الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الــــوادي -:
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي - ثانوية السعيد عبد الحـــــي
: علوم تجريبية (2016 :)

اختبار في مادة الرياضيات 03 :

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

التمرين الأول :(04)

متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ والمستويين $A(-2,-1,0)$ (P_1) (P_2)

اللذين معادلة كل منهما $3x+y+3=0$ $2x-z+3=0$ على الترتيب

1) أ/ بين أن المستويين (P_1) (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) له تمثيلا وسيطيا كما يلي :

$$(\Delta):\begin{cases} x=t \\ y=-3t-3 \\ z=2t+3 \end{cases} \quad (t\in\mathcal{R})$$

ب/ تحقق أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (Δ)

2) أ/ عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) الذي يشمل النقطة A و يوازي (Δ)

ب/ عين إحداثيات النقطة B المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (Δ)

- ثم استنتج المسافة بين المستقيمين (Δ) و (d)

3) (Γ) M : $MA^2+MB^2=4AI^2$ حيث I [AB]

أ/ عين طبيعة المجموعة (Γ) وحدد عناصرها المميزة

ب/ (Γ) مع المستقيمين (Δ) و (d)

التمرين الثاني:(4.5)

1) $\mathbb{C}$ ذات المجهول Z الآتية : $(Z-4-2i)(Z^2-2Z+2)=0$

2) متجانس $(O,\vec{U},\vec{V})$ A B C التي لواحقها :

$Z_A=1+i$ $Z_B=4+2i$ $Z_C=\frac{9}{2}+\frac{1}{2}i$ على الترتيب

/ بين أن : $\frac{Z_C-Z_B}{Z_A-Z_B}=\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$

/ استنتج طبيعة المثلث BAC احسب مساحته

3) ليكن S التشابه المباشر B ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$

/ عين الكتابة المركبة للتشابه S

/ عين Z_D D C بالتشابه S

/ بين أن صورة المثلث BAC بالتشابه S هو المثلث BCD BCD

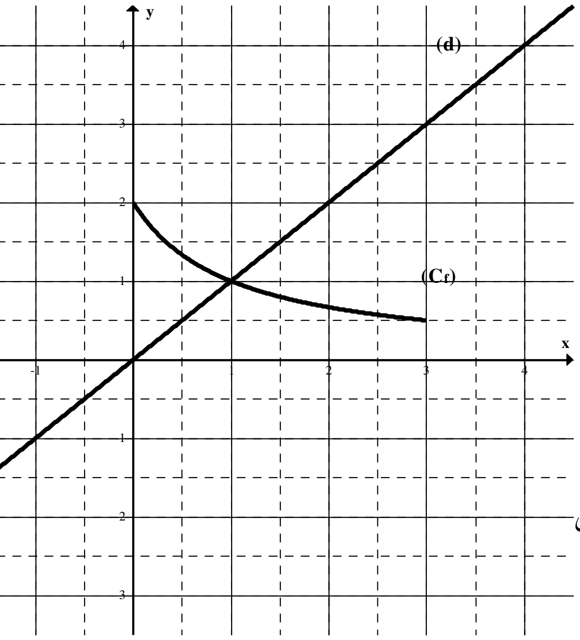
4) (E) مجموعة النقط من المستوي حيث : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MD}=0$

/عين طبيعة المجموعة (E) وحدد عناصرها المميزة

/ C (E) ثم استنتج طبيعة المثلث ACD

التمرين الثالث (4,5)

كل المقابل (C_f) هو التمثيل البياني للدالة المعرفة على المجال $[0\ ,\ 3]$:



$f(x) = \frac{2}{x+1}$ $\quad (d)$ المستقيم ذو المعادلة $y = x$

1 (U_n)متتالية عددية بحدها الأول : $U_0 = 3$

ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1} = f(U_n)$

/ $U_0 . U_1 \quad U_2 \quad U_3 \quad U_4 \quad U_5 \quad U_6$

الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل(لك في الوثيقة المرفقة).

/ ضع تخمينا حول رتابة المتتالية (U_n) وتقاربها

/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_{2n}) المتتالية (U_{2n+1})

2 برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le U_n \le 3$

3 (V_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$

- بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\left(-\frac{1}{2}\right)$ يطلب تعيين حدّها الأول

- V_n ؛ n $\quad U_n$ بدلالة n

- ، $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

التمرين الرابع : (07)

I) نعتبر الدالة العددية g $\quad \mathbb{R}$ يلي: $g(x) = xe^x + e^x - 1$

1 بين أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -1$ وفسر النتيجة بيانيا $\quad \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2 ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3 $g(0)$ $\quad$ حسب قيم العدد الحقيقي x $\quad g(x)$

II) الدالة العددية f $\quad \mathbb{R}$ يلي: $f(x) = xe^x - x$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول هي $1cm$)

