



ترتيب الأعداد الجذرية و العمليات



للمزيد زوروا موقع قلمي

I_ الترتيب :

(1) - مقارنة عددين جذريين :

(أ) -- قاعدة :

لمقارنة عددين جذريين a و b نحدد إشارة فرقهما :
/ إذا كان $a - b \geq 0$ فإن $a \geq b$
/ إذا كان $a - b \leq 0$ فإن $a \leq b$

(ب) -- أمثلة :

* / لنقارن العددين : $\frac{2}{5}$ و 7 :

لدينا :

$$\begin{aligned}\frac{2}{5} - 7 &= \frac{2}{5} - \frac{35}{7} \\ &= \frac{-33}{7}\end{aligned}$$

إذن : $\left(\frac{2}{5} - 7\right) \leq 0$ و منه فإن : $\frac{2}{5} \leq 7$.

* / لنقارن العددين : $\frac{11}{3}$ و $\frac{7}{8}$.

لدينا :

$$\begin{aligned}\frac{11}{3} - \frac{7}{8} &= \frac{88}{24} - \frac{21}{24} \\ &= \frac{67}{24}\end{aligned}$$

إذن : $\left(\frac{11}{3} - \frac{7}{8}\right) \geq 0$ و منه فإن : $\frac{11}{3} \geq \frac{7}{8}$.

(ج) -- الترميز < :

الترميز $a < b$ يعني : و $\left. \begin{array}{l} a < b \\ a \neq b \end{array} \right\}$ و يقرأ : a أصغر قطعاً من b

(د) -- الترميز $\leq$:

الترميز $a \leq b$ يعني : $a < b$ أو $a = b$ و يقرأ : a أصغر من أو يساوي b

(هـ) -- المتفاوتة :

a و b عدداً جذريان .
كل كتابة على شكل $a \leq b$ أو $a \geq b$ تسمى متفاوتة.
 a و b يسميان طرفي المتفاوتة .

(2) – الترتيب و الجمع :

(أ) -- خاصية 1 :

a و b و k أعداد جذرية .
إذا كان $a \leq b$ فإن : $a + k \leq b + k$

* / تمرين تطبيقي :

a و b عدداً جذريان بحيث : $a - 5 \leq b$.
بين أن : $a - 3 \leq b + 2$

الحل :

لدينا :

$$a - 5 \leq b \text{ يعني أن : } a - 5 + 2 \leq b + 2$$

$$a - 3 \leq b + 2 \text{ أي}$$

(ب) -- خاصية 2 :

a و b و c و d أعداد جذرية .
إذا كان $a \leq b$ و $c \leq d$ فإن : $a + c \leq b + d$

* / تمرين تطبيقي :

a و b عدداً جذريان بحيث : $a + 3 \leq -4$ و $2b - 1 \leq \frac{1}{2}$.

بين أن : $2b + a + 2 \leq \frac{-7}{2}$.

الحل :

للمزيد زوروا موقع قلمي

$$\left. \begin{array}{l} 2b - 1 \leq \frac{1}{2} \\ a + 3 \leq -4 \end{array} \right\} \text{و} \quad \text{نعلم أن :} \quad \text{إذن :} \quad (2b - 1) + (x + 3) \leq \frac{1}{2} + (-4)$$

و منه فإن :

$$2b - 1 + a + 3 \leq \frac{1}{2} - 4$$

$$2b + a + 2 \leq \frac{1 - 8}{2}$$

$$\text{و بالتالي فإن :} \quad 2b + a + 2 \leq \frac{-7}{2}$$

(3) – الترتيب و الضرب :

(أ) -- خاصية :

$$\begin{array}{l} a \text{ و } b \text{ و } k \text{ أعداد جذرية.} \\ \left. \begin{array}{l} a \leq b \\ k \geq 0 \end{array} \right\} \text{و إذا كان} \quad \text{فإن} \quad a \times k \leq b \times k \\ \left. \begin{array}{l} a \leq b \\ k \leq 0 \end{array} \right\} \text{و إذا كان} \quad \text{فإن} \quad a \times k \geq b \times k \end{array}$$

* / تمرين تطبيقي :

$$a \text{ و } b \text{ عددان جذريان بحيث : } a \leq \frac{1}{2} \text{ و } b \leq \frac{-3}{2}$$

استنتج $2a$ و $-6b$.

الحل :

$$\left. \begin{array}{l} a \leq \frac{1}{2} \\ 2 \geq 0 \end{array} \right\} \text{و لدينا :} \quad \text{إذن :} \quad a \times 2 \leq \frac{1}{2} \times 2 \quad \text{أي :} \quad 2a \leq 1$$

$$\left. \begin{array}{l} b \leq \frac{-3}{2} \\ -6 \leq 0 \end{array} \right\} \text{و لدينا :} \quad \text{إذن :} \quad b \times (-6) \geq \frac{-3}{2} \times (-6) \quad \text{أي :} \quad -6b \geq 9$$

(1) - تعريف :

a و b و x أعداد جذرية .
كل من الكتابتين : $a < x < b$ و $a \leq x \leq b$
يسمى تأطيرا للعدد x .

* / ملاحظة :

الكتابة $a \leq x \leq b$ تقرأ : x محصورة بين a و b .
الكتابة $a < x < b$ تقرأ : x محصورة قطاعا بين a و b .

(2) - التّأطير و التقريب :

* / مثال :

$$\begin{array}{r} 13 \\ 60 \\ 40 \\ 5 \end{array} \begin{array}{r} 7 \\ \hline 1,85 \end{array} \quad \text{لدينا :} \quad \frac{13}{7}$$

نعتبر العدد الجذري $\frac{13}{7}$.

① -- القيمة المقربة للعدد $\frac{13}{7}$ إلى 0,01 بتقريب هي $1,85$.

