمرين 02 : ليكن المثلث ABC قائم في C حيث $AC = 6$ و $\beta = 35^\circ$  1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملاً الفراغات التالية : $\cos \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\sin \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\tan \beta = \frac{\quad}{\quad}$ 2- أحسب طول AB	التمرين 01 : ليكن المثلث ABC قائم في C حيث $AC = 3$ و $\beta = 30^\circ$  1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملاً الفراغات التالية : $\cos \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\sin \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\tan \beta = \frac{\quad}{\quad}$ 2- أحسب طول AB
التمرين 06 : ليكن المثلث JKL قائم في L حيث $JK = 20$ و $\beta = 18^\circ$  1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملاً الفراغات التالية : $\cos \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\sin \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\tan \beta = \frac{\quad}{\quad}$ 2- أحسب طول JL	التمرين 05 : ليكن المثلث FAC قائم في C حيث $FA = 8$ و $\beta = 50^\circ$  1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملاً الفراغات التالية : $\cos \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\sin \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\tan \beta = \frac{\quad}{\quad}$ 2- أحسب طول CA	التمرين 04 : ليكن المثلث JKL قائم في L حيث $LK = 7$ و $\beta = 23^\circ$  1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملاً الفراغات التالية : $\cos \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\sin \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\tan \beta = \frac{\quad}{\quad}$ 2- أحسب طول JK
التمرين 09 : ليكن المثلث DEF قائم في E حيث $FE = 3.3$ و $FD = 15$  1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملاً الفراغات التالية : $\cos \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\sin \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\tan \beta = \frac{\quad}{\quad}$ 2- أحسب قياس الزاوية β	التمرين 08 : ليكن المثلث MAT قائم في A حيث $MA = 7.5$ و $TM = 10$  1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملاً الفراغات التالية : $\cos \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\sin \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\tan \beta = \frac{\quad}{\quad}$ 2- أحسب قياس الزاوية β	التمرين 07 : ليكن المثلث DEF قائم في E حيث $FE = 3.37$ و $DE = 5$  1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملاً الفراغات التالية : $\cos \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\sin \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\tan \beta = \frac{\quad}{\quad}$ 2- أحسب قياس الزاوية β
التمرين 12 : ليكن المثلث MER قائم في R حيث $RE = 4.6$ و $ME = 23$  1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملاً الفراغات التالية : $\cos \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\sin \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\tan \beta = \frac{\quad}{\quad}$ 2- أحسب قياس الزاوية β	التمرين 11 : ليكن المثلث RIM قائم في M حيث $RM = 13.09$ و $RI = 17$  1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملاً الفراغات التالية : $\cos \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\sin \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\tan \beta = \frac{\quad}{\quad}$ 2- أحسب قياس الزاوية β	التمرين 10 : ليكن المثلث MNO قائم في O حيث $ON = 23$ و $MO = 66.7$  1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملاً الفراغات التالية : $\cos \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\sin \beta = \frac{\quad}{\quad}$ $\tan \beta = \frac{\quad}{\quad}$ 2- أحسب قياس الزاوية β
ت 3 : $\cos \beta = \frac{RA}{VR}$ $\cos 40^\circ = 0.76$ $\frac{RA}{VR} = 0.76$ $VR = \frac{RA}{0.76} = \frac{9}{0.76} = 11.84$ $VR = 11.84$ ت 6 : $\cos \beta = \frac{JL}{JK}$ $\cos 18^\circ = 0.95$ $\frac{JL}{JK} = 0.95$ $JL = JK \times 0.95 = 20 \times 0.95 = 19$ $JL = 19$ ت 9 : $\sin \beta = \frac{FE}{FD} = \frac{3.3}{15} = 0.22$ $\sin 0.22 = 13^\circ$ $\beta = 13^\circ$ ت 12 : $\sin \beta = \frac{RE}{ME} = \frac{4.6}{23} = 0.20$ $\sin 0.20 = 12^\circ$ $\beta = 12^\circ$	ت 2 : $\sin \beta = \frac{AC}{AB}$ $\sin 35^\circ = 0.57$ $\frac{AC}{AB} = 0.57$ $AB = \frac{AC}{0.57} = \frac{6}{0.57} = 10.52$ $AB = 10.52$ ت 5 : $\cos \beta = \frac{CA}{FA}$ $\cos 50^\circ = 0.64$ $\frac{CA}{FA} = 0.64$ $CA = FA \times 0.64 = 8 \times 0.64 = 5.12$ $CA = 5.12$ ت 8 : $\sin \beta = \frac{MA}{TM} = \frac{7.5}{10} = 0.75$ $\sin 0.75 = 49^\circ$ $\beta = 49^\circ$ ت 11 : $\cos \beta = \frac{RM}{RI} = \frac{13.09}{17} = 0.77$ $\cos 0.77 = 39^\circ$ $\beta = 39^\circ$	ت 1 : $\cos \beta = \frac{AC}{AB}$ $\cos 30^\circ = 0.86$ $\frac{AC}{AB} = 0.86$ $AB = \frac{AC}{0.86} = \frac{3}{0.86} = 3.48$ $AB = 3.48$ ت 4 : $\cos \beta = \frac{LK}{JK}$ $\cos 23^\circ = 0.92$ $\frac{LK}{JK} = 0.92$ $JK = \frac{LK}{0.92} = \frac{7}{0.92} = 7.60$ $JK = 7.60$ ت 7 : $\tan \beta = \frac{DE}{FE} = \frac{5}{3.37} = 1.48$ $\tan 1.48 = 56^\circ$ $\beta = 56^\circ$ ت 10 : $\tan \beta = \frac{MO}{ON} = \frac{66.7}{23} = 2.9$ $\tan 2.90 = 71^\circ$ $\beta = 71^\circ$

تمرين حول : حساب المثلثات

حل التمرين :

(1) إنشاء الشكل



(2) إثبات أن $AB^2 = BH \times BC$

بما أن الزاويتان $\widehat{ABH}$ و $\widehat{ABC}$ لهما نفس القيس و تتواجدان في مثلثين قائمين :

$$\begin{cases} \cos \widehat{ABH} = \cos \widehat{ABC} \\ \sin \widehat{ABH} = \sin \widehat{ABC} \\ \tan \widehat{ABH} = \tan \widehat{ABC} \end{cases}$$

للتذكير : $\cos = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} \quad (1) \text{ في المثلث } ABC$$

$$\widehat{ABH} = \frac{BH}{AB} \quad (2) \text{ في المثلث } ABH$$

$$\text{لدينا : } \frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB} \text{ و منه } \widehat{ABH} = \frac{BH}{AB} \cos = \cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{أي : } AB^2 = BH \times BC$$

التمرين الأول: (حسب نموذج 2011)

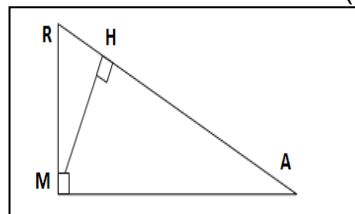
إليك الشكل المقابل :

$$\text{ببين أن : } MA^2 = HA \times RA$$

(يمكن الاعتماد على

$$(\cos \widehat{HAM} \text{ و } \cos \widehat{RAM})$$

في المثلثين القائمين RAM و HAM .



التمرين الثاني: (حسب نموذج 2011)

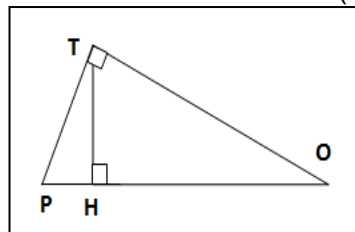
إليك الشكل المقابل :

$$\text{ببين أن : } TO^2 = HO \times PO$$

(يمكن الاعتماد على

$$(\cos \widehat{TOH} \text{ و } \cos \widehat{TOP})$$

في المثلثين القائمين TOP و TOH .



التمرين الثالث: (حسب نموذج 2011)

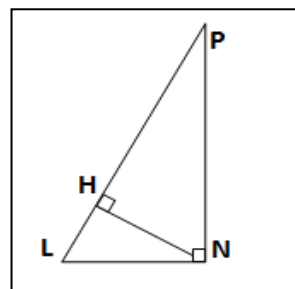
إليك الشكل المقابل :

$$\text{ببين أن : } PN^2 = HP \times LP$$

(يمكن الاعتماد على $\cos \widehat{LPN}$

$$\text{و } (\cos \widehat{HPN}))$$

في المثلثين القائمين LPN و HPN .



التمرين الرابع: (حسب نموذج 2011)

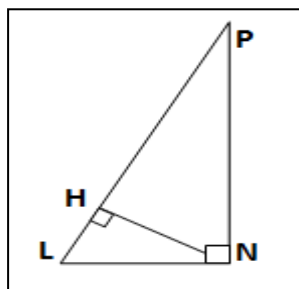
إليك الشكل المقابل :

$$\text{ببين أن : } LN^2 = LH \times LP$$

(يمكن الاعتماد على $\cos \widehat{PLN}$

$$\text{و } (\cos \widehat{HLN}))$$

في المثلثين القائمين PLN و HLN .



حل التمرين الثالث :

$$\text{لدينا : } \frac{HP}{PN} = \frac{PN}{LP} \text{ و منه } \widehat{HPN} = \frac{HP}{PN} \cos = \cos \widehat{LPN} = \frac{PN}{LP}$$

$$\text{أي : } PN^2 = HP \times LP$$

حل التمرين الرابع :

$$\text{لدينا : } \frac{LH}{LN} = \frac{LN}{LP} \text{ و منه } \widehat{HLN} = \frac{LH}{LN} \cos = \cos \widehat{PLN} = \frac{LN}{LP}$$

$$\text{أي : } LN^2 = LH \times LP$$

حل التمرين الأول :

$$\text{لدينا : } \frac{HA}{MA} = \frac{MA}{RA} \text{ و منه } \widehat{HAM} = \frac{HA}{MA} \cos = \cos \widehat{RAM} = \frac{MA}{RA}$$

$$\text{أي : } MA^2 = HA \times RA$$

حل التمرين الثاني :

$$\text{لدينا : } \frac{HO}{TO} = \frac{TO}{PO} \text{ و منه } \widehat{TOH} = \frac{HO}{TO} \cos = \cos \widehat{TOP} = \frac{TO}{PO}$$

$$\text{أي : } TO^2 = HO \times PO$$

حل تمرين امتحان شهادة التعليم المتوسط (2014):

(1) حساب الطول AB بالتدوير إلى الوحدة :

في المثلث ABC القائم في B لدينا : $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$

أي : $\tan 25^\circ = \frac{AB}{22}$ و منه : $AB = 22 \times \tan 25^\circ$

و $\tan 25^\circ \approx 0.466$ إذن : $AB \approx 22 \times 0.466 = 10 \text{ m}$

(2) حساب مساحة شبه المنحرف ABCD :

$A_1 = 170 \text{ m}^2$ أي أن : $A_1 = \frac{(22+12) \times 10}{2} = 170$

(3) حساب مساحة المثلث ABC :

$A_2 = 110 \text{ m}^2$ أي أن : $A_2 = \frac{22 \times 10}{2} = 110$

(4) مساحة الجزء المظلل من الشكل :

$A = 60 \text{ m}^2$ أي أن : $A = A_1 - A_2 = 170 - 110 = 60$

التمرين الثالث: (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة جوان (2014)

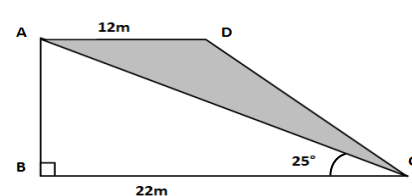
الشكل ABCD شبه منحرف قائم في B ، فيه : $\widehat{ACB} = 25^\circ$

(1) احسب الطول AB بالتدوير إلى الوحدة. (استعن بـ : $\tan \widehat{ACB}$) .

(2) احسب مساحة كل من شبه المنحرف ABCD و المثلث ABC .

ثم استنتج مساحة الجزء المظلل.

تعطى : مساحة شبه المنحرف = $\frac{(\text{القاعدة الكبرى} + \text{القاعدة الصغرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$



التمرين الرابع: (حسب نموذج 2014)

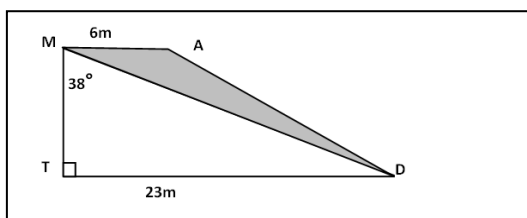
الشكل MADT شبه منحرف قائم في T ، فيه : $\widehat{TMD} = 38^\circ$

(1) احسب الطول MT بالتدوير إلى الوحدة. (استعن بـ : $\tan \widehat{TMD}$) .

(2) احسب مساحة كل من شبه المنحرف MADT و المثلث MDT .

ثم استنتج مساحة الجزء المظلل.

تعطى : مساحة شبه المنحرف = $\frac{(\text{القاعدة الكبرى} + \text{القاعدة الصغرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$



التمرين الخامس: (حسب نموذج 2014)

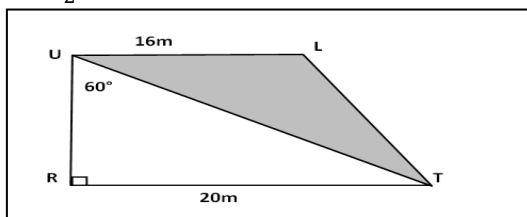
الشكل ULTR شبه منحرف قائم في R ، فيه : $\widehat{RUT} = 60^\circ$

(1) احسب الطول UR بالتدوير إلى الوحدة. (استعن بـ : $\tan \widehat{RUT}$) .

(2) احسب مساحة كل من شبه المنحرف ULTR و المثلث UTR .

ثم استنتج مساحة الجزء المظلل.

تعطى : مساحة شبه المنحرف = $\frac{(\text{القاعدة الكبرى} + \text{القاعدة الصغرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$



التمرين السادس: (حسب نموذج 2014)

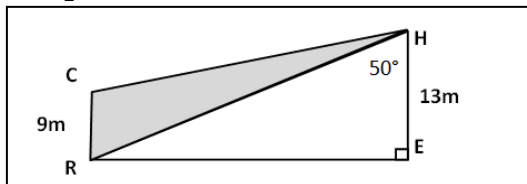
الشكل CHER شبه منحرف قائم في E ، فيه : $\widehat{RHE} = 50^\circ$

(1) احسب طول RE بالتدوير إلى الوحدة. (استعن بـ : $\tan \widehat{RHE}$) .

(2) احسب مساحة كل من شبه المنحرف CHER و المثلث REH .

ثم استنتج مساحة الجزء المظلل.

تعطى : مساحة شبه المنحرف = $\frac{(\text{القاعدة الكبرى} + \text{القاعدة الصغرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$



التمرين الأول: (حسب نموذج 2014)

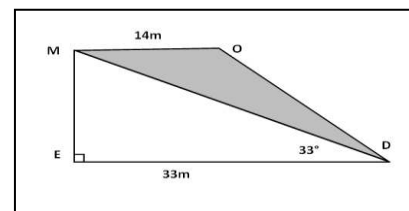
الشكل MODE شبه منحرف قائم في E ، فيه : $\widehat{MDE} = 33^\circ$

(1) احسب الطول ME بالتدوير إلى الوحدة. (استعن بـ : $\tan \widehat{MDE}$) .

(2) احسب مساحة كل من شبه المنحرف MODE و المثلث MDE .

ثم استنتج مساحة الجزء المظلل.

تعطى : مساحة شبه المنحرف = $\frac{(\text{القاعدة الكبرى} + \text{القاعدة الصغرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$



التمرين الثاني: (حسب نموذج 2014)

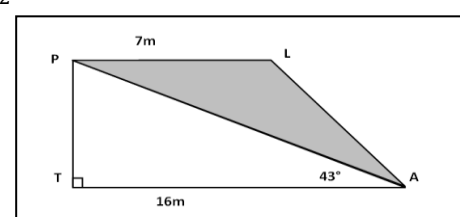
الشكل PLAT شبه منحرف قائم في T ، فيه : $\widehat{PAT} = 43^\circ$

(1) احسب الطول PT بالتدوير إلى الوحدة. (استعن بـ : $\tan \widehat{PAT}$) .

(2) احسب مساحة كل من شبه المنحرف PLAT و المثلث PAT .

ثم استنتج مساحة الجزء المظلل.

تعطى : مساحة شبه المنحرف = $\frac{(\text{القاعدة الكبرى} + \text{القاعدة الصغرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$



التمرين الثالث: (حسب نموذج 2014)

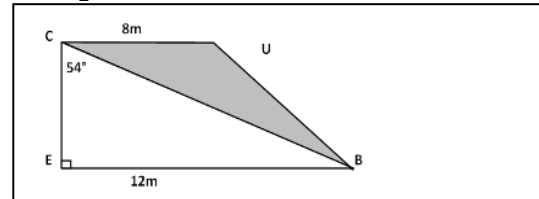
الشكل CUBE شبه منحرف قائم في E ، فيه : $\widehat{ECB} = 54^\circ$

(1) احسب الطول CE بالتدوير إلى الوحدة. (استعن بـ : $\tan \widehat{ECB}$) .

(2) احسب مساحة كل من شبه المنحرف CUBE و المثلث CEB .

ثم استنتج مساحة الجزء المظلل.

