

## الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

اختر موضوعا واحدا من بين الموضوعين و أجب عليه

## الموضوع الأول

## التمرين الأول(6ن):

في كل مما يلي، يوجد اجابة واحدة صحيحة عينها مع التبرير:

1) الكتابة المبسطة للعدد  $A$  حيث:  $A = \ln(e + e^{-1} + 2) - 2\ln(e + 1)$  هي:(أ)  $A = e + 1$  (ب)  $A = 0$  (ج)  $A = -1$ 2) الحل العام للمعادلة التفاضلية:  $2y - y' + 1 = 0$  هو الدوال  $f$  حيث:  $(c$  ثابت حقيقي)(أ)  $f(x) = ce^{2x} - \frac{1}{2}$  (ب)  $f(x) = ce^x - \frac{1}{2}$  (ج)  $f(x) = ce^{2x} - 2$ 3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = \dots$ (أ) 0 (ب)  $+\infty$  (ج) 14) الدالة المعرفة على  $[-2; 2]$  ب:  $f(x) = |x| - \sqrt{4 - x^2}$ ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . $(C_f)$  يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 0:(أ) مماسا معادلته:  $y = x + 1$  (ب) نقطة زاوية (ج) نصف مماس موازي لمحور الترتيب.

## التمرين الثاني(14ن):

I) لتكن الدالة  $f_1$  المعرفة على المجال  $0; +\infty$  كما يلي:  $f_1(x) = \frac{1 + \ln x}{x^2}$ . $C_1$  التمثيل البياني للدالة  $f_1$  في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $O; \vec{i}; \vec{j}$ .1) أحسب نهايات الدالة  $f_1$  عند حدود مجموعة التعريف. فسر بيانيا النتائج.2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f_1$  ثم شكل جدول تغيراتها.3) بين أن  $C_1$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها.4) أنشئ  $C_1$ .5) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $f_1(x) = e^m$ .II)  $n$  عدد طبيعي و  $n \geq 2$ ، لتكن الدوال  $f_n$  المعرفة على المجال  $0; +\infty$  كما يلي:  $f_n(x) = \frac{1 + n \ln x}{x^2}$ ،  $C_n$ التمثيل البياني للدالة  $f_n$  في المعلم  $O; \vec{i}; \vec{j}$ .1) أدرس نهايات  $f_n$  عند حدود مجموعة التعريف. فسر بيانيا النتائج.2) بين أن من أجل كل  $x$  من  $0; +\infty$ :  $f'_n(x) = \frac{n-2-2n \ln x}{x^3}$ 3) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f_n$  ثم شكل جدول تغيراتها.4) بين أن كل المنحنيات  $C_n$  تشمل نقطة واحدة يطلب تعيينها.5) (أ) احسب  $f_n\left(\frac{1}{2}\right)$  ثم بين أنه من أجل  $n \geq 2$ :  $f_n\left(\frac{1}{2}\right) < 0$ .(ب) بين أن المعادلة  $f_n(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا في المجال  $\left] \frac{1}{2}; 1 \right[$ 6) أدرس الوضع النسبي لـ  $C_n$  و  $C_{n+1}$ .7) أنشئ  $C_2$  و  $C_3$  في المعلم  $O; \vec{i}; \vec{j}$ .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول (6ن):

في كل مما يلي، يوجد اجابة واحدة صحيحة عينها مع التبرير:

**1** مجموعة حلول المتراجحة:  $\ln(2-x) + \ln(x+3) - \ln 4 \geq 0$  هي:

(أ)  $s = [1; 2]$       (ب)  $s = ]-2; 1[$       (ج)  $s = [-2; 1]$

**2** الحل العام للمعادلة التفاضلية:  $2y + y' - 1 = 0$  هو الدوال  $f$  حيث:  $(c$  ثابت حقيقي)

(أ)  $f(x) = ce^{-2x} + \frac{1}{2}$       (ب)  $f(x) = ce^x - \frac{1}{2}$       (ج)  $f(x) = ce^{2x} - 2$

**3**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x} = \dots\dots$

(أ) 0      (ب)  $+\infty$       (ج) 1

**4** الدالة المعرفة على  $[-2; 2]$  بـ:  $f(x) = |x| + \sqrt{4-x^2}$ ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

$(C_f)$  يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 0:

(أ) مماسا معادلته:  $y = x + 1$       (ب) نقطة زاوية      (ج) نصف مماس موازي لمحور الترتيب.

