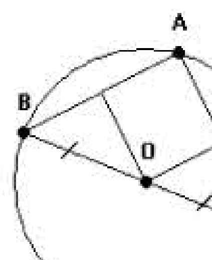
المثلث القائم و الدائرة



الدائرة المحيطة بالمثلث القائم :

النظرية :

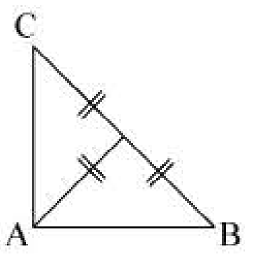
إذا كان المثلث ABC قائما في
A فإن وتره $[BC]$ هو قطر للدائرة المحيطة به .
(مركز الدائرة المحيطة بالمثلث هو منتصف الوتر)

النظرية العكسية :

إذا كان قطر دائرة $[AB]$ ضلعا لمثلث مرسوم في هذه الدائرة ، فإن هذا المثلث قائم في C و وتره القطر $[AB]$.

المتوسط المتعلق بالوتر :

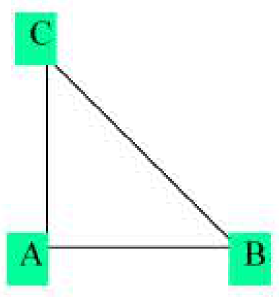
الخاصية: إذا كان المثلث ABC قائما في A فإن طول المتوسط المتعلق بالوتر يساوي نصف طول الوتر .



الخاصية العكسية :

إذا كان في مثلث طول المتوسط المتعلق بأحد الأضلاع يساوي نصف طول هذا الضلع ' فإن هذا المثلث قائم .

نظرية فيثاغورث :

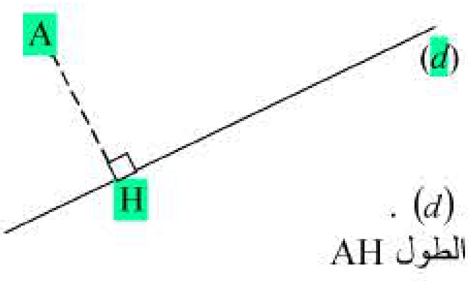


النظرية :

إذا كان المثلث ABC قائما فإن مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين .

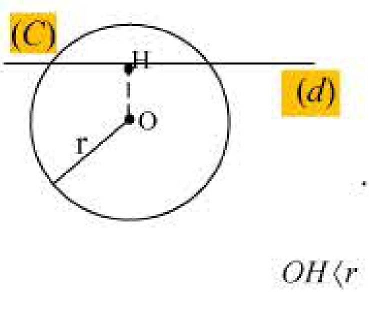
النظرية العكسية :

إذا كانت أطوال المثلث ABC تحقق $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ، فإن المثلث ABC قائم في A.



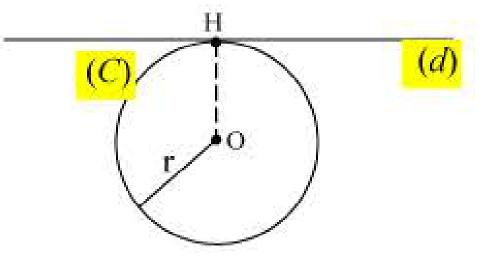
بعد نقطة عن مستقيم :

(d) مستقيم و A نقطة لا تنتمي إلى (d) .
بعد النقطة A عن المستقيم (d) هو الطول AH
حيث H هي نقطة تقاطع (d) و المستقيم الذي يشمل A و يعامد (d) .

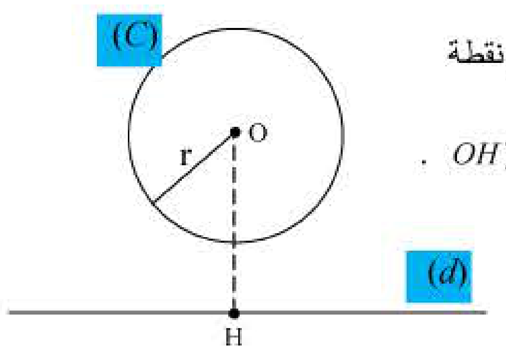


الوضعيات النسبية لمستقيم و دائرة :

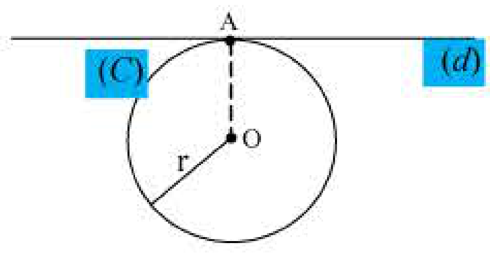
(C) دائرة مركزها O و نصف قطرها r ،
(d) مستقيم ، OH بعد النقطة O عن (d) .
- إذا اشترك المستقيم (d) و الدائرة (C)
في نقطتين ، يكون (d) قاطعا للدائرة (C) $OH \langle r$



- إذا اشترك المستقيم (d) و الدائرة (C) ،
يكون (d) مماسا للدائرة (C) $OH = r$.