تعطى : مساحة شبه المنحرف = $\frac{(\text{القاعدة الكبرى} + \text{القاعدة الصغرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$



حل نماذج التمرين الثالث (دورة 2014) :

التمرين الأول :

$$\begin{aligned}\tan 38^\circ &= 0.78 \dots\dots\dots(1) \\ \tan \widehat{TMD} &= \frac{TD}{MT} \dots\dots\dots(2) \\ &= 0.78 \frac{TD}{MT} \\ MT &= \frac{23}{0.78} = \mathbf{29.48 \text{ m}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A(\text{MADT}) &= \frac{(23+6) \times 29.48}{2} = \frac{29 \times 29.48}{2} = \frac{854.92}{2} = \mathbf{427.46 \text{ m}^2} \\ A(\text{MDT}) &= \frac{23 \times 29.48}{2} = \mathbf{339.02 \text{ m}^2} \\ A(\text{MADT}) - A(\text{MDT}) &= \mathbf{88.44 \text{ m}^2}\end{aligned}$$

التمرين الرابع :

$$\begin{aligned}\tan 33^\circ &= 0.64 \dots\dots\dots(1) \\ \tan \widehat{MED} &= \frac{ME}{ED} \dots\dots\dots(2) \\ \frac{ME}{ED} &= 0.64 \\ ME &= ED \times 0.64 = 33 \times 0.64 = \mathbf{21.12 \text{ m}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A(\text{MODE}) &= \frac{(33+14) \times 21.12}{2} = \frac{47 \times 21.12}{2} = \frac{992}{2} = \mathbf{496,32 \text{ m}} \\ A(\text{MED}) &= \frac{33 \times 21.12}{2} = \mathbf{348,48 \text{ m}^2} \\ A(\text{MODE}) - A(\text{MED}) &= \mathbf{147.84 \text{ m}^2}\end{aligned}$$

التمرين الثاني :

$$\begin{aligned}\tan 60^\circ &= 1.73 \dots\dots\dots(1) \\ \tan \widehat{RUT} &= \frac{RT}{UR} \dots\dots\dots(2) \\ &= 1.73 \frac{RT}{UR} \\ UR &= \frac{20}{1.73} = \mathbf{11.56 \text{ m}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A(\text{ULTR}) &= \frac{(20+16) \times 11.56}{2} = \frac{36 \times 11.56}{2} = \frac{416.16}{2} = \mathbf{208.08 \text{ m}^2} \\ A(\text{UTR}) &= \frac{20 \times 11.56}{2} = \mathbf{115.6 \text{ m}^2} \\ A(\text{ULTR}) - A(\text{UTR}) &= \mathbf{92.48 \text{ m}^2}\end{aligned}$$

التمرين الخامس :

$$\begin{aligned}\tan 43^\circ &= 0.93 \dots\dots\dots(1) \\ \tan \widehat{PAT} &= \frac{PT}{TA} \dots\dots\dots(2) \\ \frac{PT}{TA} &= 0.93 \\ PT &= TA \times 0.93 = 16 \times 0.93 = \mathbf{14.88 \text{ m}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A(\text{PLAT}) &= \frac{(16+7) \times 14.88}{2} = \frac{23 \times 14.88}{2} = \frac{342.24}{2} = \mathbf{171,12 \text{ m}} \\ A(\text{PAT}) &= \frac{16 \times 14.88}{2} = \mathbf{119.04 \text{ m}^2} \\ A(\text{MODE}) - A(\text{MED}) &= \mathbf{52.08 \text{ m}^2}\end{aligned}$$

التمرين الثالث :

$$\begin{aligned}\tan 50^\circ &= 1.19 \dots\dots\dots(1) \\ \tan \widehat{RHE} &= \frac{RE}{HE} \dots\dots\dots(2) \\ &= 1.19 \frac{RE}{HE} \\ RE &= 13 \times 1.19 = \mathbf{15.47 \text{ m}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A(\text{CHER}) &= \frac{(13+9) \times 15.47}{2} = \frac{22 \times 15.47}{2} = \frac{340.34}{2} = \mathbf{170.17 \text{ m}^2} \\ A(\text{REH}) &= \frac{13 \times 15.47}{2} = \mathbf{100.55 \text{ m}^2} \\ A(\text{CHER}) - A(\text{REH}) &= \mathbf{69.61 \text{ m}^2}\end{aligned}$$

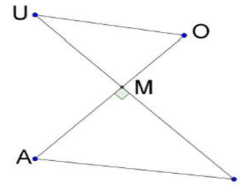
$$\begin{aligned}\tan 54^\circ &= 1.37 \dots\dots\dots(1) \\ \tan \widehat{ECB} &= \frac{EB}{CE} \dots\dots\dots(2) \\ \frac{EB}{CE} &= 1.37 \\ CE &= \frac{EB}{1.37} = \frac{12}{1.37} = \mathbf{8.75 \text{ m}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A(\text{CUBE}) &= \frac{(12+8) \times 8.75}{2} = \frac{20 \times 8.75}{2} = \frac{175}{2} = \mathbf{87.5 \text{ m}} \\ A(\text{ECB}) &= \frac{12 \times 8.75}{2} = \mathbf{52.5 \text{ m}^2} \\ A(\text{CUBE}) - A(\text{ECB}) &= \mathbf{35 \text{ m}^2}\end{aligned}$$

حل تمرين امتحان شهادة التعليم المتوسط :

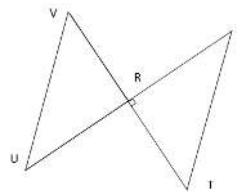
(1) نبين أن (AI) // (UO)
 لدينا : $\frac{MO}{MA} = \frac{MU}{MI}$: نستنتج أن : $\frac{MU}{MI} = \frac{28}{36} = \frac{7}{9}$ و $\frac{MO}{MA} = \frac{21}{27} = \frac{7}{9}$
 و حسب النظرية العكسية لنظرية طالس فإن (AI) // (UO)
 (ملاحظة : ترتيب النقط محقق في الشكل المعطى)
 (2) حساب قياس الزاوية $\widehat{AIM}$
 لدينا في المثلث AIM القائم في M ، $\tan \widehat{AIM} = \frac{AM}{MI}$ ، منه $\tan \widehat{AIM} = \frac{27}{36}$
 أي $\widehat{AIM} = 36,869$ باستعمال الحاسبة العلمية نجد : $\widehat{AIM} = 37^\circ$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة) .

التمرين الرابع : (نقطتين) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2017)
 الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية (وحدة الطول هي الميليمتر)
 $MU = 28$, $MI = 36$, $MO = 21$, $MA = 27$
 (1) بين أن المستقيمين (AI) و (OU) متوازيين.
 (2) احسب قياس الزاوية $\widehat{AIM}$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة)



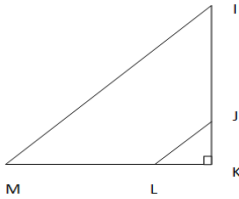
التمرين الأول : حسب نموذج (2017)

(وحدة الطول هي الميليمتر)
 الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية
 $RS = 6$, $RT = 6.6$, $RU = 6.5$, $RV = 7.15$
 (1) بين أن المستقيمين (ST) و (VU) متوازيين.
 (2) احسب قياس الزاوية $\widehat{UVR}$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة)



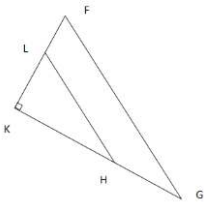
التمرين الرابع : حسب نموذج (2017)

(وحدة الطول هي الميليمتر)
 الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية
 $KJ = 3$, $KI = 17$, $KL = 2.4$, $KM = 13.6$
 (1) بين أن المستقيمين (LJ) و (MI) متوازيين.
 (2) احسب قياس الزاوية $\widehat{MIK}$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة)



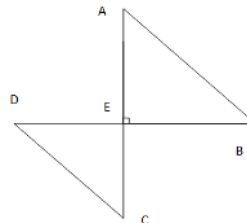
التمرين الخامس : حسب نموذج (2017)

(وحدة الطول هي الميليمتر)
 الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية
 $KH = 9$, $KG = 14$, $KL = 5.4$, $KF = 8.4$
 (1) بين أن المستقيمين (FG) و (LH) متوازيين.
 (2) احسب قياس الزاوية $\widehat{KGF}$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة)



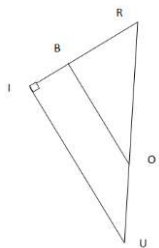
التمرين الثاني : حسب نموذج (2017)

(وحدة الطول هي الميليمتر)
 الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية
 $EA = 10.8$, $EB = 12$, $EC = 8.1$, $ED = 9$
 (1) بين أن المستقيمين (AB) و (DC) متوازيين.
 (2) احسب قياس الزاوية $\widehat{EDC}$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة)



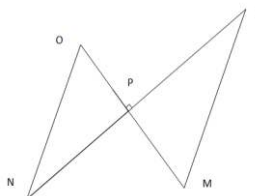
التمرين السادس : حسب نموذج (2017)

(وحدة الطول هي الميليمتر)
 الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية
 $RB = 6.6$, $RI = 10.8$, $RO = 11$, $RU = 18$
 (1) بين أن المستقيمين (IO) و (BU) متوازيين.
 (2) احسب قياس الزاوية $\widehat{IRU}$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة)



التمرين الثالث : حسب نموذج (2017)

(وحدة الطول هي الميليمتر)
 الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية
 $PL = 15$, $PM = 10.5$, $PN = 8$, $PO = 5.6$
 (1) بين أن المستقيمين (LM) و (ON) متوازيين.
 (2) احسب قياس الزاوية $\widehat{PML}$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة)



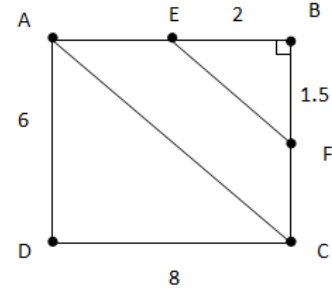
الحلول :

ت 3 : الطريقة 1 : 1.87 و $1.87 = \frac{15}{8} = \frac{PL}{PN}$ و $\frac{PM}{PO} = \frac{10.5}{5.6} = 1.87$ أو الطريقة 2 : 0.53 و $0.53 = \frac{8}{15} = \frac{PN}{PL}$ و $\frac{PO}{PM} = \frac{5.6}{10.5} = 0.53$ $\tan \widehat{PML} = \frac{PL}{PM} = \frac{15}{10.5} = 1.42$, $\tan 1.42 = 55^\circ$	ت 2 : الطريقة 1 : 1.33 و $1.33 = \frac{12}{9} = \frac{EB}{ED}$ و $\frac{EA}{EC} = \frac{10.8}{8.1} = 1.33$ أو الطريقة 2 : 0.75 و $0.75 = \frac{9}{12} = \frac{ED}{EB}$ و $\frac{EC}{EA} = \frac{8.1}{10.8} = 0.75$ $\tan \widehat{EDC} = \frac{EC}{ED} = \frac{8.1}{9} = 0.9$, $\tan 0.9 = 42^\circ$	ت 1 : الطريقة 1 : 1.08 و $1.08 = \frac{6.5}{6} = \frac{RU}{RS}$ و $\frac{RV}{RT} = \frac{7.15}{6.6} = 1.08$ أو الطريقة 2 : 0.92 و $0.92 = \frac{6}{6.5} = \frac{RS}{RU}$ و $\frac{RT}{RV} = \frac{6.6}{7.15} = 0.92$ $\tan \widehat{UVR} = \frac{RV}{RU} = \frac{7.15}{6.5} = 1.1$, $\tan 1.1 = 48^\circ$
ت 6 : الطريقة 1 : 1.63 و $1.63 = \frac{18}{11} = \frac{RU}{RO}$ و $\frac{RI}{RB} = \frac{10.8}{6.6} = 1.63$ أو الطريقة 2 : 0.61 و $0.61 = \frac{11}{18} = \frac{RO}{RU}$ و $\frac{RB}{RI} = \frac{6.6}{10.8} = 0.61$ $\cos \widehat{IRU} = \frac{RI}{RU} = \frac{10.8}{18} = 0.6$, $\cos 0.6 = 53^\circ$	ت 5 : الطريقة 1 : 1.55 و $1.55 = \frac{14}{9} = \frac{KG}{KH}$ و $\frac{KF}{KL} = \frac{8.4}{5.4} = 1.55$ أو الطريقة 2 : 0.64 و $0.64 = \frac{9}{14} = \frac{KH}{KG}$ و $\frac{KL}{KF} = \frac{5.4}{8.4} = 0.64$ $\tan \widehat{KGF} = \frac{KF}{KG} = \frac{8.4}{14} = 0.6$, $\tan 0.6 = 31^\circ$	ت 4 : الطريقة 1 : 5.66 و $5.66 = \frac{17}{3} = \frac{KL}{KJ}$ و $\frac{KM}{KL} = \frac{13.6}{2.4} = 5.66$ أو الطريقة 2 : 0.17 و $0.17 = \frac{3}{17} = \frac{KJ}{KL}$ و $\frac{KL}{KM} = \frac{2.4}{13.6} = 0.17$ $\tan \widehat{MIK} = \frac{KM}{KI} = \frac{13.6}{17} = 0.8$, $\tan 0.8 = 39^\circ$

التمرين الثالث: (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2018

ABCD مستطيل حيث $AD = 6$ و $DC = 8$ (وحدة الطول هي السنتيمتر)

- أحسب طول AC
- E و F نقطتان من الضلعين [AB] و [BC] على الترتيب حيث: $BF = 1.5$ و $BE = 2$
بين أن: (AC) يوازي (EF)
3) احسب قياس الزاوية $\widehat{BEF}$ بالتدوير إلى الوحدة.



التمرين الأول: حسب نموذج (2018)

(وحدة الطول هي السنتيمتر)

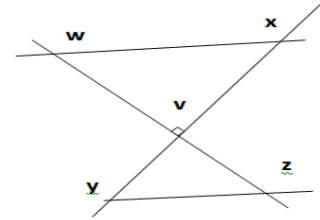
ليكن الشكل التالي حيث $VW = 5.4$ و $VX = 6$

- أحسب طول WX

- لدينا: $VZ = 1.62$ و $VY = 1.8$

بين أن: (WX) يوازي (YZ)

احسب قياس الزاوية $\widehat{VZY}$ بالتدوير إلى الوحدة.



التمرين الثاني: حسب نموذج (2018)

(وحدة الطول هي المتر)

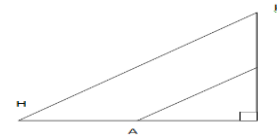
ليكن الشكل التالي حيث $BH = 15$ و $BK = 10.5$

- أحسب طول KH

- لدينا: $GB = 5.6$ و $AB = 8$

بين أن: (HK) يوازي (AG)

احسب قياس الزاوية $\widehat{GAB}$ بالتدوير إلى الوحدة.



التمرين الثالث: حسب نموذج (2018)

(وحدة الطول هي المتر)

ليكن الشكل التالي حيث $GH = 25.2$ و $HO = 28$

- أحسب طول GO

حل التمرين الثالث لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2018):

- حساب طول AC:

بتطبيق نظرية فيثاغورث على المثلث القائم ADC:

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 \quad \text{أي} \quad AC^2 = 6^2 + 8^2 \quad \text{أي} \quad AC^2 = 36 + 64 = 100$$

$$AC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

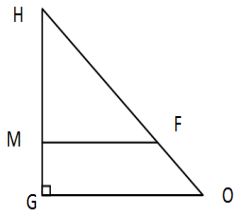
- إثبات أن (EF) // (AC):

$$\frac{BF}{BC} = \frac{1.5}{6} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} \quad \text{و} \quad \frac{BE}{BA} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

لدينا من جهة: $\frac{1}{4}$ و من جهة أخرى: $\frac{1}{4}$
بما أن: $\frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BC}$ فإن المستقيمين (EF) و (AC) متوازيان حسب عكس خاصية طالس.

- حساب قياس الزاوية $\widehat{BEF}$ بالتدوير إلى الوحدة:

$$\tan \widehat{BEF} = \frac{BF}{BE} = \frac{1.5}{2} = 0.75 \quad \text{و منه:} \quad \widehat{BEF} = 37^\circ$$



تابع للتمرين الثالث:

- لدينا: $HM = 14.4$ و $HF = 16$

بين أن: (MF) يوازي (GO)

احسب قياس الزاوية $\widehat{GHO}$ بالتدوير إلى الوحدة.

التمرين الرابع: حسب نموذج (2018)

(وحدة الطول هي الكيلومتر)

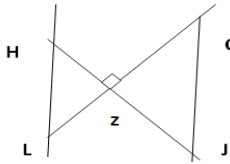
ليكن الشكل التالي حيث $ZI = 28.8$ و $ZC = 32$

- أحسب طول CJ

- لدينا: $ZL = 26$ و $ZH = 23.4$

بين أن: (CJ) يوازي (HL)

- 1) احسب قياس الزاوية $\widehat{LHZ}$ بالتدوير إلى الوحدة.



التمرين الخامس: حسب نموذج (2018)

(وحدة الطول هي الكيلومتر)

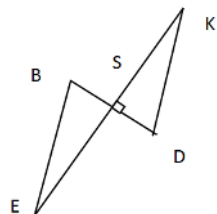
ليكن الشكل التالي حيث $SD = 16.8$ و $SK = 42$

- أحسب طول KD

- لدينا: $SE = 38$ و $SB = 15.2$

بين أن: (KD) يوازي (BE)

- 3) احسب قياس الزاوية $\widehat{EBS}$ بالتدوير إلى الوحدة.



