

ملخص رائع فى الرياضيات للسنة رابعة متوسط

حساب القاسم المشترك الأكبر لعددين :

$78-54=24$
 $54-24=30$
 $30-24=6$
 $24-6=18$
 $18-6=12$
 $12-6=6$
 $6-6=0$

نعتد على حساب الفوارق
 المتتالية بما أننا حصلنا على
 الفارق معدوم فإن القاسم
 المشترك الأكبر للعددين 78
 و 54 هو 6

a	b	r	$a = b \times q + r$
78	54	24	$78 = 54 \times 2 + 24$
54	24	6	$54 = 24 \times 2 + 6$
24	6	0	$24 = 24 \times 4 + 0$

6 هو آخر باقى غير معدوم فهو القاسم المشترك الأكبر للعددين 78 و 54

حل معادلة من الشكل $x^2 = b$ حيث b عدد موجب
 هما $x = \sqrt{b}$ و $x = -\sqrt{b}$
 مثال: $x^2 = 4$ لها حلين هما 2 و -2
 ملاحظة: المعادلة $x^2 = b$ في حالة b سالب ليس لها حل.
 مثال: $x^2 = -4$ ليس لها حل

المتطابقات الشهيرة

$$\begin{aligned}
 (a+b)^2 &= a^2 + b^2 + 2ab \\
 (3x+5)^2 &= 9x^2 + 25 + 30x \\
 (a-b)^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \\
 (2x-4)^2 &= 4x^2 + 16 - 16x \\
 (a+b)(a-b) &= a^2 - b^2 \\
 (2x+3)(2x-3) &= 4x^2 - 9
 \end{aligned}$$

الحسابات على الجذور: مهما يكن العددين الموجبان a و b :

$$\begin{aligned}
 \sqrt{a} \times \sqrt{b} &= \sqrt{a \times b} \rightarrow \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6} \\
 \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} &= \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0) \rightarrow \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2 \\
 (\sqrt{a})^2 &= \sqrt{a^2} = a \rightarrow \sqrt{5^2} = 5; \sqrt{7^2} = 7 \\
 \sqrt{a^2 b} &= a\sqrt{b} \rightarrow \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5} \\
 a\sqrt{b} + c\sqrt{b} &= (a+c)\sqrt{b} \rightarrow 3\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = -5\sqrt{2} \\
 \sqrt{a+b} &\neq \sqrt{a} + \sqrt{b}
 \end{aligned}$$

الأولية فى الحساب:

فى سلسلة عمليات نحري:
 - العمليات داخل الأقواس والداخلية أولاً.
 - العمليات على القوى.
 - الضرب والقسمة قبل الجمع والطرح.

$$\begin{aligned}
 A &= 3 + (8 - 3)^2 \\
 &= 3 + 6^2 \times 2 \\
 &= 3 + 36 \times 2 \\
 &= 3 + 72 \\
 &= 75
 \end{aligned}$$

القوة ذات الأساس 10:

$$\begin{aligned}
 51000 &= 5,1 \times 10^4 \\
 14,07 &= 1,407 \times 10^1 \\
 0,0034 &= 3,4 \times 10^{-3}
 \end{aligned}$$

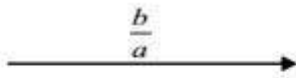
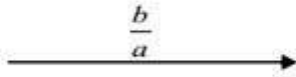
الكتابة العلمية:

$$\begin{aligned}
 10^5 &= 100000 \quad (n \text{ عدد طبيعي}) \quad 10^n = 100 \dots 0 \text{ صفراً } n \\
 10^1 &= 10; \quad 10^0 = 1 \quad \text{ملاحظة:} \\
 10^{-5} &= 0,00001 \quad (n \text{ رقم}) \quad 10^{-n} = 0,00 \dots 01 \text{ صفراً } n
 \end{aligned}$$

المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد:

المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد	المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد
حل معادلة جداء $a \times b = 0$ معناه $a=0$ أو $b=0$ مثال: المعادلة $(x+4)(2x-3)=0$ معناه: $2x-3=0$ أو $x+4=0$ ومنه: $x = \frac{3}{2}$ أو $x = -4$	حل المعادلة $ax = b$ ($a \neq 0$) هو $x = \frac{b}{a}$ مثال: $3x = 5$ حل المعادلة هو: $x = \frac{5}{3}$