-- القيمة المقربة للعدد $\frac{13}{7}$ إلى 0,01 بإفراط هي $1,86$.

الكتابة : $1,85 \leq \frac{13}{7} \leq 1,86$ تسمى تأطيرا للعدد $\frac{13}{7}$.

② -- القيمة المقربة للعدد $-\frac{13}{7}$ إلى 0,01 بتقريب هي $-1,86$.

-- القيمة المقربة للعدد $-\frac{13}{7}$ إلى 0,01 بإفراط هي $-1,85$.

الكتابة : $-1,86 \leq -\frac{13}{7} \leq -1,85$ تسمى تأطيرا للعدد $-\frac{13}{7}$.

(3) - التّأطير و العمليات :

* / مثال :

a و b عدنان جذريان بحيث : $1 \leq a \leq \frac{5}{2}$ و $-4 \leq b \leq -\frac{3}{2}$.

لنؤطر مايلي: $a+b$ و $a-b$ و $-4a$ و $8b$ و $3a+2$ و $-2b-\frac{3}{4}$.

1 / تأطير $a + b$:

لدينا : $1 \leq a \leq \frac{5}{2}$ و $-4 \leq b \leq \frac{-3}{2}$ يعني أن : $1 + (-4) \leq a + b \leq \frac{5}{2} + \left(\frac{-3}{2}\right)$
أي : $-3 \leq a + b \leq 1$

2 / تأطير $a - b$:

نضع : $a - b = a + (-b)$
لدينا : $1 \leq a \leq \frac{5}{2}$ و $\frac{3}{2} \leq -b \leq 4$ يعني أن : $1 + \frac{3}{2} \leq a + (-b) \leq \frac{5}{2} + 4$
أي : $\frac{3+2}{2} \leq a - b \leq \frac{5+8}{2}$
و بالتالي : $\frac{5}{2} \leq a - b \leq \frac{13}{2}$

3 / تأطير $-4a$:

لدينا : $1 \leq a \leq \frac{5}{2}$ يعني أن : $\frac{5}{2} \times (-4) \leq a \times (-4) \leq 1 \times (-4)$
أي : $-10 \leq -4a \leq -4$

4 / تأطير $8b$:

لدينا : $-4 \leq b \leq \frac{-3}{2}$ يعني أن : $-4 \times 8 \leq b \times 8 \leq \frac{-3}{2} \times 8$
أي : $-32 \leq 8b \leq -12$

5 / تأطير $3a + 2$:

لدينا : $1 \leq a \leq \frac{5}{2}$ يعني أن : $3 \leq 3a \leq \frac{15}{2}$
و منه فإن : $3 + 2 \leq 3a + 2 \leq \frac{15}{2} + 2$
و بالتالي فإن : $5 \leq 3a + 2 \leq \frac{19}{2}$

6 / تأطير $-2b - \frac{3}{4}$:

لدينا : $-4 \leq b \leq \frac{-3}{2}$ يعني أن : $\frac{-3}{2} \times (-2) \leq -2b \leq -4 \times (-2)$
أي : $3 \leq -2b \leq 8$
و منه فإن : $3 - \frac{3}{4} \leq -2b - \frac{3}{4} \leq 8 - \frac{3}{4}$
أي : $\frac{12-3}{4} \leq -2b - \frac{3}{4} \leq \frac{32-3}{4}$
و بالتالي فإن : $\frac{9}{4} \leq -2b - \frac{3}{4} \leq \frac{29}{4}$

(1) - تعريف :

نسمي متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد كل كتابة شكل :

$$ax + b \leq c \quad ax + b \geq c$$

$$ax + b < c \quad ax + b > c$$

(2) - حل متراجحة :

(1) - حل المتراجحة : $2x + 1 \leq 5$.

لدينا :

$$2x \leq 5 - 1$$

$$2x \leq 4$$

$$x \leq \frac{4}{2}$$

$$x \leq 2$$

إن جميع الأعداد الجذرية الأصغر من أو تساوي 2 حلول لهذه المتراجحة .

(2) - حل المتراجحة : $2(3x - 5) - 3(x + 1) \geq 0$.

لدينا :

$$6x - 10 - 3x - 3 \geq 0$$

$$6x - 3x \geq 10 + 3$$

$$3x \geq 13$$

$$x \geq \frac{13}{3}$$

ذن جميع الأعداد الجذرية الأكبر من أو تساوي $\frac{13}{3}$ هي حلول لهذه المتراجحة .

(3) - حل المتراجحة : $\frac{x+1}{2} - \frac{x-3}{3} > \frac{3x+5}{6}$.

لدينا :

$$3(x + 1) - 2(x - 3) > 3x + 5$$

$$3x + 3 - 2x + 6 > 3x + 5$$

$$3x - 2x - 3x > 5 - 3 - 6$$

$$-2x > -4$$

$$x < \frac{-4}{-2}$$

$$x < 2$$

إن جميع الأعداد الجذرية الأصغر قطعاً من 2 هي حلول لهذه المتراجحة .

4) - حل المتراجحة : $2(3x - 1) - 4x \geq 2x + 1$.

المزيد زوروا موقع قلمي

لدينا :

$$6x - 2 - 4x \geq 2x + 1$$

$$6x - 4x - 2x \geq 1 + 2$$

$$0x \geq 3$$

إذن هذه المتراجحة ليس لها حل .

5) - حل المتراجحة : $3x + 5 - 2(x + 2) > x - 7$.

لدينا :

$$3x + 5 - 2x - 4 > x - 7$$

$$3x - 2x - x > -7 - 5 + 4$$

$$0x > -8$$

إذن جميع الأعداد الجزئية حلول لهذه المتراجحة .