التناسبية و تنظيم معطيات

التعرّف على وضعية تناسبية

تمرين 1

باعت مكتبة كتاب الرياضيات بسعر 200 DA للنسخة الواحدة.
يريد صاحب المكتبة ملء الجدول التالي:

عدد الكتب					8	7	5	2
السعر	2600	2400	2000					400

1- ساعد صاحب المكتبة على ملء الجدول.

2- أكمل ثمّ أحسب: $\frac{\dots}{2600}, \dots \frac{\dots}{2000}, \dots \frac{7}{\dots}, \frac{5}{\dots}, \frac{2}{400}$ ماذا تلاحظ ؟.(يعاد نفس العمل مع مقلوب كل كسر)

الحل

نقول أنّ الجدول يمثّل وضعية تناسبية

$\frac{2}{400} = 0.05$ نسمي العدد 0.05 معامل التناسبية أي عدد الكتب متناسب مع سعرها.

$\frac{400}{2} = 200$ نسمي العدد 200 معامل التناسبية أي سعر الكتب متناسب مع عدد الكتب.

تعريف

يكون مقداران متناسبين عندما يمكن حساب أحدهما بضرب الآخر في نفس العدد هذا العدد يسمى معامل التناسبية
عندما يكون مقدران متناسبين, نقول إنّ أحدهما يعطى بدلالة الآخر.

مثال:

الحجم v	40	20	3
السعر p	920	460	69

$\times 23$

نلاحظ أنّ $\frac{920}{40} = \frac{460}{20} = \frac{69}{3} = 23$ فالجدول يمثّل وضعية تناسبية و العدد 23 هو معامل التناسبية

نقول أن السعر p للبنزين متناسب مع حجمه v ونكتب : $p=23.v$ (يمكن كتابة v بدلالة p)

تمرين 2

- يسير درّاج بسرعة ثابتة على خط مستقيم فيقطع 63 متر خلال 9 ثواني
- أحسب المسافة التي يقطعها في 1 ثانية .
- استنتج المسافة التي يقطعها في 4 ثواني

الجدول الآتي يترجم معطيات الوضعية السابقة .

المدّة (s)	4	9
المسافة (m)	28	63

- هل الجدول يمثل وضعية تناسبية ؟ .
- أحسب الجداءين 9×28 و 4×63

الجدول الآتي يمثل وضعية تناسبية

4	9

x	63

- أكتب المساواة تترجم هذه الوضعية التناسبية .
- ا ستنتج أن : $x=\frac{63\times 4}{9}$ ثمّ احسب x.

- يمكن استعمال الطريقة الثلاثية لحساب المسافة التي يقطعها في 1 ثانية و بالمثل في 4 ثواني .
- يمكن تقسيم العدد 63على 9 لإيجاد المسافة المقطوعة خلال 01 ثانية ثمّ ضرب الناتج في 04
- يحاول التلميذ ي كلّ مرّة معرفة الرابع المتناسب بإتمام جدول تناسبية

تمرين 3

- من بين الجداول الآتية , ما هي التي تمثل وضعية تناسبية ؟

9	8	7	6	5
2.7	2.4	2.1	1.8	1.5

10	9	6	8	5
21	18	11	16	10

9	8	7	6	5
18	16	14	12	10

- الجدول الآتي يمثل وضعية تناسبية . أنقله ثمّ أكمله .

المدّة (s)	16		10	6
المسافة (m)		4550		2100

الرابع المتناسب

إيجاد الرابع المتناسب يؤول إلى إتمام جدول تناسبية له أربعة أعداد , ثلاثة معلومة و الرابع مجهول .

مثال

لنبحث عن x بحيث يمثل الجدول المجاور وضعة تناسبية

7	3
x	1,2

الجدول السابق يمثل وضعية تناسبية $3\times x=1,2\times 7$ إذن $x=\frac{1,2\times 7}{3}$

النسبة مئوية

1)- يسجّل أحمد 7 أهداف في 10محاولات بينما يسجّل حميد 9 أهداف كلّ 15 محاولة.

- عبّر بكسر عن الوضعيتين(وضعية احمد ثمّ حميد)
- أيّ المتسابقين أمهر في التسديد ؟.

2)- في متوسطة يمارس الرياضة 480 تلميذا من بين 600 تلميذ .

- ماذا يمثل الكسر $\frac{480}{600}$
- ما هو عدد التلميذ الذين يمارسون الرياضة من بين كل 100 تلميذ

ملاحظة : يمكن التعبير عن هذه النسبة بنسبة مئوية من الشكل $\frac{x}{100}$ بحيث يمثل الجدول

x	*480*
100	*600*

وضعية تناسبية

- النسبة المئوية لعدد التلاميذ الممارسين للرياضة في هذه المتوسطة هي : .....%

3)- سعر قميص 750 دج صار سعره 1200دج
ما هي الزيادة في السعر ؟ - أحسب النسبة المئوية للزيادة ؟.

1- يمكن أن يقارن التلميذ ما يسجّله كل من أحمد وحميد في كلّ 100 رمية أو 30 رمية
يمكن أن يحسب نسبة الأهداف لكل من أحمد وحميد بتقسيم 10/7 و 15./9
2- يحاول في كل مرّة ربط النسبة المئوية بملء جدول تناسبية.
3- يقارن الزيادة في سعر القميص 1200دج بالزيادة في 100 دج .

النسبة المئوية

النسبة المئوية تمثل معامل تناسبية مكتوب على شكل كسر عشري
حساب نسبة مئوية يؤول إلى حساب الرابع المتناسب

مثال :
من بين 36 تلميذ تحصّل 25 منهم على المعدّل في مادة الرياضيات .
p هي النسبة المئوية للتلاميذ الذين تحصلوا على المعدّل في الرياضيات .وعليه

p	25
100	36

حسب الجدول فإنّ $p \times 36 = 25 \times 100$ وعليه $p = \frac{25 \times 100}{36}$ نجد: $p = 69{,}44$ ونكتب : $69{,}44\%$

المقياس

1)- ميدان كرة القدم طوله 105 مترا و عرضه 75متر ا.
الجدول الآتي يتضمن البعدين الحقيقيين لهذا الملعب ,و بعديه بمقياس رسم.

	الطول	العرض
البعدان على الرسم (cm)	14	10
البعدان في الحقيقة (cm)	10500	7500

- تحقق أنّ هذا الجدول هو جدول تناسبية .
- أنقل و عوّض المجهول x بالعدد المناسب في : $\frac{10}{7500} = \frac{1}{x}$

يقال أنّ مخطط الملعب رسم بمقياس $\frac{1}{750}$
2)-تبعد نقطة رميات الجزاء بـ: $11m$ عن المرمى ، احسب هذه المسافة على المخطط بتقريب $1mm$
3)- يمثل موقع لاعب على المخطط بنقطة تبعد عن مركز الميدان بـ: $5Cm$ - اوجد البعد الحقيقي لهذا اللاعب عن مركز الميدان

- يمكن أن يتحقق التلميذ من جدول التناسبية بطريقتين :
تقسيم البعد على الرسم على البعد على الحقيقة .
تقسيم البعد على الحقيقة على البعد على الرسم.
2- يركزّ عل الوحدتين لإيجاد سلّم التصغير .
يركزّ عل الوحدتين لإيجاد سلّم التكبير.

حساب مقياس

حساب مقياس هو إيجاد معامل التناسبية بن المسافات الحقيقية والمسافة على خارطة أو تصميم ، مقدران بنفس الوحدة

أي: المقياس $=$ $\frac{\text{المسافة على الخارطة}}{\text{المسافة الحقيقية}}$

مثال:

ما هو مقياس خارطة إذا كانت $3Cm$ تمثل $12Km$ في الحقيقة ؟.

لدينا : $12Km = 1200000Cm$

فمقياس هذه الخارطة هو معامل التناسبية أي : $\frac{3}{1200000} = \frac{3}{3\times 400000} = \frac{1}{400000}$

- ملاحظات :
  - المقياس ليس له وحدة
  - عندما يكون المقياس أكبر من 1 يكون التصميم تكبيرا.
  - عندما يكون المقياس أصغر من 1 يكون التصميم تصغيرا.

تنظيم معطيات إحصائية

1)- الجدول التالي يتضمن اللغات و أعداد البشر (سنة 1986) الدين يتحدثون بهده كلغة أم

اللغات	البشر بالملايين
الصينية	1100
الانجليزية	460
الهندية	390
الاسبانية	360
الروسية	280
العربية	220
البنغالية	200
اليابانية	130
الفرنسية	125
الألمانية	120

ا- ما هي اللغة الأم الأكثر استعمالا في العالم ؟

ب-في أي مرتبة تأتي العربية . ماهي مرتبة الفرنسية ؟

ج- هل عدد الدين لغتهم الأم هي العربية أو الفرنسية

هو بقدر الدين لغتهم هي الانجليزية ؟

قد يقارن التلميذ عدد السكان باللغة المستعملة .

قد يقارن التلميذ اللغات الثلاثة المستعملة العربية الفرنسية الانجليزية.

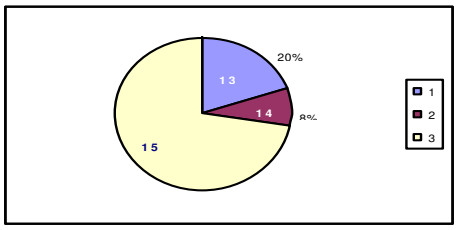
2)-المخطط التالي يمثل توزيع تلاميذ قسم من السنة الثانية متوسط مكون من 40 تلميذا حسب أعمارهم

ا-احسب أعداد التلاميذ الدين أعمارهم 13 سنة – 14 سنة – 15 سنة

ب- أعمار تلاميذ هدا القسم تدل على تمدرس منتظم .لماذا ؟

ج- ماذا تدل النسبة المئوية 20 % ؟

د- ماذا تمثل النسبة المئوية 7.5 % ؟
ه- ما هي النسبة المئوية لعدد التلاميذ الذين أعمارهم 14 سنة ؟



قراءة وفهم معطيات إحصائية

الجدول التالي يتضمن نتائج انتقال تلاميذ أربعة أقسام من السنة الأولى إلى السنة على السنة الثانية متوسّط

	القسم –أ-	القسم –ب-	القسم- جـ -	القسم- د -
المنتقلون	25	29	35	32
المعيدون	7	3	0	5

لقراءة الجدول نستعمل تقاطع سطر وعمود، كما هو مبيّن في المثال

- 25 تلميذ من القسم –أ – انتقلوا.

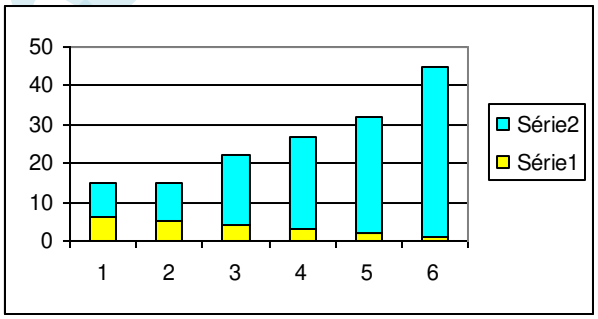
في القسم -جـ - لا يوجد أي تلميذ يعيد السنة

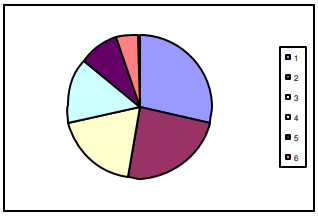
تمثيل معطيات إحصائية

يمثل الجدول التالي مساحات القارات الستة

القارة	أسيا	إفريقيا	أمريكا الشمالية	أمريكا الجنوبية	أوروبا	أستراليا
المساحة بالمليون Km^2	44	30	24	18	10	9

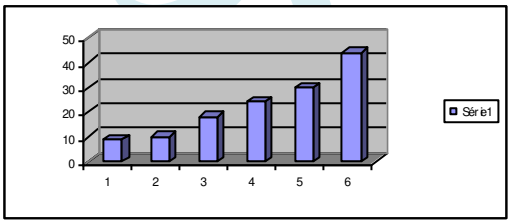
- نريد تمثيل معطيات هذا الجدول بمخطط أعمدة حيث كل 1 سنتمتر يمثل 4 مليون متر مربع
- ما هي ارتفاعات الأعمدة التي تمثل مساحة كل قارة ؟
- تحقق أنّ ارتفاعات الأعمدة متناسبة مع مساحات القارات.





- نريد تمثيل معطيات هذا الجدول بمخطط دائري
- ما هي الزوايا التي تمثل مساحة كل قارة ؟

تحقق أن قيس الزوايا متناسب مع مساحات القارات



لتمثيل معطيات إحصائية يمكن اختيار مخططات مختلفة

مخطط أعمدة

مخطط دائري أو نصف دائري

ب- مخطط أعمدة

فئات العلامات	من 0 إلى 5	من 6 إلى 10	من 11 إلى15	من 16 إلى 20
عدد التلاميذ	5			

ارتفاعات الأعمدة أو المستطيلات متناسبة مع الأعداد الممثلة.

ت- مخطط دائري أو نصف دائري

في مخطط دائري أو نصف دائري تكون أقياس الزوايا متناسبة مع المقادير الممثلة لها

تنظيم معطيات إحصائية في فئات

إليك قائمة علامات تلاميذ قسم بعد استجواب في مادة الرياضيات

15	7	6
13	11	4
10	8	11
5	7	18
14	7	2
13	12	6
5	11	4
15	8	12
13	7	7
10	14	8
11	11	9
7	6	6

هذه القائمة لا تسمح بتقييم نتائج هذا القسم بصفة جيّدة ومن أجل تسهيل استغلالها بدأنا بتنظيمها في فئات ذات خمس علامات حسب الجدول :

- انقل ثمّ أتمم هذا الجدول.
- ما هو عدد التلاميذ الذين علامتهم محصورة بين 11 و 15 ؟
- إلى أي فئة ينتمي التلميذ المتحصّل على العلامة 8 ؟.
- كم تلميذا لم تتجاوز علاماتهم 10 في هذا الاستجواب ؟
- كم تلميذا تجاوزت علامتهم 15 ؟

أيهما أفضل في الإجابة عن الأسئلة القائمة أم الجدول ؟.

- عدد الفئات المختارة في النشاط هي أربع.
- يمكن اختيار وضع آخر لعدد الفئات. مثل : من 0إلى 10 و من 10 إل 15 ومن 15 إلى 20
- يمكن أن يقسم التلميذ النقاط إلى فئات متساوية ليستغل ذلك في تمثيل هذه المعطيات

عندما تكون المعطيات الإحصائية عديدة نقوم بتنظيمها في فئات من أجل تسهيل قراءتها

مثال:الجدول التالي يتضمن قامات 25 تلميذا بالمتر.

القامات (m)	1.42	1.44	1.45	1.64	1.47	1.48	1.49	1.5	1.52	1.53	1.55	1.58
التكرارات	1	3	2	1	4	1	2	3	4	2	1	1

الجدول -2- يبرز تجميع القامات في فئات.

القامات (m)	-1.40 1.44	-1.45 1.49	154-1.50	-1.55 1.59
التكرارات	4	10	9	2

في العمود الثالث نقرأ 10 تلاميذ قامتهم من 1.45 إلى 1.49(يسمى هذا العدد فئة).

حساب التكرارات والنسبة المئوية للتكرارات

إليك قائمة علامات تلاميذ قسم في استجواب لمادة الرياضيات

7	8	9	8	9	8	9	10	11
10	12	15	13	14	11	10	14	9
	11	14	10	10	14	11	10	14

- ما هو عدد تلاميذ القسم ؟
- ما هو عدد التلاميذ المحصلين على العلامة 10 ؟
- عدد مرات طهور العلامة 10 يسمى تكرار العلامة 10 من القائمة
- ما هو تكرار العلامة 11 من القائمة ؟
- أكتب تكرار العلامة 11 على شكل نسبة ثم استنتج النسبة المئوية لهدا التكرار
- أنقل ثم اتمم الجدول الموجود في الصفحة (37)

-استنتج كيفية حساب التكرار النسبي ثم عبر عنه بنسبة مئوية

- يبحث التلميذ عن تكرار العلامة
- ثم يقارن هذه العلامة من مجموع العلامات
- يركزّ أنّ مجموع العلامات يساوي مجموع التكرارات

يقارن النسبة السابقة إلى المئة (النسبة المئوية)

تكرار المعلومة هو عدد مرات ظهور هذه المعلومة

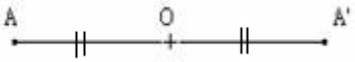
التكرار النسبي لمعلومة إحصائية هو حاصل قسمة تكرار هذه المعلومة على العدد الإجمالي للمعلومات الإحصائية.

يعطى تكرار معلومة أحيانا بنسبة مئوية .

التكرار النسبي = العدد الإجمالي / تكرار المعلومة

التناظر المركزي 2

1 – نظيرة نقطة بالنسبة لنقطة:



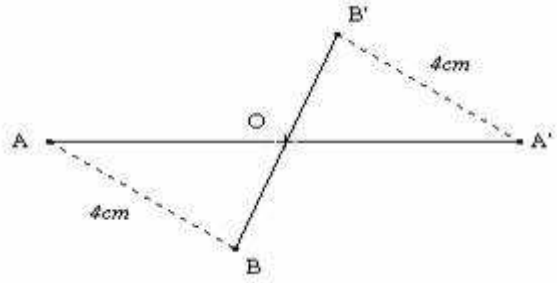
مثال : A و O نقطتان مختلفتان من المستوى.
لننشئ 'A بحيث تكون Oمنتصف القطعة ['AA] .
نسمي 'Aنظيرة Aبالنسبة للنقطة O.و نقول كذلك 'A :هي نظيرة Aبالنسبة للتناظر المركزي الذي مركزه o.
نلاحظ أن Aهي كذلك مماثلة 'Aبالنبة للنقطة O .نقول إذن A :و 'Aمتماثلتان بالنسبة للنقطة O .

