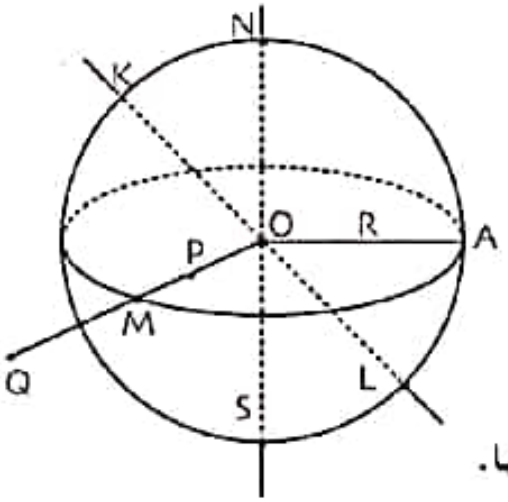
معارف

1-1 الكرة

تعريف: الكرة التي مركزها النقطة O و نصف قطرها R هي مجموعة نقط الفضاء التي تبعد عن O بالمسافة R.

مثال: الكرة التي مركزها O و نصف قطرها 1,8 cm هي مجموعة النقط M من الفضاء بحيث OM = 1,8 cm.



في الشكل لدينا :

- M نقطة من الكرة لأن OM = R.
- P ليست نقطة من الكرة لأن OP < R.
  P تقع داخل الكرة.
- Q ليست نقطة من الكرة لأن OQ > R.
  Q تقع خارج الكرة.
- N ، S ، K و L نقط من الكرة.

كل من القطعتين [KL] و [NS] تشمل مركز الكرة، فهما قطران لها.

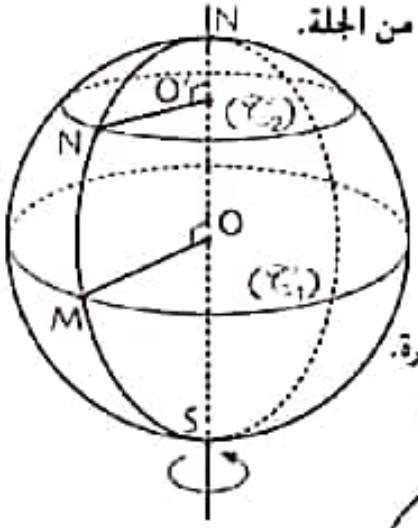
1-2 الجلة

تعريف: الجلة التي مركزها النقطة O و نصف قطرها R هي مجموعة النقط M حيث OM ≤ R.

- الجلة التي مركزها النقطة O و نصف قطرها R هي مجموعة نقط الكرة التي مركزها O و نصف قطرها R و النقط التي تقع داخل هذه الكرة. و بالتالي كل نقطة من الكرة هي نقطة من الجلة.

1-3 تمثيل الكرة

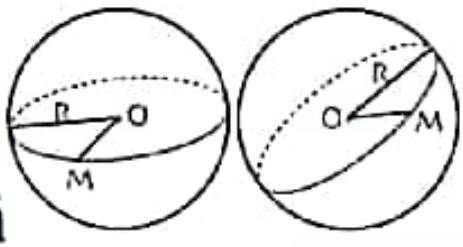
لاحظ الشكل.



- عندما تدور الدائرة $(\mathcal{C}_1)$ ذات المركز O حول محورها (NS) فإنها تولد سطح الكرة التي مركزها O و قطرها NS.
- مسار النقطة M هي دائرة كبرى $(\mathcal{C}_1)$ مركزها O و قطرها قطر الكرة.
- مسار النقطة N هي دائرة صغيرة $(\mathcal{C}_2)$ مركزها O و قطرها أصغر من قطرالكرة.

$(\mathcal{C}_1)$ و $(\mathcal{C}_2)$ تقعان في مستويين متوازيين.

- يمكن تمثيل كرة بإحدى دوائرها الكبرى و مركزها و نصف قطرها.



