العمليات على الكسور – الأعداد الناطقة

مقارنة كسرين:

أصغر كسرين لهما نفس المقام هو الذي بسطه أصغر. مثال : $\frac{5}{3} < \frac{8}{3}$

إذا كان البسط أكبر من المقام، فإن الكسر أكبر من 1. مثال : $\frac{7}{4} > 1$

إذا كان البسط أصغر من المقام، فإن الكسر أصغر من 1. مثال: $\frac{2}{5} < 1$

توحيد المقامات :

لتوحيد مقامي كسرين مختلفين، نبحث عن مضاعفات كلا المقامين ثم نأخذ أول مضاعف مشترك لهما.

مثال : لنوحد مقامي الكسرين التاليين : $\frac{8}{3}$ و $\frac{4}{7}$

مضاعفات3هي:0 ، 3 ، 6 ، 9 ، 12 ، 15 ، 18 ، **(21)**، 24 ، 27 ، 30 ، ...

مضاعفات 7 هي : 0 ، 7 ، 14 ، **(21)**، ...

المضاعف المشترك الأصغر (غير معدوم) للعددين 3 و 7 هو 21.

$$\frac{8}{3} = \frac{8\times 7}{3\times 7} = \frac{56}{21} \quad ; \quad \frac{4}{7} = \frac{4\times 3}{7\times 3} = \frac{12}{21}$$

القواعد الخاصة بالعمليات الأربعة على الكسور :

1. الجمع:

- لجمع كسرين لهما نفس المقام، نجمع بسطيهما و نحتفظ بنفس المقام.

مثال : $\frac{7}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} = \frac{2+5}{3}$

- لجمع كسرين لهما مقامان مختلفان،نوحد المقامين و نطبق القاعدة السابقة.

مثال : $\frac{8}{3} + \frac{4}{7} = \frac{12+56}{21} = \frac{68}{21}$ ، $\frac{12}{21} + \frac{56}{21} =$

2. الطرح:

- لطرح كسرين لهما نفس المقام، نطرح بسطيهما و نحتفظ بنفس المقام.

مثال : $1 = \frac{8}{8}$ ، $\frac{5}{8} = \frac{13-5}{8}$ ، $\frac{13}{8} -$

- لطرح كسرين لهما مقامان مختلفان، نوحد المقامين و نطبق القاعدة السابقة.

مثال : $\frac{14}{9} - \frac{28}{18} = \frac{5}{6} - = \frac{15}{18}$ ، $\frac{28-15}{18} = \frac{13}{18}$

3. الضرب:

- لضرب كسرين ، نضرب البسطين في بعضهما و المقامين في بعضهما.

مثال : $\frac{14}{15}$ ؛ $\frac{44}{7} \times 4 = \frac{11}{7}$ ، $\frac{2}{5} \times = \frac{2\times 7}{5\times 3} = \frac{7}{3}$

4. القسمة:

- لقسمة كسرين، نضرب الكسر الأول في مقلوب الكسر الثاني.

مثال :

$$\frac{3}{2} = \frac{15}{10} = \frac{1}{5} \times \frac{15}{2} : 5 = \frac{15}{2}$$

$$\frac{3}{8} : \frac{9}{4} = \frac{9}{4} \times = \frac{72}{12} = \frac{8}{3} \quad 6$$

مقارنة عددين ناطقين:

لمقارنة عددين ناطقين x و y ، ندرس إشارة الفرق x - y .

إذا كان الفرق x - y سالبا ، يعني أن x أصغر من y.

إذا كان الفرق x - y موجبا ، يعني أن x أكبر من y.

إذا كان الفرق x - y معدوما ، يعني أن x يساوي y.

