

للمزيد زوروا موقع قلمي

I_ المعادلة المختصرة لمستقيم غير مواز لمحور الأرتايب :

(1) - تعريف :

مجموعة النقط $M(x; y)$ التي تحقق المتساوية : $y = mx + p$ هي مستقيم .
المتساوية $y = mx + p$ تسمى المعادلة المختصرة لمستقيم .
العدد m يسمى الميل أو المعامل الموجه .
العدد p يسمى الأرتوب عند الأصل .

(2) - مثال 1 : معادلة مستقيم غير مواز لمحور الأرتايب :

نعتبر (D) مستقيم معادلته المختصرة هي : $y = \frac{-1}{2}x + 5$. (D) :

ميل المستقيم (D) هو العدد $\frac{-1}{2}$.
الأرتوب عند الأصل هو العدد 5 .

(3) - مثال 2 : إنشاء مستقيم معرف بمعادلته :

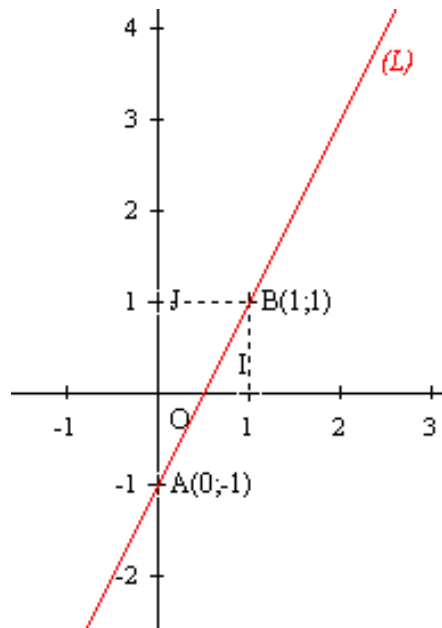
نعتبر المستوى منسوباً إلى معلم متعامد ممنظم $(O; I; J)$.

لننشئ المستقيم (L) الذي معادلته المختصرة هي : $y = 2x - 1$. (L) :

لدينا :

x	0	1
y	-1	1
$M(x; y)$	$A(0; -1)$	$B(1; 1)$

إذن :



إذا كانت $A(x_A; y_A)$ و $B(x_B; y_B)$ نقطتين مختلفتين بحيث $x_A \neq x_B$
 فإن ميل المستقيم (AB) هو العدد : $\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$

* / ملاحظة هامة : كل نقطة M إحداثياتها تحققان معادلة مستقيم (D) تنتمي إلى هذا المستقيم .

* / تطبيقات :

(1) – تحديد المعادلة المختصرة لمستقيم معرف بنقطتين :

لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) بحيث : $A(1; -2)$ و $B(-2; 3)$.

لدينا المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) على شكل : $y = mx + p$: (AB) .

لنحدد m :

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{-2 - 3}{1 + 2} = \frac{-5}{3} \quad \text{لدينا :}$$

$$\text{إذن : } (AB) : y = \frac{-5}{3}x + p$$

لنحدد p :

بما أن النقطة $A(1; -2)$ تنتمي إلى المستقيم (AB) فإن :

$$-2 = \frac{-5}{3} \times 1 + p$$

$$-2 = \frac{-5}{3} + p$$

$$p = -2 + \frac{5}{3}$$

$$p = \frac{-6 + 5}{3}$$

$$p = \frac{-1}{3}$$

و بالتالي فإن المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) هي : $(AB) : y = \frac{-5}{3}x - \frac{1}{3}$

(2) - تحديد المعادلة المختصرة لمستقيم معرف بميله و بنقطة يمر منها :

لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) ميله 3 و يمر من النقطة $E(2; -1)$.

لدينا معادلة المستقيم (Δ) على شكل : $y = 3x + p$: (Δ) .

لنحدد p :

بما أن النقطة $E(2; -1)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ) فإن :

$$-1 = 3 \times 2 + p$$

$$-1 = 6 + p$$

$$p = -1 - 6$$

$$p = -7$$

و بالتالي فإن المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) هي : $y = 3x - 7$: (Δ)

(3) - شرط استقامية نقط :

A و B و C نقط مستقيمة يعني أنها تنتمي إلى نفس المستقيم الذي معادلته المختصرة هي :

$$y = mx + p$$

و منه فإن :

$$m = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} \quad \text{و} \quad m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

$$\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} \quad \text{و بالتالي فإن :}$$

* / مثال :

لنبين أن النقط $A(1; -2)$ و $B(-2; 3)$ و $C(0; \frac{-1}{3})$ مستقيمة :

$$\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{-2 - 3}{1 + 2} = \frac{-5}{3}$$

لدينا :

$$\frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{3 + \frac{1}{3}}{-2 - 0} = \frac{\frac{10}{3}}{-2} = \frac{10 - 1}{3 \cdot 2} = \frac{-5}{3}$$

$$\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} \quad \text{إذن :}$$

وبالتالي نقول أن النقط $A(1; -2)$ و $B(-2; 3)$ و $C(0; \frac{-1}{3})$ مستقيمة .

- معادلة مستقيم (D) مار بنقطة معلومة A و يوازي محور الأفاصيل هي : $y = y_A$.
- جميع النقط التي تنتمي إلى المستقيم (D) لها نفس الأرتوب y_A .
- معادلة مستقيم (Δ) مار بنقطة معلومة A و يوازي محور الأراتيب هي : $x = x_A$.
- جميع النقط التي تنتمي إلى المستقيم (Δ) لها نفس الأفصول x_A .

II_ التوازي والتعامد :

(1) – توازي مستقيمين :

- إذا كان مستقيمان متوازيين فإن لهما نفس الميل .
- إذا كان لمستقيمين نفس الميل فإنهما يكونان متوازيين .

* / مثال :

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم نعتبر المستقيم (D) معادلته المختصرة هي :

$$(D): y = 2x - 1$$

لنحدد معادلة المستقيم (Δ) المار من النقطة $A(-1; 2)$ و الموازي للمستقيم (D) .

لدينا المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) هي : $y = mx + p$: (Δ) .

بما أن $(D) // (\Delta)$ فإن : $m = 2$.

إذن : $y = 2x + p$: (Δ) .

و بما أن $A \in (\Delta)$ فإن :

$$2 = 2 \times (-1) + p$$

$$2 = -2 + p$$

$$p = 2 + 2$$

$$p = 4$$

و بالتالي فإن المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) هي : $y = 2x + 4$: (Δ) .

(2) – تعامد مستقيمين :

- إذا كان مستقيمان متعامدين فإن جداء ميليهما يساوي -1 .
- إذا كان جداء ميلي مستقيمين يساوي -1 فإنهما يكونان متعامدين .

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم نعتبر المستقيم (D) معادلته المختصرة هي :

$$(D): y = 2x - 1$$

لنحدد معادلة المستقيم (Δ) المار من النقطة $A(-1; 2)$ و الموازي للمستقيم (D) .

لدينا المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) هي : $y = mx + p$ (Δ) .

بما أن $(D) \perp (\Delta)$ فإن :

$$m \times 2 = -1$$

$$m = \frac{-1}{2}$$

إذن : $y = \frac{-1}{2}x + p$ (Δ) .

وبما أن $A \in (\Delta)$ فإن :

$$2 = \frac{-1}{2} \times (-1) + p$$

$$2 = \frac{1}{2} + p$$

$$p = 2 - \frac{1}{2}$$

$$p = \frac{3}{2}$$

و بالتالي فإن المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) هي : $y = \frac{-1}{2}x + \frac{3}{2}$ (Δ)