التمرين السادس: حسب نموذج (2018)

(وحدة الطول هي المليمتر)

FDKL مستطيل حيث $FS = 7.6$ و $FH = 19$

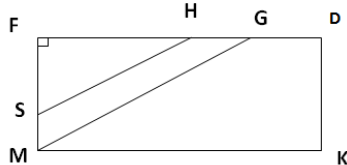
- أحسب طول SH

- لدينا: $FG = 23$ و $FM = 9.2$

بين أن: (SH) يوازي (MG)

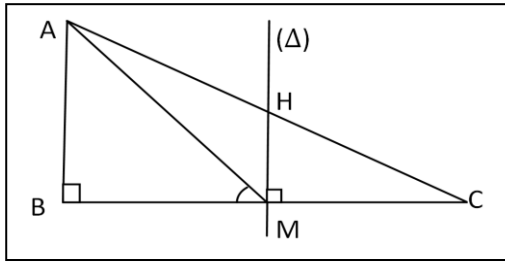
احسب بالتدوير إلى الوحدة:

قياس الزاوية $\widehat{FMG}$



الحلول:

ت 3: $GO^2 = HO^2 - GH^2$, $GO^2 = 784 - 635.04 = 148.96$ $HO = \sqrt{148.96} = 12.20 \text{ m}$ الطريقة 1: $\frac{HG}{HM} = \frac{25.2}{14.4} = 1.75$ و $\frac{HO}{HF} = \frac{28}{16} = 1.75$ أو الطريقة 2: $\frac{HG}{HO} = \frac{25.2}{28} = 0.9$ و $\frac{HF}{HS} = \frac{16}{18} = 0.88$ $\cos \widehat{GHO} = \frac{HG}{HO} = 0.9$, $\cos 0.9 = 25^\circ$	ت 2: $HK^2 = BH^2 + BK^2$, $HK^2 = 225 + 110.25 = 335.25$ $HK = \sqrt{335.25} = 18.30 \text{ m}$ الطريقة 1: $\frac{BK}{BG} = \frac{10.5}{5.6} = 1.87$ و $\frac{BH}{BA} = \frac{15}{8} = 1.87$ أو الطريقة 2: $\frac{BK}{BH} = \frac{10.5}{15} = 0.7$ و $\frac{BG}{BA} = \frac{5.6}{8} = 0.7$ $\tan \widehat{GAB} = \frac{BG}{BA} = 0.7$, $\tan 0.7 = 35^\circ$	ت 1: $WX^2 = VX^2 + VW^2$, $WX^2 = 36 + 29.16 = 65.16$ $WX = \sqrt{65.16} = 8.07 \text{ cm}$ الطريقة 1: $\frac{VX}{VY} = \frac{6}{1.8} = 3.33$ و $\frac{VW}{VZ} = \frac{5.4}{1.62} = 3.33$ أو الطريقة 2: $\frac{VX}{VW} = \frac{6}{5.4} = 1.11$ و $\frac{VY}{VZ} = \frac{1.8}{1.62} = 1.11$ $\tan \widehat{VZY} = \frac{VY}{VZ} = 1.11$, $\tan 1.11 = 48^\circ$
ت 6: $SH^2 = FH^2 + FS^2$, $SH^2 = 361 + 57.76 = 418.76$ $SH = \sqrt{418.76} = 20.46 \text{ mm}$ الطريقة 1: $\frac{FM}{FS} = \frac{9.2}{7.6} = 1.21$ و $\frac{FH}{FG} = \frac{19}{23} = 0.82$ أو الطريقة 2: $\frac{FM}{FG} = \frac{9.2}{23} = 0.4$ و $\frac{FS}{FG} = \frac{7.6}{23} = 0.33$ $\tan \widehat{FMG} = \frac{FM}{FG} = 0.4$, $\tan 0.4 = 25^\circ$	ت 5: $KD^2 = SK^2 + SD^2$, $KD^2 = 1764 + 282.24 = 2046.24$ $KD = \sqrt{2046.24} = 45.23 \text{ km}$ الطريقة 1: $\frac{SD}{SB} = \frac{16.8}{15.2} = 1.1$ و $\frac{SK}{SE} = \frac{42}{38} = 1.1$ أو الطريقة 2: $\frac{SD}{SK} = \frac{16.8}{42} = 0.4$ و $\frac{SB}{SE} = \frac{15.2}{38} = 0.4$ $\tan \widehat{EBS} = \frac{SD}{SB} = 1.1$, $\tan 1.1 = 48^\circ$	ت 4: $CJ^2 = ZC^2 + ZJ^2$, $CJ^2 = 1024 + 829.44 = 1853.44$ $CJ = \sqrt{1853.44} = 43.05 \text{ km}$ الطريقة 1: $\frac{ZC}{ZL} = \frac{28.8}{23.4} = 1.23$ و $\frac{ZJ}{ZH} = \frac{23.4}{23.4} = 1$ أو الطريقة 2: $\frac{ZC}{ZJ} = \frac{28.8}{23.4} = 1.23$ و $\frac{ZL}{ZH} = \frac{23.4}{23.4} = 1$ $\tan \widehat{LHZ} = \frac{ZL}{ZH} = 1$, $\tan 1 = 45^\circ$



حل التمرين : (1) الرسم

(2) حساب طول MH

بما أن : $(AB) \perp (BC)$ و $(MH) \perp (BC)$ فإن : $(AB) \parallel (MH)$
بما أن $(MH) \parallel (AB)$ وحسب نظرية طالس لدينا : $\frac{CM}{CB} = \frac{MH}{AB}$
$$MH = \frac{CM \times AB}{CB} = \frac{4 \times 6}{8} = \frac{24}{6} = 3$$

 $MH = 3 \text{ cm}$

(3) حساب : $\tan \widehat{AMB}$

$\tan \widehat{AMB} = \frac{AB}{BM}$; $\tan \widehat{AMB} = \frac{4}{2}$; $\tan \widehat{AMB} = 2$
(4) استنتاج قياس الزاوية $\widehat{AMB}$:
 $\tan 2 = 63.4^\circ \approx 63^\circ$
 $\widehat{AMB} = 63^\circ$

التمرين الخامس : (حسب نموذج 2013)

*المرجع : تمرين مأخوذ من (موضوع مقترح - نموذج 2) تمرين 3:

ABC مثلث قائم في B حيث : $AB = 4$ و $CB = 4\sqrt{3}$

لتكن M نقطة من [BC] حيث $BM = \frac{BC}{2}$

المستقيم (Δ) العمودي على (BC) في النقطة M
يقطع [AC] في النقطة H .

(1) أحسب الطول MH.

(2) أحسب $\tan \widehat{AMB}$ واستنتج قياس الزاوية $\widehat{AMB}$ (يمكن استعمال الحاسبة)

التمرين السادس : (حسب نموذج 2013)

LOR مثلث قائم في R حيث : $RL = 7 \text{ cm}$ و $RO = 3 \text{ cm}$

لتكن A نقطة من [RL] حيث $RA = 2$

المستقيم (Δ) العمودي على (LR) في النقطة A
يقطع [OL] في النقطة C .

(1) أحسب الطول AC.

(2) أحسب $\tan \widehat{RAO}$ واستنتج قياس الزاوية $\widehat{RAO}$
بالتدوير إلى الدرجة.

التمرين الثالث :

$$\frac{RG}{OI} = \frac{RM}{OM}, \frac{RG}{4} = \frac{4}{7}, \quad RG = \frac{16}{7} = 2.28 \text{ cm}$$

$$RG = 2.28 \text{ cm}$$

$$\tan \widehat{ORI} = \frac{OI}{OR} = \frac{4}{3} = 1.33 \quad \tan 1.33 = 53^\circ \quad \widehat{ORI} = 53^\circ$$

التمرين الرابع :

$$\frac{BP}{LI} = \frac{PR}{LR}, \frac{BP}{5} = \frac{6}{8}, \quad BP = \frac{30}{8} = 3.75 \text{ cm}$$

$$BP = 3.75 \text{ cm}$$

$$\tan \widehat{LPI} = \frac{LI}{LP} = \frac{5}{2} = 2.5 \quad \tan 2.5 = 68^\circ \quad \widehat{LPI} = 68^\circ$$

$$\widehat{LPI} = 68^\circ$$

التمرين الخامس :

$$\frac{MH}{BA} = \frac{MC}{BC}, \frac{MH}{4} = \frac{3.45}{6.92}, \quad MH = \frac{13.8}{6.92} \approx 2 \text{ cm}$$

$$MH \approx 2 \text{ cm}$$

$$\tan \widehat{AMB} = \frac{BA}{BM} = \frac{4}{3.46} = 1.15 \quad \tan 1.15 = 49^\circ \quad \widehat{AMB} = 49^\circ$$

$$\widehat{AMB} = 49^\circ$$

التمرين السادس :

$$\frac{AC}{RO} = \frac{LA}{RL}, \frac{AC}{3} = \frac{5}{7}, \quad AC = \frac{15}{7} = 2.14 \text{ cm}$$

$$AC = 2.14 \text{ cm}$$

$$\tan \widehat{RAO} = \frac{AC}{RO} = \frac{3}{2} = 1.5 \quad \tan 1.5 = 57^\circ \quad \widehat{RAO} = 57^\circ$$

$$\widehat{RAO} = 57^\circ$$

التمرين الثالث : (نقطتان) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2013)

ABC مثلث قائم في B حيث : $AB = 4 \text{ cm}$ و $CB = 8 \text{ cm}$

لتكن M نقطة من [BC] حيث $BM = \frac{BC}{4}$

المستقيم (Δ) العمودي على (BC) في النقطة M
يقطع [AC] في النقطة H .

(1) أحسب الطول MH.

(2) أحسب $\tan \widehat{AMB}$ واستنتج قياس الزاوية $\widehat{AMB}$
بالتدوير إلى الدرجة.

التمرين الأول : (حسب نموذج 2013)

PIC مثلث قائم في I حيث : $IP = 5 \text{ cm}$ و $IC = 2 \text{ cm}$

لتكن X نقطة من [IP] حيث $IX = 3$

المستقيم (Δ) العمودي على (IP) في النقطة X
يقطع [PC] في النقطة Y .

(1) أحسب الطول YX.

(2) أحسب $\tan \widehat{CXI}$ واستنتج قياس الزاوية $\widehat{CXI}$
بالتدوير إلى الدرجة.

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2013)

BAL مثلث قائم في L حيث : $LA = 4 \text{ cm}$ و $LB = 2 \text{ cm}$

لتكن T نقطة من [LA] حيث $LT = 1$

المستقيم (Δ) العمودي على (LA) في النقطة T
يقطع [AB] في النقطة S .

(1) أحسب الطول ST.

(2) أحسب $\tan \widehat{LTB}$ واستنتج قياس الزاوية $\widehat{LTB}$
بالتدوير إلى الدرجة.

التمرين الثالث : (حسب نموذج 2013)

MOI مثلث قائم في O حيث : $OM = 7 \text{ cm}$ و $OI = 4 \text{ cm}$

لتكن R نقطة من [OM] حيث $OR = 3$

المستقيم (Δ) العمودي على (OM) في النقطة R
يقطع [IM] في النقطة G .

(1) أحسب الطول RG.

(2) أحسب $\tan \widehat{ORI}$ واستنتج قياس الزاوية $\widehat{ORI}$
بالتدوير إلى الدرجة.

التمرين الرابع : (حسب نموذج 2013)

LIR مثلث قائم في L حيث : $LR = 8 \text{ cm}$ و $LI = 5 \text{ cm}$

لتكن P نقطة من [LR] حيث $LP = 2$

المستقيم (Δ) العمودي على (LR) في النقطة P
يقطع [IR] في النقطة B .

(1) أحسب الطول BP.

(2) أحسب $\tan \widehat{LPI}$ واستنتج قياس الزاوية $\widehat{LPI}$
بالتدوير إلى الدرجة.

الحلول :

التمرين الأول :

$$\frac{YX}{IC} = \frac{PX}{IP}, \frac{YX}{2} = \frac{2}{5}, \quad YX = \frac{4}{5} = 0.8 \text{ cm}$$

$$YX = 0.8 \text{ cm}$$

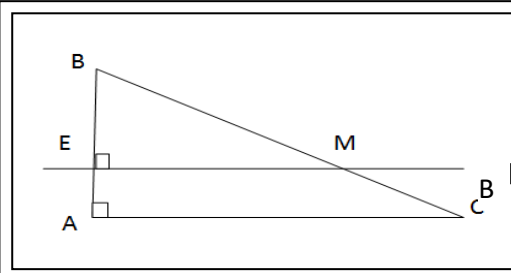
$$\tan \widehat{CXI} = \frac{IC}{IX} = \frac{2}{3} = 0.66 \quad \tan 0.66 = 34^\circ \quad \widehat{CXI} = 34^\circ$$

التمرين الثاني :

$$\frac{ST}{LB} = \frac{AT}{LA}, \frac{ST}{2} = \frac{3}{4}, \quad ST = \frac{6}{4} = 1.5 \text{ cm}$$

$$ST = 1.5 \text{ cm}$$

$$\tan \widehat{LTB} = \frac{BL}{LT} = \frac{2}{1} = 2 \quad \tan 2 = 64^\circ \quad \widehat{LTB} = 64^\circ$$



حل التمرين : 1) إنشاء الشكل

2) حساب AC

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 \quad \text{ومن هنا} \quad AC^2 = 25 - 9 = 16 \quad \text{إذن} \quad AC = \sqrt{16} = 4$$

3) حساب BM : تطبيقاً لنظرية طاليس لدينا :

$$BM = \frac{BC \times BE}{AB} = \frac{5 \times 2}{3} = \frac{10}{3} \quad \text{أي} \quad \frac{BM}{BC} = \frac{BE}{AB}$$

4) حساب $\cos \widehat{ABC}$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} = 0.6 \quad \text{و منه} \quad \widehat{ABC} \cong 53^\circ$$

نستنتج أن $\widehat{EMB} = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$ لأن المثلث EMB قائم في E

التمرين الثالث: (3 نقط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة جوان 2008

وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر.

ABC مثلث قائم في A حيث : $AB = 3$ و $BC = 5$.

1) أنشئ الشكل ثم حدد الطول AC

2) E نقطة من [AB] حيث $AE = 1$

المستقيم الذي يشمل E ويعامد (AB) يقطع (BC) في النقطة M

- أوجد BM

- احسب $\cos \widehat{ABC}$ ثم استنتج قياس الزاوية $\widehat{EMB}$.

(تدور النتيجة إلى الوحدة من الدرجة)

التمرين الأول: (حسب نموذج 2008)

وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر.

WIL مثلث قائم في I حيث : $IW = 2$ و $WL = 4$.

1) أنشئ الشكل ثم حدد الطول IL

2) E نقطة من [IW] حيث $IE = 1$

المستقيم الذي يشمل E ويعامد (IW) يقطع (WL) في النقطة M

- أوجد طول WM

- احسب $\cos \widehat{IWL}$ ثم استنتج قياس الزاوية $\widehat{EMW}$.

(تدور النتيجة إلى الوحدة من الدرجة)

التمرين الثاني: (حسب نموذج 2008)

وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر.

YOU مثلث قائم في Y حيث : $YO = 5$ و $OU = 8$.

1) أنشئ الشكل ثم حدد الطول YU

2) E نقطة من [YO] حيث $YE = 2$

المستقيم الذي يشمل E ويعامد (YO) يقطع (OU) في النقطة M

- أوجد طول OM

- احسب $\cos \widehat{YOU}$ ثم استنتج قياس الزاوية $\widehat{EMO}$.

(تدور النتيجة إلى الوحدة من الدرجة)

التمرين الثالث: (حسب نموذج 2008)

وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر.

SPA مثلث قائم في S حيث : $SP = 7$ و $AP = 12$.

1) أنشئ الشكل ثم حدد الطول SA

2) E نقطة من [SP] حيث $SE = 3$

المستقيم الذي يشمل E ويعامد (SP) يقطع (AP) في النقطة M

- أوجد طول PM

- احسب $\cos \widehat{APS}$ ثم استنتج قياس الزاوية $\widehat{EMP}$.

(تدور النتيجة إلى الوحدة من الدرجة)

التمرين الرابع: (حسب نموذج 2008)

وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر.

LON مثلث قائم في L حيث : $LO = 4$ و $ON = 10$.

1) أنشئ الشكل ثم حدد الطول NL

2) E نقطة من [LO] حيث $LE = 1.5$

المستقيم الذي يشمل E ويعامد (LO) يقطع (ON) في النقطة M

- أوجد طول OM

- احسب $\cos \widehat{LON}$ ثم استنتج قياس الزاوية $\widehat{EMO}$.

(تدور النتيجة إلى الوحدة من الدرجة)

الحلول

التمرين الأول:

$$IL^2 = 16 - 4 = 12, IL = \sqrt{12} = 3.46 \text{ cm}$$

$$= \frac{WE}{WI} / \frac{WM}{WL} = \frac{1}{2} / \frac{4}{2} = 2 \text{ MW} = 2 \text{ cm}$$

$$\cos \widehat{IWL} = \frac{WI}{WL} = \frac{2}{4} = 0.5 \cos 0.5 = 60^\circ$$

$$180^\circ = 90^\circ + 60^\circ + \widehat{EMW} / \widehat{EMW} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

التمرين الثاني:

$$YU^2 = 64 - 25 = 39, YU = \sqrt{39} = 6.24 \text{ cm}$$

$$= \frac{OE}{OY} / \frac{OM}{OU} = \frac{3}{5} / \frac{24}{5} = 4.8 \text{ OM} = 4.8 \text{ cm}$$

$$\cos \widehat{YOU} = \frac{OY}{OU} = \frac{5}{8} = 0.625 \cos 0.625 = 51^\circ$$

$$180^\circ = 90^\circ + 51^\circ + \widehat{EMB} / \widehat{EMB} = 180^\circ - 141^\circ = 39^\circ$$

التمرين الخامس: (حسب نموذج 2008)

وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر.

GHT مثلث قائم في H حيث : $HG = 3$ و $GT = 7$.

1) أنشئ الشكل ثم حدد الطول HT

2) E نقطة من [HG] حيث $HE = 1$

المستقيم الذي يشمل E ويعامد (HG) يقطع (GT) في النقطة M

- أوجد طول GM

- احسب $\cos \widehat{HGT}$ ثم استنتج قياس الزاوية $\widehat{EMG}$.

(تدور النتيجة إلى الوحدة من الدرجة)

التمرين السادس: (حسب نموذج 2008)

وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر.

FAD مثلث قائم في D حيث : $DA = 2$ و $FA = 4$.

1) أنشئ الشكل ثم حدد الطول DF

2) E نقطة من [DA] حيث $DE = 1$

المستقيم الذي يشمل E ويعامد (DA) يقطع (FA) في النقطة M

- أوجد طول AM

- احسب $\cos \widehat{FAD}$ ثم استنتج قياس الزاوية $\widehat{EMA}$.

