الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية مفدي زكرياء – الأزهرية　　　　الشعبة :ثالثة تقني رياضي

فروض الفصل الثالث　　　　السنة الدراسية : 2017 – 2018

الفرض الأول في مادة : الرياضيات　　　　المدّة : 02 سا

التمرين الأول: (6 نقاط)

1/ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التّالية : $(E) \dots \quad z^2 - 4z + 7 = 0$. (نرمز بـ z_1, z_2 إلى حلي المعادلة (E) حيث $Im(z_1) > 0$) .

2/ أ) أثبت أنّ : $\left(\dfrac{z_1 - 1}{2}\right)^{2014} + \left(\dfrac{z_2 - 1}{2}\right)^{2014}$ حقيقي.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\dfrac{z_1 - 1}{2}\right)^{n}$ حقيقي .

3/ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O ; \vec{u} , \vec{v})$نعتبر النقط A, B, C ذات اللواحق $z_A = 2 + i\sqrt{3}$ ؛ $z_B = 2 - i\sqrt{3}$ ؛ $z_C = 5$ ؛ (Γ) مجموعة النّقط $M(z)$ حيث : $z = 1 + 2e^{i\theta}$ مع $\theta \in \mathbb{R}$.

أ) تحقق أنّ : A و B تنتميان إلى (Γ) .

ب) عيّن طبيعة (Γ) و حدّد عناصرها المميّزة .

4/ S التّشابه المباشر الذي مركزه C و يحوّل A إلى B .

◁ عيّن الكتّابة المركّبة لـ S و حدّد عناصره المميّزة .

التمرين الثاني: (5 نقاط)

(u_n) المتتالية العدديّة المعرّفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n}{2u_n + 1} \end{cases}$

1/ برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n لدينا : $u_n \geq 1$.

2/ أدرس إتجاه تغيّر (u_n) ؛ ثمّ استنتج أنّها متقاربة .

3/ (v_n) متتاليّة معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = 1 - \dfrac{1}{u_n}$.

أ) بيّن أنّ (v_n) متتاليّة هندسيّة يُطْلَبُ تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) أحسب v_n بدلالة n ؛ ثمّ استنتج u_n بدلالة n و عيّن $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

4/ أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = \dfrac{1}{u_0} + \dfrac{1}{u_1} + \dots\dots + \dfrac{1}{u_n}$.

5/ أ) أثبت أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n لدينا : $0 \leq u_{n+1} - 1 \leq \dfrac{1}{3}(u_n - 1)$.

ب) استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $0 \leq u_n - 1 \leq \left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ ؛ ثمّ عيّن نهاية (u_n) من جديد .

التمرين الثالث: (9 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$.

1/ أدرس تغيّرات g و شكّل جدول تغيّراتها .

2/ بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلًا وحيدًا α حيث $1.31 < \alpha < 1.32$.

3/ حدّد إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) f الدّالّة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = x - e + \frac{1 - \ln x}{x}$ ؛ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O ; \vec{i} , \vec{j})$(وحدة الطول $2cm$) .

1/ أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و فسّر النّتيجة بيانيًا ؛ ثمّ بيّن أنّ : $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x) = +\infty$.

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - e$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثمّ أدرس الوضعيّة النّسبيّة بين (C_f) و (Δ) .

2/ أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ؛ ثمّ استنتج إتجاه تغيّر f و شكّل جدول تغيّراتها .

ب) بيّن أنّ : $f(\alpha) = 2\alpha - e - \frac{1}{\alpha}$ ؛ ثمّ استنتج حصرًا لـ $f(\alpha)$.

3/ انشىء (C_f) و (Δ) في نفس المعلم .

4/ نعتبر الدّالّتين h و H المعرّفتين على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $h(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$ ؛ $H(x) = \ln x - \frac{1}{2}(\ln x)^2$

أ) بيّن أنّ H دالة أصليّة لـ h .

ب) استنتج دالّة أصليّة لـ f على المجال $]0;+\infty[$.