

تعريف و مصطلحات

• $\frac{a}{b}$ عدد جذري غير منعدم و n عدد صحيح طبيعي : $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n, \text{facteurs}}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b}}_{n, \text{facteurs}}$

a^n تسمى قوة العدد a و n الأس و a الأساس

• حالات خاصة : $a^0 = 1$; $a^1 = a$; $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$; $\left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}$

• قوى ذات الأس السالب، a و b غير منعدمين : $a^{-1} = \frac{1}{a}$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

$(-2)^4 = -2 \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 4 \times 4 = 16$; $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

أمثلة حساب القوة

$\left(-\frac{-(-7)}{4}\right)^2 = \left(\frac{-7}{4}\right)^2 = \frac{-7}{4} \times \frac{-7}{4} = \frac{49}{16}$; $\left(\frac{2}{-3}\right)^3 = \frac{2}{-3} \times \frac{2}{-3} \times \frac{2}{-3} = \frac{4 \times 2}{9 \times (-3)} = \frac{8}{-27}$

$\left(\frac{3}{-4}\right)^{-3} = \left(\frac{-4}{3}\right)^3 = \frac{-4}{3} \times \frac{-4}{3} \times \frac{-4}{3} = \frac{16 \times (-4)}{9 \times 3} = \frac{-64}{27}$; $2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8 \times 4} = \frac{1}{32}$

$-\frac{2,5}{4} \times \frac{2,5}{-4} \times \left(-\frac{2,5}{4}\right) = \left(\frac{-2,5}{4}\right)^3$; $-3 \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^5$

أمثلة كتابة على شكل قوة

$8 = 4 \times 2 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$; $14 \times (-14) \times 14 \times (-14) = 14 \times 14 \times 14 \times 14 = 14^4$

خاصية 1

• $\frac{a}{b}$ عدد جذري غير منعدم و n و m عددين صحيحين نسبيين : $a^n \times a^m = a^{n+m}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$

$\left(\frac{7}{1,2}\right)^{12} \times \left(\frac{7}{1,2}\right)^{-7} = \left(\frac{7}{1,2}\right)^{12+(-7)}$; $\left(\frac{-1}{-5}\right)^7 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^{7+3}$; $(-2,4)^8 \times (-2,4)^6 = (-2,4)^{8+6}$

أمثلة

خاصية 2

• $\frac{a}{b}$ عدد جذري غير منعدم و n و m عددين صحيحين نسبيين : $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$; $\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^n}{\left(\frac{a}{b}\right)^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \div \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m} ; a^n \div a^m = a^{n-m} \bullet$$

$$\left(\frac{-3}{-8}\right)^5 \div \left(\frac{3}{8}\right)^{14} = \left(\frac{3}{8}\right)^{5-14} = \left(\frac{3}{8}\right)^{-9} ; \frac{\left(\frac{3}{-5}\right)^{-2}}{\left(\frac{-3}{5}\right)^{-7}} = \left(\frac{-3}{5}\right)^{-2-(-7)} = \left(\frac{-3}{5}\right)^5 ; \frac{10^{-9}}{10^5} = 10^{-9-5} = 10^{-14} \quad \text{أمثلة}$$

$$A = \left(\frac{1,2}{-74}\right)^{-2} \div \left(\frac{-1,2}{74}\right)^6 \times \left(-\frac{1,2}{74}\right) \div \left(\frac{1,2}{-74}\right)^{-8} = \left(\frac{-1,2}{74}\right)^{-2-6+1-(-8)} = \left(\frac{-1,2}{74}\right)^{-8+1+8} = \left(\frac{-1,2}{74}\right)^1$$

خاصية 3

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a \times c}{b \times d}\right)^n ; a^n \times b^n = (a \times b)^n : \text{عددين جذريين غير منعدمين و } n \text{ عدد صحيح نسبي} \bullet \frac{c}{d} \text{ و } \frac{a}{b}$$

$$\left(\frac{-5}{2}\right)^{14} \times \left(\frac{5}{4}\right)^{14} = \left(\frac{-5 \times 5}{2 \times 4}\right)^{14} = \left(\frac{-25}{8}\right)^{14} ; (-2,4)^{-8} \times (-10)^{-8} = (-2,4 \times (-10))^{-8} = 24^{-8} \quad \text{أمثلة}$$