(تدور النتيجة إلى الوحدة من الدرجة)

التمرين الثالث:

$$SA^2 = 144 - 49 = 95, SA = \sqrt{95} = 9.74 \text{ cm}$$

$$= \frac{PE}{PS} / \frac{PM}{PT} = \frac{4}{7} / \frac{48}{7} = 6.85 \text{ PM} = 6.85 \text{ cm}$$

$$\cos \widehat{APS} = \frac{PS}{AP} = \frac{7}{12} = 0.58 \cos 0.58 = 54^\circ$$

$$180^\circ = 90^\circ + 54^\circ + \widehat{EMP} / \widehat{EMP} = 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$$

التمرين الرابع:

$$ON^2 = 100 - 16 = 84, NL = \sqrt{84} = 9.16 \text{ cm}$$

$$= \frac{OE}{OL} / \frac{OM}{ON} = \frac{2.5}{4} / \frac{25}{4} = 6.25 \text{ OM} = 6.25 \text{ cm}$$

$$\cos \widehat{LON} = \frac{OL}{ON} = \frac{4}{10} = 0.4 \cos 0.4 = 66^\circ$$

$$180^\circ = 90^\circ + 66^\circ + \widehat{EMP} / \widehat{EMO} = 180^\circ - 156^\circ = 24^\circ$$

التمرين الخامس:

$$HT^2 = 49 - 9 = 40, HT = \sqrt{40} = 6.32 \text{ cm}$$

$$= \frac{GE}{GH} / \frac{GM}{GT} = \frac{2}{3} / \frac{14}{7} = 4.66 \text{ GM} = 4.66 \text{ cm}$$

$$\cos \widehat{HGT} = \frac{GH}{GT} = \frac{3}{7} = 0.42 \cos 0.42 = 65^\circ$$

$$180^\circ = 90^\circ + 65^\circ + \widehat{GME} / \widehat{GME} = 180^\circ - 155^\circ = 25^\circ$$

التمرين السادس:

$$DF^2 = 16 - 4 = 12, DF = \sqrt{12} = 3.46 \text{ cm}$$

$$= \frac{AE}{AD} / \frac{AM}{AF} = \frac{1}{2} / \frac{4}{2} = 2 \text{ AM} = 2 \text{ cm}$$

$$\cos \widehat{FAD} = \frac{AD}{AF} = \frac{2}{4} = 0.5 \cos 0.5 = 60^\circ$$

$$180^\circ = 90^\circ + 60^\circ + \widehat{EMA} / \widehat{EMA} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

حل التمرين :

(1) حساب الطولين TR , TS

$$\sin \widehat{RTS} = \frac{RS}{ST} = 0.8 \quad \text{و منه: } ST = \frac{RS}{0.8} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{و بتطبيق نظرية فيثاغورس نجد: } ST^2 = RT^2 + RS^2 \quad \text{و منه: } RT^2 = ST^2 - RS^2 \quad \text{و عليه: } RT = 6 \text{ cm}$$

(2) حساب الطول MN :

$$\text{بما أن: } (RS) \perp (RT) \text{ و } (MN) \perp (RT) \text{ فإن: } (MN) \parallel (RS) \text{ و بتطبيق نظرية طالس نجد أن: } \frac{TM}{TR} = \frac{MN}{RS}$$

$$\text{و بالتعويض نجد: } MN = \frac{8 \times 4}{6} = \frac{4}{6} \quad \text{و منه: } MN = \frac{4 \times 8}{6}$$

$$\text{أي: } MN = 5 \text{ cm} \quad \text{إذن: } MN = \frac{4 \times 8}{6}$$

التمرين الخامس : (حسب نموذج 2019)

$$\text{EFG مثلث قائم في G حيث: } \cos \widehat{EFG} = 0.88 \quad \text{و } GF = 4 \text{ cm} \quad \text{احسب الطولين FE و GE.}$$

$$(2) \text{ لتكن M نقطة من [GE] حيث EM=1 cm ، المستقيم (Δ) العمودي على (GE) في النقطة M يقطع (FE) في النقطة N. احسب الطول MN بالقيمة القربة إلى } 10^{-2}.$$

التمرين السادس : (حسب نموذج 2019)

$$\text{TRI مثلث قائم في I حيث: } \cos \widehat{TRI} = 0.60 \quad \text{و } IR = 7 \text{ cm} \quad \text{احسب الطولين TR و IT.}$$

$$(2) \text{ لتكن M نقطة من [IT] حيث TM=6 cm ، المستقيم (Δ) العمودي على (IT) في النقطة M يقطع (TR) في النقطة N. احسب الطول MN بالتدوير إلى الوحدة من السنتيمير.}$$

الحلول

التمرين الثالث:

$$\sin \widehat{WVU} = \frac{UV}{VW} = 0.9 \quad VW = \frac{WU}{0.9} = \frac{11}{0.9} = 12.22 \approx 13 \text{ cm}$$

$$\underline{VW = 13 \text{ cm}}$$

$$UV^2 = VW^2 - WU^2 = 169 - 121 = 48, \sqrt{48} = 6.92 \approx 7 \text{ cm}$$

$$\underline{UV = 7 \text{ cm}}$$

$$\frac{VM}{UV} = \frac{MN}{WU} : MN = \frac{WU \times VM}{UV} = \frac{11 \times 3}{7} = \frac{33}{7} = 4.71 \text{ cm}$$

$$\underline{MN = 5 \text{ cm}}$$

التمرين الرابع:

$$\cos \widehat{RLO} = \frac{RL}{OL} = 0.9 \quad OL = \frac{RL}{0.9} = \frac{6}{0.9} = 6.66 \approx 7 \text{ cm}$$

$$\underline{OL = 7 \text{ cm}}$$

$$RO^2 = OL^2 - RL^2 = 49 - 36 = 13, \sqrt{13} = 3.60 \approx 4 \text{ cm}$$

$$\underline{RO = 4 \text{ cm}}$$

$$\frac{MN}{RL} = \frac{MO}{RO} : MN = \frac{MO \times RL}{RO} = \frac{1 \times 6}{4} = \frac{6}{4} = 1.5 \text{ cm}$$

$$\underline{MN = 1.5 \text{ cm}}$$

التمرين الخامس:

$$\cos \widehat{EFG} = \frac{GF}{FE} = 0.88 \quad FE = \frac{GF}{0.88} = \frac{4}{0.88} = 4.54 \approx 5 \text{ cm}$$

$$\underline{FE = 5 \text{ cm}}$$

$$GE^2 = FE^2 - GF^2 = 25 - 16 = 9, \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$$

$$\underline{GE = 3 \text{ cm}}$$

$$\frac{MN}{GF} = \frac{EM}{GE} : MN = \frac{GF \times EM}{GE} = \frac{4 \times 1}{3} = \frac{4}{3} = 1.33 \text{ cm}$$

$$\underline{MN = 1.33 \text{ cm}}$$

التمرين السادس:

$$\cos \widehat{TRI} = \frac{IR}{TR} = 0.6 \quad TR = \frac{IR}{0.6} = \frac{7}{0.6} = 11.66 \approx 12 \text{ cm}$$

$$\underline{TR = 12 \text{ cm}}$$

$$IT^2 = TR^2 - IR^2 = 144 - 49 = 95, \sqrt{95} = 9.74 \approx 10 \text{ cm}$$

$$\underline{IT = 12 \text{ cm}}$$

$$\frac{MN}{IR} = \frac{TM}{IT} : MN = \frac{IR \times TM}{IT} = \frac{7 \times 6}{10} = \frac{42}{10} = 4.2 \text{ cm}$$

$$\underline{MN = 4 \text{ cm}}$$

التمرين الثالث: (3 نقط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة جوان (2019)

$$\text{RST مثلث قائم في R حيث: } \sin \widehat{RTS} = 0.8 \quad \text{و } RS = 8 \text{ cm} \quad \text{احسب الطولين ST و TR.}$$

$$(2) \text{ لتكن M نقطة من [TR] حيث TM=4 cm ، المستقيم (Δ) العمودي على (TR) في النقطة M يقطع (TS) في النقطة N. احسب الطول MN بالتدوير إلى الوحدة من السنتيمير.}$$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2019)

$$\text{ABC مثلث قائم في B حيث: } \sin \widehat{BAC} = 0.7 \quad \text{و } BC = 6 \text{ cm} \quad \text{احسب الطولين AC و BA.}$$

$$(2) \text{ لتكن M نقطة من [BA] حيث AM=3 cm ، المستقيم (Δ) العمودي على (BA) في النقطة M يقطع (AC) في النقطة N. احسب الطول MN بالتدوير إلى الوحدة من السنتيمير.}$$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2019)

$$\text{JAK مثلث قائم في K حيث: } \sin \widehat{AJK} = 0.6 \quad \text{و } KA = 4 \text{ cm} \quad \text{احسب الطولين JA و KJ.}$$

$$(2) \text{ لتكن M نقطة من [KJ] حيث JM=3 cm ، المستقيم (Δ) العمودي على (KJ) في النقطة M يقطع (JA) في النقطة N. احسب الطول MN بالتدوير إلى الوحدة من السنتيمير.}$$

التمرين الثالث : (حسب نموذج 2019)

$$\text{UVW مثلث قائم في U حيث: } \sin \widehat{WVU} = 0.9 \quad \text{و } WU = 11 \text{ cm} \quad \text{احسب الطولين UV و VW.}$$

$$(2) \text{ لتكن M نقطة من [UV] حيث VM=3 cm ، المستقيم (Δ) العمودي على (UV) في النقطة M يقطع (VW) في النقطة N. احسب الطول MN بالتدوير إلى الوحدة من السنتيمير.}$$

التمرين الرابع : (حسب نموذج 2019)

$$\text{ROL مثلث قائم في R حيث: } \cos \widehat{RLO} = 0.9 \quad \text{و } RL = 6 \text{ cm} \quad \text{احسب الطولين RO و OL.}$$

$$(2) \text{ لتكن M نقطة من [RO] حيث OM=1 cm ، المستقيم (Δ) العمودي على (RO) في النقطة M يقطع (OL) في النقطة N. احسب الطول MN.}$$

الحلول

التمرين الأول:

$$\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} = 0.7 \quad AC = \frac{BC}{0.7} = \frac{6}{0.7} = 8.57 \approx 9 \text{ cm}$$

$$\underline{AC = 9 \text{ cm}}$$

$$BA^2 = AC^2 - BC^2 = 81 - 36 = 45, \sqrt{45} = 6.70 \approx 7 \text{ cm}$$

$$\underline{BA = 7 \text{ cm}}$$

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{BA} : MN = \frac{AM \times BC}{BA} = \frac{3 \times 6}{7} = \frac{18}{7} = 2.57 \text{ cm}$$

$$\underline{MN = 3 \text{ cm}}$$

التمرين الثاني:

$$\sin \widehat{AJK} = \frac{KA}{JA} = 0.6 \quad JA = \frac{KA}{0.6} = \frac{4}{0.6} = 6.66 \approx 7 \text{ cm}$$

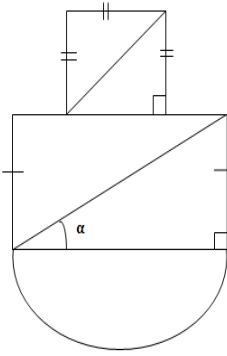
$$\underline{JA = 7 \text{ cm}}$$

$$KJ^2 = JA^2 - KA^2 = 49 - 16 = 33, \sqrt{33} = 5.74 \approx 6 \text{ cm}$$

$$\underline{KJ = 6 \text{ cm}}$$

$$\frac{JM}{KJ} = \frac{MN}{KA} : MN = \frac{KA \times JM}{KJ} = \frac{4 \times 3}{6} = \frac{12}{6} = 2 \text{ cm}$$

$$\underline{MN = 2 \text{ cm}}$$



المسألة : امتحان شهادة التعليم المتوسط (2010)

يمثل الشكل المقابل أرضية قاعة حفلات مكونة من مربع و مستطيل و نصف قرص.
طول قطر المستطيل يزيد عن طول قطر المربع بـ 2m و مجموع طوليها 28m.
يريد صاحبها تبليطها ببلاط سعر المتر المربع الواحد 800 دينار.

- (1) احسب طول قطر المربع.
- (2) احسب طول و عرض المستطيل.
- علما أن : $\cos \alpha = 0.8$
- (3) احسب السعر الإجمالي للبلاط.

الحل :

(1) حساب قطر المربع و قطر المستطيل

ليكن x قطر المستطيل و y قطر المربع.
من المعطيات : $\begin{cases} x = y + 2 \dots (1) \\ x + y = 28 \dots (2) \end{cases}$ بتعويض x بـ $y + 2$ في (2) نجد :
 $(y + 2) + y = 28$ أي $2y + 2 = 28$ أي $2y = 26$ و منه :
 $y = 13$

و بما أن : $x = y + 2$ فإن $x = 15$:
قطر المستطيل هو **15 متر** و قطر المربع هو **13 متر**.

(2) حساب طول و عرض المستطيل :

(أ) حساب طول المستطيل :

لدينا : $\cos \alpha = 0.8$ و نعلم أن $\cos \alpha = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ بالتعويض : $0.8 = \frac{\text{المجاور}}{15}$
أي : المجاور = $0.8 \times 15 = 12$ المجاور هو **طول المستطيل : 12 متر**

(ب) حساب عرض المستطيل :

بما أن المثلث قائم و حسب نظرية فيثاغورث فإن :
الوتر² = العرض² + الطول² إذن : العرض² = الوتر² - الطول²
بالتعويض نجد : العرض² = $15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81$ و منه **طول العرض هو : 9 متر**

(3) حساب السعر الإجمالي للبلاط :

(أ) حساب مساحة المربع :

1- حساب طول الضلع :

ليكن x طول ضلع المربع.

لدينا و حسب نظرية فيثاغورث : $x^2 + x^2 = 13^2$ أي $2x^2 = 169$
 $x^2 = 84.5$ أي $x = \sqrt{84.5}$
مساحة المربع هي الضلع² أي $x^2 = 84.5$ م²

(ب) حساب مساحة المستطيل :

$9 \times 12 = 108$ مساحة المستطيل هي : **108 متر²**

(ج) حساب مساحة نصف القرص :

$$\frac{\pi R^2}{2} = \frac{3.14 \times 6^2}{2} = 56.52 \text{ m}^2$$

مساحة نصف القرص هي : **56.52 متر²**

حساب كلفة التبليط :

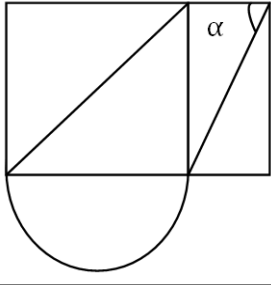
$$(84.5 + 108 + 56.52) \times 800 = 199\,216$$

كلفة التبليط هي : 199 216 دج

المسألة الثانية (حسب نموذج 2010)

يمثل الشكل المقابل قطعة أرض تتكون من مربع و مستطيل و نصف قرص.
طول قطر المربع يزيد عن طول قطر المستطيل بـ 2.5 متر و يساوي طول قطر المربع (1.5) مرة و نصف طول قطر المستطيل.
يريد صاحبها تبليطها ببلاط سعر المتر المربع الواحد 300 دينار.

- (1) احسب طول قطر المربع و طول قطر المستطيل.
- (2) احسب طول و عرض المستطيل علما أن : $\sin \alpha = 0.9$
- (3) احسب السعر الإجمالي للبلاط.

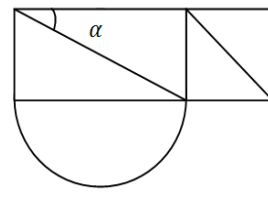


المسألة الأولى (حسب نموذج 2010)

يمثل الشكل المقابل قطعة أرض تتكون من مربع و مستطيل و نصف قرص.
طول قطر المستطيل يزيد عن طول قطر المربع بـ 12 متر و يساوي طول قطر المستطيل 3 أضعاف طول قطر المربع.

يريد صاحبها تبليطها ببلاط سعر المتر المربع الواحد 500 دينار.

- (1) احسب طول قطر المربع و طول قطر المستطيل.
- (2) احسب طول و عرض المستطيل علما أن : $\sin \alpha = 0.5$
- (3) احسب السعر الإجمالي للبلاط.



حلول نماذج مسألة (دورة 2010) :

حل المسألة الأولى:

(3) حساب السعر الإجمالي للبلاط :

(أ) حساب مساحة المربع :
نلاحظ من الشكل أن طول عرض المستطيل هو طول ضلع المربع.
مساحة المربع هي الضلع 2 أي $81 \text{ m}^2 = 9^2$
مساحة المربع هي 81 متر 2

(ب) حساب مساحة المستطيل :

$$9 \times 15.58 = 140.22$$

مساحة المستطيل هي : 140.22 متر 2

(ج) حساب مساحة نصف القرص :

$$\frac{\pi R^2}{2} = \frac{3.14 \times 7.79^2}{2} = \frac{3.14 \times 60.68}{2} = \frac{190.53}{2} = 95.26 \text{ m}^2$$

مساحة نصف القرص هي : 95.26 متر 2

حساب كلفة التبليط :

$$(81 + 140.22 + 95.26) \times 500 = 158\,240$$

كلفة التبليط هي : $158\,240$ دج

(1) حساب قطر المربع و قطر المستطيل

ليكن x قطر المستطيل و y قطر المربع.
من المعطيات : (1) $x = y + 12$
(2) $x = 3y$
 $3y = y + 12$ أي $2y = 12$ أي $y = 6$
و بما أن : $x = y + 12$ فإن $x = 18$
قطر المستطيل هو 18 متر و قطر المربع هو 6 متر.

(2) حساب طول و عرض المستطيل :

(أ) حساب عرض المستطيل :

لدينا: $\sin \alpha = 0.5$ و نعلم أن $\sin \alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ بالتعويض : $\frac{\text{المقابل}}{18} = 0.5$
أي : المقابل = $0.5 \times 18 = 9$ المقابل هو عرض المستطيل : 9 متر

(ب) حساب طول المستطيل :

بما أن المثلث قائم و حسب نظرية فيثاغورث فإن :
الوتر 2 = العرض 2 + الطول 2 إذن : الطول 2 = الوتر 2 - العرض 2
بالتعويض نجد : الطول 2 = $18^2 - 9^2 = 324 - 81 = 243$
الطول 2 = 243 أي : الطول = $\sqrt{243} = 15.58$
و منه طول المستطيل هو : 15.58 متر

حل المسألة الثانية:

(3) حساب السعر الإجمالي للبلاط :

(أ) حساب مساحة المربع :
نلاحظ من الشكل أن طول المستطيل هو طول ضلع المربع.
مساحة المربع هي الضلع 2 أي $20.25 \text{ m}^2 = 4.5^2$
مساحة المربع هي 20.25 متر 2

(ب) حساب مساحة المستطيل :

$$4.5 \times 2.17 = 9.76$$

مساحة المستطيل هي : 9.76 متر 2

(ج) حساب مساحة نصف القرص :

$$\frac{\pi R^2}{2} = \frac{3.14 \times 2.25^2}{2} = \frac{3.14 \times 5.06}{2} = \frac{15.88}{2} = 7.94 \text{ m}^2$$

مساحة نصف القرص هي : 7.94 متر 2

حساب كلفة التبليط :

$$(20.25 + 9.76 + 7.94) \times 300 = 11\,385$$

كلفة التبليط هي : $11\,385$ دج

(1) حساب قطر المربع و قطر المستطيل

ليكن x قطر المربع و y قطر المستطيل.
من المعطيات : (1) $x = y + 2.5$
(2) $x = 1.5y$
 $y + 2.5 = 1.5y$ أي $y - 1.5y = -2.5$ أي $-0.5y = -2.5$
 $y = \frac{2.5}{0.5} = 5$ و منه $y = 5$
و بما أن : $x = y + 2.5$ فإن $x = 7.5$
قطر المستطيل هو 5 متر و قطر المربع هو 7.5 متر.