2 مساحة كرة و حجم جلة

تعريف:

- مساحة كرة نصف قطرها R معرفة بالقاعدة : $\mathcal{A} = 4\pi R^2$
- حجم جلة نصف قطرها R معرفة بالقاعدة : $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi R^3$

مثال: مساحة كرة نصف قطرها 1,2 cm و حجم جلة نصف قطرها 1,2 cm هما :

- $\mathcal{A}$ مساحة الكرة : $\mathcal{A} = 4\pi R^2 = 4\pi (1,2)^2$ أي $\mathcal{A} \approx 18,09\ cm^2$ بتقريب $1\ mm^2$
- $\mathcal{V}$ حجم الجلة : $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi (1,2)^3$ أي $\mathcal{V} \approx 7,235\ cm^3$ بتقريب $1\ mm^3$

الأستاذ نوي عقبة
زريبة الوادي_بسكرة

Scanned by CamScanner

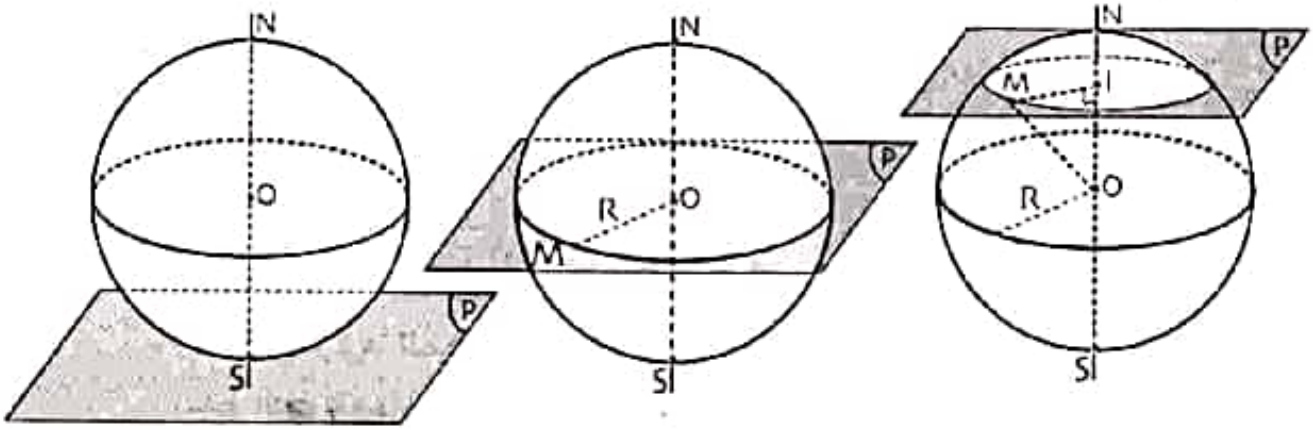
3- المقاطع المستوية لمجسمات مألوفة

الأستاذ نوي عقبة
زريبة الوادي_بسكرة

3-1 مقاطع مستوي لكرة و لجلة

خاصية
- مقطع مستوي لكرة هو دائرة.
- مقطع مستوي لجلة هو قرص.

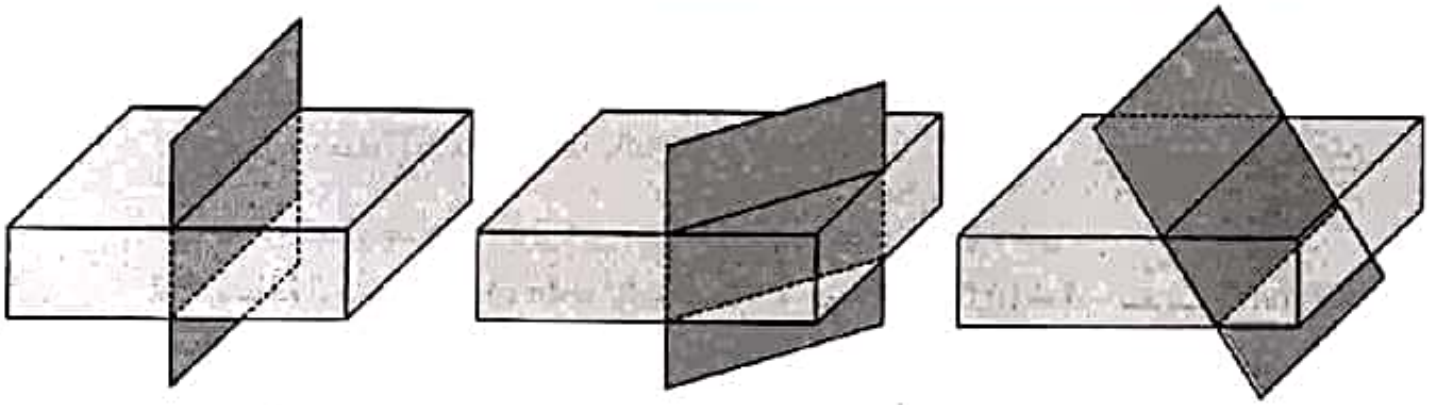
ملاحظات
إذا كان I مركز مقطع المستوي للكرة فإن I نقطة من أحد محاور الكرة.
لكل نقطة M من الدائرة، المثلث OIM قائم في I.
المستوي يقطع الكرة إذا كان OI < R.