تعريف:
تكون Aو 'A نقطتين متناظرتين بالنسبة لنقطة Oإذا كانت Oمنتصف القطعة['AA]

***ملاحظة هامة:**
نظيرة النقطة O بالنسبة للنقطة Oهي Oنفسها .

2 - الحفاظ على المسافة :

مثال:
Aو B نقطتان مختلفتان بحيث AB = 4 cm و O نقطة خارج المستقيم. (AB)
لننشئ 'A و 'B نظيرتي A و Bعلى التوالي بالنسبة للنقطة O.



لنحسب 'A'Bباستعمال المسطرة .
نلاحظ أن: A'B' = 4 cm إذن . AB = A'B'

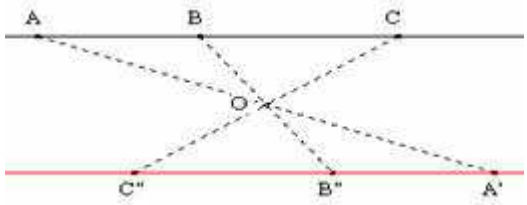
خاصيــة:
التناظر المركزي يحافظ على المسافة بين نقطتين .

3 - نظائر بعض الأشكال:

نظائر نقط مستقيمية:

مثال:
Aو B و C نقط مستقيمية و O نقطة خارج المستقيم. (AC)
لننشئ النقط 'A و 'B و 'C نظائر النقط A و B و C بالنسبة للنقطة O
نلاحظ أن 'Aو 'B و 'C هي كذلك نقط مستقيمية.

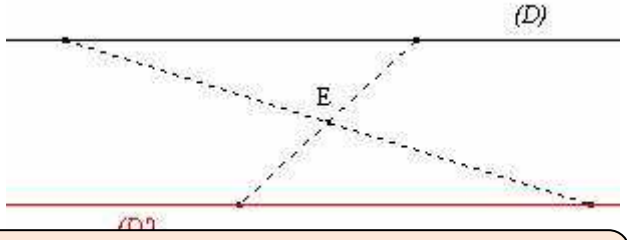
خاصيــة:
التناظر المركزي يحافظ على استقامية النقط.



نظير مستقيم:

مثال :

(D)مستقيم و Eنقطة لا تنتمي إليه.
لننشئ ('D) نظير المستقيم (D) بالنسبة للنطة . E
من أجل هذا سنأخذ نقطتين مختلفتين تنتميان إلى المستقيم (D)
ثم ننشئ نظيرتيهما بالنسبة للنقطة . E
نلاحظ أن المستقيم ('D) يوازي المستقيم. (D)

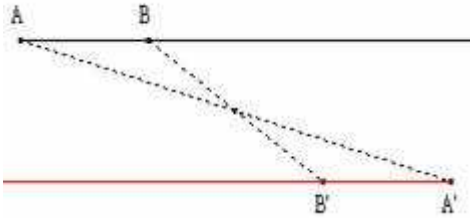


خاصيــة:
نظير مستقيم بالنسبة لنقطة هو مستقيم يوازيه .

نظير نصف مستقيم:

مثال:

(AB]نصف مستقيم و Iنقطة لا تنتمي إلى المستقيم. (AB)
لننشئ نصف المستقيم ('A'B] نظير (AB] بالنبة للنقطة . I
من أجل هذا سننشئ 'Aو 'B نظيرتي A و B على التوالي
بالنسبة للنقطةI .

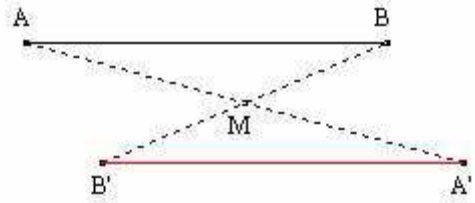


خاصيــة:
نظير نصف مستقيم (AB]بالنسبة لنقطة O هو نصف المستقيم ('A'B]
بحيث 'A و 'B نظيرتي Aو Bعلى التوالي بالنسبة للنقطة O .

نظيرة قطعة:

مثال:

[AB]قطعة و M نقطة خارج المستقيم. (AB)
لننشئ القطعة ['A'B]نظيرة القطعة [AB] بالنسبة للنقطة. M
من أجل هذا سننشئ 'Aو 'Bنظيرتي A و Bعلى التوالي بالنسبة للنقطة .M

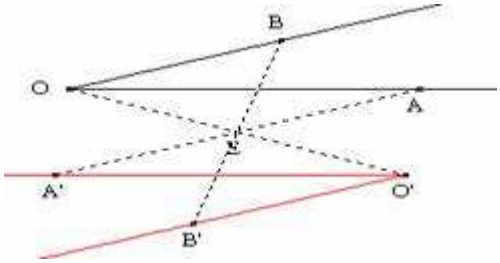


سيكون لدينا : AB = A'B'(الحفاظ على المسافة)و منه نستنتج أن القطعتين [AB] و [A'B']متقايستان.

خاصيــة:
نظيرة قطعة بالنسبة لنقطة هي قطعة تقايسها.

نظيرة زاوية :

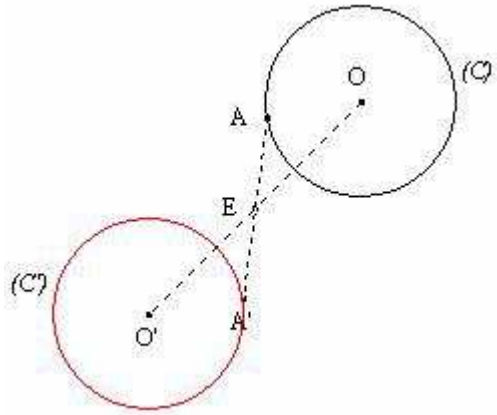
مثال:
$A\hat{O}B$ زاوية و E نقطة في المستوى.
لننشئ الزاوية $A'\hat{O}'B'$ نظيرة الزاوية $A\hat{O}B$ بالنسبة للنقطة E.
من أجل هذا سننشئ A' و O' و B' نظائر A و O و B على التوالي بالنسبة للنقطة E .
نلاحظ أن : $A\hat{O}B = A'\hat{O}'B'$



خاصيــة:
نظيرة زاوية بالنسبة لنقطة هي زاوية تقايسها.

نظيرة دائرة:

مثال:
(C)دائرة مركزها O و نصف قطرها r و E نقطة في المستوى.
لننشئ الدائرة (C') نظيرة (C)بالنسبة للنطة. E
من أجل هذا سنأخذ نقطة A تنتمي إلى الدائرة (C)
ثم ننشئ O' و A' نظيرتي A و O بالنسبة للنقطة E و الدائرة التي مركزها O'و تمر من A' هي نظيرة (C) بالنسبة للنقطة E .



لنبين أن الدائرتين لهما نفس نصف القطر r .

لدينا :
'O نظيرة O بالنسبة للنقطة E.
'A نظيرة A بالنسبة للنقطة E
إذن:
('OA = O'A الحفاظ على المسافة.)
و بما أن :
OA = r فإن O'A' = r
و منه نستنتج أن للدائرتين (C) و (C') نصف القطر r .

خاصيــة:
نظيرة دائرة مركزها O و نصف قطرها r بالنسبة لنقطة E هي دائرة مركزها O' نظيرة O بالنسبة للنقطة E و نصف قطرها r .

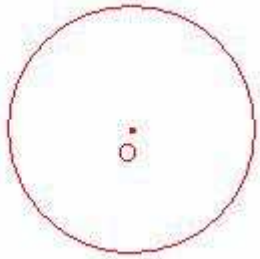
تقنيات:
لرسم نظيرة دائرة بالنسبة لنقطة نرسم نظرة المركز بالنسبة لهذه النقطة ثم نحتفظ بنفس نصف القطر.

مركز تناظر شكل:

خاصيــة:
نسمي نقطة O مركز تناظر شكل $\mathscr{F}$ إذا كان نظير هذا الشكل بالنسبة للنقطة O هو الشكل $\mathscr{F}$ نفسه.

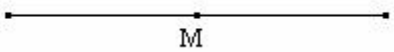
مثال:

مركز تناظر دائرة



مركز تناظر دائرة هو مركزها

مركز تناظر قطعة:

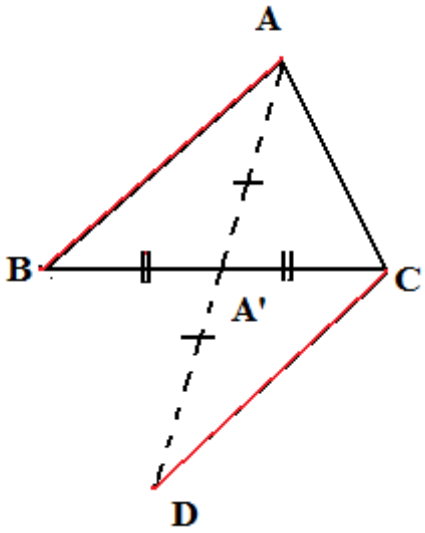


مركز تماثل قطعة هو منتصفها

التمرين :

ABC مثلث

1. أنشئ 'A منتصف [BC].
2. أنشئ D مماثلة A بالنسبة ل 'A.
3. بين أن : (AB) يوازي (CD)



البرهان

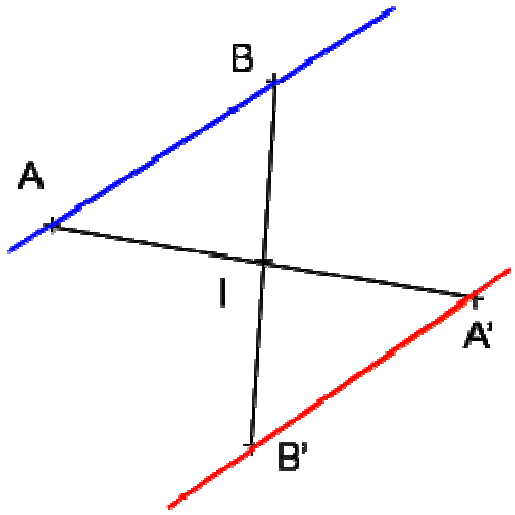
لدينا **'A**منتصف **[BC]**إذن: نظيرة **B**بالنسبة ل **'A**هي C

و لدينا نظيرة A بالنسبة ل **'A**هي D
نستنتج أن نظير المستقيم **(AB)** هو المستقيم(DC)

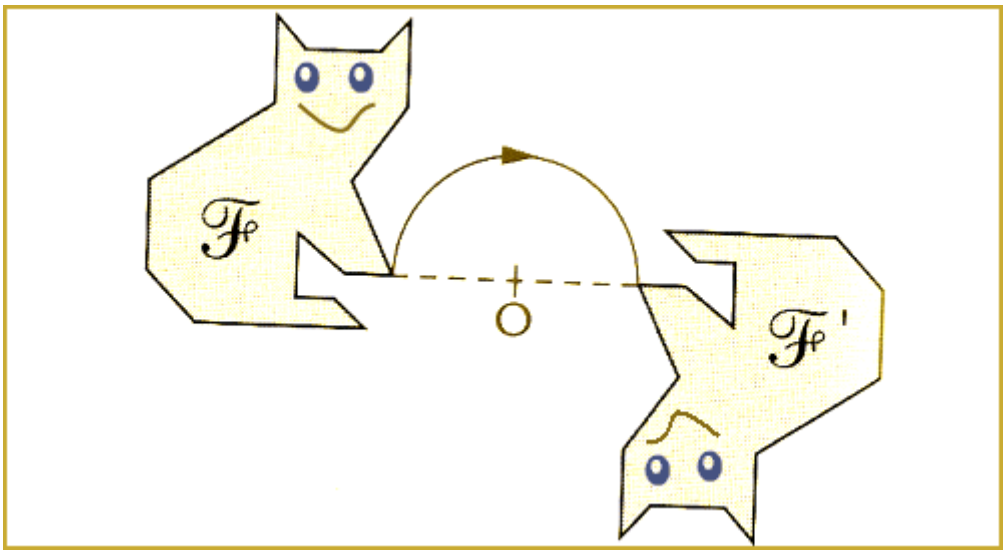
و حيث أن نظير مستقيم هو مستقيم يوازيه:
إذن (AB) : يوازي(DC)

خاصية :نظير مستقيم بالنسبة لنقطة هو مستقيم يوازيه

$\begin{cases} S_{(I)}(A) = A' \\ S_{(I)}(B) = B' \end{cases} \Rightarrow$ (AB) يوازي (A'B')



التناظر المركزي



الشكل $\mathcal{F}'$ نظير الشكل $\mathcal{F}$ بالنسبة الى O

نحصل على الشكل $\mathcal{F}'$ بتدوير الشكل $\mathcal{F}$ بنصف دورة حول النقطة O

تعريف :

التناظر المركزي الذي مركزه O هو تحويل نقطي يرفق بكل نقطة A من المستوي نقطة B بحيث تكون O منتصف [AB] .

النقطة B تسمى نظيرة النقطة A بالنسبة الى O أو صورة النقطة A بالتناظر الذي مركزه O

خواص

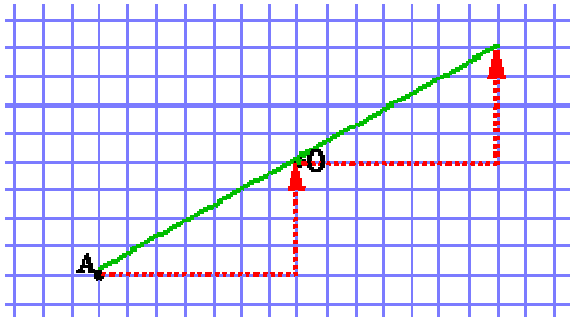
إذا كانت **B نظيرة A بالنسبة الى O فإن O منتصف القطعة [AB] .**
إذا كانت **O منتصف القطعة [AB] فإن A،B متناظرتان بالنسبة الى O .**

إنشاء نظيرة نقطة

لإنشاء نظيرة A /O نعتمد طريقتين

حساب مربعات المرصوفة

الأستاذة : لبجيري حورية



1 - نعين النقطتين A و O .

2 – نحسب عدد المربعات التي تفصل A و O (7 الى اليمين و 4 الى الأعلى)

3 – من النقطة O نقوم بنفس العملية بنفس الترتيب (7 الى اليمين و 4 الى الأعلى)

النقطة التي نتحصل عليها هي نظيرة .A بالنسبة الى O و O هي منتصف [AB]

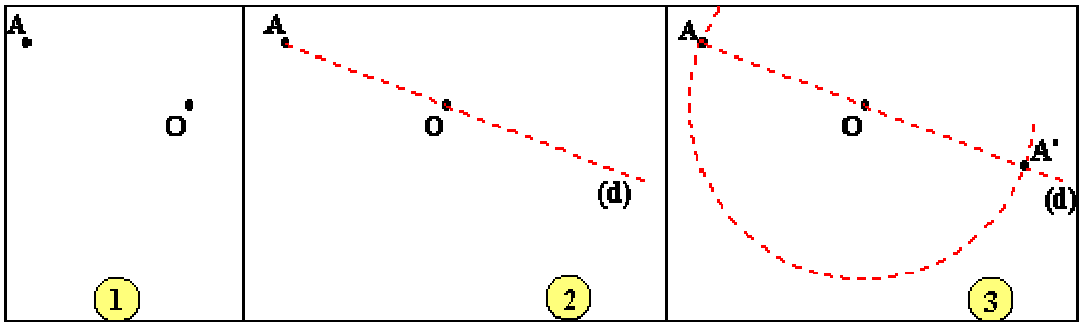
استعمال أدوات الهندسة

الأشكاال الموالية تبين مراحل انشاء النقطة 'A نظيرة A بالنسبة الى O

1 – المعطيات : مركز التناظر O و النقطة A .

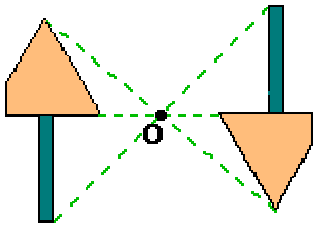
2 – أنشء المستقيم (d) الذي يشمل النقطتين A و O .

3 – ركز رأس المدور في النقطة O ثم عين النقطة 'A من (d) تبعد عنO بنفس الطول OA .



خواص التناظر المركزي:

التناظر المركزي يحفظ المسافات ، التوازي ، التعامد ، أقياس الزوايا ، استقامية النقط ، المساحات



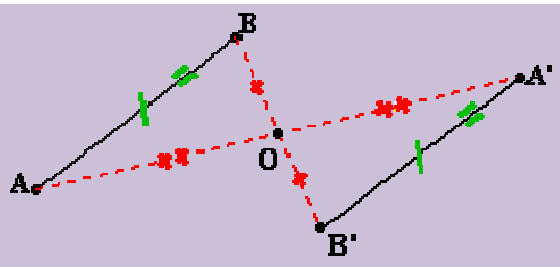
نظائر بعض الأشكال الهندسية البسيطة :

نظيرة قطعة :

الأستاذة : لبجيري حورية

نظيرة القطعة [AB] بالنسبة الى O هي قطعة :

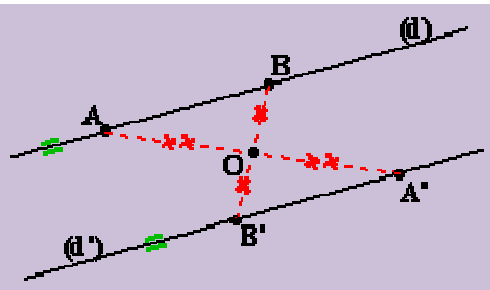
- لها نفس الطول .
- توازي القطعة [AB] .



نظيرمستقيم :

لإنشاء نظيرمستقيم (d) نعين نقطتين A و B منه ثم نعين نظيرتيهما .

نظير مستقيم(d) بالنسبة الى O هو مستقيم (d') يوازي(d) .



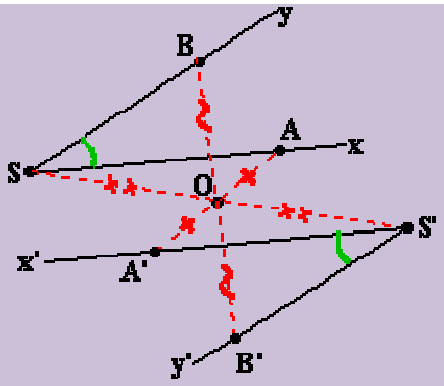
نظير ة زاوية :

لإنشاء نظيرة زاوية نعين نقطة من كل ضلع و نعين نظيرتيهماو كذا نظيرة رأس الزاوية .