- إذا لم يشترك المستقيم (d) في أي نقطة مع الدائرة (C) ،
يكون (d) خارج الدائرة (C) $OH \rangle r$.



المماس لدائرة :

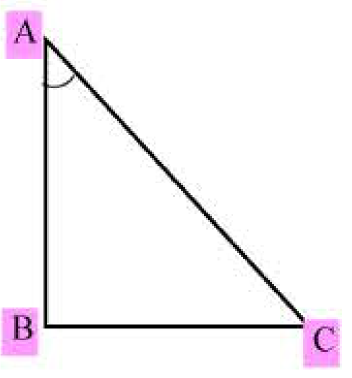
(C) دائرة مركزها O
و A نقطة من هذه الدائرة.
- إن المماس (d) للدائرة (C)

في النقطة A عمودي على المستقيم القطري (OA) في النقطة A .
- كل مستقيم (d) عمودي على المستقيم القطري (OA) في النقطة A هو مماس للدائرة (C) في A .

جيب تمام زاوية حادة :

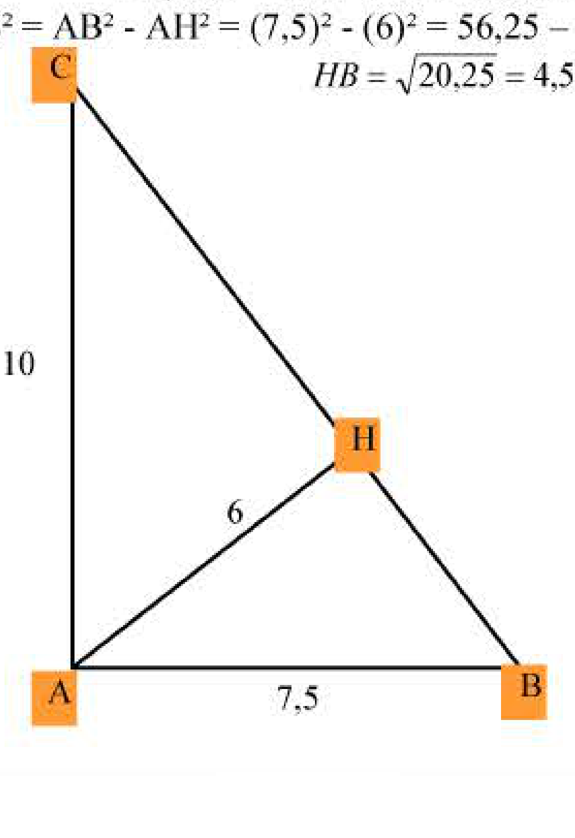
ABC مثلث قائم في B ،
جيب تمام الزاوية الحادة $\hat{A}$ هو : $\dfrac{\text{طول الضلع المجاور للزاويه } A}{\text{طول الوتر}}$

أي : $COS\hat{A} = \dfrac{AB}{AC}$



تمرين تطبيقي :

ABC مثلث قائم في A حيث $AB = 7.5$ و $AC = 10$ ، $[AH]$ الارتفاع المتعلق بالضلع BC حيث $AH = 6$
1- أحسب BC و HC .
2- أحسب بطريقتين مختلفتين الطول BH .

حل التمرين التطبيقي :

في المثلث ABC لدينا:
$BC^2 = AB^2 + AC^2 = (7,5)^2 + (10)^2 = 56,25 + 100 = 156,25$
ومنه $BC = \sqrt{156,25} = 12,5$
في المثلث AHC لدينا: $AC^2 = AH^2 + HC^2$
ومنه: $HC^2 = AC^2 - AH^2 = (10)^2 - (6)^2 = 100 - 36 = 64$
وبالتالي فإن: $HC = \sqrt{64} = 8$
(2) الطريقة الاولى لحساب BH:
$BH = BC - HC = 12,5 - 8 = 4,5$
الطريقة الثانية لحساب BH:
في المثلث ABH لدينا: $AB^2 = AH^2 + HB^2$ و منه
$HB^2 = AB^2 - AH^2 = (7,5)^2 - (6)^2 = 56,25 - 36 = 20,25$
وبالتالي فإن: $HB = \sqrt{20,25} = 4,5$