

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التجريبي

الشعبة 3 تقي رياضي

اختبار في مادة الرياضيات

مديرية التربية لولاية عين تموشنت

لأولى داودي محمد المالح

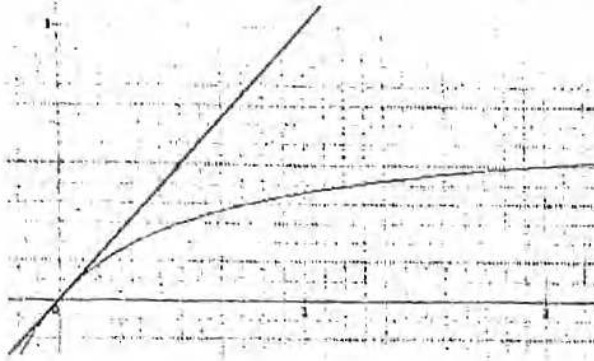
دورة ماي 2023

المدة : 3 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين: الموضوع الأول

التعميم الأول: (05 نقاط)

في المستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) و (C_r) المنحنى البياني الممثل للدالة r المعرفة كما يلي: $f(x) = \frac{2x}{2+3x}$ والمستقيم ذو المعادلة $x = r$ كما هو موضح في الشكل.



لتكن (u_n) المتتالية المعرفة على \mathbb{N} : $u_0 = 2$
 $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2+3u_n}$

1- مثل بيانيا على محور الفواصل الحدود $u_0 ; u_1 ; u_2$ موضعا الخطوط (دون حسابها).

2- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 0 < u_n \leq 2$

3- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على \mathbb{N} .

- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ويطلب حساب نهايتها.

لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} : $v_n = \frac{\alpha}{u_n}$ حيث α عدد حقيقي غير معدوم.

1- عين قيمة α بحيث تكون (v_n) متتالية حساية واساسها $r = \frac{3}{2}$ ثم احسب حدها الأول.

2- نضع $\alpha = 1$ عبر عن v_n بدلالة n

3- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n = \frac{2}{1+3n}$

4- لتكن المتتالية (w_n) المعرفة على \mathbb{N} : $w_n = e^{x_n}$

5- عين طبيعة المتتالية (w_n) .

6- احسب الجداء: $P_n = w_0 \times w_1 \times \dots \times w_n$

التعميم الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس 4 كرات حمراء مرقمة 2, 2, 1, 1 وأربع كرات بيضاء مرقمة 0, 0, 2, 1 وكرتين خضراوين مرقمة 1, -2.

لا يمكن التمييز بينها باللمس نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس.

1- احسب احتمال الحوادث التالية: - الحادثة A سحب كرتين من نفس اللون. - الحادثة B سحب كرتين مجموع ارقامهما يساوي 0.

- الحادثة C سحب كرتين مختلفتي اللون.

2- بين أن $P(B \cap C) = \frac{6}{45}$.

3- ليكون المتغير العشوائي الذي يرقى بكل سحب مجموع الرقين المتحصل عليهما.

4- عين قيم المتغير العشوائي X ثم قانون الاحتمال.

- احسب الامل الرياضي $E(X)$.

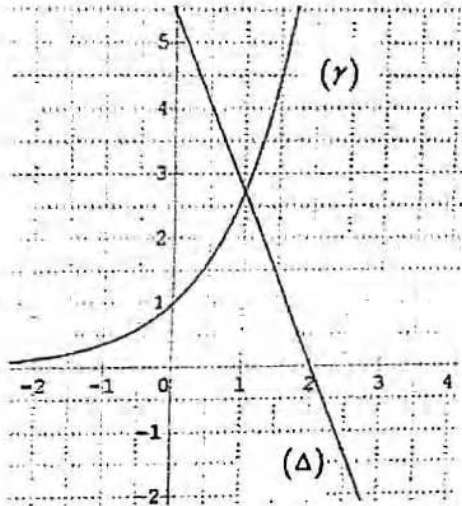
التمرين الثالث: (04 نقاط)

- 1- حل في مجموعة الاعداد المركبة C المعادلة: $z^2 - 6z + 10 = 0$
- استنتج حلول المعادلة ذات المجهول z حيث: $(\bar{z} + 2)^2 - 6(\bar{z} + 2) + 10 = 0$
- 2- في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \bar{u}; \bar{v})$ ، النقط $A; B; C; D$ تقط من المستوي لواحقتها على الترتيب: $z_A = 3 - i$, $z_B = 3 + i$, $z_C = 1 + i$, $z_D = 1 - i$
- 3- أكتب كلا من z_C و z_D على الشكل الاسمي; ثم عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n = i$
- 4- عين عبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.
- 5- النقطة E التي لاحقتها $z_E = 7 - 3i$ و F صورتها بالدوران R
- تحقق ان لاحقة F هي: $z_F = 5 + 3i$
- استنتج طبيعة المثلث AFE مع التبرير.



