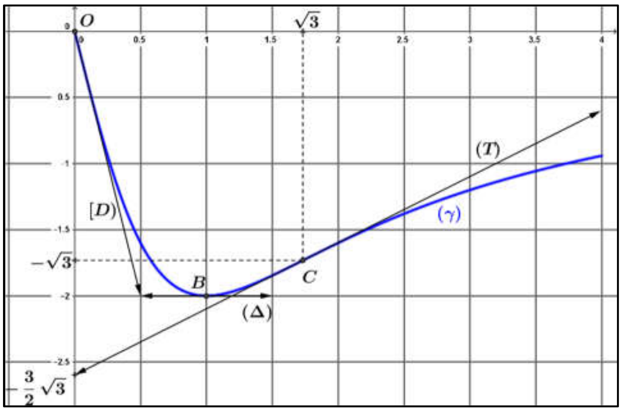



## التصحيح النموذجي

**التمرين الأول:** (7 نقاط)

**بقراءة بيانية:**

1) الدالة $f$ مستمرة على $[0;4]$.

التبرير: يمكن رسم منحناها دون رفع القلم (اليد).

أو لأنّ الدالة $f$ قابلة للاشتقاق على $[0;4]$. (0.5 ن)

2) المعادلة $f(x)=-0.5$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على $[0;0.5]$

لأنّ: المستقيم ذو المعادلة $y=-0.5$ يقطع $(\gamma)$ في نقطة واحدة فاصلتها $\alpha$ حيث $\alpha\in]0;0.5[$. (1 ن)

أو نقدّم شروط مبرهنة القيم المتوسطة ونتيجتها كما يلي:

لأنّ الدالة $f$ مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[0;0.5]$ و $[f(0.5)\approx-1.6]<-0.5<[f(0)=0]$ فإنّ

المعادلة $f(x)=-0.5$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ محصورا بين 0 و0.5.

3) الحساب: $\boxed{f(\sqrt{3})=-\sqrt{3}}$ ، $\boxed{f(1)=-2}$ و $\boxed{f(0)=0}$ ثمّ $\boxed{f'(\sqrt{3})=\dfrac{-\sqrt{3}-\left(-\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)}{0-\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}}$ ، $\boxed{f'(1)=0}$ و

$\boxed{f_R'(0)=\dfrac{0-2}{0-0.5}=-4}$ (0.25×6=1.5 ن)

4) استنتاج معادلة لكل من: نصف المماس $[D]$ والمماس $(\Delta)$.

معادلة $(\Delta)$: $\boxed{y=-2}$ (0.25 ن)

ومعادلة$[D]$: $y=f_R'(0)(x-0)+f(0);\ x\geq 0$ ومنه: $\boxed{y=-4x};\ x\geq 0$ (0.5 ن)

النقطة $B$ هي ذروة للمنحنى (0.25 ن)

5) جدول تغيّرات $f$ وجدول إشارة $f'(x)$ من أجل $x\in[0;4]$

انظر الجدول المقابل. (0.5 ن)

| $x$ | 0 | | 1 | | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| $f(x)$ | 0 | ↘ | $-2$ | ↗ | $\frac{-16}{17}$ |

6) أ) تبيان أنّ معامل توجيه $(T)$ يساوي $\frac{1}{2}$ ثمّ تعيّن معادلة له.

لدينا مما سبق: $\boxed{f'(\sqrt{3})=\frac{1}{2}}$ وتنتج معادلة له: $\boxed{y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\sqrt{3}}$ (0.5 ن)

ب) تحديد وضعيّة $(\gamma)$ و $(T)$. وتسمية النقطة $C$ ، واستنتاج $f''\left(\sqrt{3}\right)$

عندما: $x\in\left[0;\sqrt{3}\right[$ المنحنى $(\gamma)$ يقع فوق المماس $(T)$، عندما: $x=\sqrt{3}$ المنحنى $(\gamma)$ والمماس $(T)$ متقاطعان.