OI < R	OI = 0	OI = R
IM < R و نصف قطر الدائرة أصغر من نصف قطر الكرة. المستوي يقطع الكرة وفق دائرة صغيرة.	نصف قطر الدائرة يساوي نصف قطر الكرة. المستوي يقطع الكرة وفق دائرة كبرى.	يشترك المستوي و الكرة في نقطة وحيدة. المستوي مماس للكرة.

3-2 مقاطع مستوية لمتوازي مستطيلات

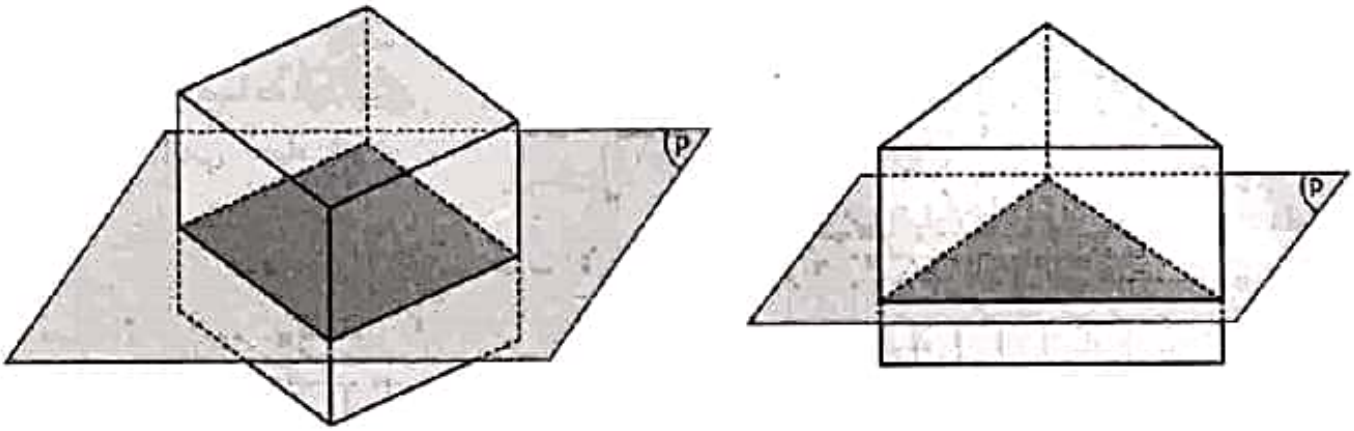
خاصية
مقطع مستوي لمتوازي مستطيلات هو مستطيل.