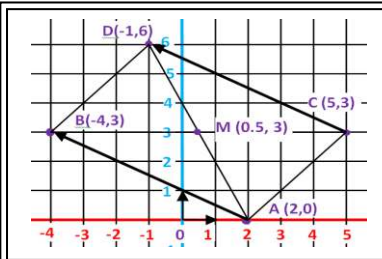
(2) حساب طول و عرض المستطيل :

(أ) حساب طول المستطيل :

لدينا: $\sin \alpha = 0.9$ و نعلم أن $\sin \alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ بالتعويض : $\frac{\text{المقابل}}{5} = 0.9$
أي : المقابل = $0.9 \times 5 = 4.5$ المقابل هو طول المستطيل : 4.5 متر

(ب) حساب عرض المستطيل :

بما أن المثلث قائم و حسب نظرية فيثاغورث فإن :
الوتر 2 = العرض 2 + الطول 2 إذن : العرض 2 = الوتر 2 - الطول 2
بالتعويض نجد : العرض 2 = $5^2 - 4.5^2 = 25 - 20.25 = 4.75$
العرض 2 = 4.75 أي العرض = $\sqrt{4.75} = 2.17$
و منه العرض هو : 2.17 متر



الحل التمرين الرابع :

1- تعليم النقط :

2- حساب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 - 2 \\ 3 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{و منه : } \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

3- حساب طول $[AB]$:

$$[AB] = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (3)^2} = \sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5} \quad [AB] = 3\sqrt{5}$$

4- حساب إحداثيتي D :

بما أن D هي صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$

* فإن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متساويين $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

* و بما أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ فإن لهما نفس المركبتين

$$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{أي : } \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_D - 5 = -6 \\ y_D - 3 = 3 \end{cases} \quad \text{إذن} \quad \begin{cases} x_D - x_C = -6 \\ y_D - y_C = 3 \end{cases}$$

و منه : $\begin{cases} x_D = -1 \\ y_D = 6 \end{cases}$ إحداثيتي D هي D (-1, 6)

5- حساب إحداثيتي M نقطة تقاطع $[AD]$ و $[BC]$

حساب منتصف $[BC]$

$$M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-4 + 5}{2} = \frac{1}{2} = 0.5, \quad x_M = 0.5x$$

$$M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{3 + 3}{2} = \frac{6}{2} = 3, \quad y_M = 3y$$

إحداثيتي M هي : M (0.5, 3)

التمرين الرابع : (3.5 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2013)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) عَلم النقط : A (2, 0), B(-4, 3), C (5, 3)

(2) احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ثم الطول AB.

(3) عَيّن النقطه D صورة النقطه C بالانسحاب الذي

شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ثم أحسب إحداثيتي النقطه D.

(4) أوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (BC).

التمرين الأول : حسب نموذج (2013)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) عَلم النقط : A (-2, -3), B(-2, 1), C (2, 0)

(2) احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{BA}$ ثم الطول BA.

(3) عَيّن النقطه D صورة النقطه C بالانسحاب الذي

شعاعه $\overrightarrow{BA}$ ثم أحسب إحداثيتي النقطه D.

(4) أوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (AC) و (BD).

التمرين الثاني : حسب نموذج (2013)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) عَلم النقط : P (-2, 1), C(2, -2), T (-3, -2)

(2) احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{TC}$ ثم الطول $[TC]$.

(3) عَيّن النقطه A صورة النقطه P بالانسحاب الذي

شعاعه $\overrightarrow{TC}$ ثم أحسب إحداثيتي النقطه A.

(4) أوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (TA) و (PC).

التمرين الثالث : حسب نموذج (2013)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) عَلم النقط : R (2, 1), A(1, 4), B (-5, 4)

(2) احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ثم الطول $[AB]$.

(3) عَيّن النقطه E صورة النقطه R بالانسحاب الذي

شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ثم أحسب إحداثيتي النقطه E.

(4) أوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (BR) و (EA).

التمرين الرابع : حسب نموذج (2013)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) عَلم النقط : E (-4, 0), F(-1, 0), A (-3, 4)

(2) احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{FA}$ ثم الطول $[FA]$.

(3) عَيّن النقطه C صورة النقطه E بالانسحاب الذي

شعاعه $\overrightarrow{FA}$ ثم أحسب إحداثيتي النقطه C.

(4) أوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (CF) و (EA).

التمرين الخامس : حسب نموذج (2013)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) عَلم النقط : T (-1, -2), R(7, 3), F (2, 3)

(2) احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{FT}$ ثم الطول $[FT]$.

(3) عَيّن النقطه i صورة النقطه R بالانسحاب الذي

شعاعه $\overrightarrow{FT}$ ثم أحسب إحداثيتي النقطه i.

(4) أوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (Fi) و (TR).

التمرين السادس : حسب نموذج (2013)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) عَلم النقط : E (-1, -3), i(7, -4), L (3, -1)

(2) احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{Li}$ ثم الطول $[Li]$.

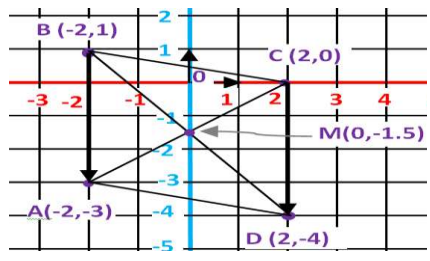
(3) عَيّن النقطه K صورة النقطه E بالانسحاب الذي

شعاعه $\overrightarrow{Li}$ ثم أحسب إحداثيتي النقطه K.

(4) أوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (Ei) و (LK).

حل التمرين الأول :

1- تعليم النقاط :



2- حساب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{BA}$

$$\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 - (-2) \\ -3 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \text{منه : } \overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$$

3- حساب طول [BA]

$$[BA] = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(0)^2 + (-4)^2} = \sqrt{16} = 4 \quad [AB] = 4$$

4- حساب إحداثيتي D

بما أن D هي صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$

* فإن الشعاعين $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{CD}$ متساويين $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$

* و بما أن $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ فإن لهما نفس الإحداثيتي.

$$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} = \overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \text{أي : } \begin{cases} x_D - x_C = 0 \\ y_D - y_C = -4 \end{cases}$$

ومنه : $\begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = -4 \end{cases}$ إحداثيتي D هي D(2, -4)

5- حساب إحداثيتي M نقطة تقاطع [AC] و [BD] : حساب منتصف [AC]

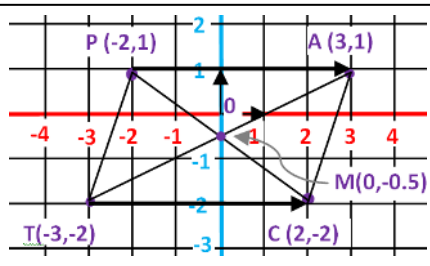
$$M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-2 + 2}{2} = \frac{0}{2} = 0, \quad x_M = 0$$

$$M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-3 + 0}{2} = -\frac{3}{2} = -1.5, \quad y_M = -1.5$$

إحداثيتي M هي : M(0, -1.5)

حل التمرين الثاني :

1- تعليم النقاط :



2- حساب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{TC}$

$$\overrightarrow{TC} = \begin{pmatrix} x_C - x_T \\ y_C - y_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - (-3) \\ -2 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{منه : } \overrightarrow{TC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3- حساب طول [TC]

$$[TC] = \sqrt{(x_C - x_T)^2 + (y_C - y_T)^2} = \sqrt{(5)^2 + (0)^2} = \sqrt{25} = 5 \quad [TC] = 5$$

4- حساب إحداثيتي A

بما أن A هي صورة P بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{TC}$

* فإن الشعاعين $\overrightarrow{PA}$ و $\overrightarrow{TC}$ متساويين $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{TC}$

* و بما أن $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{TC}$ فإن لهما نفس الإحداثيتي.

$$\overrightarrow{PA} = \begin{pmatrix} x_A - x_P \\ y_A - y_P \end{pmatrix} = \overrightarrow{TC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{أي : } \begin{cases} x_A - x_P = 5 \\ y_A - y_P = 0 \end{cases}$$

ومنه : $\begin{cases} x_A = 3 \\ y_A = 1 \end{cases}$ إحداثيتي P هي A(3, 1)

5- حساب إحداثيتي M نقطة تقاطع [TA] و [PC] : حساب منتصف [PC]

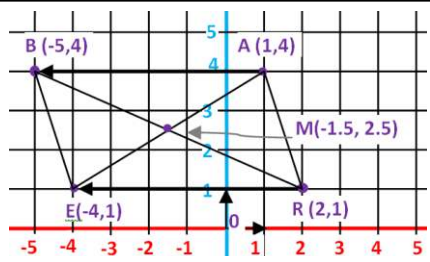
$$M = \frac{x_P + x_C}{2} = \frac{-2 + 2}{2} = \frac{0}{2} = 0, \quad x_M = 0$$

$$M = \frac{y_P + y_C}{2} = \frac{1 - 2}{2} = -\frac{1}{2} = -0.5, \quad y_M = -0.5$$

إحداثيتي M هي : M(0, -0.5)

حل التمرين الثالث :

1- تعليم النقاط :



2- حساب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 - 1 \\ 4 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{منه : } \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3- حساب طول [AB]

$$[AB] = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (0)^2} = \sqrt{36} = 6 \quad [AB] = 6$$

4- حساب إحداثيتي E

بما أن E هي صورة R بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$

* فإن الشعاعين $\overrightarrow{RE}$ و $\overrightarrow{AB}$ متساويين $\overrightarrow{RE} = \overrightarrow{AB}$

* و بما أن $\overrightarrow{RE} = \overrightarrow{AB}$ فإن لهما نفس الإحداثيتي.

$$\overrightarrow{RE} = \begin{pmatrix} x_E - x_R \\ y_E - y_R \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{أي : } \begin{cases} x_E - x_R = -6 \\ y_E - y_R = 0 \end{cases}$$

ومنه : $\begin{cases} x_E = -4 \\ y_E = 1 \end{cases}$ إحداثيتي E هي E(-4, 1)

5- حساب إحداثيتي M نقطة تقاطع [EA] و [BR] : حساب منتصف [BR]

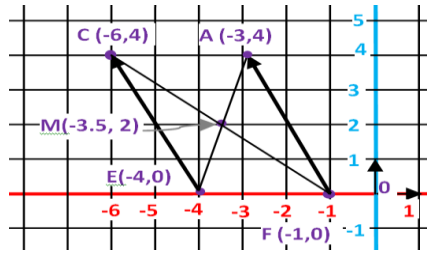
$$M = \frac{x_B + x_R}{2} = \frac{-5 + 2}{2} = -\frac{3}{2} = -1.5, \quad x_M = -1.5$$

$$M = \frac{y_B + y_R}{2} = \frac{4 + 1}{2} = \frac{5}{2} = 2.5, \quad y_M = 2.5$$

إحداثيتي M هي : M(-1.5, 2.5)

حل التمرين الرابع :

1- تعليم النقاط :



2- حساب إحداثيتي الشعاع $\vec{FA}$

منه: $\vec{FA} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} xA-xF \\ yA-yF \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3-(-1) \\ -4-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$

3- حساب طول [FA]

$$[FA] = \sqrt{(xA - xF)^2 + (yA - yF)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (4)^2} = \sqrt{20} = 4.47 \approx 4.5$$

4- حساب إحداثيتي C

بما أن C هي صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{FA}$

* فإن الشعاعين $\vec{FA}$ و $\vec{EC}$ متساويين $\vec{FA} = \vec{EC}$

* و بما أن $\vec{FA} = \vec{EC}$ فإن لهما نفس الإحداثيتي.

$$\vec{EC} \begin{pmatrix} xC-xE \\ yC-yE \end{pmatrix} = \vec{FA} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ أي } \vec{FA} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{EC} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} xC - (-4) = -2 \\ yC - 0 = 4 \end{cases} \text{ بالتعويض } \begin{cases} xC - xE = -2 \\ yC - yE = 4 \end{cases} \text{ إذن}$$

ومنه: $\begin{cases} xC = -6 \\ yC = 4 \end{cases}$ إحداثيتي C هي C(-6, 4)

5- حساب إحداثيتي M نقطة تقاطع [EA] و [CF]

حساب منتصف [EA]

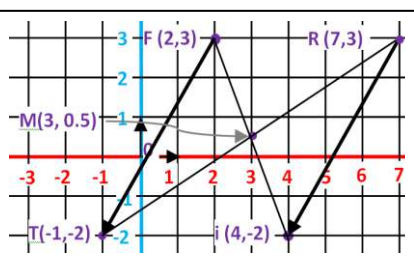
$$M = \frac{xE + xA}{2} = \frac{-4 + (-3)}{2} = \frac{-7}{2} = -3.5, \quad xM = -3.5$$

$$M = \frac{yE + yA}{2} = \frac{0 + 4}{2} = \frac{4}{2} = 2, \quad yM = 2$$

إحداثيتي M هي M(-3.5, 2)

حل التمرين الخامس :

1- تعليم النقاط :



2- حساب إحداثيتي الشعاع $\vec{FT}$

منه: $\vec{FT} = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} xT-xF \\ yT-yF \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1-2 \\ -2-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$

3- حساب طول [FT]

$$[FT] = \sqrt{(xT - xF)^2 + (yT - yF)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-5)^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34} \approx 5.8$$

4- حساب إحداثيتي i

بما أن i هي صورة R بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{FT}$

* فإن الشعاعين $\vec{FT}$ و $\vec{Ri}$ متساويين $\vec{FT} = \vec{Ri}$

* و بما أن $\vec{FT} = \vec{Ri}$ فإن لهما نفس الإحداثيتي.

$$\vec{Ri} \begin{pmatrix} xi-xR \\ yi-yR \end{pmatrix} = \vec{FT} \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix} \text{ أي } \vec{FT} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{Ri} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} xi - 7 = -3 \\ yi - 3 = -5 \end{cases} \text{ بالتعويض } \begin{cases} xi - xR = -3 \\ yi - yR = -5 \end{cases} \text{ إذن}$$

ومنه: $\begin{cases} xi = 4 \\ yi = -2 \end{cases}$ إحداثيتي i هي i(4, -2)

5- حساب إحداثيتي M نقطة تقاطع [FI] و [TR]

حساب منتصف [TR]

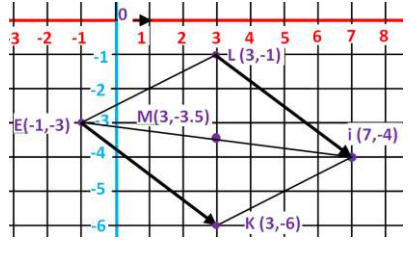
$$M = \frac{xT + xR}{2} = \frac{-1 + 7}{2} = \frac{6}{2} = 3, \quad xM = 3$$

$$M = \frac{yT + yR}{2} = \frac{-2 + 3}{2} = \frac{1}{2} = 0.5, \quad yM = 0.5$$

إحداثيتي M هي M(3, 0.5)

حل التمرين السادس :

1- تعليم النقاط :



2- حساب إحداثيتي الشعاع $\vec{Li}$

منه: $\vec{Li} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} xi-xL \\ yi-yL \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7-3 \\ -4-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

3- حساب طول [Li]

$$[Li] = \sqrt{(xi - xL)^2 + (yi - yL)^2} = \sqrt{(4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

4- حساب إحداثيتي K

بما أن K هي صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{Li}$

* فإن الشعاعين $\vec{Li}$ و $\vec{EK}$ متساويين $\vec{Li} = \vec{EK}$

* و بما أن $\vec{Li} = \vec{EK}$ فإن لهما نفس الإحداثيتي.

$$\vec{EK} \begin{pmatrix} xK-xE \\ yK-yE \end{pmatrix} = \vec{Li} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ أي } \vec{EK} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{Li} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} xK - (-1) = 4 \\ yK - (-3) = -3 \end{cases} \text{ بالتعويض } \begin{cases} xK - xE = 4 \\ yK - yE = -3 \end{cases} \text{ إذن}$$

ومنه: $\begin{cases} xK = 3 \\ yK = -6 \end{cases}$ إحداثيتي K هي K(3, -6)

5- حساب إحداثيتي M نقطة تقاطع [LK] و [Ei]

حساب منتصف [Ei]

$$M = \frac{xE + xi}{2} = \frac{-1 + 7}{2} = \frac{6}{2} = 3, \quad xM = 3$$

$$M = \frac{yE + yi}{2} = \frac{-3 + (-4)}{2} = \frac{-7}{2} = -3.5, \quad yM = -3.5$$

إحداثيتي M هي M(3, -3.5)

التمرين الرابع : (04 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2020)

- المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O ; \overrightarrow{OI} ; \overrightarrow{OJ})$
- (1) عَلمَ النقط $A(1 ; 2)$ ، $B(5 ; -2)$ و $C(-1 ; -3)$
- (2) احسب مركَّبتي الشعاع $\overrightarrow{BC}$ ثم استنتج الطول BC .
- (3) احسب احداثيتي النقطة M منتصف القطعة [AC] .
- (4) أوجد احداثيتي النقطة D حيث يكون $\overrightarrow{MDBM} = \overrightarrow{ABCD}$ ثم استنتج نوع الرباعي ABCD .

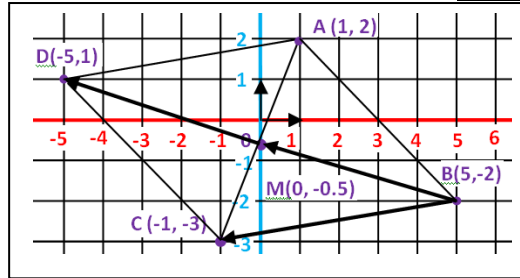
التمرين الأول : حسب نموذج (2020)

- المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O ; \overrightarrow{OI} ; \overrightarrow{OJ})$
- (1) عَلمَ النقط $N(-1 ; 3)$ ، $G(4 ; 4)$ و $E(5 ; 1)$
- (2) احسب مركَّبتي الشعاع $\overrightarrow{EG}$ ثم استنتج الطول EG .
- (3) احسب احداثيتي النقطة M منتصف القطعة [NE] .
- (4) أوجد احداثيتي النقطة A حيث يكون $\overrightarrow{MAGM} = \overrightarrow{ANGE}$ ثم استنتج نوع الرباعي ANGE .