1. احسب نهايتي الدالة f $\quad +\infty \quad -\infty$

2. أ/ بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

ب/ استنتج اتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها

3. أ/ بين ان المستقيم (Δ) : $y = -x$ $\quad$ للمنحنى (C_f) $\quad -\infty$

ب/ ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)

4. أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف w يطلب تعيين احداثييها

ب/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة له

ج/ $f(1) \quad f(2) \quad (\Delta) \quad (T)$ المنحنى (C_f)

د/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالي : $xe^x = m$

5. a بين أن : $x \longmapsto (x-1)e^x$ هي دالة أصلية للدالة $x \longmapsto xe^x$ $\quad \mathbb{R}$

b احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما :

$x = -1 \quad x = 0$

التمرين (04):

متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$: $A(-3,3,2)$ $B(-2,1,0)$

$E(0,0,2)$ $F(0,3,-1)$ (p) معادلة ديكارتية له $2x+2y-z+2=0$

(Q) المستوي المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=\alpha+\beta \\ y=4\alpha-2\beta+1 \\ z=\alpha-2\beta-2 \end{cases}$ (Q) حيث α β عددان حقيقيان

1 / اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

/ أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q)

/ تحقق أن المستويين (p) (Q) يتقاطعان وفق المستقيم (AB)

2 - عين المركز C r (S) يمس كل من المستويين (p) (Q) في النقطتين E F على الترتيب

- C عن كل من المستويين (p) (Q)

3 /a ABC B ثم احسب مساحته

/b بين أن $\overrightarrow{EF}$ (ABC)

/c احسب حجمي رباعيي الوجوه ABCE ABCF

التمرين الثاني: (4,5)

متجانس $(O,\vec{U},\vec{V})$ L : $L=\frac{\alpha+\beta i}{3+5i}$

حيث α β عددان حقيقيان

1 عين α β بحيث يكون: $|L|=1$ $\arg(L)=\frac{\pi}{4}$

(2 : $\alpha=-\sqrt{2}$ $\beta=4\sqrt{2}$

/ عين قيم العدد الطبيعي حتى يكون L^n عددا حقيقيا موجبا

/ بين أن: $L^{2016}=1$ $\left(-\sqrt{2}+4\sqrt{2}i\right)^{2016}-(3+5i)^{2016}$

(3 A B لاحقتاهما على الترتيب :

$Z_A=-\sqrt{2}+4\sqrt{2}i$ $Z_B=3+5i$

/ عين زاوية الدوران الذي مركزه O ويحول B A

/ استنتج طبيعة المثلث OBA

/ بين أن: $AB=\sqrt{34(2-\sqrt{2})}$

(4 G $[AB]$ M نقطة كيفية من المستوي المركب

- بين أن : $MA^2+MB^2=2MG^2+17(2-\sqrt{2})$

- عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $MA^2+MB^2=42-17\sqrt{2}$

التمرين الثالث : (4.5)

(U_n)متتالية عددية كمايلي: $U_1 = \frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $U_{n+1} = \frac{n}{4(n+1)} U_n$

1 / U_2 U_3

/ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_n > 0$

/ ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متتالية متقاربة و احسب نهايتها

2 نعتبر المتتالية العددية (V_n)المعرفة كمايلي :

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $V_n = n2^n U_n$

/ بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأول V_1

/ V_n U_n n ، ثم اثبت صحة تقارب المتتالية (U_n)

3 1/ n S_n حيث : $S_n = V_1 + V_2 + V_3 + \quad + V_n$

2/ n P_n حيث: $P_n = U_1 \times (2U_2) \times (3U_3) \times \quad \times (nU_n)$

التمرين الرابع: (07)

I) نعتبر الدالة العددية g $]0,+\infty[$ يلي: $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2lnx$

1 احسب نهايات الدالة g

2 ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $]0,+\infty[$

3 $g(1)$ $g(x)$

II) f الدالة العددية $]0,+\infty[$ يلي: $f(x) = x + \frac{1}{x} - 2 - (lnx)^2$

(C_f) تمثيلها البياني $(O,\vec{i},\vec{j})$

.1 / : $\lim_{x\to+\infty} \frac{(lnx)^2}{x} = 0$ (: $t = \sqrt{x}$)

/ $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

.2 1 : $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ $\lim_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} f(x)$

2 اعط تفسيرا بيانيا للنتائج

.3 بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $]0,+\infty[$ $f'(x) = g(x) \times \frac{1}{x}$

.4 استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

.5 المنحنى (C_f)

.6 / : $x \longmapsto xlnx - x$ هي دالة أصلية للدالة : $x \longmapsto lnx$ $]0,+\infty[$

/ : $\int_1^e (lnx)^2\, dx = e - 2$

/ احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما :

$x = 1$ $x = e$

الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الـــــــوادي -:
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي - ثانوية السعيد عبد الحـــــــي
: علوم تجريبية (2016 :)

الاجابة النموذجية لامتحان الباكلوريا التجريبية

التمرين الأول: (04)

1 أ/ بين أن المستويين (P_1) (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ)