نظيرة زاوية بالنسبة الى O هي زاوية :

- لها نفسالقيس .

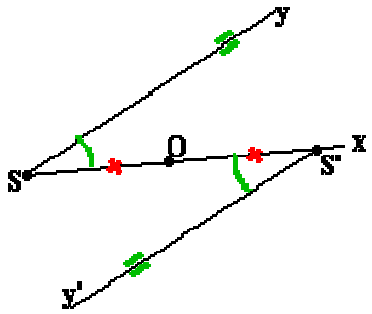
ضلعاها متوزيين مع ضلعي الزاوية المعطاة .



حالة خاصة :

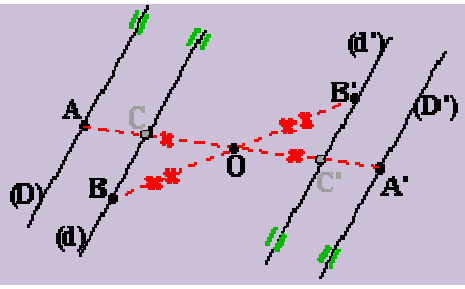
مركز التناظر ينتمي الى أحد أضلاع الزاوية .

الأستاذة : لبجيري حورية



نظائر مستقيمين متوازيين

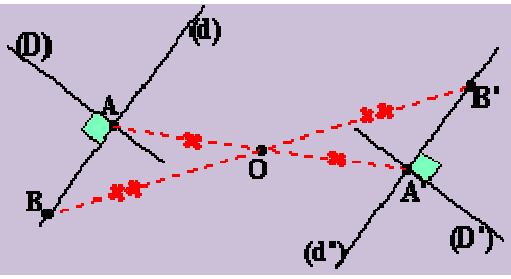
نظيري مستقيمين متوازيين (D) و (d) هما مستقيمين متوازيين (D') و (d') .



نظائر مستقيمين متعامدين

نظيري مستقيمين متعامدين (D) و (d) هما مستقيمين متعامدين (D') و (d') .

مع (d) // (d') و (D) // (D') .

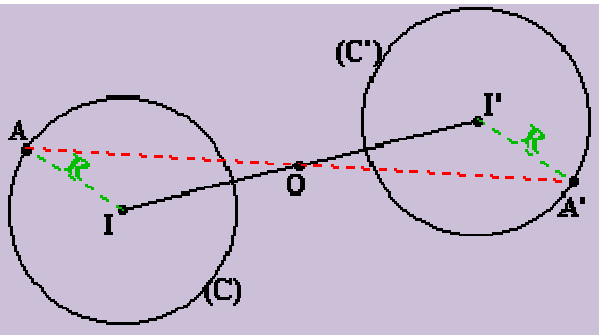


نظيرة دائرة :

لإنشاء نظيرة دائرة مركزها I و نصف قطرها R

1 - نعين النقطة I' نظيرة I ثم نرسم الدائرة التي مركزها I' و نصف قطرها R.

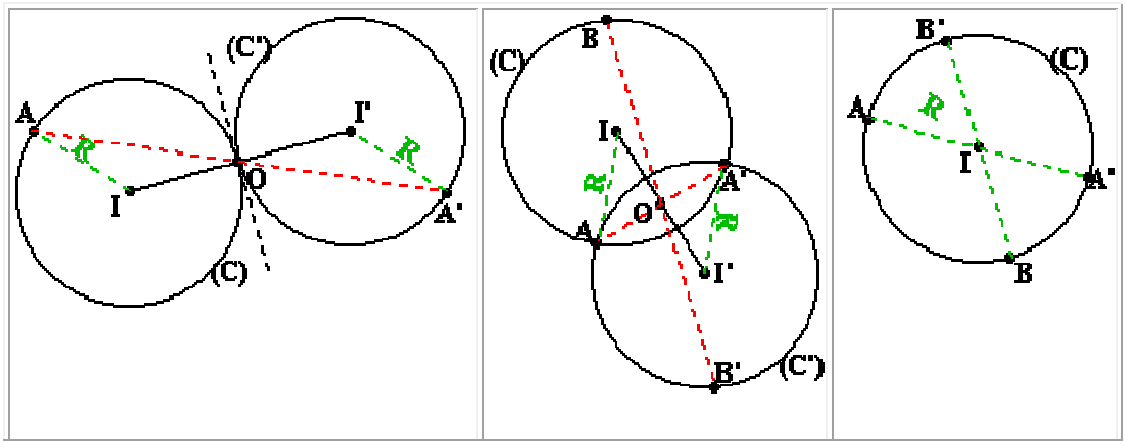
نظيرة دائرة مركزها I و نصف قطرها R هي الدائرة التي مركزها I' و نصف قطرها R .



الأستاذة : لبجيري حورية

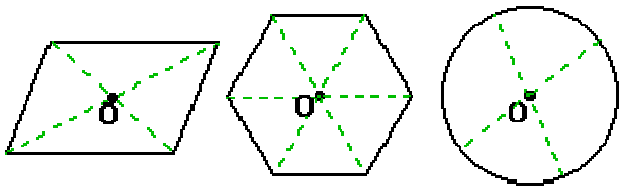
ملاحظة:

أوضاع أخرى للنقطة O



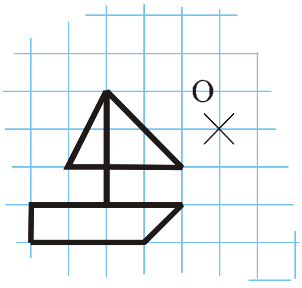
التعرف على شكل يقبل مركز تناظر

أمثلة :



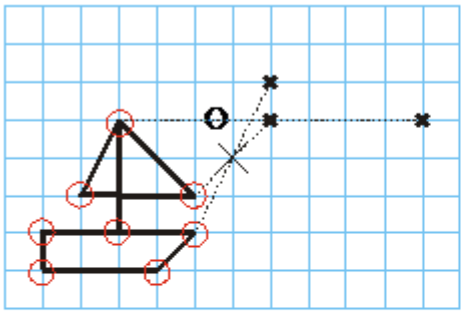
تمرين 1

أنشء نظير الشكل الموالي باستخدام المرصوفة



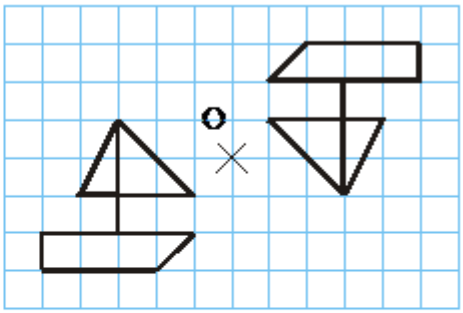
الأستاذة : لبجيري حورية

الحـــــل



1- نعين النقاط الأساسية في الشكل ثم نعين نظائرها

0 هي منتصف كل قل قطعة طرفاها نقطة و نظيرتها

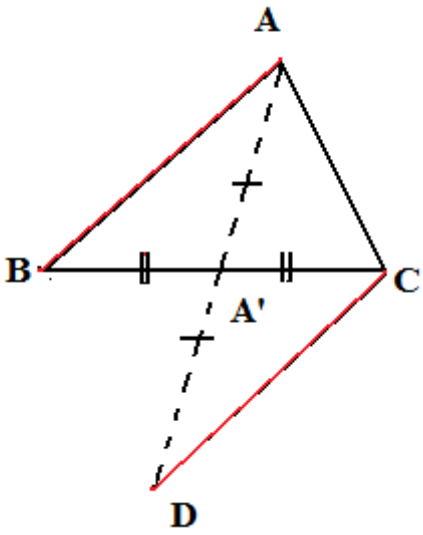


2- عندما نعين نظائر كل النقط نوصلالنقك كما في الشكل المعطى : انتبه الكل أصبح مقلوب

تمرين 2:

ABC مثلث

1. أنشئ 'A منتصف [BC].
2. أنشئ D مماثلة A بالنسبة ل 'A.
3. بين أن : (AB) يوازي (CD)



البرهان

لدينا **A'**منتصف **[BC]**إذن: نظيرة **B**بالنسبة ل **A'**هي C

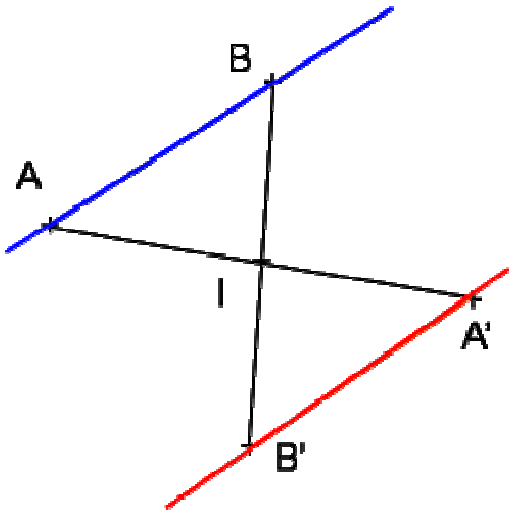
و لدينا نظيرة A بالنسبة ل **A'**هي D
نستنتج أن نظير المستقيم **(AB)** هو المستقيم(DC)

الأستاذة : لبجيري حورية

و حيث أن نظير مستقيم هو مستقيم يوازيه:
إذن (AB) : يوازي(DC)

خاصية :نظير مستقيم بالنسبة لنقطة هو مستقيم يوازيه

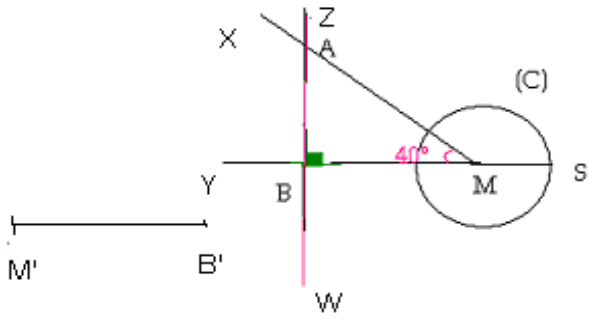
$$\begin{cases} S_I(A) = A' \\ S_I(B) = B' \end{cases} \Rightarrow (AB) \text{ يوازي } (A'B')$$



مسألة

في الشكل الآتي ، قام عيسى بإنشاء النقطتين B' ، M'
نظيرتي النقطتين B ، M على الترتيب بالنسبة الى O ثم أخفى النقطة O .
يريد عيسى بهذه الفكرة أن يتحدي زميله موسى بإتمام إنشاء نظير هذا الشكل بالنسبة الى O دون إستعمال النقطة O.
المطلوب:
1 ـ قم بدور موسى لرفع هذا التحدي ، أي إتمام هذا الشكل دون الإعتماد على النقطة O .

2 ـ ما هو قيس الزاوية $\widehat{B'A'M'}$ نظيرة الزاوية $\widehat{MAB}$ بالنسبة الى النقطة O ؟



BM = 2.5 cm

MS = 1.5 cm

الأستاذة : لبجيري حورية

الدوال و تنظيم معطيات

1 ـ قراءة و فهم معطيات إحصائية

نشاط (1) ص 84

1 آ)اللغة الأم الأكثر استعمالا في العالم هي الصينية

ب) تأتي اللغة العربية في المرتبة السادسة وتأتي اللّغة الفرنسية في المرتبة 11

جـ) لا لأن 125+220>460

2 آ) 13سنة 8 تلاميذ ،14 سنة 29 تلميذا

15سنة 3 تلاميذ

ب) لأن أكبر عدد من التلاميذ هو عدد اللذين سنهم 14 سنة والذي يوافق السنة الثانية متوسط

جـ)20% تمثل عدد التلاميذ الأصغر سناً

د) 7.5% تمثل عدد التلاميذ الأكبر سناً

هـ) النسبة هي 72.5%

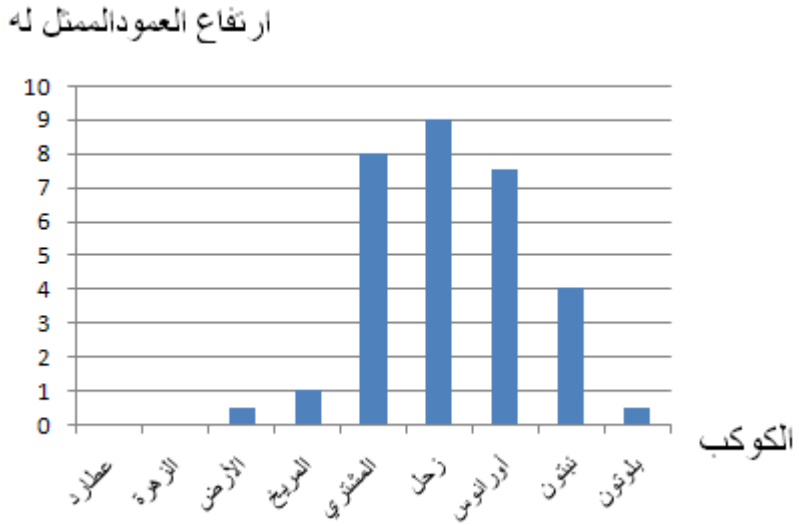
لقراءة جدول نستعمل تقاطع سطر و عمود

2ـ تمثيل معطيات إحصائية

نشاط (2) ص 35

1 إرتفاعات الأعمدة (cm) يبينها الجدول التالي

الكوكب	عطارد	الزهرة	الأرض	المريخ	المشتري	زحل	أورانوس	نبتون	بلوتون
إرتفاع العمود الممثل له	0	0	0.5	1	8	9	7.5	4	0.5



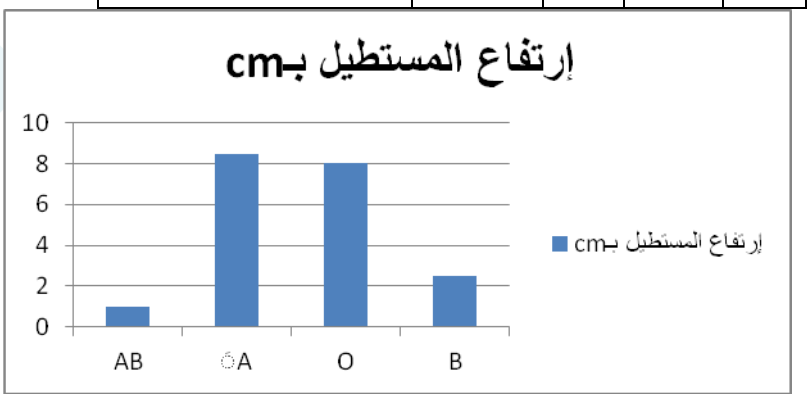
ب) يتم هذا المخطط برسم إرتفاعات الأعمدة حيث كل قمر يمثل بـ0.5cm

جـ) إرتفاعات الأعمدة متناسبة مع عدد الأقمار

2

آ)

الفصيلة	B	O	AO	AB
إرتفاع المستطيل بـcm	2.5	8	8.5	1



جـ)

كل واحدة من النسب المعطاة تساوي $\frac{1}{10}$ فهي متساوية و معامل التناسبية هو 0.1

3

آ) أقياس الزوايا التي تمثل الفصائل AB , B , A مبينة في الجدول

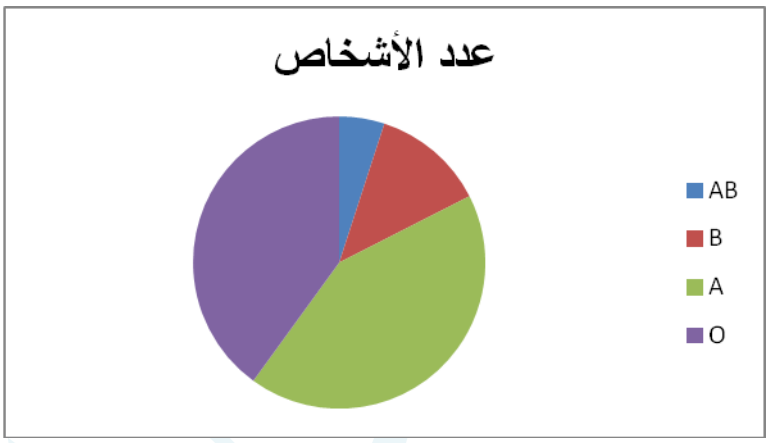
فصيلة الدم	O	A	B	AB

عدد الأشخاص	144°	150°	45°	180°

جـ) كل واحدة من النسب المعطاة تساوي $\frac{18}{10}$ فهي متساوية ومعامل التناسبية هو 1.8

ارتفاعات الأعمدة أو المستطيلات متناسبة مع الأعداد الممثلة لها

في مخطط دائري أو نصف دائري تكون أقياس الزوايا متناسبة مع المقادير الممثلة لها



3 ـ تنظيم معطيات إحصائية

نشاط 3 ص 36

الجدول هو

فئات العلامات	0—5	6—10	11—15	16–20
عدد التلاميذ	5	13	16	1

ب) عدد التلاميذ الذين علامتهم محصورة بين11 و 15 هو 16 تلميذا

جـ) التلميذ المتحصل على 8 إلى فئة من 6 إلى 10

د) عدد التلاميذ الذين تجاوزت علامتهم 15 هو تلميذ واحد

و) الجدول أفضل

عندما تكون المعطيات الاحصائية عددية نقوم بتنظيمها في فئات من أجل تسهيل قراءتها وتفسيرها

حل تمرين 12 ص 45

تنظيم معطيات إحصائية في فئات

إتمام الجدول

العلامة	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
التكرار	2	0	2	4	4	4	2	2	4	2	3	3	0	1	

2) إتمام الجدول

فئات العلامات	التكرار
$0 \leq n < 5$	0
$5 \leq n < 10$	8
$10 \leq n < 15$	16
$15 \leq n < 20$	6