تمرين تطبيقي:

1) أكمل الجدول التالي:

A	B	C	D	$\frac{A}{B}$	$\frac{C}{D}$	$\frac{A}{C}$	$\frac{B}{D}$	$\frac{A}{B}+\frac{C}{D}$	$\frac{A}{B}-\frac{C}{D}$	$\frac{C}{D}\times\frac{A}{B}$	$\frac{C}{D}:\frac{A}{B}$	$\frac{B}{D}:\frac{A}{C}$
7	-5	3	-8									

2) رتب الكسور $\frac{A}{B}$ ، $\frac{C}{D}$ ، $\frac{A}{C}$ ، $\frac{B}{D}$ ترتيبا تصاعديا.

3) أحسب $\frac{A}{D} \times \frac{D}{A}$ ماذا تستنتج ؟

4) أحسب $\frac{A}{C} : \frac{B}{D}$. ماذا تلاحظ ؟

5) أحسب المجموع $\frac{B}{C} + \frac{A}{B} + \frac{D}{A}$

حل التمرين التطبيقي:

1) لدينا: $A = 7$ ، $B = -5$ ، $C = 3$ ، $D = -8$

$$\frac{B}{D} = \frac{5}{8} \quad ، \quad \frac{A}{C} = \frac{7}{3} \quad ، \quad \frac{C}{D} = \frac{3}{-8} \quad ، \quad \frac{A}{B} = \frac{7}{-5}$$

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = (-\frac{7}{5}) + (-\frac{3}{8}) = (-\frac{7\times 8}{5\times 8}) + (-\frac{3\times 5}{8\times 5}) = (-\frac{56}{40}) + (-\frac{15}{40}) = \frac{71}{40}$$

$$\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = (-\frac{7}{5}) - (-\frac{3}{8}) = (-\frac{7\times 8}{5\times 8}) + (+\frac{3\times 5}{8\times 5}) = (-\frac{56}{40}) + (+\frac{15}{40}) = -\frac{41}{40}$$

$$\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = (-\frac{7}{5}) \times (-\frac{3}{8}) = \frac{7\times 3}{5\times 8} = \frac{21}{40}$$

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = (-\frac{7}{5}) : (-\frac{3}{8}) = (-\frac{7}{5}) \times (-\frac{8}{3}) = \frac{56}{15}$$

$$\frac{A}{C} : \frac{B}{D} = \frac{7}{3} : \frac{5}{8} = \frac{7}{3} \times \frac{8}{5} = \frac{56}{15}$$

2) نلاحظ أن : $-1 > \frac{A}{B}$ ، $\frac{C}{D} > -1$ ، $1 < \frac{A}{C}$ ، $\frac{B}{D} < 1$

إذن $\frac{A}{C} < \frac{B}{D} < \frac{C}{D} < \frac{A}{B}$.

3) $\frac{A}{D} \times \frac{D}{A} = \frac{5}{7} \times \frac{7}{5} = \frac{35}{35} = 1$

نستنتج أن نتيجة ضرب أي كسر في مقلوبه تساوي دائما 1.

4) $\frac{A}{C} : \frac{B}{D} = \frac{5}{8} : \frac{7}{3} = \frac{8}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{56}{15}$

نلاحظ أن: $\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{C} : \frac{B}{D}$

5) لحساب المجموع $\frac{B}{C} + \frac{A}{B} + \frac{D}{A}$ ، نبحث عن المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 3 ، 5 و 7 :

م3 = 0 ، 3 ، 6 ، 9 ، ... ، 90 ، 93 ، 96 ، 99 ، 102 ، **105** ، ...

م5 = 0 ، 5 ، 10 ، 15 ، 20 ، ... ، 100 ، **105** ، ...

م7 = 0 ، 7، 14، 21، 28، ...، 70 ، 77 ، 84 ، 91 ، 98 ، **105** ، ...

إذن المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 3 ، 5 و 7 هو 105.

$$(-\frac{7}{5}) + (-\frac{5}{3}) + (-\frac{8}{7}) = (-\frac{7\times 21}{5\times 21}) + (-\frac{5\times 35}{3\times 35}) + (-\frac{8\times 15}{7\times 15})$$

$$= \frac{(-147)+(-175)+(-120)}{105} = -\frac{442}{105}$$