$(\Delta) \in (P_1): 3(t) + (-3t-3) + 3 = 0$ $\quad 0 = 0$

$(\Delta) \in (P_2): 2(t) - (2t+3) + 3 = 0$ $\quad 0 = 0$

ب/ تحقق أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (Δ)

$$\begin{cases} -2 = t \\ -1 = -3t - 3 \; ; \; t = -\frac{2}{3} \\ 0 = 2t + 3 \; ; \quad t = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad (t \in \mathcal{R}) \qquad A \notin (\Delta)$$

2 أ/ عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) الذي يشمل النقطة A و يوازي (Δ) :

$\overrightarrow{AM} = \lambda \vec{U}_{(\Delta)}$ (d) ومنه

$$(d): \begin{cases} x = \lambda - 2 \\ y = -3\lambda - 1 \\ z = 2\lambda \end{cases} \quad (t \in \mathcal{R})$$

ب/ عين إحداثيات النقطة B المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (Δ)

$B \in (\Delta)$, $B(t\ , \ -3t-3\ ,\ 2t+3)$

$\overrightarrow{AB}.\vec{U}_{(\Delta)} = 0$: و لدينا $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} t+2 \\ -3t-2 \\ 2t+3 \end{pmatrix}$: $\begin{pmatrix} t+2 \\ -3t-2 \\ 2t+3 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$

ومنه $t = -1$ $\qquad B(-1\ ,\ 0\ ,\ 1)$

- ثم استنتج المسافة بين المستقيمين (Δ) و (d)

$$AB = \sqrt{(-1+2)^2 + (0+1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{3}$$

3 أ/ عين طبيعة المجموعة (Γ) وحدد عناصرها المميزة

لدينا I $[AB]$: $AB = 2AI$ ومنه : $MA^2 + MB^2 = 4AI^2$

: $MA^2 + MB^2 = (2AI)^2$ ومنه نستلزم: $MA^2 + MB^2 = AB^2$ ومنه النقط A B M

نظرية فيتاغورس وبالتالي (Γ) هي قطرها AB ومركزها I

ب/ (Γ) مع المستقيمين (Δ) و (d) :

: $B \in (\Delta)$ $A \in (d)$ (Γ) هي دائرة قطرها AB : $(\Gamma) \cap (\Delta) = \{B\}$ $(\Gamma) \cap (d) = \{A\}$

التمرين الثاني:(4.5) (1 $\mathbb{C}$ ذات المجهول Z الآتية : $(Z-4-2i)(Z^2-2Z+2)=0$

$\begin{cases} Z-4-2i=0 \\ Z^2-2Z+2=0 \end{cases}$:، $\begin{cases} Z=4+2i \\ Z^2-2Z+2=0 \end{cases}$

$Z^2-2Z+2=0$ نحسب المميز Δ : $\Delta=-4=4i^2$ ومنه $Z_1=1+i$ $Z_2=1-i$

ومنه مجموعة حلول المعادلة : $S=\{4+2i\,,\ 1+i\,,1-i\}$

(2 / بين أن : $\frac{Z_C-Z_B}{Z_A-Z_B}=\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$: $\frac{Z_C-Z_B}{Z_A-Z_B}=\frac{1}{2}i=\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$

/ استنتج طبيعة المثلث BAC احسب مساحته

BAC B ومساحته : . $S_{BAC}=\frac{AB\times BC}{2}=\frac{\sqrt{10}\times\sqrt{\frac{10}{4}}}{2}=\frac{10}{4}$

(3 / عين الكتابة المركبة للتشابه S :

لدينا: $\frac{Z_C-Z_B}{Z_A-Z_B}=\frac{1}{2}i$: $(z_C-z_B)=\frac{1}{2}i(z_A-z_B)$ وبعد التبسيط نجد : $Z_C=\frac{1}{2}i\,Z_A+5$

إذن العبارة المركبة للتشابه هي : $Z'=\frac{1}{2}i\,Z+5$

/ عين Z_D D C بالتشابه S

$Z_D=\frac{1}{2}i\,Z_C+5=\frac{19}{4}+i\,\frac{9}{4}$

/ بين أن صورة المثلث BAC بالتشابه S هو المثلث BCD BCD

S تشابه مركزه B ونسبته $\frac{1}{2}$ ويحول A C ويحول C D ومنه صورة المثلث BAC بالتشابه S هو المثلث BCD

$S_{BCD}=\frac{CB\times BD}{2}=\frac{\frac{1}{2}AB\times\frac{1}{2}BC}{2}=\frac{\frac{1}{4}AB\times BC}{2}=\frac{S_{BAC}}{4}=\frac{10}{16}$.