التمرين الثاني : حسب نموذج (2020)

- المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O ; \overrightarrow{OI} ; \overrightarrow{OJ})$
- (1) عَلمَ النقط $G(4 ; 1)$ ، $E(3 ; -3)$ و $P(-2 ; -3)$
- (2) احسب مركَّبتي الشعاع $\overrightarrow{EG}$ ثم استنتج الطول EG .
- (3) احسب احداثيتي النقطة M منتصف القطعة [PG] .
- (4) أوجد احداثيتي النقطة A حيث يكون $\overrightarrow{MAEM} = \overrightarrow{PAGE}$ ثم استنتج نوع الرباعي PAGE .

حل التمرين الرابع : (الش.ت.م 2020)



1- تعليم النقاط :

2- حساب مركبتى الشعاع $\vec{BC}$

$$\vec{BC} = \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - 5 \\ -3 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix}$$

و منه : $\vec{BC} = \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix}$

استنتاج طول [BC] : $[BC] = \sqrt{(-6)^2 + (-1)^2} = \sqrt{36 + 1} = \sqrt{37} = 6.08$ [BC] = 6.08

3- ايجاد إحداثيتى النقطة M منتصف القطعة [AC]

$$M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{1 + (-1)}{2} = \frac{0}{2} = 0, \quad x_M = 0x$$

$$M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2 + (-3)}{2} = \frac{-1}{2} = -0.5, \quad y_M = -0.5 \quad y$$

إحداثيتى M هي : $M(0, -0.5)$

4- ايجاد إحداثيتى النقطة D :

بما $\vec{MD} = \vec{BM}$ فإن لهما نفس الإحداثيتى.

$$\vec{BM} \begin{pmatrix} x_M - x_B \\ y_M - y_B \end{pmatrix} = \vec{MD} \begin{pmatrix} x_D - x_M \\ y_D - y_M \end{pmatrix} \quad \text{أي} \quad \vec{BM} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{MD} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

أ- حساب إحداثيتى BM :

$$\vec{BM} \begin{pmatrix} x_M - x_B \\ y_M - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - 5 \\ -0.5 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2.5 \end{pmatrix}$$

ب- حساب إحداثيتى MD :

$$\vec{MD} \begin{pmatrix} x_D - x_M \\ y_D - y_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2.5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_D - 0 = -5 \\ y_D - (-0.5) = -2.5 \end{cases} \quad \text{بالتعويض} \quad \begin{cases} x_D - x_M = -5 \\ y_D - y_M = -2.5 \end{cases}$$

و منه : $\begin{cases} x_D = -5 \\ y_D = -2.5 \end{cases}$ إحداثيتى D هي $D(-5, -2.5)$

استنتاج نوع الرباعي ABCD :

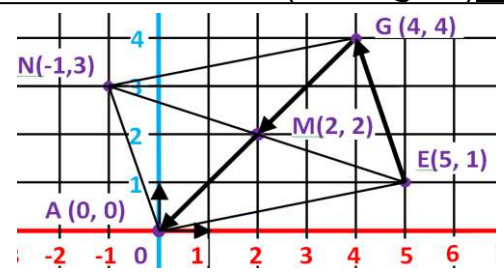
بما أن القطران [AC] و [BD] يتقاطعان في النقطة M

و بما أن النقطة M هي منتصف القطر [AC] (من المعطيات)

و بما أن $\vec{BM} = \vec{MD}$ فإن النقطة M هي منتصف القطعة [BD]

و منه فإن القطران متناصفان إذن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع.

حل التمرين الأول : (نموذج 2020)



1- تعليم النقاط :

2- حساب مركبتى الشعاع $\vec{EG}$

$$\vec{EG} = \begin{pmatrix} x_G - x_E \\ y_G - y_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - 5 \\ 4 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

و منه : $\vec{EG} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

استنتاج طول [EG] : $[EG] = \sqrt{(-1)^2 + (3)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10} = 3.16$ [EG] = 3.16

3- ايجاد إحداثيتى النقطة M منتصف القطعة [NE]

$$M = \frac{x_N + x_E}{2} = \frac{-1 + 5}{2} = \frac{4}{2} = 2, \quad x_M = 2x$$

$$M = \frac{y_N + y_E}{2} = \frac{3 + 1}{2} = \frac{4}{2} = 2, \quad y_M = 2 \quad y$$

إحداثيتى M هي : $M(2, 2)$

4- ايجاد إحداثيتى النقطة A :

بما $\vec{MA} = \vec{GM}$ فإن لهما نفس الإحداثيتى.

$$\vec{GM} \begin{pmatrix} x_M - x_G \\ y_M - y_G \end{pmatrix} = \vec{MA} \begin{pmatrix} x_A - x_M \\ y_A - y_M \end{pmatrix} \quad \text{أي} \quad \vec{GM} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{MA} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

أ- حساب إحداثيتى GM :

$$\vec{GM} \begin{pmatrix} x_M - x_G \\ y_M - y_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - 4 \\ 2 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

ب- حساب إحداثيتى MA :

$$\vec{MA} \begin{pmatrix} x_A - x_M \\ y_A - y_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_A - 2 = -2 \\ y_A - 2 = -2 \end{cases} \quad \text{بالتعويض} \quad \begin{cases} x_A - x_M = -2 \\ y_A - y_M = -2 \end{cases}$$

و منه : $\begin{cases} x_A = 0 \\ y_A = 0 \end{cases}$ إحداثيتى A هي $A(0, 0)$

استنتاج نوع الرباعي ANGE :

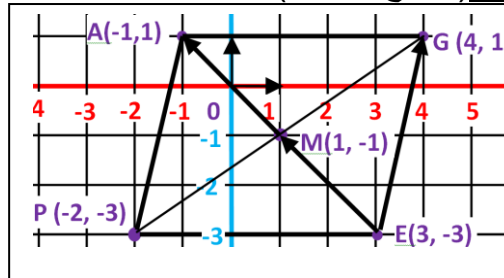
بما أن القطران [AG] و [NE] يتقاطعان في النقطة M

و بما أن النقطة M هي منتصف القطر [NE] (من المعطيات)

و بما أن $\vec{MA} = \vec{GM}$ فإن النقطة M هي منتصف القطعة [AG]

و منه فإن القطران متناصفان إذن الرباعي ANGE متوازي الأضلاع.

حل التمرين الثانى : (نموذج 2020)



1- تعليم النقاط :

2- حساب مركبتى الشعاع $\vec{EG}$

$$\vec{EG} = \begin{pmatrix} x_G - x_E \\ y_G - y_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - 3 \\ 1 - (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

و منه : $\vec{EG} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

استنتاج طول [EG] : $[EG] = \sqrt{(1)^2 + (4)^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17} = 4.12$ [EG] = 4.12

3- ايجاد إحداثيتى النقطة M منتصف القطعة [PG]

$$M = \frac{x_P + x_G}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = \frac{2}{2} = 1, \quad x_M = 1x$$

$$M = \frac{y_P + y_G}{2} = \frac{-3 + 1}{2} = \frac{-2}{2} = -1, \quad y_M = -1 \quad y$$

إحداثيتى M هي : $M(1, -1)$

4- ايجاد إحداثيتى النقطة A :

بما $\vec{MA} = \vec{EM}$ فإن لهما نفس الإحداثيتى.

$$\vec{EM} \begin{pmatrix} x_M - x_E \\ y_M - y_E \end{pmatrix} = \vec{MA} \begin{pmatrix} x_A - x_M \\ y_A - y_M \end{pmatrix} \quad \text{أي} \quad \vec{EM} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{MA} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

أ- حساب إحداثيتى EM :

$$\vec{EM} \begin{pmatrix} x_M - x_E \\ y_M - y_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 3 \\ -1 - (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

ب- حساب إحداثيتى MA :

$$\vec{MA} \begin{pmatrix} x_A - x_M \\ y_A - y_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_A - 1 = -2 \\ y_A - (-1) = 2 \end{cases} \quad \text{بالتعويض} \quad \begin{cases} x_A - x_M = -2 \\ y_A - y_M = 2 \end{cases}$$

و منه : $\begin{cases} x_A = -1 \\ y_A = 1 \end{cases}$ إحداثيتى A هي $A(-1, 1)$

استنتاج نوع الرباعي APGE :

بما أن القطران [AG] و [PE] يتقاطعان في النقطة M

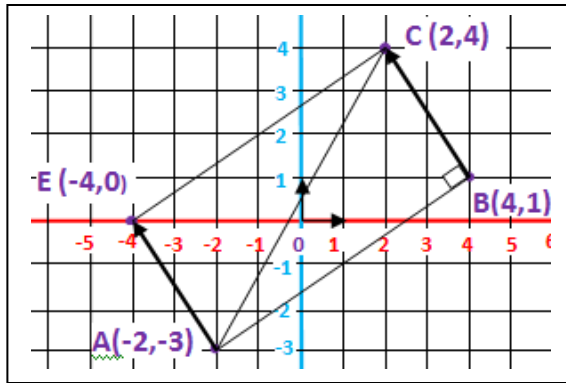
و بما أن النقطة M هي منتصف القطر [PG] (من المعطيات)

و بما أن $\vec{MA} = \vec{EM}$ فإن النقطة M هي منتصف القطعة [AE]

و منه فإن القطران متناصفان إذن الرباعي APGE متوازي الأضلاع.

الحل:

(1) تعليم النقط :



(2) أ) حساب طول AB :

$$AB = \sqrt{(4+2)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{(6)^2 + (4)^2} = \sqrt{52}$$

$$AB = \sqrt{52}$$

ب) بيان أن المثلث ABC قائم :

إذا كان المثلث ABC قائم فإنه و حسب عكس نظرية فيثاغورث :

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \quad \text{بالتعويض نجد :}$$

بالتعويض نجد :

$$(\sqrt{65})^2 = (\sqrt{52})^2 + (\sqrt{13})^2$$

$$65 = 52 + 13$$

$$65 = 65$$

و منه المثلث ABC قائم في B.

(3) إثبات أن الرباعي ABCE مستطيل :

بما أن $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$ فإن النقط A, B, C, E تشكل الرباعي ABCE

متوازي الأضلاع و بما أنه قائم في B و الضلعين BC و AB غير

متساويان فهو مستطيل.

التمرين الرابع : (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2014)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) علم النقط : $A(-2, -3)$ ، $B(4, 1)$ ، $C(2, 4)$

(2) أ) أعط القيمة المضبوطة للطول AB.

ب) علما أن : $AC = \sqrt{65}$ و $BC = \sqrt{13}$

بين أن المثلث ABC قائم.

(3) أنشئ النقطه E صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$.

أثبت أن ABCE مستطيل.

التمرين الأول : (حسب نموذج 2014)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) علم النقط : $A(2, 6)$ ، $B(2, 1)$ ، $D(0, 5)$

(2) أ) أعط القيمة المضبوطة للطول AB.

ب) علما أن : $DA = \sqrt{5}$ و $DB = \sqrt{20}$

بين أن المثلث DAB قائم.

(3) أنشئ النقطه C صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{DA}$.

أثبت أن ACBD مستطيل.

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2014)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) علم النقط : $A(-4, 3)$ ، $C(1, -2)$ ، $D(-5, 1)$

(2) أ) أعط القيمة المضبوطة للطول AC.

ب) علما أن : $DA = \sqrt{5}$ و $DC = \sqrt{45}$

بين أن المثلث ACD قائم.

(3) أنشئ النقطه B صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{DA}$.

أثبت أن ABCD مستطيل.

التمرين الثالث : (حسب نموذج 2014)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) علم النقط : $A(-5, 2)$ ، $B(3, 4)$ ، $D(-2, 7)$

(2) أ) أعط القيمة المضبوطة للطول DA.

ب) علما أن : $AB = \sqrt{68}$ و $DB = \sqrt{34}$

بين أن المثلث ADB قائم.

(3) أنشئ النقطه C صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{DA}$.

أثبت أن ADBC مربع.

التمرين الرابع : (حسب نموذج 2014)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) علم النقط : $A(2, 6)$ ، $B(-2, -1)$ ، $D(-4, 3)$

(2) أ) أعط القيمة المضبوطة للطول BA.

ب) علما أن : $DB = \sqrt{20}$ و $DA = \sqrt{45}$

بين أن المثلث DAB قائم.

(3) أنشئ النقطه C صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{DA}$.

أثبت أن DACB مستطيل.

التمرين الخامس : (حسب نموذج 2014)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) علم النقط : $A(4, 2)$ ، $B(-4, -2)$ ، $D(2, 6)$

(2) أ) أعط القيمة المضبوطة للطول BD.

ب) علما أن : $DA = \sqrt{20}$ و $AB = \sqrt{80}$

بين أن المثلث ABD قائم.

(3) أنشئ النقطه C صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

أثبت أن ABCD مستطيل.

التمرين السادس : (حسب نموذج 2014)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) علم النقط : $A(0, 8)$ ، $B(4, 2)$ ، $C(-2, -2)$

(2) أ) أعط القيمة المضبوطة للطول BC.

ب) علما أن : $AB = \sqrt{52}$ و $AC = \sqrt{104}$

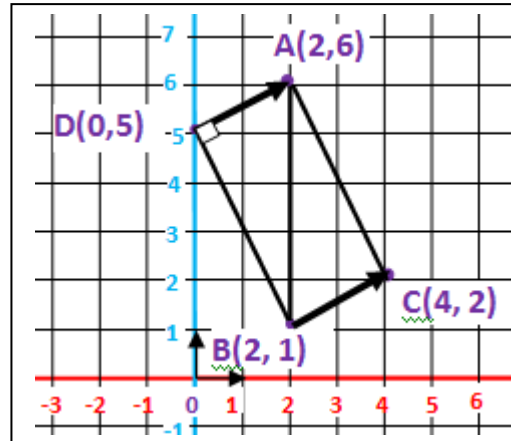
بين أن المثلث ABC قائم.

(3) أنشئ النقطه D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$.

أثبت أن ABCD مربع.

حل التمرين الأول :

1- تعليم النقاط :



(2) أ) حساب طول AB :

$$[AB] = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(2 - 2)^2 + (1 - 6)^2}$$

$$= \sqrt{(0)^2 + (-5)^2} = \sqrt{0 + 25} = \sqrt{25} \quad [AB] = \sqrt{25}$$

(ب) بيان أن المثلث DAB قائم :

إذا كان المثلث DAB قائم فإنه و حسب عكس نظرية فيثاغورث :

$$AB^2 = DB^2 + DA^2 \quad \text{بالتعويض نجد : } (\sqrt{25})^2 = (\sqrt{20})^2 + (\sqrt{5})^2$$

$$25 = 20 + 5 \quad \text{أي : } 25 = 25 \quad \text{إذن : } 25 = 25$$

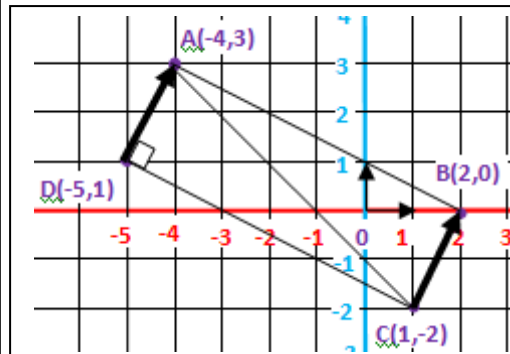
و منه DAB قائم في D

(3) إثبات أن الرباعي ACBD مستطيل :

بما أن $\vec{DA} = \vec{BC}$ فإن النقط A, C, B, D تشكل الرباعي ACBD متوازي الأضلاع و بما أنه قائم في D و الضلعين DA و DB غير متساويان فهو مستطيل.

حل التمرين الثاني :

1- تعليم النقاط :



(2) أ) حساب طول AC :

$$[AC] = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(1 - (-4))^2 + (-2 - 3)^2}$$

$$= \sqrt{(1 + 4)^2 + (-2 - 3)^2}$$

$$= \sqrt{(5)^2 + (-5)^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} \quad [AC] = \sqrt{50}$$

(ب) بيان أن المثلث ACD قائم :

إذا كان المثلث ACD قائم فإنه و حسب عكس نظرية فيثاغورث :

$$AC^2 = DC^2 + DA^2 \quad \text{بالتعويض نجد : } (\sqrt{50})^2 = (\sqrt{45})^2 + (\sqrt{5})^2$$

$$50 = 45 + 5 \quad \text{أي : } 50 = 50 \quad \text{إذن : } 50 = 50$$

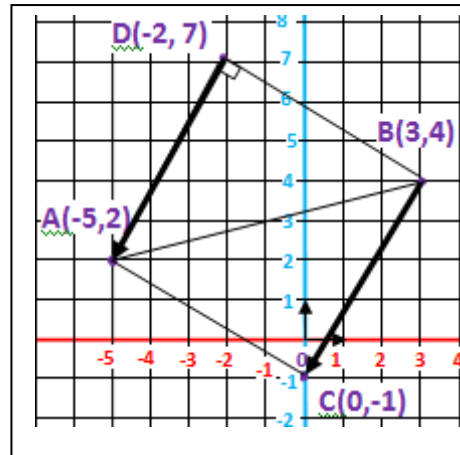
و منه ACD قائم في D

(3) إثبات أن الرباعي ABCD مستطيل :

بما أن $\vec{DA} = \vec{CB}$ فإن النقط A, B, C, D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أنه قائم في D و الضلعين DA و DC غير متساويان فهو مستطيل.