### التمرين الثاني (14ن):

**I** لتكن الدالة  $f_1$  المعرفة على المجال  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f_1(x) = \frac{4e^x}{e^x + 7}$ .

$C_1$  التمثيل البياني للدالة  $f_1$  في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

**1** (أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا:  $f_1(x) = \frac{4}{1+7e^{-x}}$

(ب) أحسب نهايات الدالة  $f_1$  عند حدود مجموعة التعريف. ماذا تستنتج.

**2** (أ) بين أن الدالة  $f_1$  متزايدة تماما على  $\mathbb{R}$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(ب) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $0 < f_1(x) < 4$

**3** (أ) بين أن النقطة  $I_1 \ln 7; 2$  مركز تناظر للمنحنى  $C_1$ .

(ب) أكتب معادلة  $T_1$  مماس المنحنى  $C_1$  في النقطة  $I_1$ .

**4** أنشئ المنحنى  $C_1$  و المماس  $T_1$ .

**5** ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $f_1(x) = \ln m$

**II**  $n$  عدد طبيعي، نعتبر الدالة العددية  $f_n$  المعرفة على المجال  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f_n(x) = \frac{4e^{nx}}{e^{nx} + 7}$ ، التمثيل البياني

للدالة  $f_n$  في المعلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

**1** بين أنه من أجل عدد حقيقي  $x$ ،  $f_n(x) = f_1(nx)$ . استنتج اتجاه تغير الدالة  $f_n$ .

**2** اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، المنحنيات  $C_n$  تشمل النقطة  $A \left(0; \frac{1}{2}\right)$ .

**3** بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، المنحنى  $C_n$  يقطع المستقيم ذو المعادلة:  $y = 2$  في نقطة وحيدة  $I_n$  يطلب

تعيين احداثياتها.

**4** أكتب معادلة  $T_n$  مماس المنحنى  $C_n$  في النقطة  $I_n$ .

مستافة المادة نتمنى لكم كل التوفيق والنجاح: بن صافية

الإجابة المقترحة للفرض الأول:

التمرين الأول: من الموضوعين 1 و 2

التبرير	الإجابة الصحيحة										
$A = \ln(e + e^{-1} + 2) - 2 \ln(e + 1) = \ln\left(\frac{e + e^{-1} + 2}{(e + 1)^2}\right) = \ln\left(\frac{e^2 + 1 + 2e}{(e + 1)^2}\right) = \ln\left(\frac{1}{e}\right) = -1$	(1).....ج										
$f(x) = ce^{2x} - \frac{1}{2}; c \in \mathbb{R}$ تكافئ $y' = 2y - 1$ حولها هي الدوال من الشكل: $-1 \leq \sin x \leq 1$ من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا: $-1 \leq \sin x \leq 1$ و من أجل $x > 0$ : $\frac{-1}{x} \leq \frac{\sin x}{x} \leq \frac{1}{x}$	(2).....أ										
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$ و بما أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x} = 0$ فإن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x} = 0$	(3).....أ										
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ x  - \sqrt{4 - x^2} + 2}{x} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x - \sqrt{4 - x^2} + 2}{x} = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \sqrt{4 - x^2} + 2}{x} = 1 \end{cases}$ <p>الدالة <math>f</math> غير قابلة للإشتقاق عند (0)، لكنها قابلة للإشتقاق على يمين الـ "0" و على يسار الـ "0". تمثيلها البياني يقبل نصفي مماسين معامل توجيههما (-1) و (1)، يشكلان نقطة زاوية.</p>	(4).....ب										
<p>المجموعة المرجعية للمتراحة هي: <math>D = ]-3; 2[</math></p> <p>منه: <math>\ln(2-x) + \ln(x+3) - \ln 4 \geq 0</math> أي: <math>\ln((2-x)(x+3)) \geq \ln 4</math> تكافئ: <math>((2-x)(x+3)) \geq 4</math> أي: <math>-x^2 - x + 2 \geq 0</math> فان: <math>s = [-2; 1]</math> و بما أن:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-2</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>-x^2 - x + 2</math></td> <td></td> <td><math>-</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>-</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$+\infty$	$-x^2 - x + 2$		$-$	$+$	$-$	(1).....ج
$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$+\infty$							
$-x^2 - x + 2$		$-$	$+$	$-$							
$f(x) = ce^{-2x} + \frac{1}{2}; c \in \mathbb{R}$ تكافئ $y' = -2y + 1$ حولها هي الدوال من الشكل: $-1 \leq \cos x \leq 1$ من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا: $-1 \leq \cos x \leq 1$ و من أجل $x > 0$ : $\frac{-1}{x} \leq \frac{\cos x}{x} \leq \frac{1}{x}$	(2).....أ										
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x} = 0$ و بما أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x} = 0$ فإن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x} = 0$	(3).....أ										
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ x  + \sqrt{4 - x^2} + 2}{x} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x + \sqrt{4 - x^2} + 2}{x} = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \sqrt{4 - x^2} + 2}{x} = 1 \end{cases}$ <p>الدالة <math>f</math> غير قابلة للإشتقاق عند (0)، لكنها قابلة للإشتقاق على يمين الـ "0" و على يسار الـ "0". تمثيلها البياني يقبل نصفي مماسين معامل توجيههما (-1) و (1)، يشكلان نقطة زاوية.</p>	(4).....ب										