(4 /عين طبيعة المجموعة (E) وحدد عناصر ها المميزة:

(E) هي دائرة قطرها AD : $(E):(x-x_A)(x-x_D)+(y-y_A)(y-y_D)=0$

ومنه : $(E):x^2+y^2-\frac{23}{4}x-\frac{13}{4}y+7=0$ وبالتالي هي دائرة مركزها $G\left(\frac{23}{8};\frac{13}{4}\right)$ ونصف قطرها $\sqrt{7}$

/ C (E) ثم استنتج طبيعة المثلث ACD

$0=0$ $\left(\frac{9}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{23}{4}\left(\frac{9}{2}\right)-\frac{13}{4}\left(\frac{1}{2}\right)+7=0$ $C\in(E)$

ومنه المثلث ACD ي النقطة C

لتمرين الثالث (4,5) نعتبر المتتالية (u_n) : $\begin{cases} U_0=3 \\ U_{n+1}=f(U_n)=\frac{2}{U_n+1} \end{cases}$

1 / تمثيل U_0. U_1 U_2 U_3 U_4 U_5 U_6 على حامل محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل

/ ضع تخمينا حول رتابة المتتالية (U_n) وتقاربها

(U_n) متتالية غير رتيبة وهي متقاربة نحو العدد 1

/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_{2n}) المتتالية (U_{2n+1})

التمثيل نستنتج المتتالية (U_{2n}) متتالية متناقصة والمتتالية (U_{2n+1}) متتالية متزايدة

2 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq U_n \leq 3$

$n = 0$: $0 \leq U_0 \leq 3$ $0 \leq 3 \leq 3$ القضية صحيحة

$0 \leq U_n \leq 3$ ونثبت صحة القضية $0 \leq U_{n+1} \leq 3$

لدينا : $0 \leq U_n \leq 3$ 1 إلى الطرفين نجد: $1 \leq U_n + 1 \leq 4$ وبقلب طرفي المتباينة و

الطرفين في (2) : $\frac{2}{4} \leq \frac{2}{U_n+1} \leq 1$ $\frac{1}{2} \leq U_{n+1} \leq 1$ ومنه : $0 \leq U_{n+1} \leq 3$

طبيعي n : $0 \leq U_n \leq 3$

3 - بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\left(-\frac{1}{2}\right)$ يطلب تعيين حدّها الأول

لدينا : $V_n = \frac{U_n-1}{U_n+2}$ ومنه $V_{n+1} = \frac{U_{n+1}-1}{U_{n+1}+2}$

$$V_{n+1} = \frac{\frac{2}{U_n+1}-1}{\frac{2}{U_n+1}+2} \quad : \quad V_{n+1} = \frac{-U_n+1}{2U_n+4}$$

بأخذ $\left(\frac{-1}{2}\right)$ جد : $V_{n+1} = \left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{U_n-1}{U_n+2}\right)$ $V_{n+1} = -\frac{1}{2}V_n$

(v_n) متتالية هندسية أساسها $\left(q = -\frac{1}{2}\right)$ وحدها الأول: $V_0 = \frac{U_0-1}{U_0+2} = \frac{2}{5}$

- V_n n U_n n

$V_n = \frac{2}{5} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ $V_n = \frac{U_n-1}{U_n+2}$: $U_n = \frac{2V_n-1}{V_n-1}$: $U_n = \frac{\frac{4}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^n-1}{\frac{2}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^n-1}$

- $\lim_{n\to+\infty} U_n$: $\lim_{n\to+\infty} U_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{\frac{4}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^n-1}{\frac{2}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^n-1} = \frac{-1}{-1} = 1$

ومنه نستنتج أن : (U_n) متتالية متقاربة نحو العدد 1

<u>التمرين الرابع</u> (07): I نعتبر الدالة العددية g $\mathbb{R}$ يلي: $g(x) = xe^x + e^x - 1$

1 بين أن: $\lim_{x\to-\infty} g(x) = -1$ وفسر النتيجة بيانيا $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty} xe^x + e^x - 1 = -1$ ومنه $y = -1$ معادلة لمستقيم $-\infty$

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$

2 ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها :

<u>نحسب الدالة المشتقة وندرس إشارتها:</u> $g'(x) = e^x(x+2)$

ومنه من اجل كل عدد حقيقي: $g'(x) = 0$

: $(x+2) = 0$ $x = -2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	
$g(x)$	-1	↘	$g(-2)$	↗	$+\infty$

3 $g(0)$ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x $:g(x)$

ومنه: $g(0) = 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g(x)$		-	0	+	

II) الدالة العددية f $\mathbb{R}$ يلي: $f(x) = xe^x - x$

1 احسب نهايتي الدالة f $+\infty$ $-\infty$: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

2 أ/ بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

$$f'(x) = xe^x + e^x - 1 = g(x)$$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(0)$	↗	$+\infty$

3 أ/ بين ان المستقيم (Δ) $y = -x$: المنحنى (C_f) $-\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) - (-x)) = \lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0$ منه المستقيم (Δ) $y = -x$

هو مستقيم مقارب مائل بجوار $-\infty$

ب/ ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ):

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x) + x$		-	0	+	
		(C_f) (Δ)	يقطع (C_f) (Δ) $(0,0)$	(C_f) (Δ)	

