

## الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة

### (1) قاسم عدد طبيعي:

#### تعريف:

$a, b$  عدنان طبيعيان بحيث:  $b \neq 0$   
العدد  $a$  يقبل القسمة على  $b$  معناه يوجد عدد طبيعي  $k$  غير معدوم  
بحيث:  $a = b \times k$   
ونقول أيضا:  $a$  مضاعف للعدد  $b$ .

لدينا:  $a = b \times k$  معناه :  
\* العدد  $a$  يقبل القسمة على  $b$  \* العدد  $56$  يقبل القسمة على  $7$   
\* العدد  $a$  مضاعف للعدد  $b$  \* العدد  $56$  مضاعف للعدد  $7$   
\* العدد  $b$  قاسم للعدد  $a$  \* العدد  $7$  قاسم للعدد  $56$   
\* العدد  $b$  يقسم العدد  $a$  \* العدد  $7$  يقسم العدد  $56$

### (2) خواص قواسم عدد طبيعي:

#### تعريف:

$a, b, K$  أعداد طبيعية غير معدومة بحيث:  $b < a$   
\* إذا كان  $K$  يقسم كلا من  $a$  و  $b$  فإن  $K$  يقسم كلا من  $(a+b)$  و  $(a-b)$   
\* إذا كان  $K$  يقسم كلا من  $a$  و  $b$  فإن  $K$  يقسم باقي القسمة الاقليدية للعدد  $a$  على  $b$ .

#### مثال (1):

9 قاسم للعددين 36 و 45 معناه 9 يقسم  $45 + 36 = 81$   
9 قاسم للعددين 36 و 45 معناه 9 يقسم  $45 - 36 = 9$

#### مثال (2):

2 يقسم كلا من العددين 12 و 30 فإن 2 يقسم باقي القسمة الاقليدية لـ 30 على 12 وهو 6 لأن:  $30 = 12 \times 2 + 6$

### (3) القاسم المشترك الأكبر (PGCD):

#### تعريف:

إذا كان العدنان الطبيعيان  $a$  و  $b$  يقبلان القسمة على نفس العدد غير المعدوم  $k$  فإن  $k$  قاسم مشترك للعددين  $a$  و  $b$

#### خاصية:

في مجموعة القواسم المشترك لعددين  $a$  و  $b$  يوجد قاسم أكبر من بين القواسم يسمى القاسم المشترك الأكبر

ونكتب:  $PGCD(a; b)$

#### مثال (1):

قواسم 24 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24  
قواسم 36 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

القواسم المشتركة للعددين هي: 1, 2, 3, 4, 6, 12

إذن:  $PGCD(24; 36) = 12$

#### مثال (2):

إيجاد القاسم المشترك الأكبر باستعمال خوارزمية إقليدس للعددين: 1078 و 322

المراحل	a	b	باقي القسمة الاقليدية	
1	1078	322	112	$\rightarrow 1078 = 3 \times 322 + 112$
2	322	112	98	$\rightarrow 322 = 2 \times 112 + 98$
3	112	98	14	$\rightarrow 112 = 1 \times 98 + 14$
4	98	14	0	$\rightarrow 98 = 7 \times 14 + 0$

1078	322	322	112	112	98	98	14
112	3	98	2	14	1	0	7

من خلال هذه الحسابات نستنتج أن:  $PGCD(1078; 322) = 14$

#### مثال (3):

إيجاد  $PGCD(714; 612)$  باستعمال طريقة عمليات الطرح المتتالية.

$$714 - 612 = 102$$

$$612 - 102 = 510$$

$$510 - 102 = 408$$

$$408 - 102 = 306$$

$$306 - 102 = 204$$

$$204 - 102 = 102$$

$$102 - 102 = 0$$

إذن:  $PGCD(714; 612) = 102$

### (4) العدنان الأوليان فيما بينهما:

#### تعريف:

$a, b$  عدنان أوليان فيما بينهما معناه القاسم المشترك الوحيد للعددين هو: 1

#### خاصية:

إذا كان  $PGCD$  لعددين هو 1 معناه أن العددين أوليان فيما بينهما.

#### مثال:

قواسم 15 هي: 1, 3, 5, 15

قواسم 28 هي: 1, 2, 4, 7, 14, 28

إذن:  $PGCD(15; 28) = 1$  وهذا يعني أن العددين أوليان فيما بينهما

### (5) الكسر الغير القابل للاختزال:

#### تعريف:

الكسر الغير قابل للاختزال معناه بسطه ومقامه أوليان فيما بينهما.

#### خاصية:

عندما نقسم كلا من حدي كسر على القاسم المشترك الأكبر لبسطه ومقامه نحصل على كسر غير قابل للاختزال.

#### مثال (1):

كسر  $\frac{15}{28}$  غير قابل للاختزال لأن العددين 15 و 28 أوليان فيما بينهما

#### مثال (2):

لدينا:  $PGCD(84; 56) = 28$

ومنه  $\frac{84}{56} = \frac{28 \times 3}{28 \times 2} = \frac{3}{2}$  أو  $\frac{84}{56} = \frac{84 \div 28}{56 \div 28} = \frac{3}{2}$