التمرين الثاني من الموضوع الأول:

I) لتكن الدالة  $f_1$  المعرفة على المجال  $0; +\infty$  كما يلي:  $f_1(x) = \frac{1 + \ln x}{x^2}$

$C_1$  التمثيل البياني للدالة  $f_1$  في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $O; \vec{i}, \vec{j}$ .

(1) حساب نهايات الدالة  $f_1$  عند حدود مجموعة التعريف و التفسير البياني:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \ln x}{x^2} = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f_1(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + \ln x}{x^2} = -\infty$$

$C_1$  يقبل محوري الإحداثيات كمستقيمين مقاربين.

(2) دراسة اتجاه تغير الدالة  $f_1$  و تشكيل جدول تغيراتها:

$$f_1' x = \frac{\frac{1}{x}x^2 - 2x(1 + \ln x)}{x^2} = \frac{-1 - 2\ln x}{x^3} \text{ و } 0; +\infty \text{ قابلة للإشتقاق على}$$

لدينا: إشارة  $x^3 > 0$  إشارة  $f_1' x$  من إشارة البسط  $-1 - 2\ln x = 0$  معناه:  $x = e^{-\frac{1}{2}}$

$x$	0	$e^{-\frac{1}{2}}$	$+\infty$
$f_1' x$		+	-

$f_1$  دالة متزايدة تماما على المجال  $]0; e^{-\frac{1}{2}}[$  و متناقصة تماما على المجال  $]e^{-\frac{1}{2}}; +\infty[$

$x$	0	$e^{-\frac{1}{2}}$	$+\infty$
$f_1' x$		+	-
$f_1 x$	$-\infty$	$\nearrow \frac{e}{2}$	$\searrow 0$

(3) اثبات أن  $C_1$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها:

$$f_1'' x = \frac{-\frac{2}{x}x^3 - 3x^2 - 1 - 2\ln x}{x^6} = \frac{1 + 6\ln x}{x^4} \text{ و } 0; +\infty \text{ قابلة للإشتقاق على}$$

لدينا: إشارة  $x^4 > 0$  إشارة  $f_1'' x$  من إشارة البسط  $1 + 6\ln x = 0$  معناه:  $x = e^{-\frac{1}{6}}$

$x$	0	$e^{-\frac{1}{6}}$	$+\infty$
$f_1'' x$		-	+

بما أن  $f_1'' x$  تتعدم مغيرة اشارتها فإن  $C_1$  يقبل نقطة انعطاف احداثياتها:  $(e^{-\frac{1}{6}}; \frac{5}{6}e^{\frac{1}{3}})$

(4) انشاء  $C_1$ : في آخر الورقة.