Scanned by CamScanner

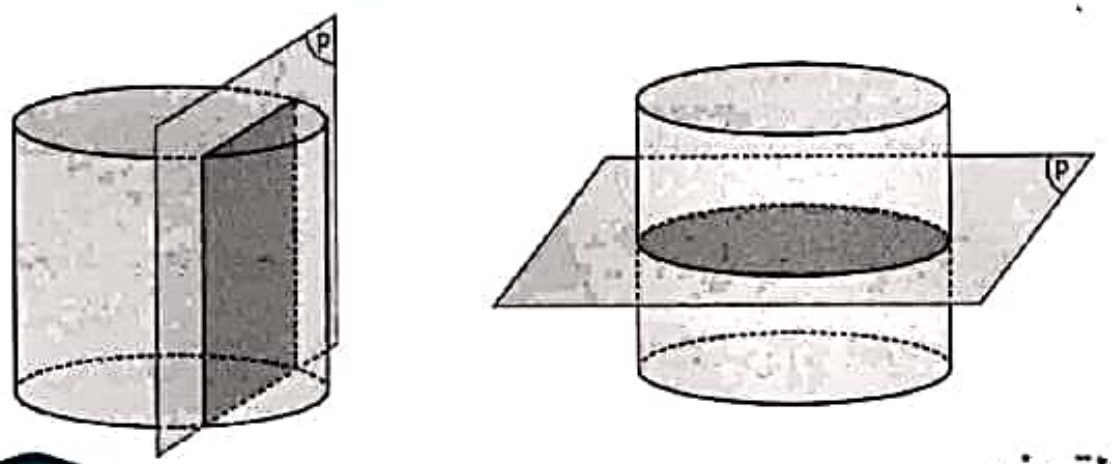
3-3 مقطع مستوي لموشور حيث المستوي يوازي قاعدة الموشور

خاصية **مقطع مستوي لموشور قائم حيث المستوي يوازي قاعدة الموشور هو سطح مطابق لقاعدة هذا الموشور.**



3-4 مقطع مستوي لأسطوانة دوران

خاصية
- **مقطع مستوي لأسطوانة الدوران حيث المستوي محور الأسطوانة هو مستطيل.**
- **مقطع مستوي لأسطوانة الدوران حيث المستوي يوازي قاعدة الأسطوانة هو قرص مطابق للقاعدة.**



4 - التكبير و التصغير

4-1 تعاريف و خواص

تعريف
- **تكبير شكل أو مجسم يعود إلى ضرب أبعاده في عدد k أكبر من 1.**
- **تصغير شكل أو مجسم يعود إلى ضرب أبعاده في عدد محصور بين 0 و 1.**

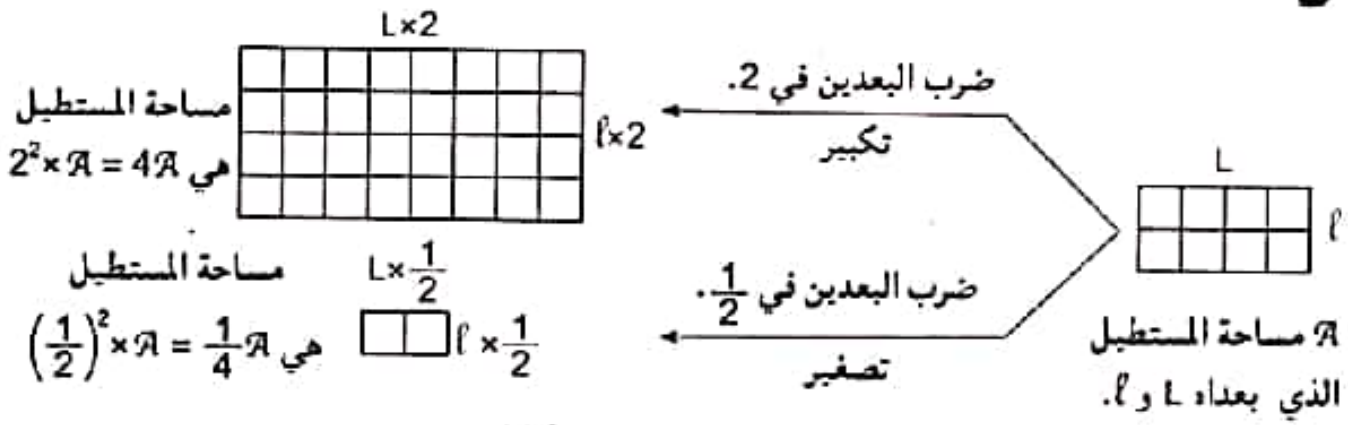
الأستاذ نوي عقبة
زيبة الوادي بسكرة

العدد k هو نسبة (أو سلم) التكبير أو التصغير.
في كل من الحالتين تضرب المساحة في k^2 و يضرب الحجم في k^3.

