ثانوية صديقي النوري / الجلفة   الموسم الدراسي: 2022-2023

الفرض الأول للفصل الأول

المستوى: ثالثة ثانوي – شعبة علوم تجريبية   الأستاذ: قويسم الخليل

يوم: 2022/10/26

الفرض الأول للفصل الأول | 3ع1

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ

$$g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها   [علما أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{x} = 0$]
2. بين أن $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث:

$$-0.38 < \alpha < -0.37$$

3. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1. بينّ أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. أ/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f'(x) = g(x)$

   ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها
3. أ/ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x) - (2x+1)\right)$، ثم فسر النتيجة هندسيا

   ب/ ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) حيث: $(\Delta): y = 2x + 1$
4. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1
5. ارسم (Δ)، (T) و (C_f)

   (نأخذ $f(\alpha) = 0.8$ و $f(-2) \approx 11.8$)
6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$x = (1-m)e^{x}$$

الأستاذ: قويسم الخليل | بالتوفيق

تصحيح مقترح لفرض الفصل الأول [3ع1]

I)

❶ **دراسة اتجاه تغير الدالة g**

- **حساب** $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ **و** $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$:

- $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}(2+xe^{-x}-e^{-x})$
$= \lim\limits_{x\to+\infty}(2-(-x)e^{-x}-e^{-x}) = 2$

- **دراسة إشارة** $g'(x)$:

$$g'(x) = e^{-x} - e^{-x}(x-1) = (2-x)e^{-x}$$

لدينا: $e^{-x} > 0$ **ومنه الإشارة من** $(2-x)$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$2+e^{-2}$	↘ 2

❷ **تبيين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α :**

لدينا الدالة g مستمرة ومتزايدة على المجال $]-0.38;-0.37[$

ولدينا: $g(-0.37)\times g(-0.38) < 0$ **لأن** $\begin{cases} g(-0.38) = -0.02 \\ g(-0.37) = 0.02 \end{cases}$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α

حيث: $-0.38 < \alpha < -0.37$

❸ **استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$:**

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

II)

❶ **أ/ حساب** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ **و** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ **:**

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{t\to-\infty}(-2t+1+te^{t}) = +\infty$

لأنّ: $\lim\limits_{t\to-\infty}(te^{t}) = 0$

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(x\left(2+\frac{1}{x}-e^{-x}\right)\right) = +\infty$

ب/ حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}\big(f(x)-(2x+1)\big)$ **:**

$$\lim_{x\to+\infty}\big(f(x)-(2x+1)\big) = \lim_{x\to+\infty}(-xe^{-x}) = 0$$

- **تفسير النتيجة هندسيا:**

(C_f) **يقبل مستقيم معادلته** $y=2x+1$ **كمقارب مائل بجوار** $+\infty$

أ/ دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ):

لدينا: $f(x)-y_{(\Delta)} = 0$ **معناه:** $x=0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)-y_{(\Delta)}$	$+$	0	$-$
الوضعية	(C_f) **فوق** (Δ)	(C_f) **يقطع** (Δ) **في** $A(0;1)$	(C_f) **تحت** (Δ)

❷ **تبيين أنه $f'(x) = g(x)$:**

$$f'(x) = 2-e^{-x}+xe^{-x} = 2+(x-1)e^{-x} = g(x)$$

• **استنتاج اتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول تغيراتها:**

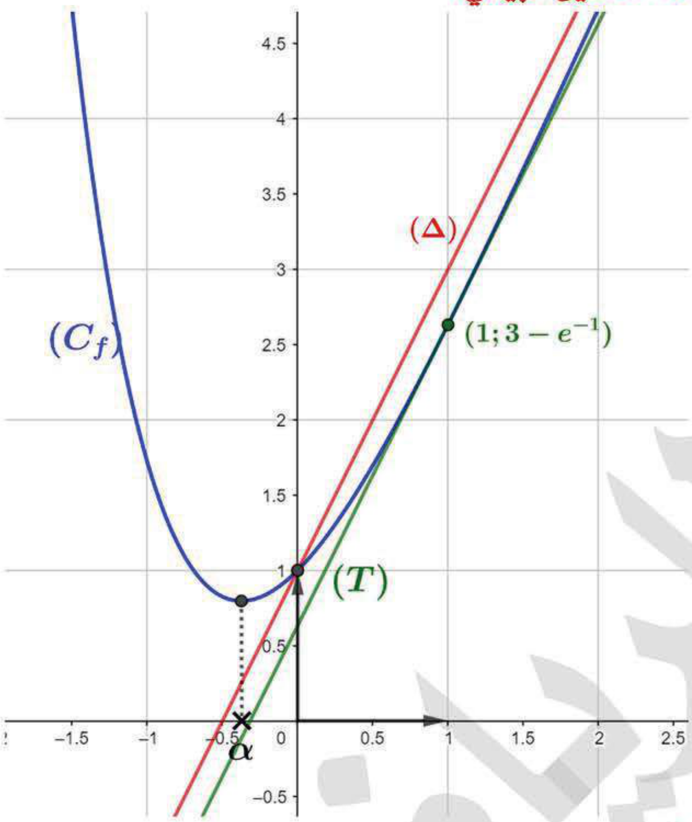
لدينا: $f'(x) = g(x)$ **ومنه إشارة** $f'(x)$ **من إشارة** $g(x)$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$f(\alpha)$	↗ $+\infty$

❸ **كتابة معادلة المماس (T) لـ (C_f) :**

$$y_{(T)} = f'(1)(x-1)+f(1) = 2x+1-e^{-1}$$

❹ **التمثيل البياني:**



❺ **المناقشة البيانية:**

لدينا: $x=(1-m)e^{x}$ **معناه:** $f(x)=2x-m$

ومنه حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع حامل محور الفواصل مع المستقيمات ذات المعادلة $y_m = 2x-m$ **وهي:**

- **لما** $-m < 1-e^{-1}$ **أي لما** $m > e^{-1}-1$

المعادلة لا تقبل حلول

- **لما** $-m = 1-e^{-1}$ **أي لما** $m = e^{-1}-1$

المعادلة تقبل جذر مضاعف

- **لما** $1-e^{-1} < -m < 1$ **أي لما** $-1 < m < e^{-1}-1$

المعادلة تقبل حلين موجبين تماما

- **لما** $-m = 1$ **أي لما** $m=-1$

المعادلة تقبل حل مضاعف

- **لما** $-m > 1$ **أي لما** $m < -1$

المعادلة تقبل حل وحيد سالب تماما