(5) مناقشة حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $f_1 x = e^m$ :

$e^m$	0	$\frac{e}{2}$	$+\infty$
$f_1 x = e^m$		حلان متمايزان	لا توجد حلول مضاعف

منه:

$m$	$-\infty$	$\ln \frac{e}{2}$	$+\infty$
$f_1 x = e^m$		حلان متمايزان	لا توجد حلول مضاعف

**(II)**  $n$  عدد طبيعي و  $n \geq 2$ ، لتكن الدوال  $f_n$  المعرفة على المجال  $0; +\infty$  كمايلي:  $f_n x = \frac{1+n \ln x}{x^2}$

(1) دراسة نهايات  $f_n$  عند حدود مجموعة التعريف وتفسير النتيجةين بيانيا:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+n \ln x}{x^2} = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0^+} f_n x = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1+n \ln x}{x^2} = -\infty$$

$C_1$  يقبل محوري الإحداثيات كمستقيمين مقاربين.

$$(2) \text{ اثبات أن من أجل كل } x \text{ من } 0; +\infty : f'_n x = \frac{n-2-2n \ln x}{x^3}$$

$$f'_n x = \frac{\frac{n}{x^2} - 2x^{-2} - 2n \ln x}{x^3} = \frac{n-2-2n \ln x}{x^3} \text{ و: } 0; +\infty \text{ قابلة للإشتقاق على}$$

(3) دراسة اتجاه تغير الدالة  $f_n$  و تشكيل جدول تغيراتها :

لدينا:  $x^3 > 0$  إشارة  $f'_n x$  من إشارة البسط  $n-2-2n \ln x = 0$  معناه:  $x = e^{\frac{n-2}{2n}}$

$x$	0	$e^{\frac{n-2}{2n}}$	$+\infty$
$f'_n x$		+	-

$f_n$  دالة متزايدة تماما على المجال  $0; e^{\frac{n-2}{2n}}$  و متناقصة تماما على المجال  $e^{\frac{n-2}{2n}}; +\infty$

جدول التغيرات:

$x$	0	$e^{\frac{n-2}{2n}}$	$+\infty$
$f'_n x$		+	-
$f_n x$	$-\infty$	$ne^{\frac{2-n}{n}}$	0

(4) اثبات أن كل المنحنيات  $C_n$  تشمل نقطة واحدة :

نعتبر العددين الطبيعيين  $n_1$  و  $n_2$  حيث:  $n_1 \neq n_2$

$$f_{n_1} x = f_{n_2} x \text{ معناه: } \frac{1+n_1 \ln x}{x^2} = \frac{1+n_2 \ln x}{x^2} \text{ أي: } 1+n_1 \ln x = 1+n_2 \ln x$$

منه:  $n_1 \ln x - n_2 \ln x = 0$  أي:  $\ln x (n_1 - n_2) = 0$  اذن:  $x = 1$  كل المنحنيات  $C_n$  تشمل نقطة واحدة هي:  $1; 1$

$$(5) \text{ أ) حساب } f_n\left(\frac{1}{2}\right) \text{ لدينا: } f_n\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1+n \ln \frac{1}{2}}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 4(1-n \ln 2)$$

لدينا:  $n \geq 2$  منه:  $-n \ln 2 \leq -2 \ln 2$  أي:  $-n \ln 2 \leq -2 \ln 2 + 1 < 0$  منه:  $f_n\left(\frac{1}{2}\right) < 0$

(ب) اثبات أن المعادلة  $f_n x = 0$  تقبل حلا وحيدا في المجال  $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ :

$f_n$  دالة مستمرة و متزايدة تماما على المجال  $0; e^{\frac{n-2}{2n}}$ .

