الأستاذ: حمزة بريك

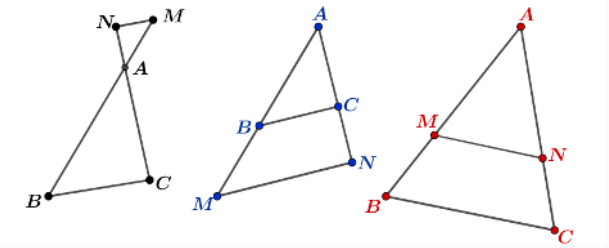
2 خاصية طالس وحساب المثلثات في مثلث قائم

1 خاصية طالس

خاصية طالس

خاصية

(BM) و (CN) مستقيمان متقاطعان في النقطة A.
إذا كان (BC) و (MN) متوازيين فإنّ: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



نتائج

MN	AN	AM	أطوال أضلاع المثلث AMN
BC	AC	AB	أطوال أضلاع المثلث ABC

والمثلث AMN هو تكبير أو تصغير للمثلث ABC.

نظرية طالس

ABC ، AMN مثلثين حيث: يكون $\begin{cases} M \in (AB) \\ N \in (AC) \\ (BC) \,//\, (MN) \end{cases}$

لدينا:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

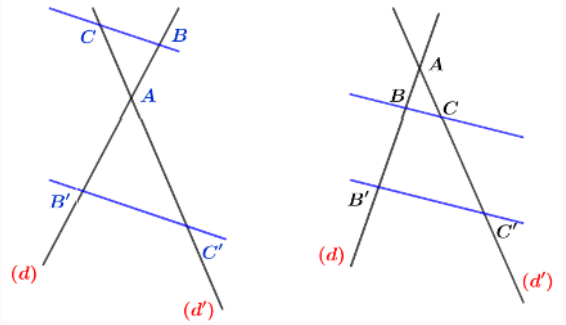
ملاحظة مهمة

تسمح خاصية طالس بحساب الأطوال والنسب.

خاصية طالس العكسية

خاصية

(d) و (d') مستقيمان متقاطعان في النقطة A.
B و B' نقطتان من (d) تختلفان عن A.
C ، C' نقطتان من (d') تختلفان عن A.
إذا كان $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'}$ وكانت النقط A ، B ، B' والنقطة A ، C و C' مرتبة بنفس الترتيب فإن المستقيمين (BC) و $(B'C')$ متوازيان.
يمكن ترجمة هذه الخاصية بإحدى الوضعيتين التاليتين:



ملاحظة مهمة

- تسمح خاصية طالس العكسية بإثبات توازي مستقيمين.
- لإثبات توازي مستقيمين يكفي توازي نسبتين فقط

إنشاءات هندسيّة بسيطة

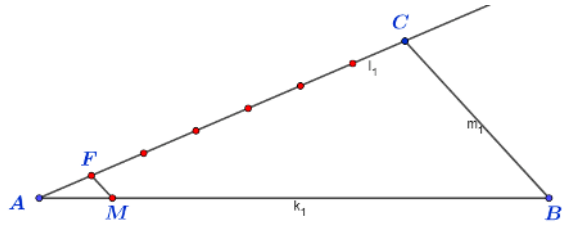
لتقسيم القطعة $[AB]$ إلى n قطعة متقايسة نتبع ما يلي:

- نشئ نصف مستقيم مدرج مبدؤه A وحامله يختلف عن (AB).
- على نصف المستقيم نعين النقطتين C و F بحيث:

$AF = 1$ و $AC = n$.

- ننشئ مستقيما يشمل F ويوازي (BC) يقطع $[AB]$ في M
- نقسم القطعة $[AB]$ إلى قطع متقايسة طولها AF باستعمال المدور.