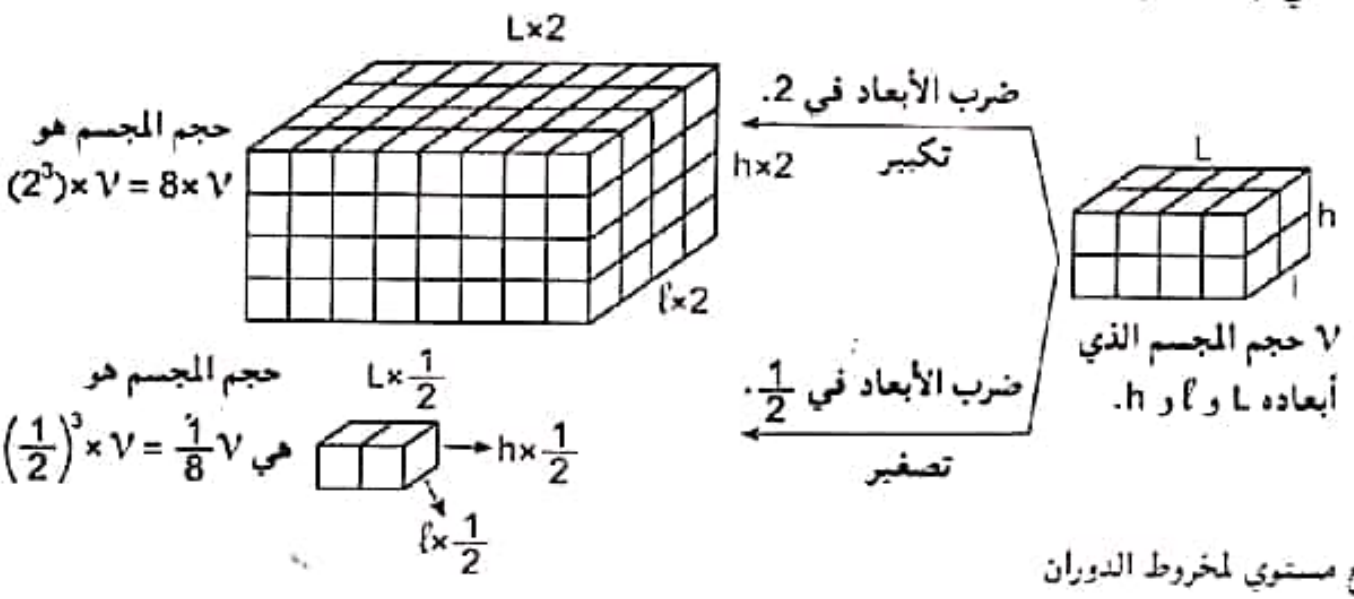
ملاحظة
- **عند تكبير أو تصغير مجسم نتحصل على مجسم من نفس الطبيعة الهندسية.**
- **عند تكبير أو تصغير مجسم، لا تتغير أقياس الزوايا.**

Scanned by CamScanner

مثال 1

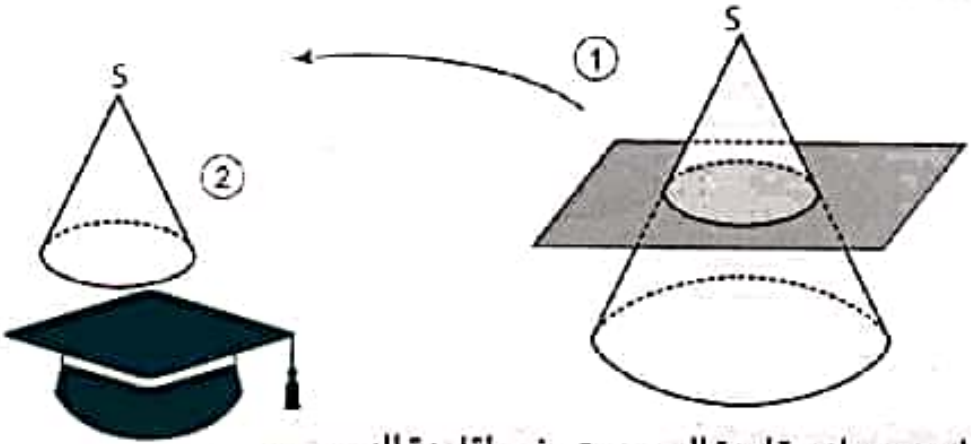


مثال 2



2-4 مقطع مستوي لمخروط الدوران

خاصية **مقطع مستو لمخروط الدوران حيث المستوي يوازي قاعدة المخروط هو تصغير لقاعدة المخروط.**