4 ب/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف w يطلب تعيين احداثييها:

$$f''(x) = g'(x) \quad : \quad f'(x) = g(x)$$

ومنه (C_f) يقبل نقطة انعطاف عند : $x = -2$ وهي: $w(-2\ ,-2e^{-2} + 2)$

ب/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة له :

(C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يعني أن : $f'(x) = -1 \quad : \quad x = -1$

(T): $(T): y = f'(-1)(x+1) + f(-1) \quad : \quad y_T = -x - e^{-1}$

ب/ $f(1)$ $f(2)$ (Δ) (T) المنحنى (C_f)

ب/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $xe^x = m$

$xe^x = m$ فمن اجل كل عدد حقيقي $xe^x - x = m - x \quad : \quad f(x) = -x + m$

m	$-\infty$	$-e^{-1}$		0		$+\infty$
$f(x) = -x + m$		$x = -2$	حلين سالبين			

5 /a بين أن : $x \longmapsto (x-1)e^x$ هي دالة أصلية للدالة $x \longmapsto xe^x$: $\mathbb{R}$

$$\left((x-1)e^x\right)' = xe^x$$

/b احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = -1$ $x = 0$

مساحة الحيز هي :

$$\int_{-1}^{0}[-x - f(x)]dx = \int_{-1}^{0}[-xe^x]dx = -\int_{-1}^{0}[xe^x]dx = -[(x-1)e^x]_{-1}^{0} = 1 - 2e^{-1}$$

ومنه مساحة الحيز هي 0.624

التمرين الأول: (04)

1 / اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB):

ومنه : $(AB): \overrightarrow{AM} = t\,\overrightarrow{AB}$ $(t \in \mathcal{R})$ $(AB): \begin{cases} x = t - 3 \\ y = -2t + 3 \\ z = -2t + 2 \end{cases}$

/ أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q):

لدينا : $\begin{cases} x = \alpha + \beta & (1) \\ y = 4\alpha - 2\beta + 1 & (2) \\ z = \alpha - 2\beta - 2 & (3) \end{cases}$: من $((1)-(3))$ $\beta = \frac{x-z-2}{3}$

(1) : $\alpha = x - \beta = \frac{2x+z+2}{3}$ وبالتعويض في (2) : $2x - y + 2z + 5 = 0$ (Q)

/ تحقق أن المستويين (p) (Q) متعامدان ويتقاطعان وفق المستقيم (AB):

$\vec{n}_{\mathrm{p}}.\vec{n}_{\mathrm{Q}} = 0$: $\vec{n}_{\mathrm{p}} \perp \vec{n}_{\mathrm{Q}}$ ومنه المستويين (p) (Q)

$0 = 0$ $2(t-3) + 2(-2t+3) - (-2t+2) + 2 = 0$ $(AB) \in (\mathrm{p})$

$0 = 0$ $2(t-3) - (-2t+3) + 2(-2t+2) + 5 = 0$ $(\Delta) \in (Q)$

2 - عين المركز C r (S) ي يمس كل من المستويين (p) (Q) في النقطتين E F على الترتيب

C هو نقطة تقاطع المستقيمين (CE) (CF) ومنه : $\begin{cases} (CE): \overrightarrow{EM} = t\vec{n}_{\mathrm{p}} \\ (CF): \overrightarrow{FM} = \lambda\vec{n}_{\mathrm{Q}} \end{cases}$

: $(t \in \mathcal{R})$ $(CE): \begin{cases} x = 2t \\ y = 2t \\ z = -t + 2 \end{cases}$

و $(\lambda \in \mathcal{R})$ $(CF): \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = -\lambda + 3 \\ z = 2\lambda - 1 \end{cases}$

$(CE) \cap (CF)$ يعني أن : $\begin{cases} 2t = 2\lambda \\ 2t = -\lambda + 3 \\ -t + 2 = 2\lambda - 1 \end{cases}$

ومنه $t = \lambda = 1$: C(2 ,2 ,1) $\quad r = CE = \sqrt{(0-2)^2 + (0-2)^2 + (2-1)^2} = 3$

- عن كل من المستويين C (p) (Q):

المسافة بين C والمستويين (p) (Q) هي: $CE = CF = r = 3$

3 /a ABC B ثم احسب مساحته

لدينا: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = 0$ ي $\begin{pmatrix}1\\-2\\-2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}4\\1\\1\end{pmatrix} = \mathbf{0}$ ومنه ABC B

: . $S_{ABC} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{3 \times 3\sqrt{2}}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$

/b بين أن $\overrightarrow{EF}$ (ABC):

$\begin{cases}\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{AB} = 0\\ \overrightarrow{EF}.\overrightarrow{BC} = 0\end{cases}$ ي: $\begin{pmatrix}1\\-2\\-2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}0\\3\\-3\end{pmatrix} = \mathbf{0}$ و $\begin{pmatrix}4\\1\\1\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}0\\3\\-3\end{pmatrix} = \mathbf{0}$

/c احسب حجمي رباعيي الوجوه ABCE ABCF:

$V_{ABCE} = \frac{1}{3} S_{ABC} \times EI$.