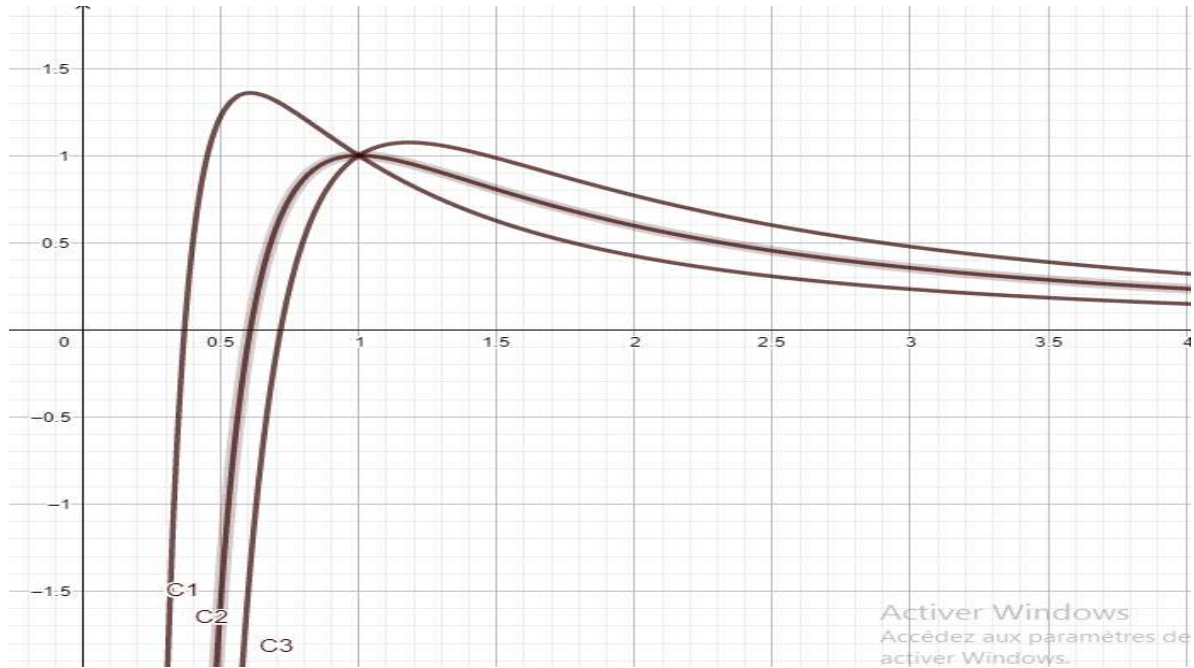
$f_n\left(\frac{1}{2}\right) < 0$  و  $f_n(1) = 1$  حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة  $f_n x = 0$  تقبل حلا وحيدا في المجال  $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$

(6) دراسة الوضع النسبي لـ  $C_n$  و  $C_{n+1}$  :

$$f_{n+1} x - f_n x = \frac{1+n+1 \ln x}{x^2} - \frac{1+n \ln x}{x^2} = \frac{\ln x}{x^2}$$

$x$	0	1	$+\infty$
$f_{n+1} x - f_n x$		-	+
الوضع النسبي لـ $C_{n+1}$ و $C_n$	$C_{n+1}$	$C_{n+1}$	فوق $C_{n+1}$
	تحت $C_n$	يقطع $C_n$	$C_n$

(7) أنشئ  $C_2$  و  $C_3$  في المعلم  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{O}$ .



**التمرين الثاني من الموضوع الثاني:**

(I) لتكن الدالة  $f_1$  المعرفة على المجال  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f_1(x) = \frac{4e^x}{e^x + 7}$ .

(1) أ) التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا:  $f_1(x) = \frac{4}{1+7e^{-x}}$

$$f_1(x) = \frac{4e^x \times e^{-x}}{e^x + 7e^{-x}} = \frac{4}{1+7e^{-x}}$$

ب) حساب نهايات الدالة  $f_1$  عند حدود مجموعة التعريف:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{1+7e^{-x}} = 4 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4e^x}{e^x + 7} = 0$$

$C_1$  يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لمحور الفواصل معادلتيهما:  $y = 0$  و  $y = 4$ .

(2) أ) اثبات أن الدالة  $f_1$  متزايدة تماماً على  $\mathbb{R}$  و تشكيل جدول تغيراتها:

$$f_1'(x) = \frac{4e^x(e^x + 7) - e^x(4e^x)}{(e^x + 7)^2} = \frac{28e^x}{(e^x + 7)^2}$$

لدينا:  $f_1'(x) > 0$  منه:  $f_1$  دالة متزايدة تماماً على  $\mathbb{R}$ .

جدول التغيرات:

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f_1'(x)$	+	
$f_1(x)$	0	4

ب) استنتاج أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $0 < f_1(x) < 4$

من جدول التغيرات لدينا  $0 < f_1(x) < 4$ .

(3) أ) تبيان أن النقطة  $I_1(2; \ln 7)$  مركز تناظر للمنحنى  $C_1$ :