مراجعة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

حل متراجحة من الشكل $ax \leq b$ (1) إذا كان a عدد موجب فإن $x \leq \frac{b}{a}$ أي x أصغر أو يساوي $\frac{b}{a}$ وتمثيله البياني(2) إذا كان a عدد سالب فإن $x \geq \frac{b}{a}$ أي x أكبر أو يساوي $\frac{b}{a}$ وتمثيله البيانيبنفس الطريقة إذا كان $\geq$ أو $<$ **الدالة الخطية:** $f(x) = ax$ (a معامل الدالة الخطية)مثال: $f(x) = 3x$ صورة العدد 2 بالدالة f هو: $f(2) = 3 \times 2 = 6$ العدد الذي صورته -12 بالدالة f هو: $3x = -12$ ومنه $x = \frac{-12}{3} = -4$ تمثيله البياني هو المستقيم (d) الذي معادلته $y = 3x$ يشمل المبدأ O والنقطة $A(1; 3)$ **الدالة التآلفية:** $f(x) = ax + b$ (a و b معاملي الدالة التآلفية)مثال: $f(x) = 2x - 1$ صورة العدد 2 بالدالة f هو: $f(2) = 2 \times 2 - 1 = 3$ العدد الذي صورته -12 بالدالة f هو: $2x - 1 = -12$ ومنه $x = \frac{-12 + 1}{2} = -5.5$ لإيجاد العدد a يكفي حساب النسبة $a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$ تمثيله البياني هو المستقيم (d) الذي معادلته $y = 2x - 1$ يشمل النقطة $A(0; -1)$ و النقطة $B(1; 1)$

الإحصاء

- التكرار النسبي يساوي نسبة التكرار على مجموع التكرارات

- التكرار المجمع الصاعد (المتزايد) لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة (أو الفئة) وتكرارات القيم (أو الفئات) الأصغر منها. التكرار المجمع النازل (المتناقص) لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة (أو الفئة) وتكرارات القيم (أو الفئات) الأكبر منها.

- **الوسيط الحسابي** يساوي نسبة مجموع جداء القيمة (مركز الفئة) في تكرارها على مجموع التكرارات.- **الوسيط:** N هو مجموع التكرارات إذا كان تكرار السلسلة فردي فالوسيط هو قيمة التي رتبته $\frac{N+1}{2}$ إذا كان تكرار السلسلة زوجي فالوسيط نصف مجموع هو القيمتين التي رتبتهما $\frac{N}{2}$ و $\frac{N}{2} + 1$ - **المدى:** هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة- **المنوال:** هو القيمة الأكبر تكرار ملاحظة: يمكن أن يكون للسلسلة أكثر من منوال واحد.

مثال: إليك السلسلة التالية: 5, 7, 8, 8, 10, 7, 8, 7, 5, 8, 5

القيم	5	7	8	10
التكرار	3	4	3	1
ت م متزايد	3	7	10	11
ت م متناقص	11	8	4	1

القيم	5	7	8	10
التكرار	3	4	3	1
التكرار النسبي	3/11	4/11	3/11	1/11

الوسيط الحسابي: $M = \frac{3 \times 5 + 4 \times 7 + 3 \times 8 + 1 \times 10}{3 + 4 + 3 + 1} = 7$. المنوال لهذه السلسلة هو: 7 لأنه الأكبر تكرارالوسيط: لدينا مجموع التكرارات 11 إذن $\frac{11+1}{2} = 6$ الوسيط ذو الرتبة السادسة فهو 7.المدى هو: $10 - 5 = 5$



النظرية العكسية فيثاغورس:

يكون المثلث ABC قائم في A إذا تحققت
 $BC^2 = AB^2 + AC^2$
 مثال: المثلث ABC بحيث: $AB=6, AC=8, BC=10$
 نلاحظ أن: $10^2 = 6^2 + 8^2$
 $BC^2 = AB^2 + AC^2$
 إذن حسب النظرية العكسية لفيثاغورس المثلث
 ABC قائم في A

نظرية فيثاغورس:

ABC مثلث قائم في B فإن: $AC^2 = AB^2 + BC^2$

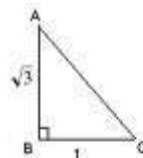
مثال: لاحظ الشكل وأحسب AC

حسب نظرية فيثاغورس:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = \sqrt{3}^2 + 1^2$$

$$\text{ومنه } AC^2 = 4 \text{ إذن } AC = \sqrt{4} = 2$$



حساب المثلثات: ABC مثلث قائم في A فإن

$$\tan \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} \quad \cos \alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \quad \sin \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \quad \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

نظرية طاليس: (d) و (d') مستقيمان متقاطعان في النقطة A

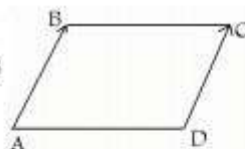
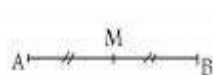
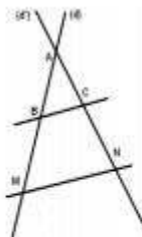
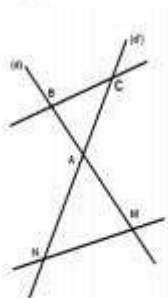
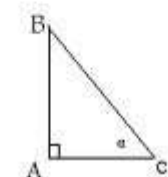
M و B نقطتان في (d) و N و C نقطتان من (d')