حل التمرين الثالث :

1- تعليم النقاط :



(2) أ) حساب طول DA :

$$[DA] = \sqrt{(x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2}$$

$$= \sqrt{(-5 - (-2))^2 + (2 - 7)^2}$$

$$= \sqrt{(-5 + 2)^2 + (2 - 7)^2}$$

$$= \sqrt{(-3)^2 + (-5)^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34} \quad [DA] = \sqrt{34}$$

(ب) بيان أن المثلث ADB قائم :

إذا كان المثلث ADB قائم فإنه و حسب عكس نظرية فيثاغورث :

$$AB^2 = DA^2 + DB^2 \quad \text{بالتعويض نجد : } (\sqrt{68})^2 = (\sqrt{34})^2 + (\sqrt{34})^2$$

$$68 = 34 + 34 \quad \text{أي : } 68 = 68 \quad \text{إذن : } 68 = 68$$

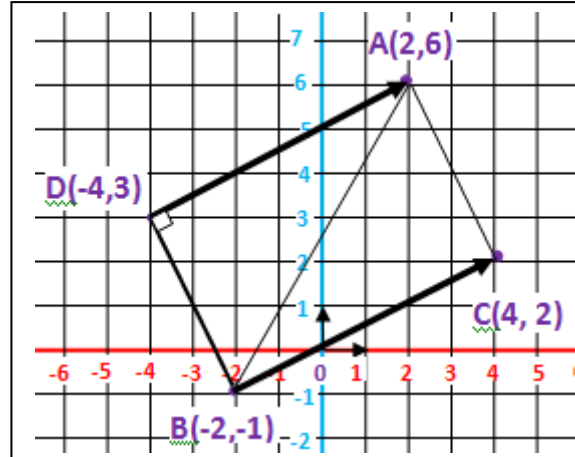
و منه ADB قائم في D

(3) إثبات أن الرباعي ADBC مربع :

بما أن $\vec{DA} = \vec{BC}$ فإن النقط A, B, C, D تشكل الرباعي ADBC متوازي الأضلاع و بما أنه قائم في D و الضلعين DA و DB غير متساويان فهو مربع.

حل التمرين الرابع :

1- تعليم النقاط :



(2) أ) حساب طول BA :

$$\begin{aligned} [BA] &= \sqrt{(xA - xB)^2 + (yA - yB)^2} \\ &= \sqrt{(2 - (-2))^2 + (6 - (-1))^2} \\ &= \sqrt{(2 + 2)^2 + (6 + 1)^2} \\ &= \sqrt{(4)^2 + (7)^2} = \sqrt{16 + 49} = \sqrt{65} \quad [BA] = \sqrt{65} \end{aligned}$$

(ب) بيان أن المثلث DAB قائم :

إذا كان المثلث DAB قائم فإنه و حسب عكس نظرية فيثاغورث :

$$\begin{aligned} (\sqrt{65})^2 &= (\sqrt{45})^2 + (\sqrt{20})^2 \quad \text{بالتعويض نجد :} \\ 65 &= 45 + 20 \quad \text{أي :} \\ 65 &= 65 \quad \text{إذن :} \end{aligned}$$

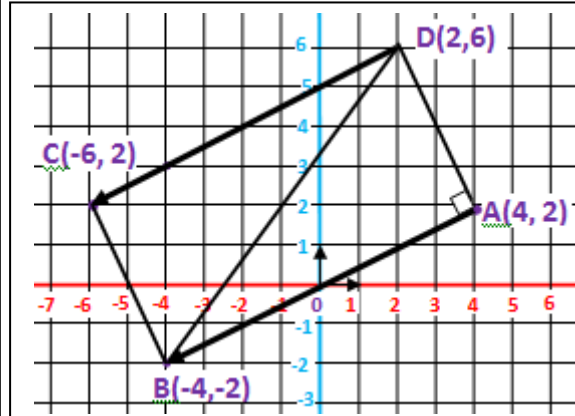
و منه DAB قائم في D

(3) إثبات أن الرباعي DACB مستطيل :

بما أن $\vec{BC} = \vec{DA}$ فإن النقط D,A,C,B تشكل الرباعي DACB متوازي الأضلاع و بما أنه قائم في D و الضلعين DA و DB غير متساويان فهو مستطيل.

حل التمرين الخامس :

1- تعليم النقاط :



(2) أ) حساب طول BD :

$$\begin{aligned} [BD] &= \sqrt{(xD - xB)^2 + (yD - yB)^2} \\ &= \sqrt{(2 - (-4))^2 + (6 - (-2))^2} \\ &= \sqrt{(2 + 4)^2 + (6 + 2)^2} \\ &= \sqrt{(6)^2 + (8)^2} \\ &= \sqrt{(36)^2 + (64)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} \quad [BD] = \sqrt{100} \end{aligned}$$

(ب) بيان أن المثلث ABD قائم :

إذا كان المثلث ABD قائم فإنه و حسب عكس نظرية فيثاغورث :

$$\begin{aligned} (\sqrt{100})^2 &= (\sqrt{80})^2 + (\sqrt{20})^2 \quad \text{بالتعويض نجد :} \\ 100 &= 80 + 20 \quad \text{أي :} \\ 100 &= 100 \quad \text{إذن :} \end{aligned}$$

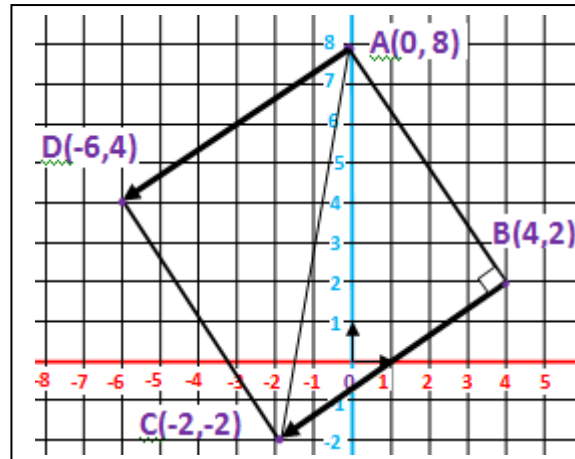
و منه ABD قائم في A.

(3) إثبات أن الرباعي ABCD مستطيل :

بما أن $\vec{AB} = \vec{DC}$ فإن النقط A,B,C,D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أنه قائم في A و الضلعين AB و DA غير متساويان فهو مستطيل.

حل التمرين السادس :

1- تعليم النقاط :



(2) أ) حساب طول BC :

$$\begin{aligned} [BC] &= \sqrt{(xC - xB)^2 + (yC - yB)^2} \\ &= \sqrt{(-2 - 4)^2 + (-2 - 2)^2} \\ &= \sqrt{(-6)^2 + (-4)^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} \quad [BC] = \sqrt{52} \end{aligned}$$

(ب) بيان أن المثلث ABC قائم :

إذا كان المثلث ABC قائم فإنه و حسب عكس نظرية فيثاغورث :

$$\begin{aligned} (\sqrt{104})^2 &= (\sqrt{52})^2 + (\sqrt{52})^2 \quad \text{بالتعويض نجد :} \\ 104 &= 52 + 52 \quad \text{أي :} \\ 104 &= 104 \quad \text{إذن :} \end{aligned}$$

و منه ABC قائم في B

(3) إثبات أن الرباعي ABCD مربع :

بما أن $\vec{BC} = \vec{AD}$ فإن النقط A,B,C,D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أنه قائم في B و الضلعين BC و AB متساويان فهو مربع.

التمرين الرابع : (03 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2012)

($O, \vec{i}, \vec{j}$) معلم متعامد و متجانس للمستوي.

(1) عَلمَ النقط $C(-4, -3)$, $B(-2, 3)$, $A(2, -1)$

(2) احسب الطول AC و استنتج نوع المثلث ABC

علما أن $BC = 2\sqrt{10}$

(3) احسب إحداثيتي النقطة D حتى يكون $\overrightarrow{BDCA}$

(4) بَيِّنْ أن $(AB) \perp (CD)$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2012)

($O, \vec{i}, \vec{j}$) معلم متعامد و متجانس للمستوي.

(1) عَلمَ النقط $C(3, -1)$, $B(5, 3)$, $A(1, 1)$

(2) احسب الطول BA و استنتج نوع المثلث ABC

علما أن $BC = 2\sqrt{5}$

(3) احسب إحداثيتي النقطة D حتى يكون $\overrightarrow{BACD}$

(4) بَيِّنْ أن $(AC) \perp (DB)$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2012)

($O, \vec{i}, \vec{j}$) معلم متعامد و متجانس للمستوي.

(1) عَلمَ النقط $C(8, -3)$, $B(3, 2)$, $A(-4, 3)$

(2) احسب الطول BA و استنتج نوع المثلث ABD

علما أن $DA = 5\sqrt{2}$

(3) احسب إحداثيتي النقطة D حتى يكون $\overrightarrow{BACD}$

(4) بَيِّنْ أن $(AC) \perp (BD)$

التمرين الثالث : (حسب نموذج 2012)

($O, \vec{i}, \vec{j}$) معلم متعامد و متجانس للمستوي.

(1) عَلمَ النقط $C(5, -4)$, $B(3, 4)$, $A(-5, 2)$

(2) احسب الطول BC و استنتج نوع المثلث ABC

علما أن $BA = 2\sqrt{17}$

(3) احسب إحداثيتي النقطة D حتى يكون $\overrightarrow{BCAD}$

(4) بَيِّنْ أن $(DB) \perp (AC)$

التمرين الرابع : (حسب نموذج 2012)

($O, \vec{i}, \vec{j}$) معلم متعامد و متجانس للمستوي.

(1) عَلمَ النقط $C(5, -4)$, $B(2, 2)$, $A(-1, -4)$

(2) احسب الطول BA و استنتج نوع المثلث ABC

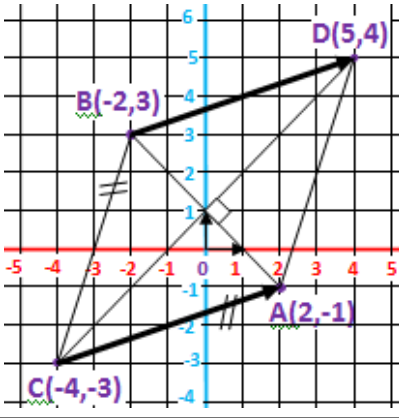
علما أن $BC = 3\sqrt{5}$

(3) احسب إحداثيتي النقطة D حتى يكون $\overrightarrow{BACD}$

(4) بَيِّنْ أن $(BD) \perp (AC)$

الحل :

(1) تعليم النقط :



(2) حساب AC :

$$AC = \sqrt{(-4-2)^2 + (-3+1)^2} = \sqrt{36+4} = 2\sqrt{10}$$

$AC = BC = 2\sqrt{10}$ فإن المثلث ABC متساوي الساقين قاعدته $[AB]$

(3) حساب إحداثيتي النقطة D :

* بما أن الشعاعين $\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{BD}$ متساويين $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$ فإن لهما نفس الإحداثيتين.

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CA} \begin{pmatrix} x_A - x_C \\ y_A - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix}$$

حساب إحداثيتي $\overrightarrow{CA}$

$$\overrightarrow{CA} \begin{pmatrix} x_A - x_C \\ y_A - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+4 \\ -1+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_D - (-2) = 6 \\ y_D - 3 = 2 \end{cases} \quad \text{بالتعويض} \quad \begin{cases} x_D - x_B = 6 \\ y_D - y_B = 2 \end{cases} \quad \text{إذن}$$

$$\text{و منه : } \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 5 \end{cases} \quad \text{إحداثيتي } D \text{ هي } D(4, 5)$$

(4) إثبات أن $(AB) \perp (CD)$:

بما أن $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$ فإن النقط A, B, C, D تشكل متوازي الأضلاع و

بما أن $BC = AC$ فهو معين و منه قطراه AB و CD متعامدان :

$(AB) \perp (CD)$

التمرين الخامس : (حسب نموذج 2012)

($O, \vec{i}, \vec{j}$) معلم متعامد و متجانس للمستوي.

(1) عَلمَ النقط $D(-4, 3)$, $B(-2, -1)$, $A(3, 4)$

(2) احسب الطول AB و استنتج نوع المثلث DAB

علما أن $AD = 5\sqrt{2}$

(3) احسب إحداثيتي النقطة C حتى يكون $\overrightarrow{ABDC}$

(4) بَيِّنْ أن $(DB) \perp (CA)$

التمرين السادس : (حسب نموذج 2012)

($O, \vec{i}, \vec{j}$) معلم متعامد و متجانس للمستوي.

(1) عَلمَ النقط $C(7, 0)$, $B(3, 6)$, $A(-3, 2)$

(2) احسب الطول BA و استنتج نوع المثلث ABC

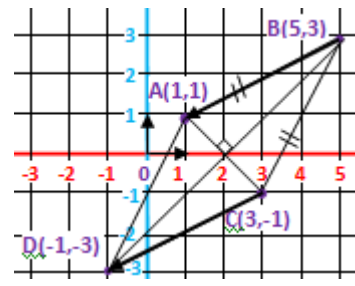
علما أن $BC = 2\sqrt{13}$

(3) احسب إحداثيتي النقطة D حتى يكون $\overrightarrow{BACD}$

(4) بَيِّنْ أن $(BD) \perp (AC)$

حل التمرين الأول :

1- تعليم النقاط :



2- حساب طول [BA] :

$$[BA] = \sqrt{(xA - xB)^2 + (yA - yB)^2} = \sqrt{(1 - 5)^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5} \quad [BA] = 2\sqrt{5}$$

استنتاج نوع المثلث ABC: بما أن $[BC] = [BA] = 2\sqrt{5}$ فإن المثلث متساوي الساقين

3- حساب إحداثيات D :

بما أن الشعاعين $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{BA}$ متساويين $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ فإن لهما نفس الإحداثيتين.

حساب إحداثيات $\overrightarrow{BA}$

$$\overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} xA - xB \\ yA - yB \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 5 \\ 1 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

لدينا $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ أي $\overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} xA - xB \\ yA - yB \end{pmatrix} = \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} xD - xC \\ yD - yC \end{pmatrix}$ إذن $\begin{cases} xD - xC = -4 \\ yD - yC = -2 \end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases} xD - 3 = -4 \\ yD - (-1) = -2 \end{cases}$

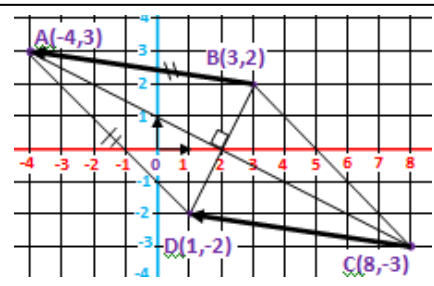
ومنه : $\begin{cases} xD = -1 \\ yD = -3 \end{cases}$ إحداثيات D هي $D(-1, -3)$

(4) إثبات أن $(DB) \perp (AC)$:

بما أن $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ فإن النقط A, B, C, D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أن $BC = BA$ فإن الرباعي معين و منه قطراه AC و DB متعامدان : $(AC) \perp (DB)$

حل التمرين الثاني :

1- تعليم النقاط :



2- حساب طول [BA] :

$$[BA] = \sqrt{(xA - xB)^2 + (yA - yB)^2} = \sqrt{(-4 - 3)^2 + (3 - 2)^2} = \sqrt{(-7)^2 + (1)^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2} \quad [BA] = 5\sqrt{2}$$

استنتاج نوع المثلث ABD: بما أن $[DA] = [BA] = 5\sqrt{2}$ فإن المثلث متساوي الساقين

3- حساب إحداثيات D :

بما أن الشعاعين $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{BA}$ متساويين $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ فإن لهما نفس الإحداثيتين.

حساب إحداثيات $\overrightarrow{BA}$

$$\overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} xA - xB \\ yA - yB \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 - 3 \\ 3 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

لدينا $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ أي $\overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} xA - xB \\ yA - yB \end{pmatrix} = \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} xD - xC \\ yD - yC \end{pmatrix}$ إذن $\begin{cases} xD - xC = -7 \\ yD - yC = 1 \end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases} xD - 8 = -7 \\ yD - (-3) = 1 \end{cases}$

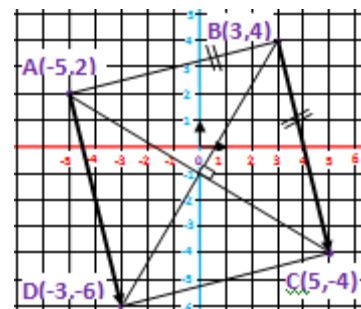
ومنه : $\begin{cases} xD = 1 \\ yD = -2 \end{cases}$ إحداثيات D هي $D(1, -2)$

(4) إثبات أن $(DB) \perp (AC)$:

بما أن $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ فإن النقط A, B, C, D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أن $DA = BA$ فإن الرباعي معين و منه قطراه AC و BD متعامدان : $(AC) \perp (BD)$

حل التمرين الثالث :

1- تعليم النقاط :



2- حساب طول [BC] :

$$[BC] = \sqrt{(xC - xB)^2 + (yC - yB)^2} = \sqrt{(5 - 3)^2 + (-4 - 4)^2} = \sqrt{(2)^2 + (-8)^2} = \sqrt{4 + 64} = \sqrt{68} = \sqrt{4 \times 17} = 2\sqrt{17} \quad [BC] = 2\sqrt{17}$$

استنتاج نوع المثلث ABC: بما أن $[BC] = [BA] = 2\sqrt{17}$ فإن المثلث متساوي الساقين

3- حساب إحداثيات D :

بما أن الشعاعين $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BC}$ متساويين $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ فإن لهما نفس الإحداثيتين.

حساب إحداثيات $\overrightarrow{BC}$

$$\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} xC - xB \\ yC - yB \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - 3 \\ -4 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \end{pmatrix}$$

لدينا $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ أي $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} xC - xB \\ yC - yB \end{pmatrix} = \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} xD - xA \\ yD - yA \end{pmatrix}$ إذن $\begin{cases} xD - xA = 2 \\ yD - yA = -8 \end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases} xD - (-5) = 2 \\ yD - 2 = -8 \end{cases}$

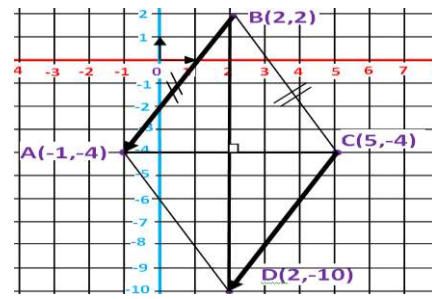
ومنه : $\begin{cases} xD = -3 \\ yD = -6 \end{cases}$ إحداثيات D هي $D(-3, -6)$

(4) إثبات أن $(DB) \perp (AC)$:

بما أن $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ فإن النقط A, B, C, D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أن $BC = BA$ فإن الرباعي معين و منه قطراه AC و DB متعامدان : $(DB) \perp (AC)$

حل التمرين الرابع :

1- تعليم النقاط :



2- حساب طول [BA] :

$$[BA] = \sqrt{(xA - xB)^2 + (yA - yB)^2} = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (-4 - 2)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-6)^2} = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$$

استنتاج نوع المثلث ABC: بما أن $[BC] = [BA] = 3\sqrt{5}$ فإن المثلث متساوي الساقين

3- حساب إحداثيتي D :

بما أن الشعاعين $\vec{CD}$ و $\vec{BA}$ متساويين $\vec{CD} = \vec{BA}$ فإن لهما نفس الإحداثيتين.