$V_{ABCF} = \frac{1}{3} S_{ABC} \times FI$ حيث I [EF]

: $V_{ABCE} = \frac{1}{3} \times \frac{9\sqrt{2}}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{9}{2}\ (U.V)$

$V_{ABCF} = \frac{1}{3} \times \frac{9\sqrt{2}}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{9}{2}\ (U.V)$

: يمكن حـ حجمي رباعيي الوجوه ABCE ABCF : الارتفاع هو CE CF والقاعدة هي ABE ABF على الترتيب

التمرين الثاني: (4,5):

(1 عين α β بحيث يكون: $|L| = 1$ $arg(L) = \frac{\pi}{4}$:

لدينا : $L = \frac{\alpha+\beta i}{3+5i} = \frac{(\alpha+\beta i)\times(3-5i)}{(3+5i)\times(3-5i)} = \frac{(3\alpha+5\beta)}{34} + i\,\frac{(3\beta-5\alpha)}{34} = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$

: $\begin{cases}\frac{(3\alpha+5\beta)}{34} = \frac{\sqrt{2}}{2}\\ \frac{(3\beta-5\alpha)}{34} = \frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$: $\begin{cases}3\alpha + 5\beta = 17\sqrt{2}\\ 3\beta - 5\alpha = 17\sqrt{2}\end{cases}$ وبحل جملة المعادلتين نجد : $\alpha = -\sqrt{2}$ $\beta = 4\sqrt{2}$

(2 / عين قيم العدد الطبيعي حتى يكون L^n عددا حقيقيا موجبا:

لدينا: $L = e^{i\frac{\pi}{4}}$: $L^n = e^{i\frac{n\pi}{4}}$ ومنه : يكون L^n عددا حقيقيا موجبا : $arg(L) = 2k\pi$

: $\frac{n\pi}{4} = 2k\pi$: $k \in \mathbb{Z}$; $n = 8k$

/ بين أن: $L^{2016} = 1$ $\quad (-\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i)^{2016} - (3+5i)^{2016}$:

$L^{2016} = e^{i\frac{2016\pi}{4}} = e^{i8(252)\pi} = 1$

لدينا: $L^{2016} = 1$ $\left(\frac{-\sqrt{2}+4\sqrt{2}i}{3+5i}\right)^{2016} = 1$: $\frac{(-\sqrt{2}+4\sqrt{2}i)^{2016}}{(3+5i)^{2016}} = 1$

ومنه نستلزم : $\left(-\sqrt{2}+4\sqrt{2}i\right)^{2016}=(3+5i)^{2016}$: $\left(-\sqrt{2}+4\sqrt{2}i\right)^{2016}-(3+5i)^{2016}=0$

3) / عين زاوية الدوران الذي مركزه O ويحول B A

$(z_A-z_O)=a(z_B-z_O)$: $a=\frac{z_A}{z_B}=\frac{-\sqrt{2}+4\sqrt{2}i}{3+5i}=L=e^{i\frac{\pi}{4}}$

ومنه O ويحول B A زاويته $\frac{\pi}{4}$

/ استنتج طبيعة المثلث OBA: OBA مثلث متقايس الساقين

/ بين أن: $AB=\sqrt{34(2-\sqrt{2})}$:

$AB=\sqrt{(3+\sqrt{2})^2+(5-4\sqrt{2})^2}=\sqrt{34(2-\sqrt{2})}$

4)- بين أن : $MA^2+MB^2=2MG^2+17(2-\sqrt{2})$:

$$MA^2+MB^2=\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2=\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2$$

$$=2\overrightarrow{MG}^2+2\overrightarrow{MG}\left(\overrightarrow{GA}.\overrightarrow{GB}\right)+\overrightarrow{GA}^2+\overrightarrow{GB}^2$$

$$=2\overrightarrow{MG}^2+2\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{2}\right)^2=2\overrightarrow{MG}^2+\frac{\overrightarrow{AB}^2}{2}=2MG^2+\frac{(AB)^2}{2}=2MG^2+17(2-\sqrt{2})$$

- عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $MA^2+MB^2=1+17\sqrt{2}$

$MA^2+MB^2=42-17\sqrt{2}$: $2MG^2+17(2-\sqrt{2})=42-17\sqrt{2}$ ومنه : $2MG^2=8$

ومنه $MG=2$ M هي دائرة مركزها ونصف قطرها 2

التمرين (4,5): نعتبر المتتالية U_n : $\begin{cases}U_1=\frac{1}{4}\\U_{n+1}=\frac{n}{4(n+1)}U_n\end{cases}$

متتالية عددية كمايلي: $U_1=\frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $U_{n+1}=\frac{n}{4(n+1)}U_n$