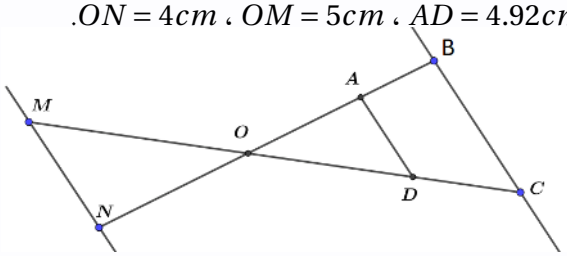
مثال نأخذ $n = 7$



2 توظيف خاصية طالس

وضعية 1

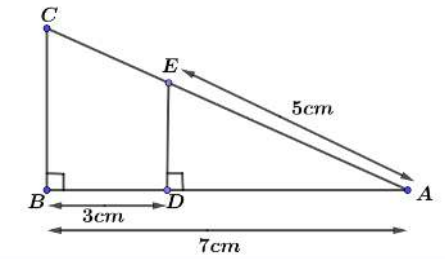
إليك الشكل التالي، حيث: $(BC) // (AD)$ و
$AB = 4cm$ ، $OB = 10cm$ ، $OC = 12.5cm$ ،
$AD = 4.92cm$ ، $OM = 5cm$ ، $ON = 4cm$.



1. احسب الطولين OD و BC.
2. استنتج الطول DC.
3. بيّن أنّ (BC) ، (MN).
4. احسب الطول MN.
5. بيّن أنّ $MN = \frac{2}{5}BC$

وضعية 2

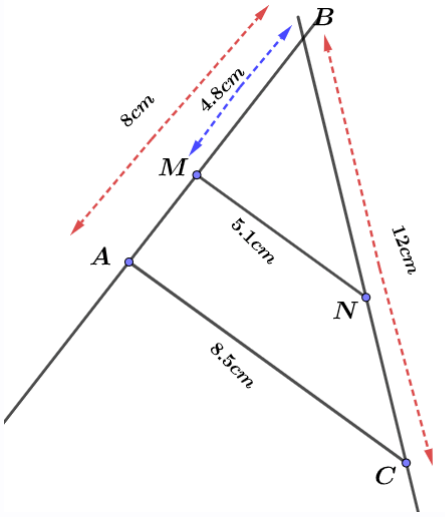
إليك الشكل التالي:



1. اشرح لماذا $(DE) // (BC)$.
2. احسب الطول DE.
3. احسب الطولين AB و BC

وضعية 3

إليك الشكل التالي:



1. بيّن أنّ $(MN) // (AC)$
2. احسب الطول NC.

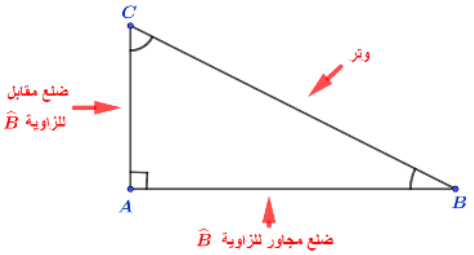
خاصية طالس وحساب المثلثات في مثلث قائم

3 النسب المثلثية في مثلث قائم

جيب تمام وظل زاوية حادة

- جيب تمام زاوية حادة هو: $\frac{\text{طول الضلع المجاور لهذه الزاوية}}{\text{طول الوتر}}$ ونرمز له بـ: cos.
- جيب زاوية حادة هو: $\frac{\text{طول الضلع المقابل لهذه الزاوية}}{\text{طول الوتر}}$ ونرمز له بـ: sin.
- ظل زاوية حادة هو: $\frac{\text{طول الضلع المقابل لهذه الزاوية}}{\text{طول الضلع المجاور لهذه الزاوية}}$ ونرمز له بـ: tan.

مثال



$$\cos\widehat{B}=\frac{AB}{BC}$$
$$\sin\widehat{B}=\frac{AC}{BC}$$
$$\tan\widehat{B}=\frac{AC}{AB}$$

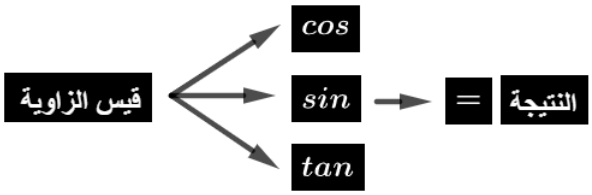
ملاحظة مهمة

الوتر هو أطول ضلع في المثلث القائم وبالتالي النسبتين cos و sin محصورتين بين 0 و 1.