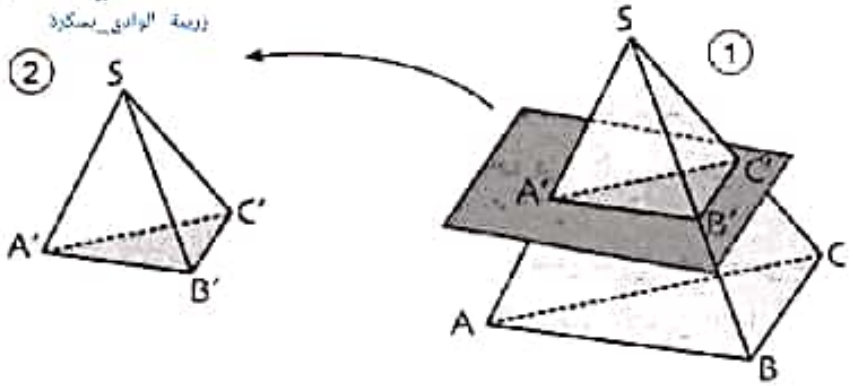


المخروط 2 هو تصغير للمخروط 1.

2-4 مقطع مستو لهرم

خاصية **مقطع مستو لهرم حيث المستوي يوازي قاعدة الهرم هو تصغير لقاعدة الهرم.**

الأستاذ نوي عقبة
زوية الوادي_بسكرة



الهرم 2 هو تصغير للهرم 1.

ملاحظة
- $(A'B')$ يوازي (AB).
- $(B'C')$ يوازي (BC).
- $(A'C')$ يوازي (AC).

على كل وجه من الهرم نلاحظ مثلثين في وضعية طالس.

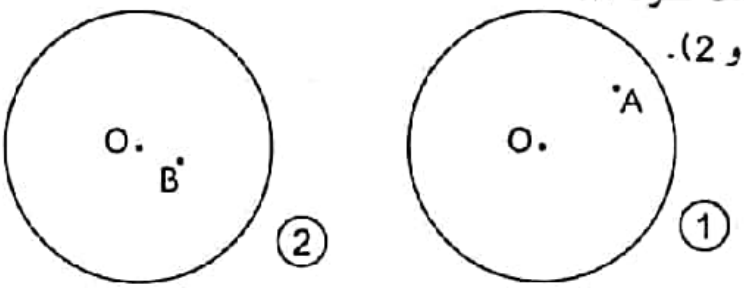
Scanned by CamScanner

طرائق

1 - تمثيل نقطة من كرة أو من جلة

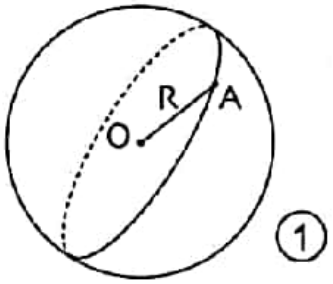
طريقة لتمثيل نقطة A من كرة يكفي رسم إحدى الدوائر الكبرى تشمل A و رسم نصف القطر الذي يشمل A.
لتمثيل نقطة B من الجلة (داخل الكرة) يكفي رسم نصف قطر الكرة [OM] يشمل النقطة B و إحدى الدوائر الكبرى نصف قطرها [OM].

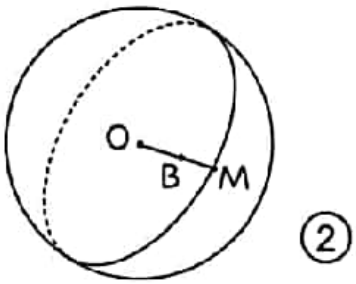
تمرين النقطة A نقطة من الكرة التي مركزها O و نصف قطرها R.
النقطة B نقطة داخل الكرة (لاحظ الشكلين 1 و 2).
• مثل على الكرة النقطتين A و B.