4 ـ حساب التكرارات

نشاط (4) ص 37

(1) آ) عدد تلاميذ هذا القسم 25 تلميذا

ب) عدد التلاميذ المتحصلين على العلامة 10 هم 5 تلاميذ

جـ) تكرار العلامة 11 هو 4

د) نسبة تكرار العلامة 11 هي $\frac{4}{25}$

النسبة المئوية لهذا التكرار هي : $\frac{4}{25} \times 100 = 16$ أي 16%

(2) إتمام الجدول

العلامة	7	8	9	10	11	12	13	14	15
التكرار	1	3	4	5	3	1	1	6	1
التكرار النسبي	$\frac{1}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{5}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{1}{25}$
النسبة المئوية للتكرار	0.04	12	0.16	20	12	0.04	0.04	0.94	0.04

ب) التكرار النسبي هو حاصل قسمة التكرار على العدد الكلي

النسبة المئوية للتكرار النسبي هي كسر عشري مقامه 100

التكرار النسبي لمعلومة إحصائية هو حاصل قسمة تكرار هذه المعلومة على العدد الاجمالي للمعلومات الاحصائية يعطى تكرار معلومة أحيانا بنسبة مئوية

التكرار النسبي = $\frac{\text{تكرار المعلومة}}{\text{العدد الاجمالي}}$

حل تمرين (1) ص 43

عدد المصوتين هو 8208 شخصاً

الترتيب هو كالآتي آ ، د ، جـ ، ب

حل تمرين 2 ص 43

1) اللون الأزرق يمثل الماء

2)

(1) يمثل الدلاع ، (2) يمثل القمح ، (3) يمثل الطماطم

حل تمرين 3 ص 43

1) اللون الرمادي يمثل العلامة 10 ،

اللون الأخضر يمثل العلامة 12

اللون الوردي يمثل العلامة 15

اللون الأزرق يمثل العلامة 18

اللون الأصفر يمثل العلامة 7

2) قيس زاوية اللون الرمادي $\frac{360\times37.5}{100}$ أي $135°$

قيس زاوية اللون الأخضر $\frac{360\times25}{100}$ أي $90°$

قيس زاوية اللون الوردي $\frac{360\times20}{100}$ أي $72°$

قيس زاوية اللون الأزرق $\frac{360\times5}{100}$ أي $18°$

قيس زاوية اللون الأصفر $\frac{360\times12.5}{100}$ أي $45°$

حل تمرين 4 ص 43

الجدول

القارات	إفريقيا	أمريكا	أسيا	أوربا	أستراليا
عدد المرات	0	6	2	14	2

تمثيل الجدول بمخطط مستطيلات حيث محور الفواصل يمثل القارات و محور التراتيب يمثل عدد المرات

حل تمرين 13 ص 45

1) ترتيب الأيام حسب امتلأ الفندق

الخميس ، الإربعاء ، الجمعة ، الإثنين ، الأحد ، السبت ، الثلاثاء

2)

الأيام	الخميس	الإربعاء	الجمعة	الإثنين	الأحد	السبت	الثلاثاء
غرف فارغة	50	80	110	160	170	180	190

حل تمرين 14 ص 46

إرتفاع مستطيل فئة الكتل من 45 إلى 49 هو 24mm

إرتفاع مستطيل فئة الكتل من 50 إلى 54 هو 63mm

إرتفاع مستطيل فئة الكتل من 55 إلى 59 هو 144mm

إرتفاع مستطيل فئة الكتل من 60 إلى 64 هو 99mm

إرتفاع مستطيل فئة الكتل من 65 إلى 69 هو 114mm

يمكن أخذ عرض كل مستطيل 5mm

حل تمرين 25 ص 48

إتمام جدول الفئات

فئات الأوزان بـ kg	التكرار
من 37.5إلى 39.9	2
من 40إلى 42.4	8
من 42.5 إلى 44.9	14
من 45 إلى 47.4	4
من 47.5 إلى 49.9	2

الفئة الأكبر تكرار ا هي فئة الأوزان من 42.5 إلى 44.9

حل تمرين 28 ص 49

النسب المئوية لأقياس الزوايا هي :

15% , 20% , 30% , 10% , 25 %

حل تمرين 16 ص 46

1)

النسبة المئوية لتكرار العلامة 5 هي 40%

- النسبة المئوية لتكرار العلامة 0 هي 5%

2)

عدد التمارين التي كانت العلامة فيها 4 هو $\frac{20\times10}{100}$ أي 2

حل تمرين 17 ص 46

الأرقام	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
التكرار	3	5	6	9	4	6	4	4	6	8
النسبة%	5.68	2.8	3.36	5.04	2.24	3.36	2.24	2.24	3.36	4.48

لتمثيل التكرار بمخطط أعمدة نأخذ 1cm لتكرار واحد

نتحصل على أعمدة إرتفاعاتها هي

3 ، 5 ، 6، 9 ، 4 ، 6 ، 4، 4 ، 6 ، 8

حل تمرين 18 ص 46

النسبة المئوية لتكرار ظهور الوجه هي $\frac{100\times15}{23}$

أي 65.22% تقريباً

النسبة المئوية لتكرار ظهور النقش هي $\frac{8\times100}{23}$

أي 34.78% تقريبا

حل تمرين 23 ص 48

1) المبلغ الباقي هو (300+250+400+350) -1800 أي 500دج

2) تمثيل مبلغ 1800 دج بقرص أي بزاوية قيسها 360°

المبلغ 350دج يمثل بزاوية قيسها $\frac{350\times360}{1800}$ أي 70°

المبلغ 400دج تمثل بزاوية قيسها $\frac{400\times360}{1800}$ أي بـ 80°

المبلغ 250دج تمثل بزاوية قيسها $\frac{250\times360}{1800}$ أي بـ 50°

البلغ 300دج تمثل بزاوية قيسها $\frac{300\times360}{1800}$ أي بـ 60°

فالمبلغ الباقي هو 500دج

يمثل بزاوية قيسها $\frac{500\times360}{1800}$ أي بـ 100°

حل تمرين 24 ص 48

1) عدد التلاميذ الذين أجابوا هو 200 تلميذا

2) النسب المئوية للتكرارات هي :

اللون	الأخضر	البنفسجي	الأصفر	الوردي	الرمادي	الأزرق
النسب المئوية للتكرار	22.5	15	20	10	12.5	20
قيس الزاوية	81°	54°	72°	36°	45°	72°

3) تمثيل التكرارات بمخطط دائري حسب أقياس الزوايا الموافقة لكل لون

العمليات على الكسور

القسمة على عدد عشري غير معدوم :

1 $0.45 \div 0.3 = \frac{0.45}{0.3} = \frac{0.45 \times 10}{0.3 \times 10} = \frac{4.5}{3} = 4.5 \div 3$

$1.254 \div 0.05 = \frac{1.254}{0.05} = \frac{1.254 \times 100}{0.05 \times 100} = \frac{125.4}{5} = 125.4 \div 5$

لاجراء عملية قسمة عدد على عدد عشري غير معدوم ، نحول القاسم الى عدد طبيعي بضرب كل من القاسم و المقسوم في 10 ، 100 ، 1000 .....

4, 5	3
- 3	
1 5	1, 5
- 1 5	
0	

1 2 5, 4 0 0	5
- 1 0	
2 5	2 5, 0 8 0
- 2 5	
0 4	
- 0	
4 0	
- 4 0	
0 0	
- 0	
0	

2 طول قطعة بالمتر هو حاصل قسمة 58.25 على 9 أي $\frac{58.25}{9}$ m

القسمة 58.25 ÷ 9 لا تنتهي ف الحاصل غير عشري.

$58.25\ m = 5825\ cm$ فطول كل قطعة هو $\frac{5825}{9}$ cm

$5825 = 9 \times 647 + 2$

647 هي القيمة المقربة الى الوحدة بالنقصان للحاصل $\frac{5825}{9}$.

648 هي القيمة المقربة الى الوحدة بالزيادة للحاصل $\frac{5825}{9}$.

$9 \times 647 < 5825 < 9 \times 648$

أي $647 < \frac{5825}{9} < 648$

نقول أن طول كل قطعة محصور بين 647cm و 648cm

و منه $6.47 < \frac{58.25}{9} < 6.48$

الأستاذة : لبجيري حورية

نتحصل عمليا على 6.47 من قسمة 58.25 على 9 كما نجري قسمة عدد عشري على عدد طبيعي ، و بعد وضع الفاصلة في الحاصل نتوقف عند رقمين بعد الفاصلة

3 $\frac{2.985}{0.7} = \frac{2.985 \times 10}{0.7 \times 10} = \frac{29.85}{7}$

بإجراء القسمة 29.85 ÷ 7 عمليا نتوصل الى أنه :

- لإيجاد القيمة المقربة الى الوحدة بالنقصان وهي 4 ، نوقف القسمة عند الجزء الصحيح للحاصل.

- لإيجاد القيمة المقربة الى $\frac{1}{10}$ بالنقصان وهي 4.2 ، نوقف القسمة عند عند رقم واحد بعد الفاصلة في الحاصل.

- لإيجاد القيمة المقربة الى $\frac{1}{100}$ بالنقصان وهي 4.26 ، نوقف القسمة عند عند رقمين بعد الفاصلة في الحاصل .

- لإيجاد القيمة المقربة الى $\frac{1}{1000}$ بالنقصان وهي 4.264 ، نوقف القسمة عند عند ثلاث أرقام بعد الفاصلة في الحاصل .

خاصية

قسمة عدد على عدد عشري غير معدوم تؤول الى قسمة عدد على عدد طبيعي بضرب كل من المقسوم و القاسم في 10 أو 100 أو 1000

ملاحظة

بمواصلة القسمة نتحصل على أي تقريب نشاء ، ولكننا نكتفي بالتقريب الى $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{100}$ و $\frac{1}{1000}$

ت 1 ص 35

$\frac{64}{1.6} = \frac{64 \times 10}{16 \times 10} = \frac{640}{16}$

640 ÷ 16 = 40

64 ÷ 1.6 = 40

ت 3 ص 35

أ ـ القيم المقربة بالنقصان الى الوحدة ، الى $\frac{1}{10}$ الى $\frac{1}{100}$ الى $\frac{1}{1000}$ لحاصل قسمة 39 على 7 هي : 5 ، 5.5 ، 5.57 ، 5.571

الأستاذة : لبجيري حورية

ب ـ القيم المقربة بالنقصان الى الوحدة ، الى $\frac{1}{10}$ الى $\frac{1}{100}$ الى $\frac{1}{1000}$ لحاصل قسمة 293.72 على 43 هي : 6 ، 6.8 ، 6.83 ، 6.830

جـ ـ القيم المقربة بالنقصان الى الوحدة ، الى $\frac{1}{10}$ الى $\frac{1}{100}$ الى $\frac{1}{1000}$ لحاصل قسمة 735.7 على 40.1 هي : 18 ، 18.3 ، 18.34 ، 18.346

د ـ القيم المقربة بالنقصان الى الوحدة ، الى $\frac{1}{10}$ الى $\frac{1}{100}$ الى $\frac{1}{1000}$ لحاصل قسمة 2.432 على 0.45 هي: 5 ، 5.4 ، 5.40 ، 5.404

ه ـ القيم المقربة بالنقصان الى الوحدة ، الى $\frac{1}{10}$ الى $\frac{1}{100}$ الى $\frac{1}{1000}$ لحاصل قسمة 3.708 على 0.56 هي: 6 ، 6.6 ، 6.62 ، 6.621

و ـ القيم المقربة بالنقصان الى الوحدة ، الى $\frac{1}{10}$ الى $\frac{1}{100}$ الى $\frac{1}{1000}$ لحاصل قسمة 9.877 على 7.9 هي : 1 ، 1.2 ، 1.25 ، 1.250

ضرب كسرين

1 أ ـ عدد المستطيلات الصغيرة في المربع ABCD هو 35

ـ الكسران الذان يمثلان مساحة المستطيل الصغير هما $\frac{1}{35}$، $\frac{1}{5}\times\frac{1}{7}$.

ب ـ مساحة المستطيل AEFG بالكسر $\frac{18}{35}$

$$\frac{6}{7}\times\frac{3}{5}=\frac{18}{25}$$

3 $3\times\frac{5}{6}=\frac{15}{6}$ ، $3\times\frac{7}{5}=\frac{21}{5}$ ، $\frac{6}{0.4}\times\frac{0.2}{5}=\frac{1.2}{2}$ ، $\frac{11}{6}\times\frac{9}{2}=\frac{99}{12}$ ،

$$\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$$

القاعدة

لضرب كسرين نضرب البسط في البسط و المقام في المقام أي:

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d} \quad (b\neq 0 ، d\neq 0)$$

الأستاذة : لبجيري حورية

حالة خاصة

ضرب كسر $\frac{a}{b}$ في عدد k

تعلم أن كل عدد k هو كسر مقامه 1 أي : $k = \frac{k}{1}$

إذن: $\frac{a}{b} \times k = \frac{a}{b} \times \frac{k}{1} = \frac{a \times k}{b \times 1} = \frac{ak}{b}$

تمرين 8 ص 35 :

$$A = \frac{13}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{65}{100} = 0.65$$

$$B = \frac{47}{10} \times \frac{7}{100} = \frac{329}{1000} = 0.329$$

$$C = 1.62 \times \frac{3}{100} = \frac{4.86}{100} = 0.0486$$

$$D = \frac{24}{100} \times \frac{5}{10} = \frac{120}{1000} = 0.12$$

$$11/2.5 \times 9/40E = \frac{6}{1000} \times 2.75 = \frac{1650}{1000} = 1.65$$

$$F = \frac{234}{100} \times \frac{8}{100} = \frac{1872}{10000} = 0.1872$$

تمرين 16 ص 36 :

$$\frac{3}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{18}{35}$$

$$\frac{11}{13} \times \frac{13}{11} = 1$$

$$\frac{2.5}{11} \times \frac{40}{9} = \frac{10}{99}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{7}{6} = \frac{7}{8}$$

مقارنة كسرين

$$\frac{1}{12} < \frac{2}{12} < \frac{3}{12} < \frac{5}{12} < \frac{7}{12} < \frac{12}{12}$$

الأستاذة : لبجيري حورية

الكسور التي لها نفس المقام ترتب حسب ترتيب بسوطها

لمقارنة كسرين مقام أحدهما مضاعف للآخر نكتبها بنفس المقام ثم نطبق خاصية مقارنة كسرين لهما نفس المقام

حل تمرين 56 ص 40

$6 < 7$ و $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ إذن : $\frac{6}{8} < \frac{7}{8}$ أي $\frac{3}{4} < \frac{7}{8}$

وبالتالي ممثل القسم هو أحمد

حل تمرين 57 ص 40

$\frac{13.5}{20}$ و $\frac{14}{20} = \frac{3.5}{5}$

$13.5 < 14$ إذن $\frac{13.5}{20} < \frac{14}{20}$ وبالتالي $\frac{13.5}{20} < \frac{3.5}{5}$

العلامة الأفضل هي : $\frac{3.5}{5}$

جمع و طرح كسرين :

1 أ ـ الكسور التي تمثل قطعة واحدة ، ثلاث قطع ، أربع قطع هي على التوالي : $\frac{1}{15}$ ، $\frac{3}{15}$ ، $\frac{4}{15}$

ب ـ الكسر الذي يمثل عدد القطع التي أخذها أمين و أمينة من اللوحه هو $\frac{7}{15}$

الكسر الذي يمثل عدد القطع الباقية هو $\frac{8}{15}$

جـ - $\frac{8}{15} = \frac{7}{15} - \frac{15}{15}$ ، $\frac{3}{15} + \frac{4}{15} = \frac{7}{15}$

2 أ ـ الكسر الذي يمثل الجزء الملون هو : $\frac{3}{15}$

ب ـ للحصول على الكسر $\frac{4}{15}$ يلون التلميذ بلاحمر 4 خانات.

الكسر الذي يمثل الجزء غير الملون هو $\frac{8}{15}$

$1 - \frac{7}{15} = \frac{15}{15} - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$

الأستاذة : لبجيري حورية

$$\frac{1}{5}+\frac{4}{15}=\frac{3}{15}+\frac{4}{15}=\frac{7}{15}$$

3 $$\frac{1}{5}-\frac{1}{15}=\frac{3}{15}-\frac{1}{15}=\frac{2}{15}$$

$$1-\frac{3}{4}=\frac{4}{4}-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{10}=\frac{4}{10}+\frac{1}{10}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{6}=\frac{2}{6}+\frac{2}{6}=\frac{2}{3}$$

أ ـ الكسران لهما نفس المقام

قاعدة

لجمع (أو لطرح) كسرين لهما نفس المقام نجمع (أو نطرح) البسطين و نحتفظ بنفس المقام .