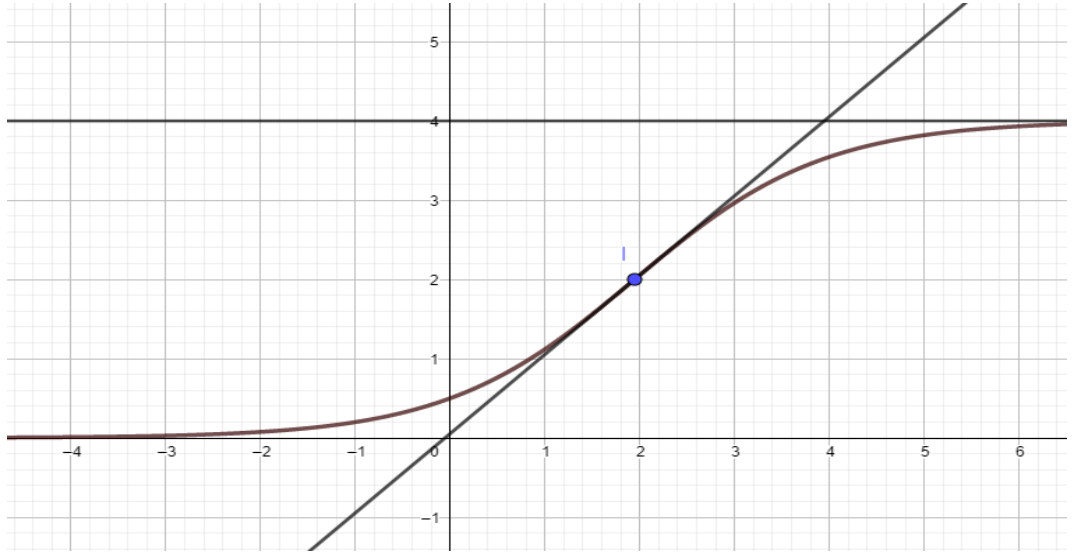
$$f_1(2 \ln 7 - x) + f_1(x) = \frac{4e^{2 \ln 7 - x}}{e^{2 \ln 7 - x} + 7} + \frac{4e^x}{e^x + 7} = \frac{4 \times 7^2 e^{-x} + 7e^{-x} \cdot 4e^x}{7^2 e^{-x} + 7} = 4$$

ب) كتابة معادلة  $T_1$  مماس المنحنى  $C_1$  في النقطة  $I_1$ :

$$T_1 : y = f_1' \ln 7 \ x - \ln 7 + f_1 \ln 7$$

$$y = x - \ln 7 + 2$$

(4) انشاء المنحنى  $C_1$  و المماس  $T_1$ .



(5) المناقشة حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $f_1 x = \ln m$

$\ln m$	$-\infty$	0	4	$+\infty$
$f_1 x = \ln m$		لا توجد حلول	حل وحيد	لا توجد حلول

منه:

$m$	0	1	$e^4$	$+\infty$
$f_1 x = \ln m$		لا توجد حلول	حل وحيد	لا توجد حلول

(II)  $n$  عدد طبيعي، نعتبر الدالة العددية  $f_n$  المعرفة على المجال  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f_n x = \frac{4e^{nx}}{e^{nx} + 7}$

(1) تبيان أنه من أجل عدد حقيقي  $x$ ،  $f_n x = f_1 nx$ :

$$\text{لدينا: } f_1 nx = \frac{4e^{nx}}{e^{nx} + 7} = f_n x$$

$$f_n \text{ قابلة للاشتقاق على } \mathbb{R} \text{ و لدينا: } f_n' x = nf_n' nx = \frac{28ne^{nx}}{e^{nx} + 7}$$

$$f_n' x \geq 0 \text{ منه الدالة } f_n \text{ متزايدة تماما على } \mathbb{R}.$$

(2) اثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، المنحنيات  $C_n$  تشمل النقطة  $A\left(0; \frac{1}{2}\right)$ :

$$\text{لدينا: } f_n 0 = \frac{1}{2} \text{ منه المنحنيات } C_n \text{ تشمل النقطة } A\left(0; \frac{1}{2}\right).$$

(3) تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، المنحنى  $C_n$  يقطع المستقيم ذو المعادلة:  $y = 2$  في نقطة وحيدة  $I_n$ :

$$\text{لدينا: } f_n x = 2 \text{ معناه: } \frac{4e^{nx}}{e^{nx} + 7} = 2 \text{ أي: } 4e^{nx} = 2e^{nx} + 7 \text{ منه: } x = \frac{\ln 7}{n}$$

$$\text{اذن: } I_n \left( \frac{\ln 7}{n}; 2 \right)$$

(4) كتابة معادلة  $T_n$  مماس المنحنى  $C_n$  في النقطة  $I_n$ :

$$T_n : y = f_n' \left( \frac{\ln 7}{n} \right) \left( x - \frac{\ln 7}{n} \right) + f_n \left( \frac{\ln 7}{n} \right)$$

$$y = nx - \ln 7 + 2$$