خاصية 4

$$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^n}{\left(\frac{c}{d}\right)^n} = \left(\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}\right)^n = \left(\frac{a \times d}{b \times c}\right)^n ; \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n : \text{عددين جذريين غير منعدمين و } n \text{ عدد صحيح نسبي} \bullet \frac{c}{d} \text{ و } \frac{a}{b}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \div \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a \div c}{b \div d}\right)^n = \left(\frac{a \times d}{b \times c}\right)^n ; a^n \div b^n = (a \div b)^n \bullet$$

$$\frac{\left(\frac{3}{-4}\right)^{-9}}{\left(\frac{-5}{4}\right)^{-9}} = \left(\frac{\frac{-3}{4}}{\frac{-5}{4}}\right)^{-9} = \left(\frac{-3 \times 4}{-5}\right)^{-9} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-9} ; \frac{(-25)^{138}}{(-5)^{138}} = \left(\frac{-25}{-5}\right)^{138} = 5^{138} \quad \text{أمثلة}$$

خاصية 5

$$\left(\left(\frac{a}{b}\right)^n\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \times m} ; (a^n)^m = a^{n \times m} : \text{عددين صحيحين نسبين} \bullet \frac{a}{b} \text{ عدد جذري غير منعدم و } n \text{ و } m$$

$$\left(\left(\frac{-(-1)}{-6}\right)^{-12}\right)^{-3} = \left(\frac{-1}{6}\right)^{-12 \times (-3)} = \left(\frac{-1}{6}\right)^{36} ; (35^{-6})^7 = 35^{-6 \times 7} = 35^{-42} \quad \text{أمثلة}$$

$$\left(\left(\left(-\frac{3}{-(-5)} \right)^{-4} \right)^{-4} \right)^{-11} = \left(\frac{3}{5} \right)^{-4 \times (-4) \times (-11)} = \left(\frac{3}{5} \right)^{-176} ; \left(((-3,8)^2)^{-5} \right)^3 = (-3,8)^{2 \times (-5) \times 3} = (-3,8)^{-30}$$

إشارة قوة

(I) - عدد موجب و غير منعدم و n عدد صحيح نسبي موجب :

الـ قوة : a^n تكون موجبة دائما مثال : القوتين 13^7 و $25,7^{18}$ موجبتين

الـ قوة : a^{-n} تكون موجبة دائما لأن : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ مثال : القوتين 20^{-9} و 361^{-30} موجبتين

الـ قوة : $(-a)^n$ تكون موجبة إذا كان n زوجي ولدنيا : $(-a)^n = a^n$ مثال : $(-2,1)^6 = 2,1^6$ موجبة

الـ قوة : $(-a)^n$ تكون سالبة إذا كان n فردي ولدنيا : $(-a)^n = -a^n$ مثال : $(-15)^3 = -15^3$ سالبة

الـ قوة : $(-a)^{-n}$ تكون موجبة إذا كان n زوجي ولدنيا : $(-a)^{-n} = a^{-n}$ مثال : $(-2)^{-6} = 2^{-6}$ موجبة

الـ قوة : $(-a)^{-n}$ تكون سالبة إذا كان n فردي ولدنيا : $(-a)^{-n} = -a^{-n}$ مثال : $(-9)^{-3} = -9^{-3}$ سالبة

(II) - $\frac{a}{b}$ عدد جذري موجب و غير منعدم و n عدد صحيح نسبي موجب :

الـ قوة : $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ تكون موجبة دائما مثال : $\left(\frac{13}{4}\right)^{16}$ و $\left(\frac{-5,7}{-8}\right)^{23}$ موجبتين لأن الأساس موجب في الحالتين معا .

الـ قوة : $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$ تكون موجبة دائما لأن : $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ مثال : القوتين $\left(\frac{38}{17}\right)^{-11}$ و $\left(\frac{-24}{-2,7}\right)^{-34}$ موجبتين

الـ قوة : $\left(\frac{-a}{b}\right)^n$ تكون موجبة إذا كان n زوجي ولدنيا : $\left(\frac{-a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ مثال : $\left(\frac{-2}{5}\right)^6 = \left(\frac{2}{5}\right)^6$ موجبة

الـ قوة : $\left(\frac{-a}{b}\right)^n$ تكون سالبة إذا كان n فردي ولدنيا : $\left(\frac{-a}{b}\right)^n = -\left(\frac{a}{b}\right)^n$ مثال : $\left(\frac{-1}{6}\right)^7 = -\left(\frac{1}{6}\right)^7$ سالبة

الـ قوة : $\left(\frac{-a}{b}\right)^{-n}$ تكون موجبة إذا كان n زوجي ولدنيا : $\left(\frac{-a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$ مثال : $\left(\frac{-5}{9}\right)^{-8} = \left(\frac{5}{9}\right)^{-8}$ موجبة

الـ قوة : $\left(\frac{-a}{b}\right)^{-n}$ تكون سالبة إذا كان n فردي ولدنيا : $\left(\frac{-a}{b}\right)^{-n} = -\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$ مثال : $\left(\frac{-4}{7}\right)^{-5} = -\left(\frac{4}{7}\right)^{-5}$ سالبة

تمارين تطبيقية : أنظر سلسلة التمارين