وعندما: $x \in \left]\sqrt{3};4\right[$ المنحنى $(\gamma)$ يقع تحت المماس $(T)$. (0.5 ن)

النقطة $C$ هي نقطة انعطاف. (0.25 ن) $\boxed{f''(\sqrt{3})=0}$ (0.25 ن)

ج) استنتاج بيانيا في المجال $[0;4]$ حل المتراجحة: $-4 \le f'(x) \le 0$ تكافئ $0\le x\le 1$ (0.5 ن)

7) المناقشة البيانية لوجود وعدد حلول المعادلة $f(x)=k$ (0.5 ن)

الحلول هي فواصل نقط تقاطع المنحنى $(\gamma)$ والمستقيم ذي المعادلة: $y=k$

عندما: $0\le k<\frac{-16}{17}$ يوجد حل وحيد.

وعندما: $k=-2$ يوجد حل مضاعف $(x=1)$

وعندما: $-2<k<\frac{-16}{17}$ يوجد حلان.

وعندما: $k<2$ لا توجد حلول.

التمرين الثاني: (3 نقاط)

إليك جدول تغيرات دالة $u$.

| $x$ | $-3$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $u'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | |
| $u(x)$ | $-1$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $0$ | ↗ | $2$ | ↘ | $0$ | ↘ | $-1$ |

1. استنتاج إشارة $u(x)$. (0.5 ن)

من جدول تغيرات $u$ نستنتج جدول الإشارة التالي:

| $x$ | $-3$ | | $0$ | | $2$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $u(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

2. نعرف الدالتين: $k$ و $t$ بـ: $k(x)=\sqrt{u(x)}$ و $t(x)=[u(x)]^2$

أ) استنتاج مجموعة تعريف كل من $k$ و $t$.

$D_k=\{x\in D_u : u(x)\ge 0\}$ ومنه: $\boxed{D_k=[0;2]}$ (0.25 ن)

$D_t=\{x\in D_u\}$ ومنه: $\boxed{D_t=D_u=[-3;3]}$ (0.25 ن)

ب) التعبير عن كل من $k'(x)$ و $t'(x)$ بدلالة $u'(x)$ و $u(x)$

$\boxed{k'(x)=\dfrac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}}$ (0.5 ن) و $\boxed{t'(x)=2u'(x)\times u(x)}$ (0.5 ن)

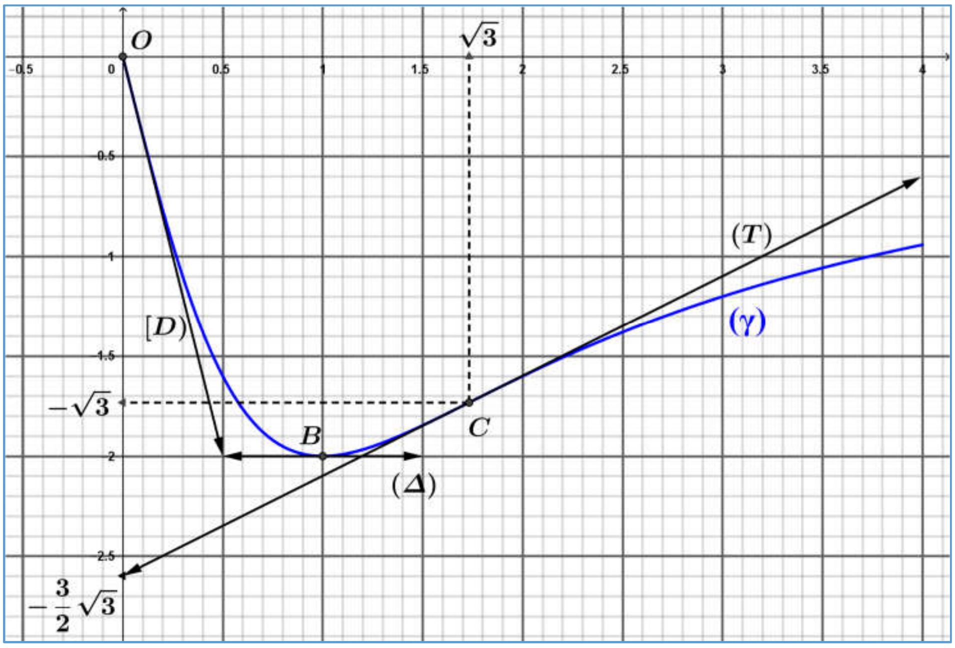
ج) جدول تغيرات كل من $k$ و $t$.