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b} \quad ، \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b} \quad (a \leq c)$$

ب ـ مقام أحد الكسرين مضاعف للآخر

في هذه الحالة نكتب الكسرين بنفس المقام ثم نطبق القاعدة السابقة

تمرين 31 ص 37 :

$$A=\frac{5}{10}+\frac{7}{10}=\frac{5+7}{10}=\frac{12}{10} \quad ،$$

$$B=4+\frac{13}{10}+\frac{37}{100}=\frac{400}{100}+\frac{130}{100}+\frac{37}{100}=\frac{557}{100} \quad ،$$

$$C=\frac{39}{100}-\frac{33}{0001}=\frac{390}{1000}-\frac{33}{1000}=\frac{357}{1000}$$

تمرين 52 ص 40

1) $$\left(\frac{3+7}{4}\right)\times\frac{5}{8}=\frac{10}{4}\times\frac{5}{8}=\frac{50}{32}=\frac{25}{16}$$

الأستاذة : لبجيري حورية

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{8} + \frac{7}{4} \times \frac{5}{8} = \frac{15}{32} + \frac{35}{32} = \frac{50}{32} = \frac{25}{16}$$

$$2) \quad \frac{(12-2)}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{10}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{30}{30} = 1$$

$$\frac{4}{5} \times \frac{3}{2} - \frac{2}{15} \times \frac{3}{2} = 1$$

$$3) \quad \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{5}{12} = \frac{8+5}{12} = \frac{13}{12}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{2}\left(\frac{8+5}{6}\right) = \frac{13}{12}$$

$$7) \quad \frac{4}{3} \times 4 - \frac{3}{14} \times \frac{4}{3} - = \frac{28}{3} = - \frac{6}{21} \quad \frac{196}{21} - \frac{190}{21} = \frac{6}{21}$$

$$\frac{4}{3} \times \left(7 - \frac{3}{14}\right) = \frac{4}{3} \times \left(\frac{98-3}{14}\right) = \frac{4}{3} \times \frac{95}{14} = \frac{190}{21}$$

الأستاذة : لبجيري حورية

المجموع الجبري

تعريف : نسمي مجموع جبري كل سلسلة عمليات جمع وطرح أعداد نسبية

أمثلة :

$A = (-9)+ (-6) – (+13) – (-10)+ (+5)$

$B= (-5) – (-6) – (+12) + (-21) + (+15)$

نشاط 4 ص 62

(1)

$A = (-9)+ (-6) – (+13) – (-10)+ (+5)$

$A = (-15)– (+13) – (-10) (+5)$

$A = (-28) – (-10) +)+5)$

$A = (-18) + (+5)$

$A = (-13)$

(2)

$A = (-9) + (-6) + (-13) + (+10) + (+5)$

$A = (-15) + (-13) + (+10) + (+5)$

$A = (-15) + (-13) + (+10)+ (+5)$

$A = (-18) + (+5)$

$A = (-13)$

(3)

$C = -11$ ؛ $D = 5$ ؛ $E = -16$ ؛ $F = 13$

تبسيط مجموع جبري

قاعدة : لتبسيط مجموع جبري نتبع مايلي :

*** نحوله الى سلسلة عمليات جمع فقط باضافة معاكس العدد المطروح**

*** ثم نحذف علامة (+) للجمع و نحذف القوسين لكل عدد.**

*** ثم نحذف قوسي العدد الأول من المجموع .**

اليك المجموع الجبري $A=(-5)-(-7)-(+3)+(-2)$

عند التبسيط $A=(-5)+(+7)+(-3)+(-2)$

نحذف القوسين و+ العملية $A=-5 + 7 – 3 - 2$

نجمع الأعداد السالبة ثم الموجبة $A=10-7$

$A=- 3$

حساب مجموع جبري :

قاعدة: لحساب مجموع جبري نبسط كتابته , ثم نجمع الأعداد الموجبة معًا و الأعداد السالبة معًا, فنحصل على مجموع او فرق عددين نسبيي

مثال: حساب مجموع جبري :

$B=(-5)-(-6)-(+12)+(+16)-(+15)$

$B=(-5)+(+6)+(-12)+(+16)+(-15)$

$B=-5+6-12+16-15$

$B=6+16-5-12-15$

$B=22 – 32$

$B=- 10$

Tiens, des équations !…

I) Résoudre les équations suivantes :

1) $2 + x = 5$; **2)** $-5 + a = 8$; **3)** $12 - t = 3$; **4)** $-5 - y = -11$; **5)** $-3 = 2 + t$; **7)** $-4 = -3 - z$; **8)** $3{,}1 - x = 0{,}95$ **9)** $0{,}1 + a = 0{,}01$; **10)** $\frac{1}{3} + e = \frac{1}{2}$; **11)** $2 = \frac{4}{5} - x$; **12)** $0{,}3 = y + \frac{2}{5}$; **13)** $-a = 5$; **14)** $2x = x + x$; **15)** $x = x + 1$.

II) Résoudre les équations suivantes :

1) $2 \times x = 12$; **2)** $4x = 48$; **3)** $1 = 5a$; **4)** $-24 = 2x$; **5)** $-36 = -3x$; **6)** $7 = 3p$; **7)** $0{,}1g = -2$; **8)** $17e = 0$; **9)** $2x = \frac{3}{4}$; **10)** $-3x = \frac{4}{5}$; **11)** $\frac{2}{3}x = 4$; **12)** $-\frac{3}{4}x = 3$; **13)** $\frac{4}{3}a = \frac{3}{2}$; **14)** $5 = -\frac{3}{2}t$.

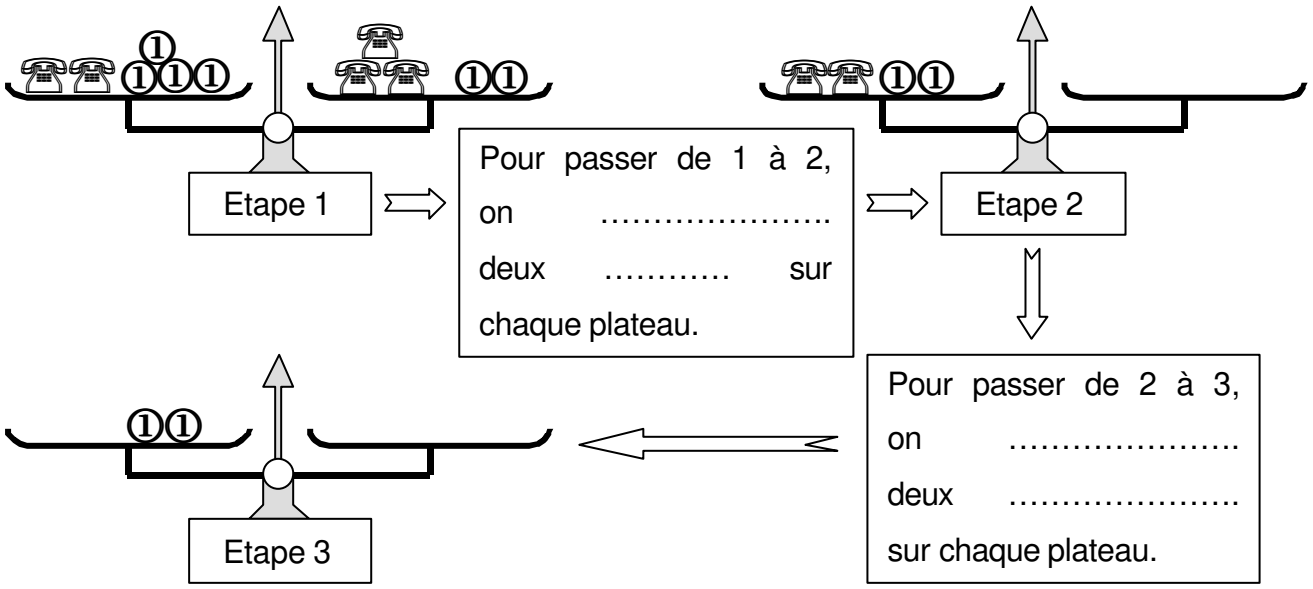
III) Compléter :

1) $2 + 3 = \ldots..$; **2)** $2 + 3 + 6 = 5 + \ldots..$; **3)** $2 + 3 - 4 = 5 - \ldots..$; **4)** $2 + 3 - 4 + \ldots.. = 5 - 4 + 8$;

5) $3x + 4x = \ldots..$; **6)** $3x + 4x - 2x = 7x - \ldots..$; **7)** $3x + 4x + \ldots.. = 7x + 9x$;

8) $3x + 4x - 2 = 7x - \ldots..$.

IV) On sait que deux téléphones et quatre poids de 1 kg pèsent autant que trois téléphones et deux poids de 1 kg. On voudrait connaître la masse d'un téléphone. Compléter :



Donc un téléphone pèse …… kg.

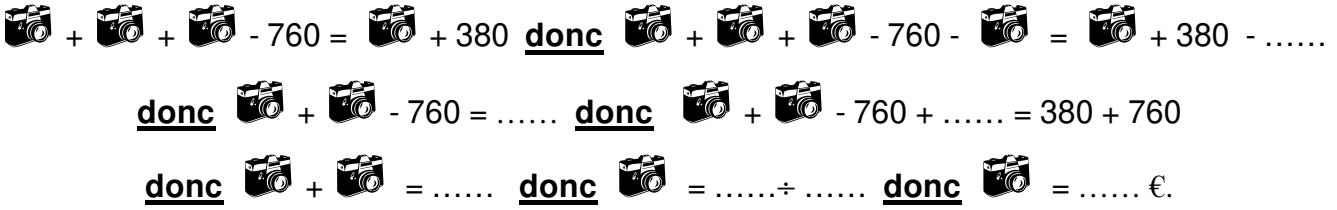
V) Compléter :

$2x + 4 = 3x + 2$ donc $2x + 4 - 2 = 3x + 2 - \ldots..$ donc $2x + \ldots\ldots = 3x$

donc $2x + 2 - \ldots\ldots = 3x - 2x$ donc $\ldots.. = 1x$

VI) Julie et Roger sont allés le même jour chez un vendeur d'appareils photo qui ne vend qu'un seul modèle d'appareil. Julie a acheté trois appareils (les deux autres pour le cas où elle oublierait où elle a rangé le premier !), et le vendeur lui a offert une remise de 760 € sur l'ensemble pour remercier cette bonne cliente. Roger, lui, n'a acheté qu'un appareil, mais a pris en plus des cartes mémoire et une housse, et a finalement payé 380 € de plus que le prix de base…

Mais Julie et Roger ont payé ce jour là exactement le même prix ! Pour savoir combien coûte un appareil photo, compléter :



VII) Compléter :

$3x - 760 = x + 380$ **donc** $3x - 760$ …… $= x + 380$ …… **donc** $2x - 760 =$ ……

donc $2x - 760$ …… $= 380$ …… **donc** $2x =$ …… **donc** $x =$ ……÷…… **donc** $x =$ ……

VIII) Résoudre les équations suivantes :

1) $2x - 3 = 3x - 1$; **2)** $3x - 4 = 4x + 5$; **3)** $17x + 256 = 16x - 8$; **4)** $-3x - 4 = -2x + 8$; **5)** $2a + 8 = 4a$; **6)** $-2a - 3 = a + 12$; **7)** $-5x + 3 = 2x - 6$; **8)** $2t + 8 = 5t - 2$; **9)** $2t + 3 + 3t - 4 + 7t + t = 5 - 2t + 8 - 3t - 1$; **10)** $\frac{3}{4} - 2x = 5x + \frac{7}{2}$; **11)** $0,1 + 3x = 2x - \frac{2}{7}$; **12)** $\frac{3}{4}x - 4 = \frac{1}{3}x + 8$; **13)** $\frac{1}{2}x - \frac{1}{5} = \frac{2}{3}x - \frac{3}{4}$; **14)** $\frac{1}{11}x + 3 = 2x$.

IX) Traduire chacun des problèmes suivants sous la forme d'une équation, puis résoudre cette équation :

1) En additionnant un nombre, son double et son triple, je trouve 102. Quel est ce nombre ?

2) En additionnant un nombre, son double et son tiers, je trouve 130. Quel est ce nombre ?

3) La somme d'un entier et de son suivant est 155. Trouver cet entier.

4) Trouver le nombre tel que son tiers augmenté de son quart donne 84.

5) Trouver le nombre tel que son double augmenté de 5 soit égal à son triple diminué de 7.

6) Dans un triangle rectangle, un angle aigu est le triple de l'autre angle aigu.
Déterminer la mesure en degrés du plus petit angle.

7) Un réservoir d'essence est plein au $\frac{1}{6}$. Il faut ajouter 28 litres pour qu'il soit plein aux $\frac{3}{4}$.
Quelle est sa contenance?

8) Un restaurateur fait payer un repas 20,7 €. Sachant qu'il réalise 15 % de bénéfices, combien lui coûtent les matières premières ?

المـوشـور القـائم و الأسطـوانة القـــائمة

الموشور القائم :

1 – تعريف

الموشور القائم هو مجسم يتكون من :

1) – وجهين متوازيين قابلين للتطابق هما : قاعدتان الموشور القائم .

2) – أحرف جانبية متقايسة هي : ارتفاع الموشور القائم .

3) – أوجه جانبية و هي على شكل : مستطيلات .

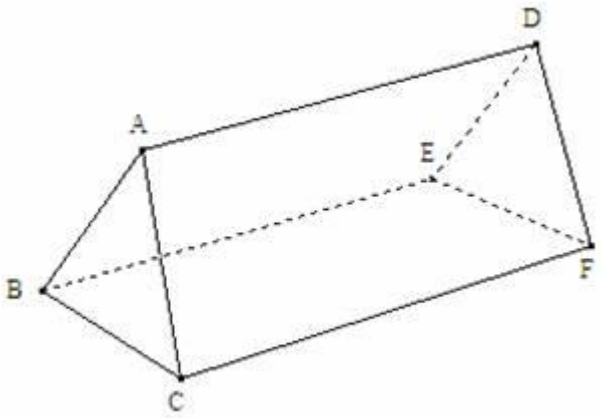
ملاحظات هامة :

1) – عدد الأوجه الجانبية لموشور قائم يساوي عدد أضلاع قاعدته .

2) – قاعدتا الموشور القائم إما أن تكونا على شكل مثلث أو مربع أو مستطيل أو مضلع رباعي أو مضلع خماسي .....

2) – أمثلـة :

ـ موشور قائم قاعدتاه مثلث :



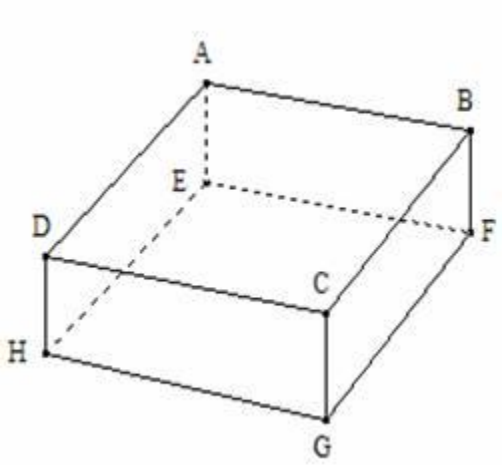
-- القاعدتان هما : المثلثان ABC و DEF .

-- الأحرف الجانبية هي : [AD] و[BE] و[CF] .

-- الأوجه الجانبية هي : المستطيلات ADFC

و ADEB و BEFC .

ـ موشور قائم قاعدتاه مستطيل :



-- القاعدتان هما : المستطيلان ABCD و EFGH .

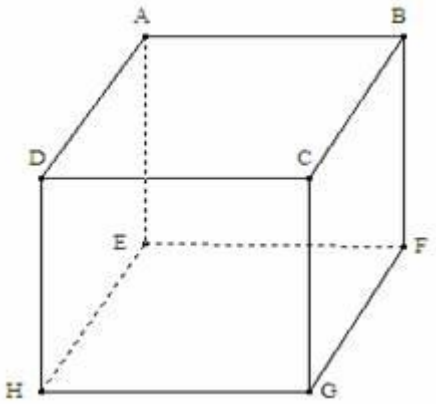
-- الأحرف الجانبية هي : [AE] و[BF] و[CG] و[DH] .

-- الأوجه الجانبية هي : المستطيلات AEHD وDCGH

وBCGF وABFE .

نسمي هذا الموشور القائم : **متوازي المستطيلات القائم** .

ـ موشور قائم قاعدتاه مربع :



-- القاعدتان هما : المربعان ABCD وEFGH .

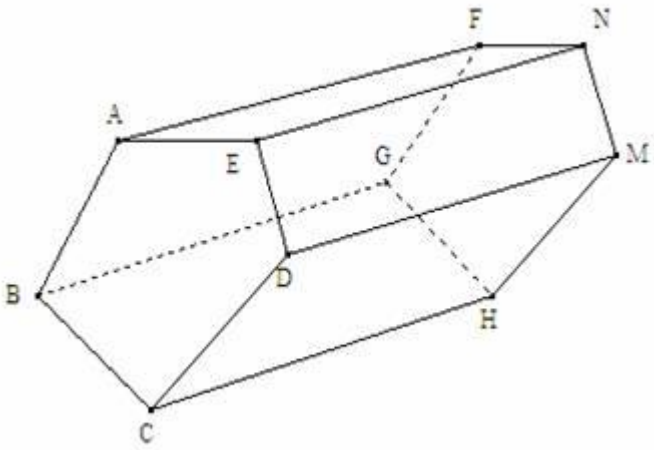
-- الأحرف الجانبية هي : [AE] و[BF] و[CG] و[DH] .

-- الأوجه الجانبية هي : المربعات AEHD و DCGH

و BCGF و ABFE .

نسمي هذا الموشور القائم : **مكعب** .

- موشور قائم قاعدتاه مضلع خماسي :



-- القاعدتان هما : المربعان ABCDE و FGHMN .

-- الأحرف الجانبية هي : [AF] و[BG] و[CH]

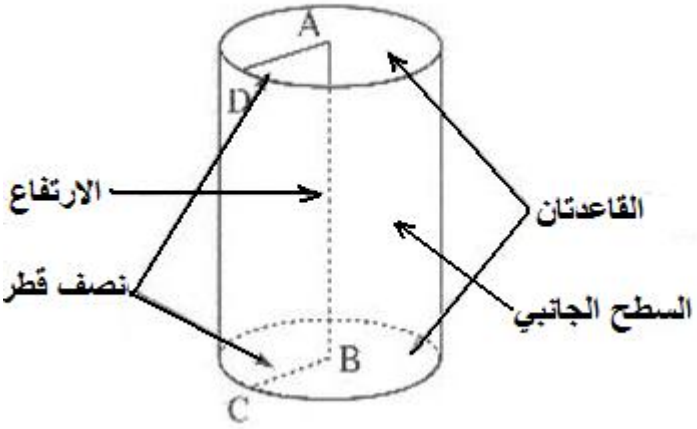
و[EN] و[DM] .

-- الأوجه الجانبية هي : المستطيلات AENF و DMNE

و BCGF و DCHM و BCHG .

الأسطوانة القائمة :

*** مثال :**



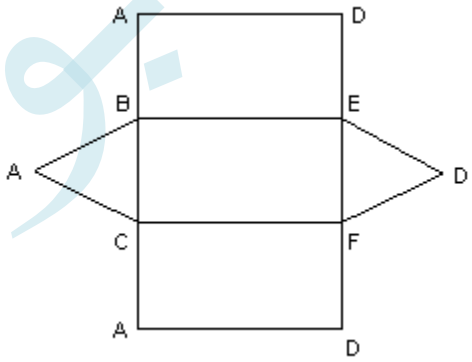
-- القاعدتان هما : الدائرتان اللتان مركزهما A و B .