1 / U_2 U_3 : $U_2=\frac{1}{4(1+1)}U_1=\frac{1}{32}$ $U_3=\frac{2}{4(2+1)}U_2=\frac{1}{384}$

/ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_n>0$

- $n=1$: $U_1>0$ $\frac{1}{4}>0$ القضية صحيحة
- $U_n>0$ ونثبت صحة القضية $U_{n+1}>0$
- لدينا : $U_n>0$ $n>0$: $\frac{n}{4(n+1)}>0$: $\frac{n}{4(n+1)}U_n$ $U_{n+1}>0$

طبيعي n : $U_n>0$

/ ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متتالية متقاربة و احسب نهايتها

$$U_{n+1} - U_n = \frac{n}{4(n+1)}U_n - U_n = \frac{-3n-4}{4(n+1)}U_n < 0$$

ومنه المتتالية (U_n) متناقصة ولكونها محدودة من الأسفل كذلك فهي متتالية متقاربة و نهايتها هي l حيث:

$$\lim_{n\to+\infty} U_{n+1} = \lim_{n\to+\infty} U_n = \lim_{x\to+\infty} f(l) = l$$

ومنه $f(l) = l$ $\qquad \frac{n}{4(n+1)}l = l \qquad \frac{-3n-4}{4(n+1)}l = 0$

$\frac{-3n-4}{4(n+1)} \neq 0 \qquad l = 0 \qquad \lim_{n\to+\infty} U_n = 0$

2 / بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأول V_1 حيث: $V_n = n2^nU_n$:

لدينا: $V_n = n2^nU_n$: $\quad V_{n+1} = (n+1)2^{n+1}U_{n+1}$

$$= (n+1)2^n \times 2\frac{n}{4(n+1)}U_n$$

$$= \frac{1}{2}n2^nU_n$$

ومنه : $V_{n+1} = \frac{1}{2}V_n$

(v_n) متتالية هندسية أساسها $\left(q = \frac{1}{2}\right)$ وحدها الاول: $V_1 = 1 \times 2 \times U_1 = \frac{1}{2}$

/ V_n U_n n ، ثم اثبت صحة تقارب المتتالية (U_n):

$V_n = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ و لدينا: $V_n = n2^nU_n$

$U_n = \frac{1}{n2^{2n}}$: ومنه $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n2^{2n}} = 0$ $\quad \lim_{n\to+\infty} U_n =$

وبالتالي متتالية متقاربة نحو 0

3 /1 n S_n حيث : $S_n = V_1 + V_2 + V_3 + \qquad + V_n$

$$S_n = \frac{1}{2} \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1$$

/2 n P_n حيث: $P_n = U_1 \times (2U_2) \times (3U_3) \times \qquad \times (nU_n)$

لدينا : $V_n = n2^nU_n$ $\qquad U_n = \frac{1}{n2^n}V_n$ وبالتعويض في P_n :

$$P_n = \left(\frac{1}{2}V_1\right) \times \left(2 \times \frac{1}{2\times 2^2}V_2\right) \times \left(3 \times \frac{1}{3\times 2^3}V_3\right) \times\cdots \qquad \times \left(n \times \frac{1}{n\times 2^n}V_n\right)$$

أي: $P_n = \left(\frac{V_1}{2}\right) \times \left(\frac{V_2}{2^2}\right) \times \left(\frac{V_3}{2^3}\right) \times\cdots \qquad \times \left(\frac{V_n}{2^n}\right)$

ومنه : $P_n = \frac{V_1 \times V_2 \times V_3 \times \qquad \times V_n}{2^1 \times 2^2 \times 2^3 \times \qquad \times 2^n}$

ولدينا: $V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

$$P_n = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \times\cdot \qquad \times \left(\frac{1}{2}\right)^n}{2^1 \times 2^2 \times 2^3 \times\cdots \qquad \times 2^n} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{n+1}{2}\right)n}}{2^{\left(\frac{n+1}{2}\right)n}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{(n+1)n} :$$

التمرين الرابع: (07):

نعتبر الدالة العددية g]0,+∞[يلي: $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln x$

1 احسب نهايات الدالة g :

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} \left[x\left(1 - \frac{1}{x^2} - 2\frac{\ln x}{x}\right)\right] = +\infty$$

$$\lim_{\substack{x\to0 \\ >}} g(x) = \frac{x^2-1-2x\ln x}{x} = -\infty$$

2 درس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها على المجال]0,+∞[:

$g'(x) = 1 + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ $\quad g'(x) = 0 \quad x = 1 :$

لدينا من اجل كل $x \in]0\ ,+\infty[$ $\quad g'(x) > 0$

ومنه الدالة g متزايدة تماما على]0 ,+∞[

- **جدول تغيرات الدالة g :**

x	0		1		+∞
$g'(x)$	‖	+	0	+	
$g(x)$	‖ −∞	↗			+∞

3 $g(1)$ $g(x)$

$g(1) = 0$

x	0		1		+∞
$g(x)$	‖	-	0	+	

(II الدالة العددية f]0,+∞[يلي: $f(x) = x + \frac{1}{x} - 2 - (\ln x)^2$

1 / : $\lim_{x\to+\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$: (: $t = \sqrt{x}$)