حساب النسب المثلثية أو قيس زاوية حادة باستخدام آلة حاسبة

حساب النسب المثلثية

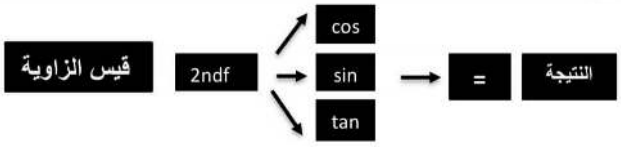
النوع الأول:



النوع الثاني:

حساب قيس زاوية

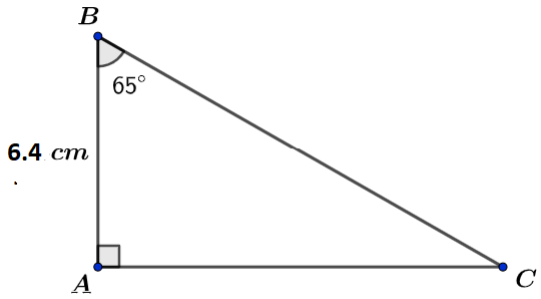
النوع الأول:



النوع الثاني:

حساب أطوال وزوايا باستعمال النسب المثلثية

في الأشكال (1) ، (2) و (3) نريد حساب الطول BC في كل حالة (بالتدوير إلى جزء من 100).



(1)

❶

① حساب الطول BC

من المثلث ABC: $\cos\widehat{B}=\frac{AB}{BC}=\frac{6.4}{BC}$

باستعمال الحاسبة: $\cos\widehat{B}=cos65°=0.42$

ومنه نستنتج أنّ: $0.42=\frac{6.4}{BC}$

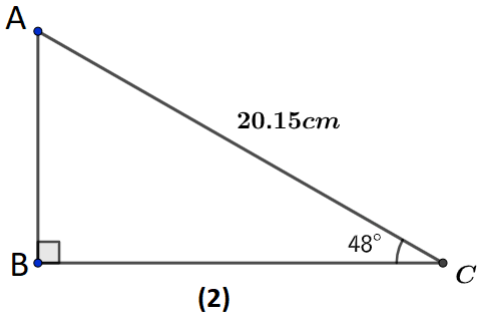
وبالتالي: $BC=\frac{6.4}{0.42}=15.24m$

② حساب قيس الزاوية $\widehat{C}$ بإستعمال إحدى النسب المثلثية (بالتدوير إلى الوحدة):

$\sin\widehat{C}=\frac{AB}{BC}=\frac{6.4}{15.24}=0.42$

باستعمال الحاسبة:

shift sin^{-1} 0.42 = 25°



(2)

❷ ① حساب الطول BC

من المثلث ABC: $\sin\widehat{A}=\frac{BC}{AC}=\frac{BC}{20.15}$

باستعمال الحاسبة: $\sin\widehat{A}=\sin 48°=0.74$ ، ومنه نستنتج أنّ: $\frac{BC}{20.15}=0.74$

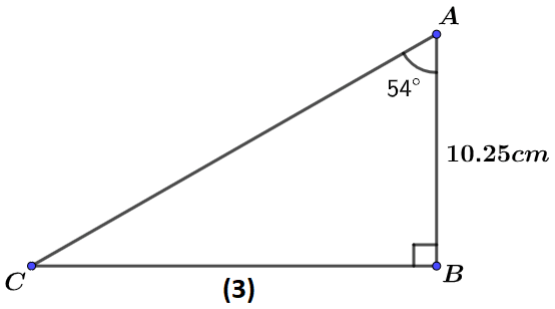
وبالتالي: $BC=0.74\times 20.15=14.91m$

② حساب قيس الزاوية $\widehat{C}$ بإستعمال إحدى النسب المثلثية (بالتدوير إلى الوحدة):

$\cos\widehat{C}=\frac{BC}{AC}=\frac{14.91}{20.15}=0.74$

باستعمال الحاسبة:

shift	cos^{-1}	0.74	=	42°



(3)

❸ ① حساب الطول BC

من المثلث ABC: $\tan\widehat{A}=\frac{BC}{AB}=\frac{BC}{10.25}$

باستعمال الحاسبة: $\tan\widehat{A}=\tan 54°=1.38$ ، ومنه نستنتج أنّ: $\frac{BC}{10.25}=1.38$

وبالتالي: $BC=1.38\times 10.25=14.15m$

② حساب قيس الزاوية $\widehat{C}$ بإستعمال إحدى النسب المثلثية (بالتدوير إلى الوحدة):

$\tan\widehat{C}=\frac{AB}{BC}=\frac{10.25}{14.15}=0.72$

باستعمال الحاسبة:

shift	tan^{-1}	0.72	=	36°

العلاقات بين النسب المثلثية

من أجل كل زاوية x في مثلث قائم لدينا:

$\sin^2 x+\cos^2 x=1$; $\frac{sinx}{cosx}=tanx$

ملاحظة مهمة

الكتابة $\sin^2 x+\cos^2 x=1$ تعني $(\sin x)^2+(\cos x)^2=1$

مثال

لدينا: $\cos\alpha=0.5$

احسب $\sin\alpha$ ثمّ $\tan\alpha$.