حل 1 • نرسم [OA] ثم إحدى الدوائر الكبرى نصف قطرها [OA].

2 • نرسم نصف القطر [OM] يشمل B ثم إحدى الدوائر الكبرى نصف قطرها [OM].





2 - حساب نصف قطر مقطع مستو لكرة

طريقة لحساب نصف قطر مقطع مستو لكرة يمكن توظيف نظرية فيثاغورث أو النسب المثلثية في مثلث قائم.

تمرين يقطع مستوي كرة نصف قطرها 2 cm وفق دائرة مركزها O′ بحيث OO′ = 1,5 cm.
• احسب نصف قطر هذه الدائرة.

حل لتكن M نقطة من الدائرة مقطع المستوي للكرة. المثلث OO′M قائم في O′ بحيث OO′ = 1,5 cm.
نعلم أن OM = 2 cm. بتطبيق نظرية فيثاغورث نجد :

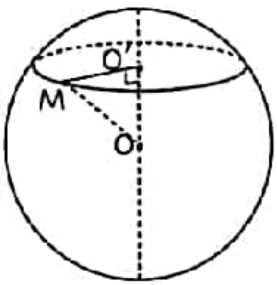
$OM^2 = OO'^2 + O'M^2$

و بعد التعويض نجد : $O'M^2 = OM^2 - OO'^2$

$O'M^2 = 4 - 2,25 = 1,75$.

و بالتالي : $O'M = \sqrt{1,75}$

أي $O'M \approx 1,32$ cm بتقريب $\frac{1}{100}$.



Scanned by CamScanner

3 - حساب نصف قطر مقطع مستو لمخروط الدوران

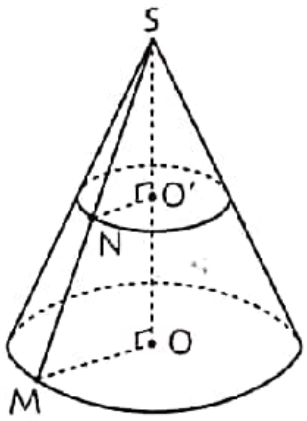
طريقة لحساب نصف قطر مقطع مستو لمخروط الدوران حيث المستوي يوازي قاعدة المخروط يمكن تطبيق نظرية فيثاغورث أو النسب المثلثية في مثلث قائم أو نظرية طالس.

تمرين مخروط دوران ارتفاعه 4 cm و نصف قطره 1,5 cm يقطع بسمتو يوازي قاعدة هذا المخروط على بعد 1 cm من القاعدة.

1 • احسب نصف قطر المقطع الناتج.

2 • احسب نسبة حجم المخروط العلوي على حجم المخروط الكبير.

حل 1 • ليكن S رأس المخروط.



N و M نقطتان من نفس المولد.

لدينا : المثلث SO'N قائم في O' و المثلث SOM قائم في O.

المثلثان SO'N و SOM في وضعية طالس.

إذن $\frac{SO'}{SO} = \frac{O'N}{OM}$. نعلم أن $SO = 4$ و $OM = 1,5$ و $OO' = 1$

إذن $SO' = SO - OO'$ أي $SO' = 3$.

بعد التعويض نجد : $\frac{3}{4} = \frac{O'N}{1,5}$.

ينتج أن $O'N = \frac{3 \times 1,5}{4}$

أي $O'N \approx 1,13\ cm$ بتقريب $\frac{1}{100}$.

2 • لدينا : $\frac{\text{حجم المخروط العلوي}}{\text{حجم المخروط الكبير}}$ هو $\left(\frac{O'N}{OM}\right)^3$

بما أن $\frac{O'N}{OM} = \frac{SO'}{SO} = \frac{3}{4}$

فإن $\left(\frac{O'N}{OM}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$

و بالتالي : نسبة حجم المخروط العلوي على حجم المخروط الكبير هي $\frac{27}{64}$.

Scanned by CamScanner