النظرية المباشرة: إذا كان (BC) // (MN) فإن

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$

النظرية العكسية: إذا كان $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$ والنقط

M, B, A و N, C, A بنفس الترتيب فإن (BC) // (MN)



الأشعة و الانسحاب: ABCD متوازي أضلاع معناه $\vec{AB} = \vec{DC}$

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} \text{ (علاقة شال)}$$

M منتصف [AB] معناه $\vec{AM} = \vec{MB}$

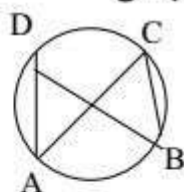
$$A(x_a; y_a); B(x_b; y_b); \text{ فإن } \vec{AB} = (x_b - x_a; y_b - y_a)$$

$$M \text{ منتصف } [AB] \Rightarrow M\left(\frac{x_a + x_b}{2}; \frac{y_a + y_b}{2}\right)$$

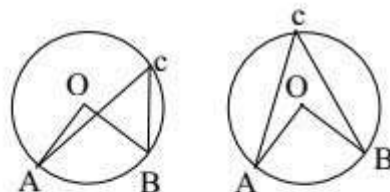
$$u(x'; y') \text{ و } v(x; y) \text{ معناه } x = x' \text{ و } y = y' \quad u(x'; y') = v(x; y); \quad AB = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

الزاوية المحيطية هي زاوية رأسها من الدائرة و ضلعاها وتران للدائرة. الزاوية المركزية هي زاوية رأسها مركز الدائرة.

الزاويتان المحيطيتان اللتين يحصران نفس القوس متقايستان



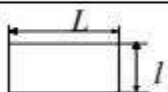
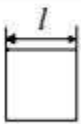
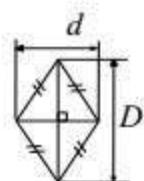
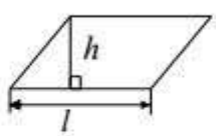
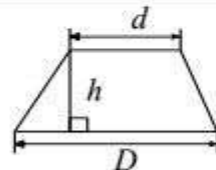
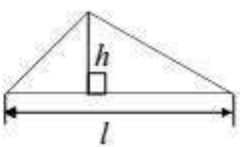
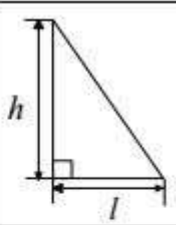
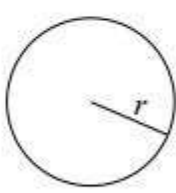
$$ADB = ACB$$



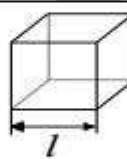
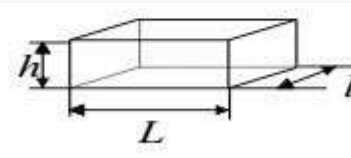
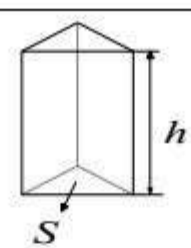
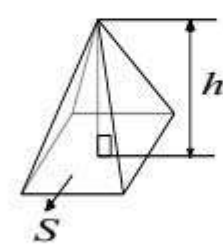
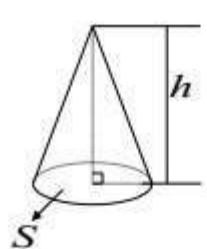
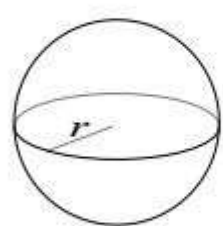
$$AOB = 2 ACB$$



الأشكال المألوفة المحيطات و المساحات :

الشكل	تمثيله	محيطه	مساحته
المستطيل		$p = 2(L + l)$	$S = L \times l$
المربع		$p = l \times 4$	$S = l^2$
المعين		طول ضلع المعين $p = l \times 4$	$S = \frac{D \times d}{2}$
متوازي الأضلاع		محيطه ضعف مجموع ضلعين متتاليين	$S = l \times h$
شبه المنحرف		مجموع أضلاعه الأربعة	$S = \frac{(D + d) \times h}{2}$
المثلث		مجموع أضلاعه الثلاثة	$S = \frac{l \times h}{2}$
المثلث القائم		مجموع أضلاعه الثلاثة	$S = \frac{l \times h}{2}$
الدائرة والقرص		$p = 2\pi r$	$S = \pi r^2$



حجمه	تمثيله	الشكل
$v = l^3$		المكعب
$v = l \times L \times h$		متوازي المستطيلات
مساحة القاعدة S $v = S \times h$		الموشور
مساحة القاعدة S $v = \frac{S \times h}{3}$		الهرم
$v = \frac{S \times h}{3}$		المخروط الدوراني
مساحتها $S = 4\pi R^2$ الجلّة: حجمها $S = \frac{4\pi R^3}{3}$		الكرة والجلّة