جدول تغيرات $k$. إشارة $k'$ من لإشارة $u'$ (0.5 ن)

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $k'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $k(x)$ | $0$ | ↗ | $\sqrt{2}$ | ↘ | $0$ |

جدول تغيرات $t$. إشارة $t'$ من إشارة الجداء $u.u'$ (0.5 ن)

| $x$ | $-3$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $u'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | |
| $u(x)$ | | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $t'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $t(x)$ | $1$ | ↗ | $4$ | ↘ | $0$ | ↗ | $4$ | ↘ | $0$ | ↗ | $1$ |




التمرين الأول:

$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم متعامد ومتجانس،

$f$ دالة قابلة للاشتقاق على $[0;4]$.

باستعمال برمجية جيوجبرا GeoGebra، مثّلنا المنحنى $(\gamma)$ للدالة $f$، ونصف المماس $[D)$ عند النقطة $O$ على اليمين، والمماسين $(\Delta)$ و $(T)$ عند النقطتين $B$ و $C$ على الترتيب.

بقراءة بيانية أجب على ما يلي:

1) هل $f$ مستمرة على $[0;4]$؟ برّر إجابتك.

2) بيّن أن المعادلة $f(x)=-0.5$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على المجال $[0;0.5]$.

3) أحسب: $f(0)$ و $f(1); f\left(\sqrt{3}\right)$، ثمّ $f_R'(0)$ و $f'(1); f'\left(\sqrt{3}\right)$.

4) استنتج معادلة لكل من نصف المماس $[D)$ والمماس $(\Delta)$. ماذا تسمى النقطة $B$؟

5) شكّل جدول تغيّرات $f$ على المجال $[0;4]$، مبينا فيه إشارة $f'(x)$.

6) أ) بيّن أنّ معامل توجيه المماس $(T)$ يساوي $\frac{1}{2}$، ثمّ عيّن معادلة له.

ب) حدّد وضعيّة المنحنى $(\gamma)$ والمماس $(T)$. ماذا نسمي النقطة $C$ من المنحنى $(\gamma)$؟ استنتج العدد $f''\left(\sqrt{3}\right)$.

جـ) استنتج بيانيا في المجال $[0;4]$ حلَّ المتراجحة: $-4 \le f'(x) \le 0$

7) نقبل أنّ: $f(4)=\frac{-16}{17}$ وليكن $k$ عددا حقيقيا سالبا، ناقش بيانيا على المجال $[0;4]$، حسب قيم الوسيط $k$ وجود وعدد حلول المعادلة $f(x)=k$.

التمرين الثاني: إليك جدول تغيرات دالة $u$.

| $x$ | $-3$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $u'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $u(x)$ | $-1$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-1$ |

1. استنتج إشارة $u(x)$.
2. نعرّف الدالتين: $k$ و $t$ بـ:

$k(x)=\sqrt{u(x)}$

و $t(x)=\left[u(x)\right]^2$.

أ-استنتج مجموعة تعريف كل من $k$ و $t$.

ب-عبّر عن كل من $k'(x)$ و $t'(x)$ بدلالة $u'(x)$ و $u(x)$

جـ -شكّل جدولي تغيرات كل من $k$ و $t$.

انتهى. بالتوفيق.