نعلم أنّ: $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ ومنه $\sin^2\alpha+(0.5)^2=1$

أي: $\sin^2\alpha=1-(0.5)^2=1-0.25=0.75$ إذن: $\sin\alpha=\sqrt{0.75}\simeq 0.87$.

نعلم أنّ: $tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ ومنه: $tan\alpha=\frac{0.87}{0.5}\simeq 1.73$

تمرين 1

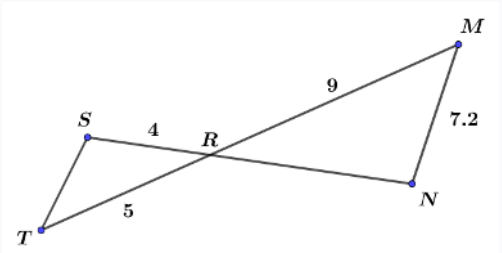
ABC مثلث قائم في A حيث: $AB = 3cm$ ، $AC = 4cm$

1. احسب الطول BC
2. (C) دائرة مركزها B ونصف قطرها $[AB]$ تقطع $[BC]$ في E ، ارسم المستقيم الذي يشمل E ويعامد $[AC]$ في k.

☆ احسب EK و CK.

تمرين 2

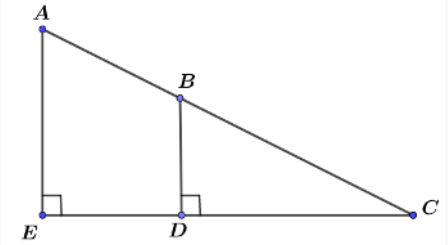
وحدة الطول هي (cm) (الشكل ليس مرسوما بالأطوال الحقيقية) حيث $(MN) // (ST)$



بيّن أنّ المثلثين RTS و RMN متساويا الساقين.

تمرين 3

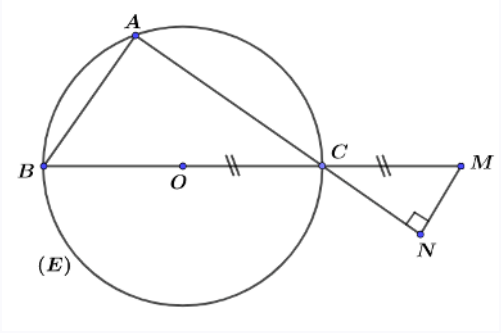
الشكل التالي ليس مرسوما بالأطوال الحقيقية حيث:
$CA = 7.5cm$ ، $CE = 6cm$ ، $CB = 5cm$



1. احسب الطول AE
2. بيّن أنّ $(BD) // (AE)$ ثمّ احسب CD
3. علما أنّ $ED = 2cm$ ، $BD = 3cm$ ، احسب S مساحة شبه المنحرف القائم $AEDB$ بطريقتين مختلفتين.

تمرين 4

تمعّن جيّدا في الشكل التالي: (وحدة الطول هي سنتيمتر)

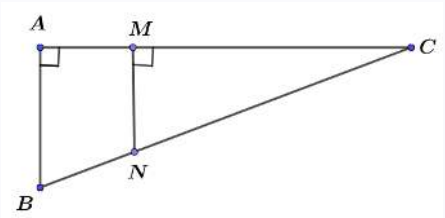


(E) دائرة مركزها O ونصف قطرها $[BC]$ حيث $AC = 6cm$ ، $OB = 4cm$

1. بيّن أنّ المثلث ABC قائم في A.
2. بيّن أنّ $(AB) // (MN)$
3. احسب الطول CN
4. بيّن أنّ $AB = 2\sqrt{7}cm$

تمرين 5

إليك الشكل التالي:

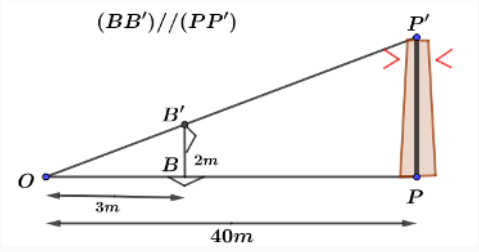


حيث: $BC = 10cm$ ، $AB = 6cm$ و $CM = 5cm$

احسب الأطوال AC ، CN ، MN.