-- الارتفاع هو : AB .

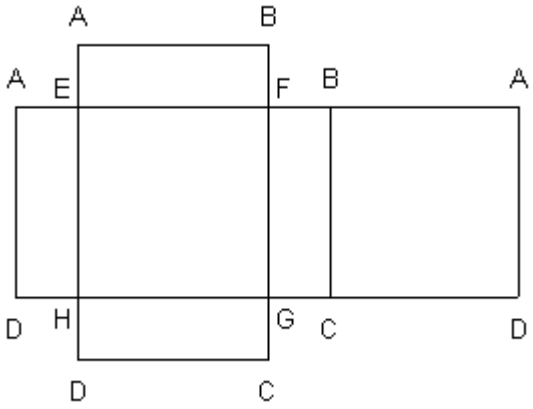
III _ نشر الموشو القائم و الأسطوانة القائمة :

1 – نشر الموشور القائم :

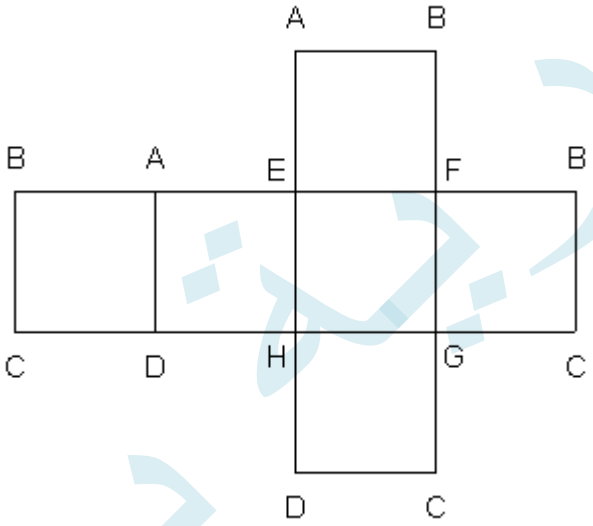
- موشور قائم قاعدتاه مثلث :



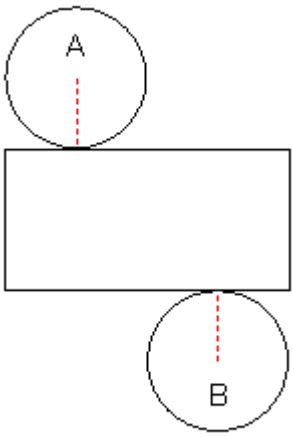
- موشور قائم قاعدتاه مستطيل :



- موشور قائم قاعدتاه مربع :



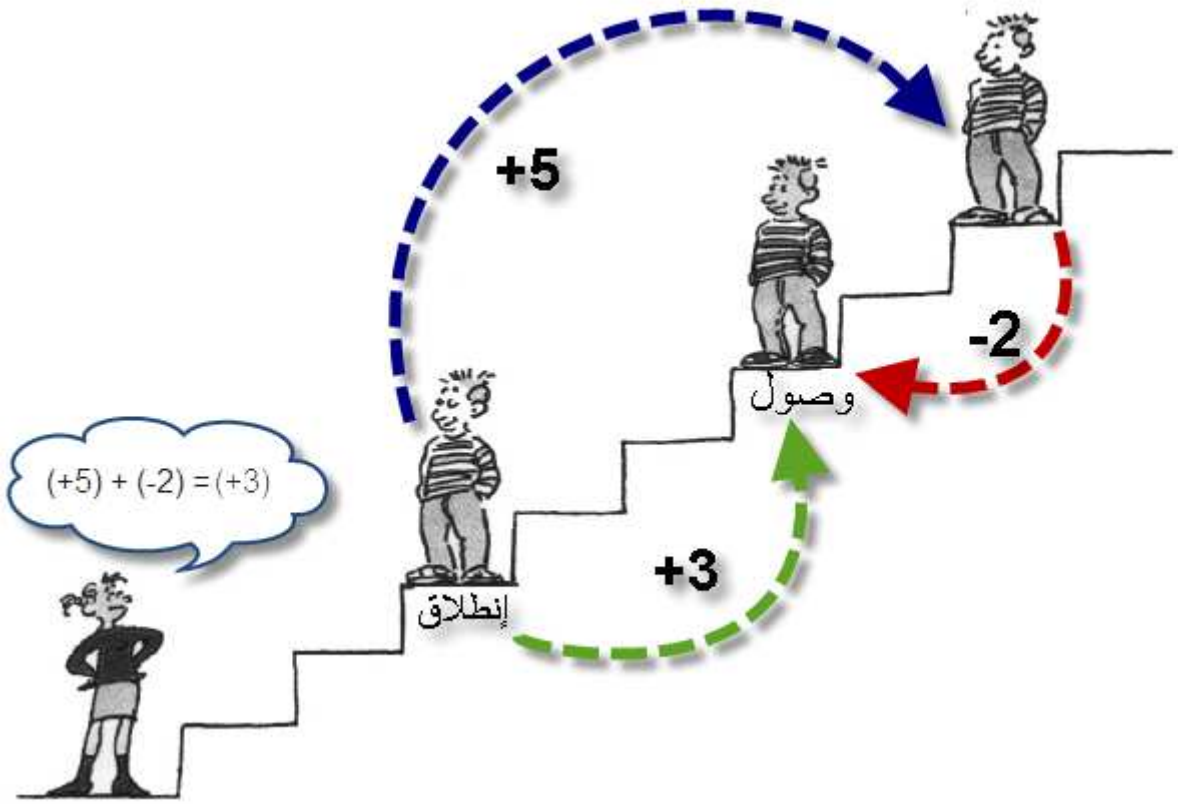
2) – نشر الأسطوانة القائمة :



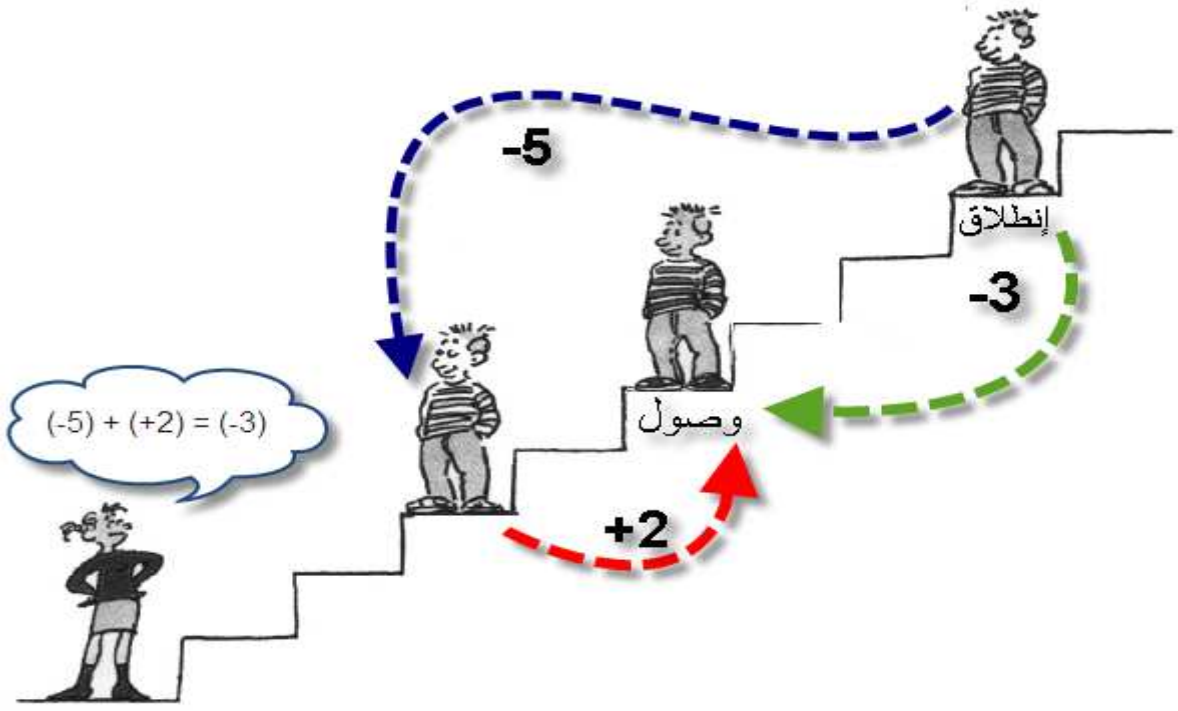
جمع و طرح الاعداد النسبية

لكي يختبر قدرة هند على الحساب، يستعمل إسماعيل أدراج سلم صعودا ونزولا من خلال وضعية إنطلاق ثم وصول كما هو مبين في الصور التالية:

- **وضعية الإنطلاق**



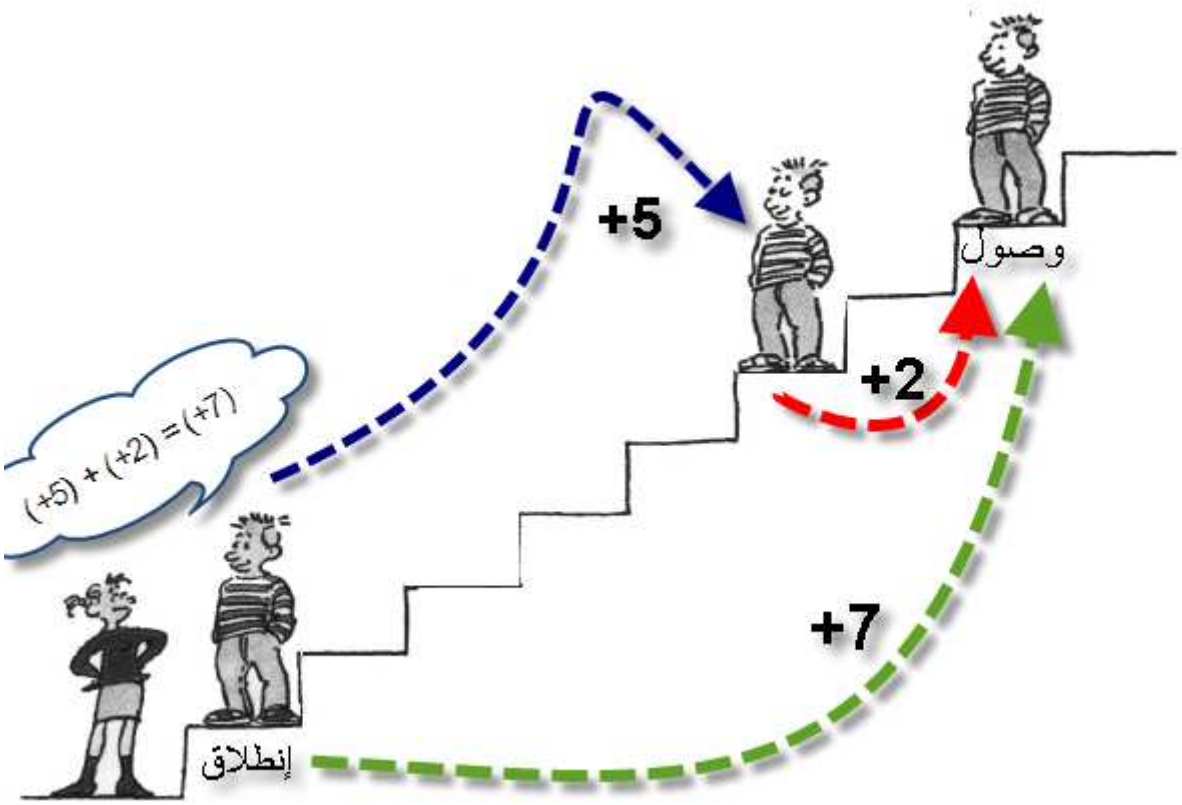
مجموع العددين (2-) و (5+) هو العدد (3+)



مجموع العددين (2+) و (5-) هو العدد (3-)

الأستاذة لبجيري حورية

مجموع العددين (2-) و (5-) هو العدد (7-)



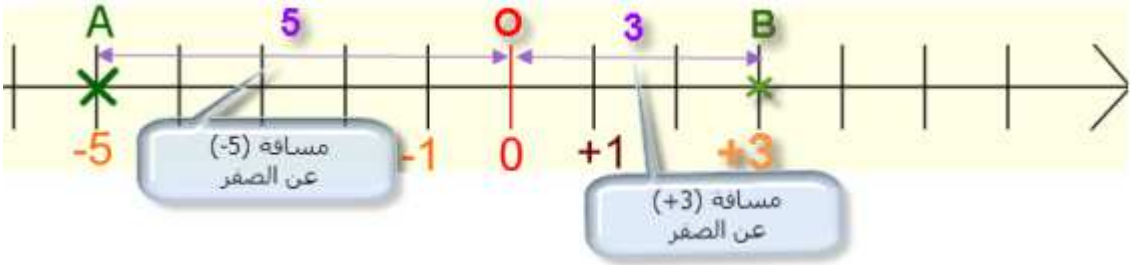
مجموع العددين (2+) و (5+) هو العدد (7+)

- **مصطلحات : الجمع**

العددان (2+) و (5-) يسميا **حدي المجموع**.
العدد (3-) يسمى **مجموع** العددين (2+) و (5-)
العددان (2-) و (5-) **لهما نفس الإشارة**
العددان (2+) و (5-) **مختلفا الإشارة**

مسافة عدد عن الصفر

مسافة عدد عن الصفر هي المسافة الفاصلة بين فاصلة النقطة 0 و فاصلة هذا العدد.



ملاحظة : مسافة عدد عن الصفر تكون دائما **موجبة**.

- **قواعد : مجموع عددين صحيحين نسبيين**

قاعدة 1 : مجموع عددين صحيحين نسبيين لهما نفس الإشارة هو عدد صحيح نسبي :
- إشارته هي إشارة هذين العددين.
- مسافته عن الصفر هي مجموع مسافتي هذين العددين عن الصفر.

مثال: $(+8) + (+9) = +17$;; $(-8) + (-9) = -17$

قاعدة 2 : مجموع عددين صحيحين نسبيين مختلفي الإشارة هو عدد صحيح نسبي :
- إشارته هي إشارة العدد الذي له أكبر مسافة عن الصفر.
- مسافته عن الصفر هي فرق مسافتي هذين العددين عن الصفر.

مثال: $(+8) + (-9) = -1$;; $(-8) + (+9) = +1$

قاعدة 3 :مجموع عددين صحيحين نسبيين متعاكسين يكون دائما منعدما .

و لدينا : a عدد نسبي $a + (-a) = 0$ و $a - a = 0$

مثال: $13 - 13 = 0$;; $(+10) + (-10) = 0$

قاعدة 4 : لحساب فرق عددين صحيحين نسبيين نضيف إلى الحد الأول معاكس الحد الثاني .

a و b عددان نسبيان : $a - b = a + (-b)$

مثال: $(+8) - (-9) = (+8) + (+9) = +17$

$4 - 16 = 4 + (-16) = -12$

تمرين 1:

ماهو معاكس كل من الاعداد التالية $+6.5$ ، -3 ، $25,7$ ، -36 ؟

تمرين 2:

أحسب ما يلي:

$13 + 4,5 =$

$-13 + (-4,5) =$

$(-8) - (+3,5) =$

$(+75) + (+11,50) =$

$(-75) + (-11,50) =$

$(+80,30) + (-10) =$

الأستاذة لبجيري حورية

(+16) + (-53) =

تمرين 3:

أحسب ما يلي:

A = (-3 + 6,9) - (4 + 0,5 - 8) + (10 - 7) - (-1 + 5)

B = [(-3 + 9) - (5,2 - 7)] - [(-2 - 15) + (-1 + 3,4)]

تمرين 4:

أحسب ما يلي:

2 - 7 - 3,1 + 9 =

-11,6 + 10 - 7 + 2,5 =

12 - 0,7 + 4 - 2 + 6 =

تمرين 5:

الجدول التالي يعطي أرباح و خسائر صانع تقليدي بالدينار الجزائري خلال ثلاثة أشهر متتالية:

حصيلة 3 أشهر	جوان	ماي	أفريل
+ 8 195	?	- 809	+ 4 698

ربح أم خسر هذا الصانع التقليدي في شهر جوان؟

حل التمرين 1:

معاكس 6.5+ هو -6,5

معاكس -3 هو +3

معاكس 25,7 هو -25,7

معاكس -36 هو +36

حل التمرين 2:

13 + 4,5 = 17,5 ←

-13 + (-4,5) = -17,5 ←

(-8) - (+3,5) = -8 + (-3,5) = -11,5 ←

(+75) + (+11,50) = 75 + 11,5 = 86,5 ←

(-75) + (-11,50) = -86,5 ←

(+80,30) + (-10) = 80,3 - 10 = 70,3 ←

(+16) + (-53) = -37 ←

حل التمرين 3:

A = (-3 + 6,9) - (4 + 0,5 - 8) + (10 - 7) - (-1 + 5) ←

A = 3,9 - (4,5 - 8) + 3 - 4

A = 3,9 - (-3,5) + 3 - 4

A = 3,9 + 3,5 + 3 - 4

A = 10,4 - 4

A = 6,4

الأستاذة لبجيري حورية

B = [(-3 + 9) - (5,2 - 7)] - [(-2 - 15) + (-1 + 3,4)]
B = [6 - (-1,8)] - [(-17) + 2,4]
B = (6 + 1,8) - (-17 + 2,4)
B = 7,8 - (-14,6)
B = 7,8 + 14,6
B = 22,4

حل التمرين 4:

2 - 7 - 3,1 + 9
= -5 - 3,1 + 9
= -8,1 + 9
= 0,9

-11,6 + 10 - 7 + 2,5
= -1,6 - 7 + 2,5
= -8,6 + 2,5
= -6,1

12 - 0,7 + 4 - 2 + 6
= 11,3 + 4 - 2 + 6
= 15,3 - 2 + 6
= 13,3 + 6
= 19,3

حل التمرين 5:

حصيلة شهر جوان:

8 195 - (4 698 + (-809))
= 8 195 - (4 698 - 809)
= 8 195 - 3 889
= 4 306

حساب مجموع أو فرق عددين نسبيين بإستعمال طريقة المستقيم المدرج

تعتبر طريقة المستقيم المدرج أو (مستقيم الأعداد)، من الطرق الناجعة و المفيد التدرب عليها في البداية لإكتساب مهارة جمع و طرح الأعداد العشرية النسبية . إن تمكنك من هذه الطريقة ، سيساعدك في إجراء عمليتي الجمع و الطرح على الأعداد العشرية النسبية بشكل سليم و صحيح ، و سجعلك قادرا على التغلب على مشكل الخلط الذي يقع في الإشارت السالبة و الموجبة.