: $t = \sqrt{x}$: $t^2 = x$ ومنه لما $x \to +\infty$: $t \to +\infty$:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = \lim_{t\to+\infty} \frac{(\ln t^2)^2}{t^2} = \lim_{t\to+\infty} \left(\frac{2\ln t}{t}\right)^2 = 0$$

/ $\lim_{x\to+\infty} f(x)$: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \left[x\left(1 - \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} - \frac{(\ln x)^2}{x}\right)\right] = +\infty$

2 1 : $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ $\quad \lim_{\substack{x\to0 \\ >}} f(x)$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{x}} - 2 - \left(\ln\left(\frac{1}{x}\right)\right)^2 = f(x)$$

: $t = \frac{1}{x}$ ومنه لما $x \xrightarrow{>} 0$: $t \to +\infty$:

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = \lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} f\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{t \to +\infty} f(t) = +\infty$$

2 اعط تفسيرا بيانيا للنتائج : $x = 0$ معادلة لمستقيم مقارب عمودي

3 بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $]0,+\infty[$ $\quad f'(x) = g(x) \times \frac{1}{x}$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} - 2\frac{\ln x}{x} = g(x) \times \frac{1}{x}$$

4 استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها:

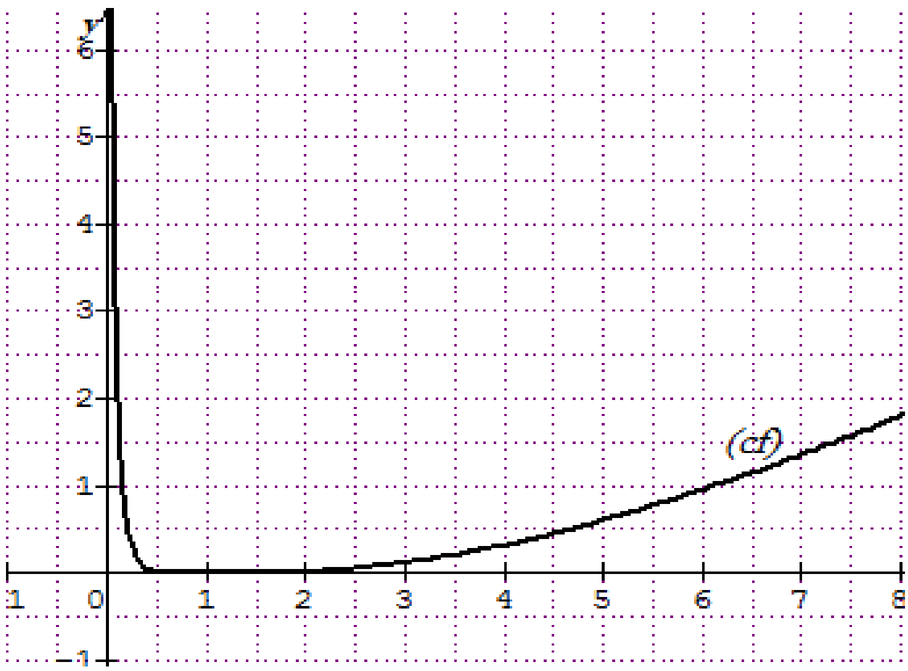
ومنه $\quad x \in]0\ ,+\infty[$

$f'(x) \quad\quad g(x)$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

5 المنحنى (C_f)



6 / $x \longmapsto x\ln x - x$: هي دالة أصلية للدالة : $x \longmapsto \ln x$:$]0,+\infty[$

$$(x\ln x - x)' = \ln x + x \times \frac{1}{x} - 1 = \ln x$$

/ : $\int_1^e (\ln x)^2\, dx = e - 2$:

:ا $\begin{cases} u(x) = (\ln x)^2 \\ v'(x) = 1 \end{cases}$: $\begin{cases} u'(x) = 2\dfrac{\ln x}{x} \\ v(x) = x \end{cases}$:

$$\int_1^e (\ln x)^2\, dx = [x(\ln x)^2]_1^e - \int_1^e x 2\frac{\ln x}{x}\, dx = [x(\ln x)^2]_1^e - 2\,[x\ln x - x]_1^e = e - 2$$

/ احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهم $x = 1$ $x = e$

مساحة الحيز هي : $\int_1^e f(x)\, dx = \int_1^e \left[x + \frac{1}{x} - 2 - (\ln x)^2\right] dx = \int_1^e \left(x + \frac{1}{x} - 2\right) dx - \int_1^e (\ln x)^2 dx$

$$= \left[\frac{1}{2}x^2 + \ln|x| - 2x\right]_1^e - (e - 2) = \frac{1}{2}e^2 - 3e + \frac{9}{2}$$

ومنه مساحة الحيز المطلوبة هي : $\frac{(e-3)^2}{2}$