تمرين 6

يريد سائح معرفة ارتفاع منارة، فوضع طوافة على الماء في النقطة B وثبّت عليها علم ارتفاعه $BB' = 2m$ ثمّ ابتعد عنه إلى أن أصبح رأس العلم وقمة المنارة في نفس الخط كما هو موضح في الشكل التالي:



احسب PP' ارتفاع المنارة.

تمرين 7

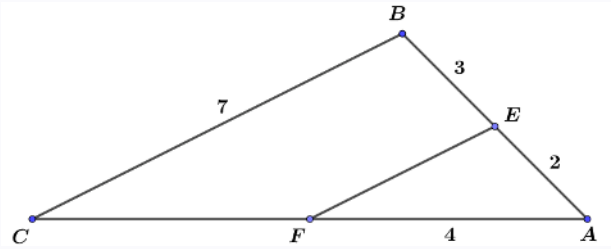
ش.ت.م 2007

1. ارسم المثلث القائم ABC حيث: $AB =$ $4.5cm$ ، $BC = 7.5cm$.
2. احسب AC.
3. لتكن النقطة E من $[AB]$ حيث: $AB = 3AE$ و D نقطة من $[AC]$ حيث $DC = \frac{2}{3}AC$.
4. عين على الشكل النقطتين D و E.
5. بيّن أنّ: $(DE) // (BC)$ ثمّ احسب DE.

تمرين 8

ش.ت.م 2010

في الشكل التالي:
$(EF) // (BC)$



احسب الطولين EF و FC.

تمرين 9

ش.ت.م 2013

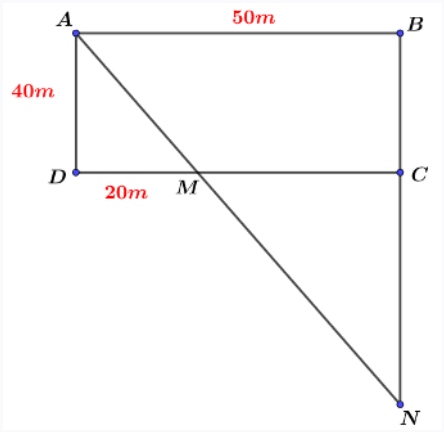
ABC مثلث قائم في B حيث:
$AB = 4cm$ و $CB = 8cm$.
لتكن النقطة M من $[BC]$ حيث $BM = \frac{BC}{4}$، المستقيم (Δ) العمودي على (BC) في النقطة M يقطع $[AC]$ في النقطة H.

1. احسب الطول MH.
2. احسب $\tan\widehat{AMB}$ ثمّ استنتج قيس الزاوية $\widehat{AMB}$ بالتدوير إلى الوحدة

تمرين 10

ش.ت.م 2016

لجدّك قطعة أرض لها الشكل التالي:



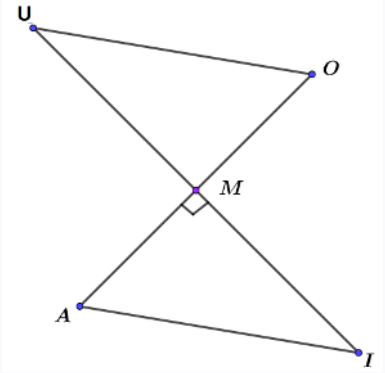
حيث: $ABCD$ مستطيل أبعاده $50m$ و $40m$، M نقطة من $[DC]$ حيث: $DM = 20m$ ، N هي نقطة تقاطع (BC) و (AM)

1. بين أنّ $\frac{MA}{MN} = \frac{2}{3}$
2. احسب الطول BN
3. احسب بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية $\widehat{MAD}$

تمرين 11

ش.ت.م 2017

الشكل التالي غير مرسوم بالأبعاد الحقيقية (وحدة الطول هي سنتيمتر (cm)).



$MO = 21cm$ ، $MI = 36cm$ ، $MU = 28cm$ ، $MA = 27cm$

1. بيّن أنّ $(AI) // (OU)$
2. احسب قيس الزاوية $\widehat{AIM}$.