1) - شرح طريقة المستقيم المدرج في حساب مجموع أو فرق عددين نسبيين

يتحرك أمين على مستقيم الأعداد يمينا و يسارا و يجري مجموعة من عمليتي الجمع و الطرح، عندما يخطو أربع خطوات نحو اليمين يكتب 4+ أو 4 (بدون +)، عندما يخطو خطوتين نحو اليسار يكتب 2- و هكذا ...
تو صل أمين إلى ما يلي :

أ- في الجمع

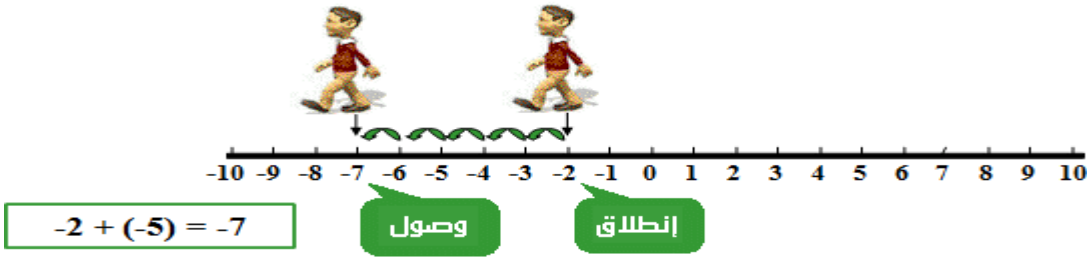
مجموع عددين نسبيين موجبين

مجموع عددين عشريين نسبين مختلفي الإشارة

مجموع عددين عشريين نسبين مختلفي الإشارة

الأستاذة لبجيري حورية

مجموع عددين عشريين نسبين سالبين

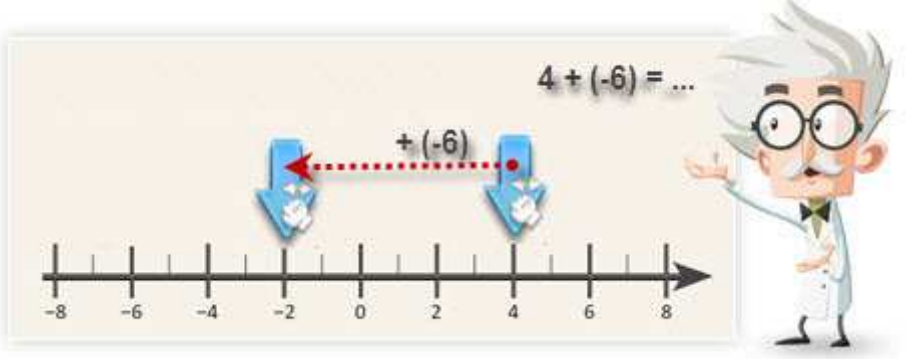


ب- في الطرح

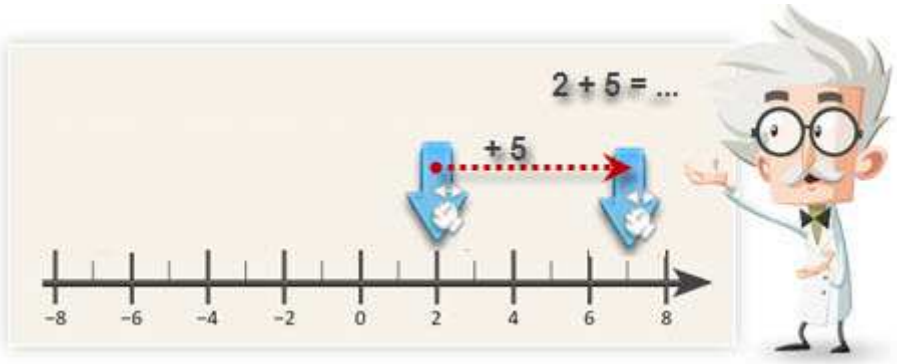
لكي نطرح عدد b من عدد أخر a (a و b عددان عشريان نسبيان) نضيف إلى a مقابل b و نتصرف بنفس الكيفية السابقة

$$a - b = a + (-b)$$

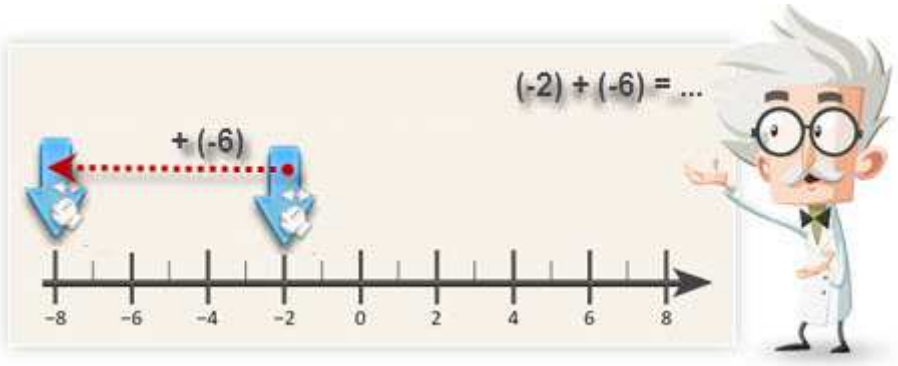
تدريب على جمع الأعداد النسبية

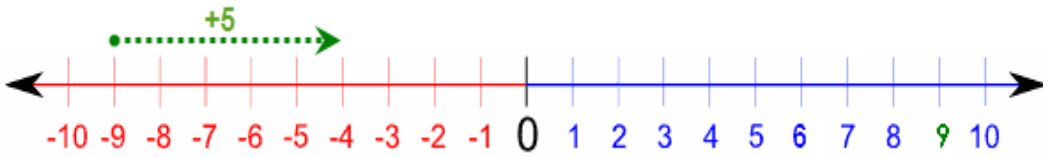


4 + (-6) = -2



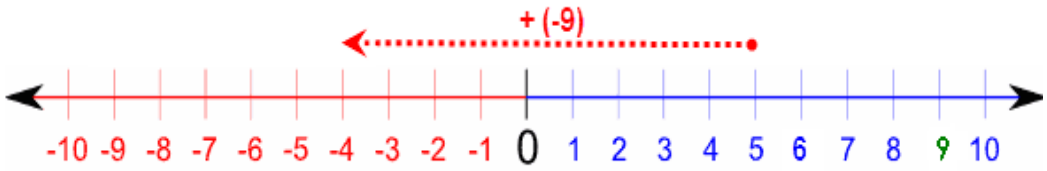
الأستاذة لبجيري حورية





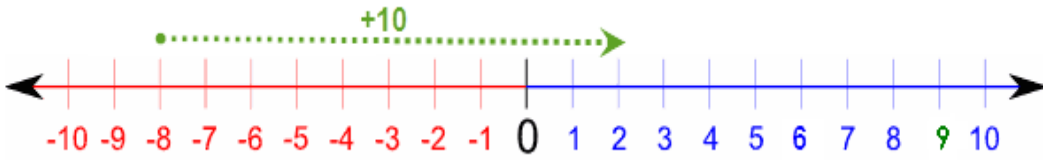
أحسب مايلي

(-9) + 5 = ?



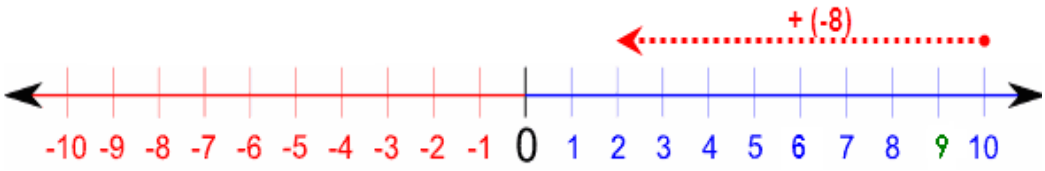
أحسب مايلي

5 + (-9) = ?



أحسب مايلي

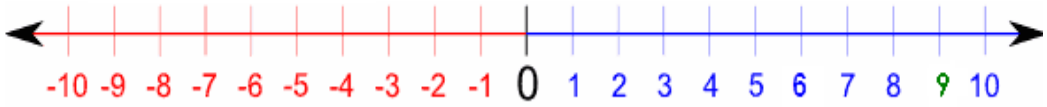
(-8) + 10 = ?



أحسب مايلي

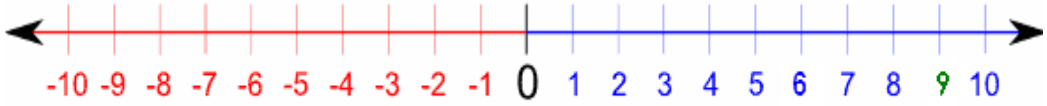
10 + (-8) = ?

الأستاذة لبجيري حورية



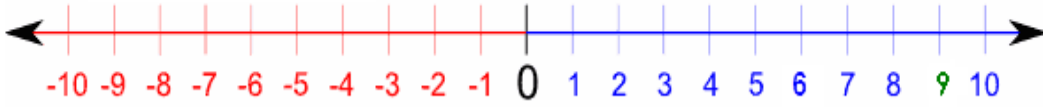
أحسب مايلي

-3 + (-5) = ?



أحسب مايلي

5 + (-3) = ?



أحسب مايلي

8 - 5 = ?

جمع و طرح الأعداد النسبية

1) – مجموع عددين نسبيين :

أ) مجموع عددين نسبيين لهما نفس الإشارة :

*** قاعدة 1 :**

لحساب مجموع عددين نسبيين لهما نفس الإشارة نحتفظ بالإشارة ثم نجمع مسافتيهما الى الصفر .

* أمثلة :

$22,4 + 1,5 = 23,9 + 7) = - 12,5$

$– 5,5 + (– 7) = – (5,5$

$112 + 58,15 = 170,15$

$– 514,225 + (– 57) = – (514, 225 + 57) = – 571,225$

ب) مجموع عددين نسبيين مختلفين في الإشارة :

*** قاعدة 2 :**

لحساب مجموع عددين نسبيين مختلفين في الإشارة نأخذ إشارة العدد الأبعد عن الصفر ثم نحسب فرق مسافتيهما عن الصفر .

* أمثلة :

$12,14 + (– 25,4) = – (25,4 – 12,14) = – 13,26$

$– 14,11 + 36 = + (36 – 14,11) = 21,89$

$125 + (– 45,5) = + (125 – 45,5) = 79,5$

$– 31,65 + 11,5 = – (31,65 – 11,5) = – 20,15$

ج) مجموع عددين نسبيين متقابلين :

*** قاعدة 3 :**

مجموع عددين نسبيين متعاكسين يكون دائما منعدما (أي يساوي صفر) .

a عدد نسبي . $a + (- a) = 0$ و $- a + a = 0$

* أمثلة :

$125,88 + (– 125,88) = 0$

$– 3367 + 3367 = 0$

$– 359,7 + 359,7 = 0$

$11258 + (– 11258) = 0$

2) – فرق عددين نسبيين :

*** قاعدة 4 :**

لحساب فرق عددين نسبيين نضيف إلى الحد الأول معاكس الحد الثاني .

a و b عددان نسبيان : $a – b = a + (- b)$

* أمثلة :

$21,25 - 11,5 = 21,25 + (-\ 11,5\ ) = +\ (\ 21,25 - 11,5\ ) = 9,75$

$13,55 - (\ -\ 12\ ) = 13,55 + 12 = 25,55$

$-\ 34 - 16 = -\ 34 + (-\ 16\ ) = -\ (34 + 16\ ) = -\ 50$

$-\ 65,14 - (-\ \ 20\ ) = -\ 65,14 + 20 = -\ (\ 65,14 - 20\ ) = -\ 45,14$

2 - المجموع الجبري.

تعريف : نسمي مجموع جبري كل سلسلة عمليات جمع وطرح أعداد نسبية

أمثلة :

$A = (-9) + (-6) - (+13) - (-10) + (+5\ )$

$B = (-5) - (-6) - (+12) + (-21)\ + (+15)$

تبسيط مجموع جبري

قاعدة :

لتبسيط مجموع جبري نتبع مايلي :

*** نكتب المجموع الجبري على شكل سلسلة من عمليات الجمع باضافة معاكس العدد المطروح**

*** ثم نحذف علامة (+) للجمع و نحذف القوسين لكل عدد.**

*** ثم نحذف قوسي العدد الأول من المجموع .**

مثال

اليك المجموع الجبري $A=(-5)-(-7)-(+3)+(-2)$

نحوله الى سلسلة عمليات جمع فقط : $A=(-5)+(+7)+(-3)+(-2)$

نحذف علامة (+) للجمع و نحذف القوسين لكل عدد : $A=-5+7-3-2$

نجمع الأعداد السالبة ثم الموجبة $A = 7 - 5 - 3 - 2$

$A = 7 - 10$

$A=-3$

حساب مجموع جبري.

قاعدة:

لحساب مجموع جبري نبسط كتابته , ثم نجمع الأعداد الموجبة معًا و الأعداد السالبة معًا, فنحصل على مجموع او فرق عددين نسبيين

مثال:

حساب المجموع الجبري :

$B=(-5)-(-6)-(+12)+(+16)-(+15)$

$B=(-5)+(+6)+(-12)+(+16)+(-15)$

$B=-5+6-12+16-15$

$B=6+16-5-12-15$

$B=22-32$

B=- 10

تقنيات

* **لإزالة الأقواس المسبوقة بعلامة +** : نزيل علامة + و نحذف الأقواق بدون تغيير إشارة الأعداد التي بداخلها.

* **لإزالة الأقواس المسبوقة بعلامة –** : نزيل علامة – و نحذف الأقواس مع تغيير إشارة الأعداد التي بداخلها .

* أمثلة :

$$A = 11 + (-\ 2{,}5 + 33 - 1{,}5) + (\ 54 - 11 + 2)$$
$$= 11 - 2{,}5 + 33 - 1{,}5 + 54 - 11 + 2$$

$$B = 2{,}6 - (-\ 55 + 12{,}44 - 58 + 1\ ) - (\ 52 - 1{,}5 + 24{,}66\ )$$
$$= 2{,}6 + 55 - 12{,}44 + 58 - 1 - 52 + 1{,}5 - 24{,}66$$

* أمثلة :

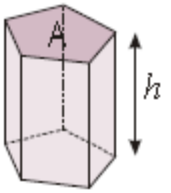
$$A = 2{,}5 + (-\ 11{,}5 + 1\ ) - (-\ 14 + 2{,}5\ ) - 7$$
$$= 2{,}5 - 11{,}5 + 1 + 14 - 2{,}5 - 7$$
$$= 2{,}5 - 2{,}5 + 1 + 14 - 11{,}5 - 7$$
$$= 0 + 15 - 17{,}5$$
$$= -\ (\ 17{,}5 - 15\ )$$
$$= -\ 2{,}5$$

$$B = (\ 3{,}5 - 1\ ) - [-\ 11{,}5 + (\ 3{,}5 - 7\ ) - 1\ ] + 22 - (-5{,}5 + 3\ )$$
$$= 3{,}5 - 1 - [-11{,}5 + 3{,}5 - 7 - 1\ ] + 22 + 5{,}5 - 3$$
$$= 3{,}5 - 1 + 11{,}5 - 3{,}5 + 7 + 1 + 22 + 5{,}5 - 3$$
$$= 3{,}5 - 3{,}5 + 1 - 1 + 11{,}5 + 22 + 5{,}5 + 7 - 3$$
$$= 0 + 0 + 46 - 3$$
$$= 46 - 3$$
$$= 43$$

حجم الموشور القائم

حجم الموشور القائم قاعدته مضلع مساحته A وارتفاعه h هو :

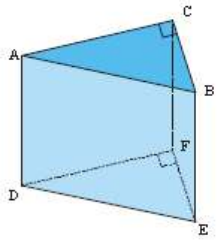
$$V = A \times h$$



أمثلة

① نعتبر الموشور القائم ABCEFG (الشكل جانبه) حيث

$AC = 29\ mm$ و $BC = 14\ mm$ و $BE = 24\ mm$



حساب V حجم المجسم

حجم الموشور القائم
يساوي جداء مساحة القاعدة في
الارتفاع أي $V = B \times h$

لا تنس أن :
$1\ cm^3 = 1\ 000\ mm^3$!

$$V = \frac{AC \times BC}{2} \times BE$$

$$V = \frac{29 \times 14}{2} \times 24 = 4872 mm^3$$

$$V = 4{,}87 cm^3$$

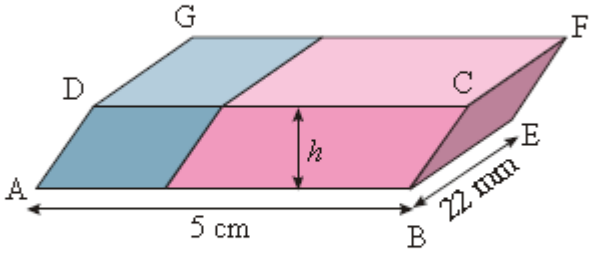
$$V = \frac{AC \times BC}{2} \times BE$$

$$V = \frac{29 \times 14}{2} \times 24 = 4872 mm^3$$

$$V = 4{,}87 cm^3$$

② ممحاة جديدة لها شكل موشور قاعدته متوازي الاضلاع ABCD و ارتفاعه h حيث $h=17mm$

نحسب V حجم الممحاة .