حساب إحداثيتي $\vec{BA}$

$$\vec{BA} \begin{pmatrix} xA - xB \\ yA - yB \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - 2 \\ -4 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

لدينا $\vec{BA} = \vec{CD}$ أي $\vec{BA} \begin{pmatrix} xD - xC \\ yD - yC \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} xD - 5 = -3 \\ yD - (-4) = -6 \end{cases} \quad \text{بالتعويض} \quad \begin{cases} xD - xC = -3 \\ yD - yC = -6 \end{cases} \quad \text{إن}$$

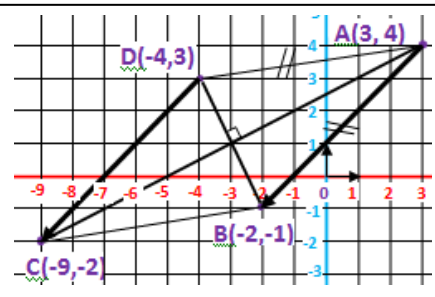
$$\text{ومنّه: } \begin{cases} xD = 2 \\ yD = -10 \end{cases} \quad \text{إحداثيتي D هي D(2, -10)}$$

(4) إثبات أن $(BD) \perp (AC)$:

بما أن $\vec{CD} = \vec{BA}$ فإن النقط A, B, C, D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أن $BC = BA$ فإن الرباعي معين و منه قطراه AC و BD متعامدان : $(BD) \perp (AC)$

حل التمرين الخامس :

1- تعليم النقاط :



2- حساب طول [AB] :

$$[AB] = \sqrt{(xB - xA)^2 + (yB - yA)^2} = \sqrt{(-2 - 3)^2 + (-1 - 4)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

استنتاج نوع المثلث DAB: بما أن $[AB] = [AD] = 5\sqrt{2}$ فإن المثلث متساوي الساقين

3- حساب إحداثيتي C :

بما أن الشعاعين $\vec{DC}$ و $\vec{AB}$ متساويين $\vec{DC} = \vec{AB}$ فإن لهما نفس الإحداثيتين.

حساب إحداثيتي $\vec{AB}$

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} xB - xA \\ yB - yA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 - 3 \\ -1 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \end{pmatrix}$$

لدينا $\vec{AB} = \vec{DC}$ أي $\vec{AB} \begin{pmatrix} xC - xD \\ yC - yD \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} xC - (-4) = -5 \\ yC - 3 = -5 \end{cases} \quad \text{بالتعويض} \quad \begin{cases} xC - xD = -5 \\ yC - yD = -5 \end{cases} \quad \text{إن}$$

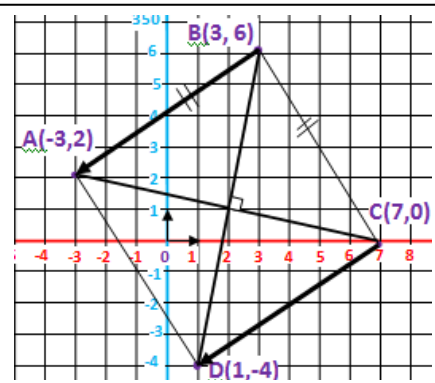
$$\text{ومنّه: } \begin{cases} xC = -9 \\ yC = -2 \end{cases} \quad \text{إحداثيتي C هي C(-9, -2)}$$

(4) إثبات أن $(DB) \perp (CA)$:

بما أن $\vec{DC} = \vec{AB}$ فإن النقط A, B, C, D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أن $AB = AD$ فإن الرباعي معين و منه قطراه CA و DB متعامدان : $(DB) \perp (CA)$

حل التمرين السادس :

1- تعليم النقاط :



2- حساب طول [BA] :

$$[BA] = \sqrt{(xA - xB)^2 + (yA - yB)^2} = \sqrt{(-3 - 3)^2 + (2 - 6)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-4)^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = \sqrt{4 \times 13} = 2\sqrt{13}$$

استنتاج نوع المثلث ABC: بما أن $[BC] = [BA] = 2\sqrt{13}$ فإن المثلث متساوي الساقين

3- حساب إحداثيتي D :

بما أن الشعاعين $\vec{CD}$ و $\vec{BA}$ متساويين $\vec{CD} = \vec{BA}$ فإن لهما نفس الإحداثيتين.

حساب إحداثيتي $\vec{BA}$

$$\vec{BA} \begin{pmatrix} xA - xB \\ yA - yB \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 - 3 \\ 2 - 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix}$$

لدينا $\vec{BA} = \vec{CD}$ أي $\vec{BA} \begin{pmatrix} xD - xC \\ yD - yC \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} xD - 7 = -6 \\ yD - 0 = -4 \end{cases} \quad \text{بالتعويض} \quad \begin{cases} xD - xC = -6 \\ yD - yC = -4 \end{cases} \quad \text{إن}$$

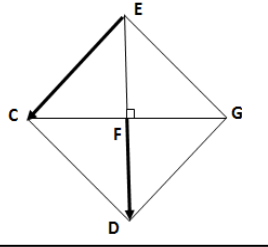
$$\text{ومنّه: } \begin{cases} xD = 1 \\ yD = -4 \end{cases} \quad \text{إحداثيتي D هي D(1, -4)}$$

(4) إثبات أن $(BD) \perp (AC)$:

بما أن $\vec{CD} = \vec{BA}$ فإن النقط A, B, C, D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أن $BC = BA$ فإن الرباعي معين و منه قطراه AC و BD متعامدان : $(BD) \perp (AC)$

الحل :

(1) إنشاء المثلث EFG والنقطتين C و D



(2) بيان أن الرباعي EGDC مربع :

(أ) **من المعطيات :** بما أن C صورة النقطة

E بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{GD}$.

فإن الشعاعين $\vec{EC}$ و $\vec{GD}$ متساويين.

و منه فإن النقط : E, G, D, C تشكل رباعي متوازي الأضلاع.

(ب) من خصائص المربعين أن قطراه متعامدان ، و المثلث EFG قائم في G (من المعطيات)، إذن المتوازي الأضلاع EGDC مربعين.

{إثبات أن المربع EGDC مربع}

(بالطريقة الأولى : هذه الطريقة تعتمد على نظرية فيثاغورث و هي أسهل)

لإثبات أن المربع EGDC مربع، يكفي إثبات أن إحدى زواياه قائمة (لتكن الزاوية EGD :

(1) حساب طول الضلع EG :

$$EG^2 = FE^2 + FG^2 \quad (\text{حسب نظرية فيثاغورث}) \quad EG = \sqrt{32} = 5.65 \text{ cm}$$

و بما أن EGDC مربع فإن كل أضلاعه متقايسة و منه : $EG = DG = 5.65 \text{ cm}$

و بما أن EGDC مربع فإن قطراه متناصفان أي $ED = FE + FD = 8 \text{ cm}$

(2) إثبات أن المثلث EGD قائم في G :

$$ED^2 = GE^2 + GD^2 \quad (\text{حسب نظرية فيثاغورث}) \quad \text{أي : } (8)^2 = (5.65)^2 + (5.65)^2 \quad \text{و منه } 64$$

$$64 \approx 31.92 + 31.92 \quad \text{أي : } 64 \approx 63.84$$

و منه المثلث EGD قائم في G أي المربع EGDC مربع

(بالطريقة الثانية : هذه الطريقة معقدة نوعا ما)

(ج) **من خصائص المثلث القائم:** أنه إذا كان طول المتوسط المتعلق بأحد الأضلاع يساوي نصف طول هذا الضلع، فإن المثلث قائم. (ملاحظة: هذه الخاصية درست في برنامج السنة الثالثة متوسط)

الإثبات : لدينا (من المعطيات) $FE = FG = 4 \text{ cm}$(1)

بما أن الرباعي EGDC متوازي الأضلاع فإن قطراه متناصفان

أي : $FE = FD = 4 \text{ cm}$(2)

لدينا من (1) و (2) : $FE = FG = FD$ و منه $2 \times FG = FE + FD$

إذن و حسب الخاصية المذكورة أعلاه فإن المثلث EGD قائم في G

بما أن المربع EGDC قائم فهو مربع

(3) **حساب مساحة المربع :**

(أ) **حساب طول الوتر EG :**

$$EG^2 = FE^2 + FG^2 \quad (\text{حسب نظرية فيثاغورث})$$

$$EG^2 = 4^2 + 4^2 \quad \text{أي : } EG^2 = 16 + 16 \quad \text{أي : } EG^2 = 32 \quad \text{و من : } EG = \sqrt{32}$$

(ب) **حساب مساحة المربع :**

$$\text{مساحة المربع هي : الضلع}^2 \quad \text{أي : } S = \sqrt{32}^2 = 32 \text{ cm}^2$$

(4) **بيان أن $\vec{U} = \vec{ED}$:**

$$\text{لدينا : } \vec{ED} = \vec{EF} + \vec{FG} + \vec{GD} = \vec{EF} + \vec{EC} + \vec{FG} + \vec{GD}$$

$$\text{أي : } \vec{ED} = \vec{EG} + \vec{EC} + \vec{GD} \quad (\text{باستعمال علاقة شال})$$

$$\text{و بما أن : } \vec{EG} + \vec{EC} = \vec{ED} \quad \text{فإن : } \vec{ED} = \vec{ED}$$

التمرين الرابع : (3.5 نقطة) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2016)

(1) أنشئ المثلث EFG القائم في F حيث : $EF = FG = 4 \text{ cm}$.

(2) أنشئ النقطتين :

D صورة النقطة F بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{EF}$.

C صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{GD}$.

(3) بيّن أن الرباعي EGDC مربع.

- احسب مساحته.

(4) ليكن الشعاع $\vec{U}$ حيث : $\vec{U} = \vec{EF} + \vec{EC} + \vec{FG}$ ،

بيّن أن : $\vec{U} = \vec{ED}$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2016)

(1) أنشئ المثلث ABC القائم في A حيث : $AB = AC = 3 \text{ cm}$.

(2) أنشئ النقطتين :

D صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{BA}$.

E صورة النقطة D بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{CB}$.

(3) بيّن أن الرباعي BCDE مربع.

- احسب مساحته.

(4) ليكن الشعاع $\vec{U}$ حيث : $\vec{U} = \vec{DA} + \vec{DE} + \vec{AC}$ ،

بيّن أن : $\vec{U} = \vec{DB}$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2016)

(1) أنشئ المثلث RAG القائم في R حيث : $RA = RG = 5 \text{ cm}$.

(2) أنشئ النقطتين :

B صورة النقطة R بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AR}$.

D صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{GA}$.

(3) بيّن أن الرباعي GADB مربع.

- احسب مساحته.

(4) ليكن الشعاع $\vec{U}$ حيث : $\vec{U} = \vec{RB} + \vec{GA} + \vec{GR}$ ،

بيّن أن : $\vec{U} = \vec{GD}$

حل التمرين الأول :

(1) **إنشاء الشكل**

(2) **بيان أن الرباعي BCDE مربع :**

يكفي إتباع نفس المراحل المفصلة في

حل تمرين (دورة جوان 2016)

(3) **حساب مساحة المربع :**

(أ) **حساب طول الوتر BC :**

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad (\text{حسب نظرية فيثاغورث})$$

$$BC^2 = 3^2 + 3^2 \quad \text{أي : } BC^2 = 9 + 9 \quad \text{أي : } BC^2 = 18 \quad \text{و من : } BC = \sqrt{18}$$

(ب) **حساب مساحة المربع :**

$$\text{مساحة المربع هي : الضلع}^2 \quad \text{أي : } S = \sqrt{18}^2 = 18 \text{ cm}^2$$

(4) **بيان أن $\vec{U} = \vec{DB}$:**

$$\text{لدينا : } \vec{U} = \vec{DA} + \vec{DE} + \vec{AC} = \vec{DA} + \vec{DE} + \vec{AC}$$

$$\text{أي : } \vec{U} = \vec{DC} + \vec{DE} \quad (\text{باستعمال علاقة شال})$$

$$\text{و بما أن الرباعي BCDE متوازي الأضلاع فإن : } \vec{DC} + \vec{DE} = \vec{DB}$$

$$\text{و منه : } \vec{U} = \vec{DB}$$

حل التمرين الثاني :

(1) **إنشاء الشكل**

(2) **بيان أن الرباعي GADB مربع :**

يكفي إتباع نفس المراحل المفصلة في

حل تمرين (دورة جوان 2016)

(3) **حساب مساحة المربع :**

(أ) **حساب طول الوتر GA :**

$$GA^2 = RG^2 + RA^2 \quad (\text{حسب نظرية فيثاغورث})$$

$$GA^2 = 5^2 + 5^2 \quad \text{أي : } GA^2 = 25 + 25 \quad \text{أي : } GA^2 = 50 \quad \text{و من : } GA = \sqrt{50}$$

(ب) **حساب مساحة المربع :**

$$\text{مساحة المربع هي : الضلع}^2 \quad \text{أي : } S = \sqrt{50}^2 = 50 \text{ cm}^2$$

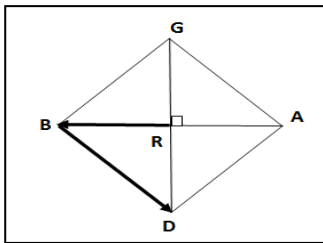
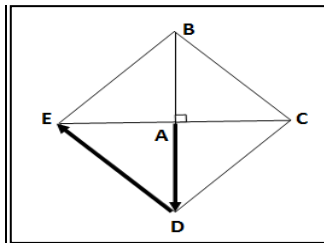
(4) **بيان أن $\vec{U} = \vec{GD}$:**

$$\text{لدينا : } \vec{U} = \vec{RB} + \vec{GA} + \vec{GR} = \vec{RB} + \vec{GA} + \vec{GR}$$

$$\text{أي : } \vec{U} = \vec{GB} + \vec{GA} \quad (\text{باستعمال علاقة شال})$$

$$\text{و بما أن الرباعي GADB متوازي الأضلاع فإن : } \vec{GB} + \vec{GA} = \vec{GD}$$

$$\text{و منه : } \vec{U} = \vec{GD}$$



النسب المثلثية في مثلث قائم

Tan ظل	Sin جيب تمام	Cos جيب	الزاوية	Tan ظل	Sin جيب تمام	Cos جيب	الزاوية	Tan ظل	Sin جيب تمام	Cos جيب	الزاوية
1.8040	0.8746	0.4848	61°	0.6009	0.5150	0.8572	31°	0.0175	0.0175	0.9998	1°
1.8807	0.8829	0.4695	62°	0.6249	0.5299	0.8480	32°	0.0349	0.0349	0.9994	2°
1.9626	0.8910	0.4540	63°	0.6494	0.5446	0.8387	33°	0.0524	0.0523	0.9986	3°
2.0503	0.8988	0.4384	64°	0.6745	0.5592	0.8290	34°	0.0699	0.0698	0.9976	4°
2.1445	0.9063	0.4226	65°	0.7002	0.5736	0.8192	35°	0.0875	0.0872	0.9962	5°
2.2460	0.9135	0.4067	66°	0.7265	0.5878	0.8090	36°	0.1051	0.1045	0.9945	6°
2.3559	0.9205	0.3907	67°	0.7536	0.6018	0.7986	37°	0.1228	0.1219	0.9925	7°
2.4751	0.9272	0.3746	68°	0.7813	0.6157	0.7880	38°	0.1405	0.1392	0.9903	8°
2.6051	0.9336	0.3584	69°	0.8098	0.6293	0.7771	39°	0.1584	0.1564	0.9877	9°
2.7475	0.9397	0.3420	70°	0.8391	0.6428	0.7660	40°	0.1763	0.1736	0.9848	10°
2.9042	0.9455	0.3256	71°	0.8693	0.6561	0.7547	41°	0.1944	0.1908	0.9816	11°
3.0777	0.9511	0.3090	72°	0.9004	0.6691	0.7431	42°	0.2126	0.2079	0.9781	12°
3.2709	0.9563	0.2924	73°	0.9325	0.6820	0.7314	43°	0.2309	0.2250	0.9744	13°
3.4874	0.9613	0.2756	74°	0.9657	0.6947	0.7193	44°	0.2493	0.2419	0.9703	14°
3.7321	0.9659	0.2588	75°	1.0000	0.7071	0.7071	45°	0.2679	0.2588	0.9659	15°
4.0108	0.9703	0.2419	76°	1.0355	0.7193	0.6947	46°	0.2867	0.2756	0.9613	16°
4.3315	0.9744	0.2250	77°	1.0724	0.7314	0.6820	47°	0.3057	0.2924	0.9563	17°
4.7046	0.9781	0.2079	78°	1.1106	0.7431	0.6691	48°	0.3249	0.3090	0.9511	18°
5.1446	0.9816	0.1908	79°	1.1504	0.7547	0.6561	49°	0.3443	0.3256	0.9455	19°
5.6713	0.9848	0.1736	80°	1.1918	0.7660	0.6428	50°	0.3640	0.3420	0.9397	20°
6.3138	0.9877	0.1564	81°	1.2349	0.7771	0.6293	51°	0.3839	0.3584	0.9336	21°
7.1154	0.9903	0.1392	82°	1.2799	0.7880	0.6157	52°	0.4040	0.3746	0.9272	22°
8.1443	0.9925	0.1219	83°	1.3270	0.7986	0.6018	53°	0.4245	0.3907	0.9205	23°
9.5144	0.9945	0.1045	84°	1.3764	0.8090	0.5878	54°	0.4452	0.4067	0.9135	24°
11.4301	0.9962	0.0872	85°	1.4281	0.8192	0.5736	55°	0.4663	0.4226	0.9063	25°
14.3007	0.9976	0.0698	86°	1.4826	0.8290	0.5592	56°	0.4877	0.4384	0.8988	26°
19.0811	0.9986	0.0523	87°	1.5399	0.8387	0.5446	57°	0.5095	0.4540	0.8910	27°
28.6363	0.9994	0.0349	88°	1.6003	0.8480	0.5299	58°	0.5317	0.4695	0.8829	28°
57.2900	0.9998	0.0175	89°	1.6643	0.8472	0.5150	59°	0.5543	0.4848	0.8746	29°
				1.7321	0.8660	0.5000	60°	0.5774	0.5000	0.8660	30°