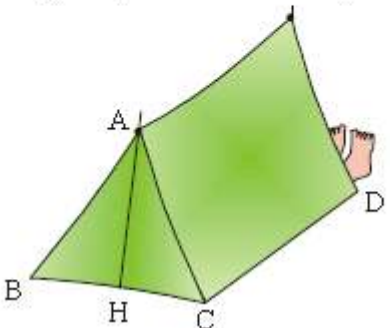
$$V = (AB \times \ldots) \times \ldots = (\ldots \times \ldots) \times 22$$
$$= \ldots \times 22 = \ldots\ (mm^3).$$

③ خيمة على شكلة موشور قائم ارتفاعها $AH=2m$

قاعدته مستطيله الشكل طولها $4m$

اذا علمت ان $2m$ وان المثلث ABC متساوي الساقين

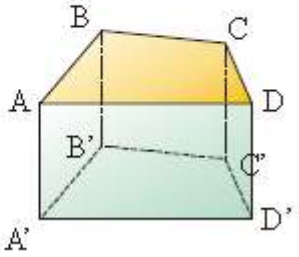
في A احسب BC ثم استنتج V حجم الخيمة



④ المنشور القائم جانبه ارتفاعه $AA'=5cm$ ومساحته

$B=15cm^2$ $B=15cm^2$

احسب V حجمه .



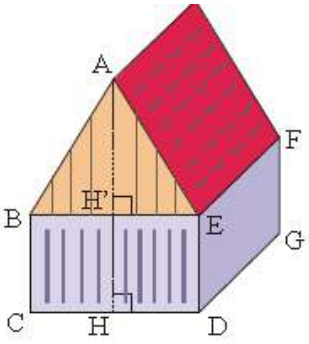
⑤ الشكل جانبه يمثل مسكنا على شكل موشور قائم قاعدته الخماسي $ABCDE$ ارتفاعه EF

حيث $AH=12,5m$ و $CD=9\ m\ ;\ ED=5,2\ m\ ;\ GD=16\ m$

1. - احسب AH' ارتفاع المثلث ABE المتساوي الساقين في A

2- احسب مساحة المضلع $ABCDE$

3- استنتج حجم المسكن



الخماسي $ABCDE$ مكون من مثلث ABE و مستطيل $BCDE$

حورية بواب

متوازي الأضلاع

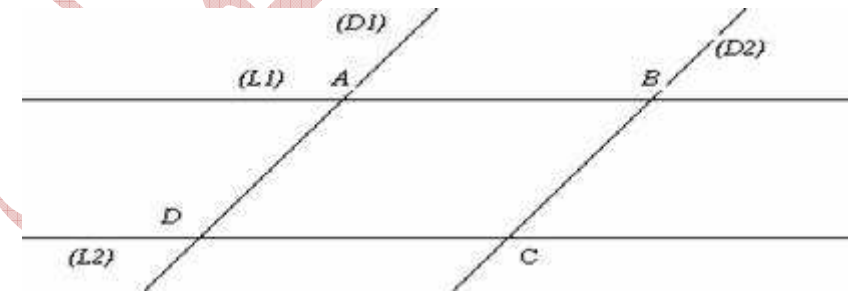
في هذا الدرس نتعرف على أحد الرباعيات الشهيرة و المعروف بمتوازي الأضلاع. هذا الشكل الهندسي يمتلك مجموعة من الخاصيات تميزه عن الأشكال الهندسية الأخرى و يعتبر من الرباعيات الخاصة كالمربع و المستطيل و المعين ...

تعريف متوازي الأضلاع

1) – مثال :

(D_1) و (D_2) مستقيمان متوازيان .

(L_1) و (L_2) مستقيمان متوازيان يقطعان (D_1) و (D_2) على التوالي في : A و B و C و D .



نسمي الرباعي ABCD متوازي الأضلاع

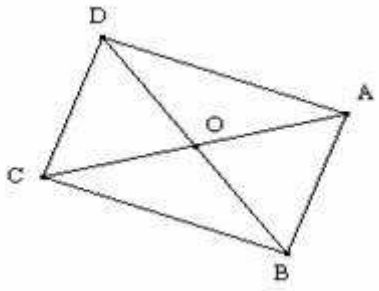
تعريف :
متوازي الأضلاع هو رباعي يكون فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان

خاصية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع

أ) - الخاصية المباشرة :

ABCD متوازي الأضلاع مركزه O .

لنبين : $AB = CD$ و $AD = BC$



نعلم أن O مركز متوازي الأضلاع ABCD .

إذن O منتصف القطرين [AC] و[BD] .

و منه نستنتج أن : A و C متناظرتين بالنسبة للنقطة O و كذلك B و D .

و بالتالي فإن : AB = CD و AD = BC (حسب خاصية الحفاظ على المسافة بين نقطتين) .

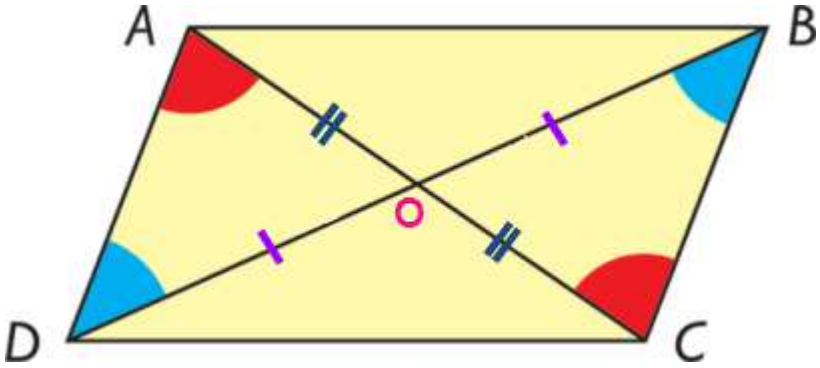
خاصية 1 :
إذا كان رباعي متوازي الأضلاع فإن كل ضلعين متقابلين فيه

ب) - الخاصية العكسية :

خاصية 2 :
إذا كان كل ضلعين متقابلين متقايسين في رباعي فإنه يكون متوازي

خاصية القطرين في متوازي الأضلاع

أ) - الخاصية المباشرة :



ABCD متوازي الأضلاع قطراه يتقاطعان في O .

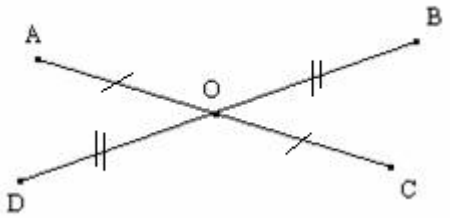
نلاحظ أن O منتصف القطريين [AC] و [BD] .

خاصية 1 :
إذا كان رباعي متوازي الأضلاع فإن لقطريه نفس المنتصف

ملاحظة هامة : نسمي نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع مركزه .

ب) - الخاصية العكسية :

A و B و C و D نقط بحيث [AC] و [BD] لهما نفس المنتصف O و حاملاهما غير متعامدين :



لنبرهن أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع .

من أجل هذا سنبرهن أن (AB) يوازي (CD) و أن (AD) يوازي (BC) :

نعلم أن O منتصف [AC] و [BD] إذن :

A و C متناظرتين بالنسبة للنقطة O .

B و D متناظرتين بالنسبة للنقطة O .

إذن : المستقيمين (AB) و (CD) متناظرين بالنسبة للنقطة O و كذلك المستقيمين (AD) و (BC) .

و منه فإن (AB) // (CD) و (AD) // (BC)

و بالتالي فإن ABCD متوازي الأضلاع (حسب التعريف) مركزه النقطة O .

خاصية 2 :
إذا كان لقطري رباعي نفس المنتصف فإنه متوازي الأضلاع

* تمرين تطبيقي :

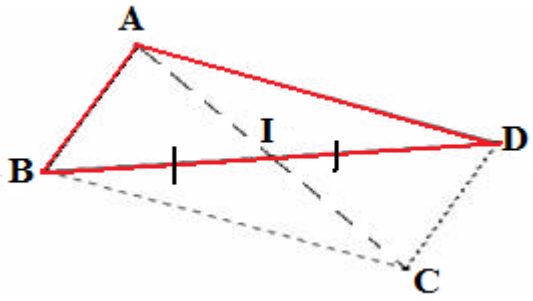
ABC مثلث و I منتصف [AC] .

1) – أنشئ D نظيرة B بالنسبة للنقطة I .

2) – أثبت أن الرباعي ABCD متوازي الأضـلاع .

الحـــل :

1) – الشكـــل :



2) – لنثبت أن الرباعي ABCD متوازي الأضـــلاع :

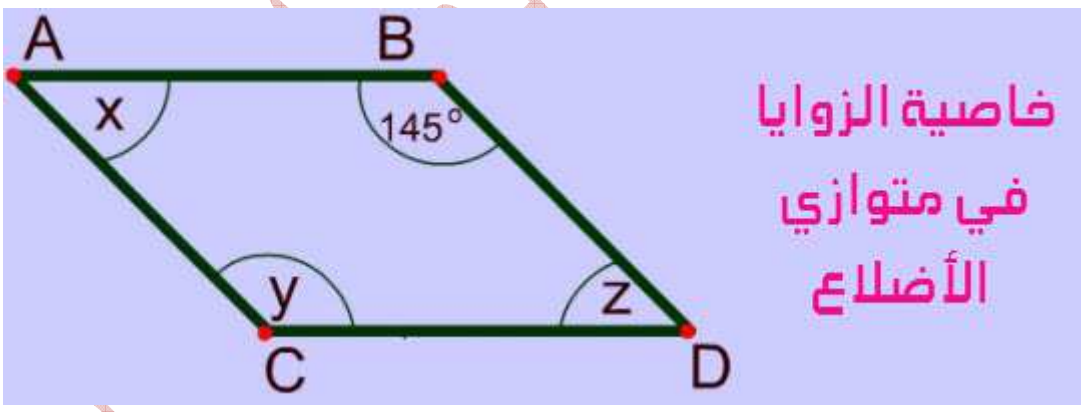
نعلم أن : I منتصف [AC] ... . (1)

و لدينا D نظيرة B بالنسبة للنقطة I .

إذن : I منتصف [BD] ..... (2)

من (1) و (2) نستنتج أن الرباعي ABCD متوازي الأضـــلاع .(حسب الخاصية العكسية للقطرين) .

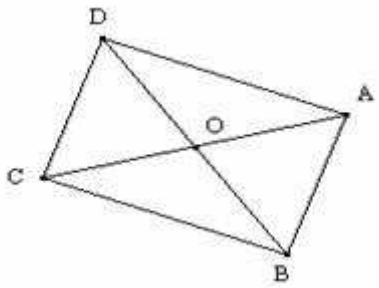
3) – خاصية الزوايا المتقابلة :



أ) - الخاصية المباشرة :

ABCDمتوازي الأضلاع مركزه O .

لنبين أن $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ و أن $B\hat{A}C = B\hat{C}D$.



نعلم أن ABCD متوازي الأضلاع مركزه O .

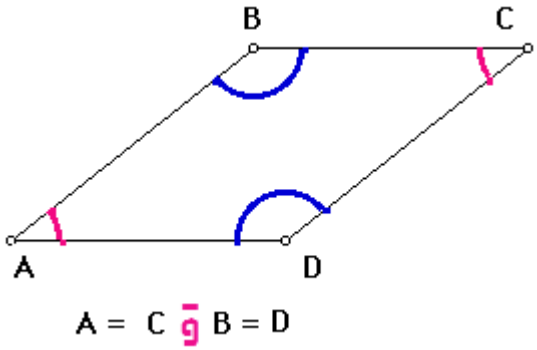
إذن : O منتصف القطرين [AC] و [BD] .

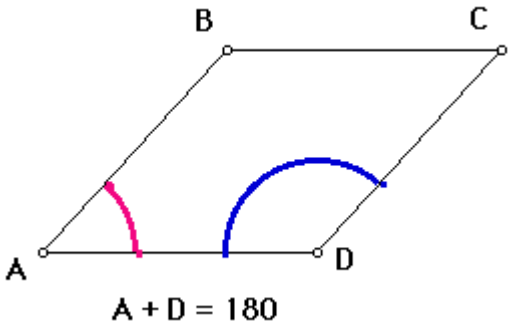
و منه فإن : A و C متناظرتين بالنسبة للنقطة O و كذلك B و D .

إذن الزاويتان $A\hat{B}C$ و $A\hat{D}C$ متناظرتين بالنسبة للنقطة O

و كذلك الزاويتين $B\hat{A}D$ و $B\hat{C}D$

و بالتالي فإن : $\mathbf{A\hat{B}C = A\hat{D}C}$ و $\mathbf{B\hat{C}D = B\hat{A}D}$

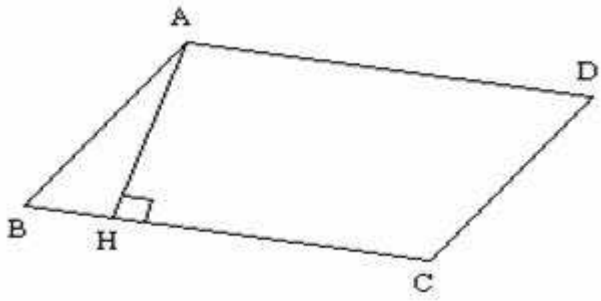




خاصية 2 :
إذا كانت زاويتين متقابلتين في مضلع رباعي متقايستان فإنه متوازي

4 – ارتفاع متوازي الأضــلاع :

ABCD متوازي الأضلاع و H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (CD) .



نسمي AH ارتفاع متوازي الأضلاع ABCD .

5) – خاصية إضــافية :

خاصية 2 :

إذا كان لرباعي ضلعان متقابلان و حاملاهما متوازيين فإنه يكون متوازي الأضــلاع .

طرق إنشاء متوازي الأضلاع

الطريقة الأولى: ننشئ متوازي الأضلاع بإستعمال التعريف .

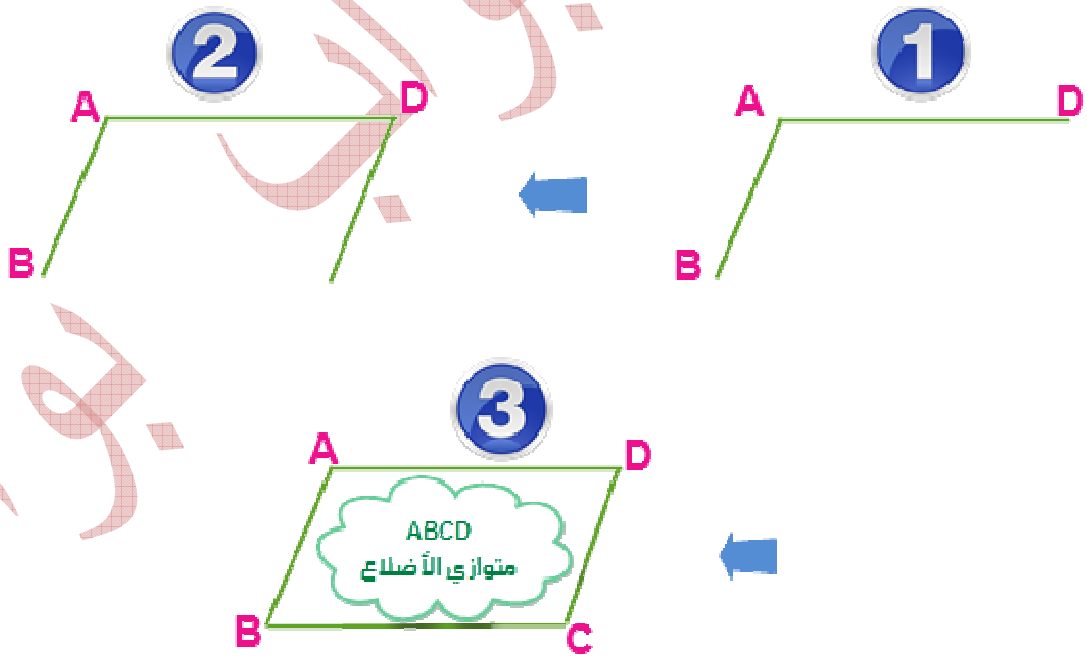
الطريقة الثانية: ننشئ متوازي الأضلاع بإستعمال خاصية القطرين .

الطريقة الثالثة :نستعمل فيها خاصية الأضلاع المتقابلة.

إنشاء متوازي الأضلاع بإستعمال التعريف :

لكي ننشئ ABCD متوازي الأضلاع بمعرفة طولي ضلعين متتاليين نتبع المراحل التالية :

1. ننشئ ضلعين متتاليين [AB] و [AD]
2. ننشء المستقيم الموازي ل (AB) و المار من D
3. ننشئ الموازي ل (AD) و المار من B ثم ننشئ C.

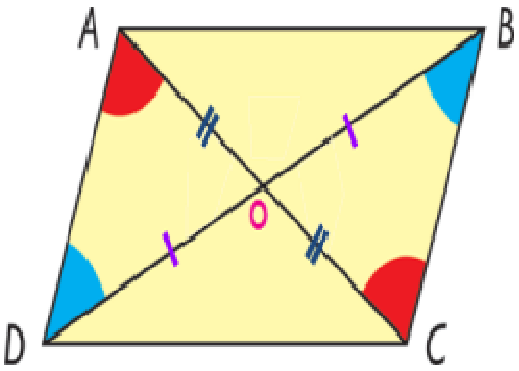


ABCD متوازي الأضلاع لأن كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان

إنشاء متوازي الأضلاع بإستعمال خاصية القطرين :

1. ننشئ مستقيمين متقاطعين في نقطةO
2. ننشئ A و C بحيث يكو ن Oهو منتصف القطعة[AC]
3. ننشئ B و D بحيث يكو ن Oهو منتصف القطعة[BD]

4. ننشئ المضلعABCD



خاصية القطرين

ABCD متوازي الأضلاع لأن لقطريه نفس المنتصف

إنشاء متوازي الأضلاع بإستعمال خاصية الأضلاع المتقابلة:

1. ننشئ ضلعين متتاليين [AB] و[AD]
2. ننشئ نقطة C بحيث BC = AD و DC= AB
3. ننشئABCD

ABCDمتوازي الأضلاع لأن كل ضلعين متقابلين فيه متقايسان

بواب بواب