- 1- عين المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات الاحقة z حيث: $z = 1 - i + ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ مع $k \in \mathbb{R}^+$
- ب- عين المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات الاحقة z حيث: $|z - 1 - i| = |z - 1 + i|$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



- ليكن (γ) التمثيل البياني للدالة $x \rightarrow e^x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = -ex + 2e$
- ولتكن g الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = e^x + ex - 2e$
- أ- احسب $g(1)$; ثم بين أن $e^x - y = g(x)$
 - ب- بقراءة بيانية حدد وضعية المنحنى (γ) بالنسبة للمستقيم (Δ) على \mathbb{R}
 - ت- استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.
- لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = -x + 2 + (x-1)e^{-x+1}$
- و (C_r) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \bar{i}; \bar{j})$ $\|\bar{i}\| = \|\bar{j}\| = 2cm$
- 1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
 - 2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -e^{-x}g(x)$
 - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 - 3- بين أن المستقيم (T) ذو المعادلة $y = -x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_r) بجوار $+\infty$.
 - ادرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_r) والمستقيم (T) .
 - 4- جد (T') معادلة المماس الموازي للمستقيم المقارب المائل (T) .
 - 5- تقبل أن $f(\alpha) = f(\beta) = 0$ بحيث $0,1 < \alpha < 0,3$ و $2,3 < \beta < 2,4$
 - احسب $\left(\frac{-1}{2}\right)^m$ ثم أنشئ المستقيمين (T) و (T') ثم المنحنى (C_r) .
 - 6- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(x-1)e^{-x+1} = m - 2$

انتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل العدد 0 وخمس كريات سوداء تحمل العدد (-3) و كرتين حمراويتين تحملان العدد α (حيث $\alpha \in \mathbb{N}^*$) كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس .

نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد.

1- احسب احتمال الحوادث الآتية:

A "الحصول على كرتين من نفس اللون".

B "الحصول على كرتين جداء الأعداد المسجلة عليها معدوم".

C "سحب كرتين حمراويتين على الأكثر".

2- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع العددين المسجلين على الكرتين.

3- عزف قانون احتمال للمتغير العشوائي X.

4- بين أن : $E(X) = \frac{2}{5}\alpha - 3$.

5- عين أصغر قيمة للعدد الطبيعي α حتى يكون $E(X) > 0$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I- حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

II- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \bar{u}; \bar{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C لاحقاتها على الترتيب:

$$z_C = z_A - z_B \quad \text{و} \quad z_A = \sqrt{3} + i \quad z_B = \bar{z}_A$$

1- أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على شكل الاسي ثم استنتج أن النقط A ، B ، C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

2- تحقق أن : $z_C = e^{i\frac{\pi}{3}} z_A$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث OAC .

3- عين بدقة طبيعة الرباعي OBAC .

4- ليكن r الدوران الذي مركزه O و يحول النقطة C إلى النقطة A .

أ- عين العبارة المركبة للدوران r ، ثم تحقق أن $r(A) = B$

ب- عين صورة الرباعي OBAC بواسطة الدوران r .

5- عين (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث : $|z - z_A| = |z - z_B|$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بـ : $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n^2 \end{cases}$ (حيث α عدد حقيقي موجب تماما)

أ- عين قيمة α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة .

2- في كل ما يأتي نفرض أن $\alpha \neq \frac{2}{3}$

لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln(u_n) + \ln \frac{3}{2}$

- أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول بدلالة α .
ب- عبّر عن v_n بدلالة n و α .

ج- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2} \alpha \right)^{2^n}$

3- لتكن (w_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $w_0 = 0$ من أجل كل عدد طبيعي n : $w_{n+1} = 2w_n + v_n$

و لتكن (t_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $t_n = \frac{w_n}{v_n}$

- أ- بين أن (t_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
ب- اكتب عبارة الحد العام t_n بدلالة n ثم استنتج عبارة w_n بدلالة n

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-e; +\infty[$ بـ : $g(x) = 2x + e + (x+e) \ln(x+e)$

1- بين أن $\lim_{x \rightarrow -e} g(x) = -e$ ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

2- ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- بين أن للمعادلة : $g(x) = 0$ حل وحيد α وأن $-1,50 < \alpha < -1,48$.

4- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-e; +\infty[$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-e; +\infty[$ بـ : $f(x) = x + x \ln(x+e)$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -e} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً .

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2- أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-e; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x+e}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

ج- عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً .

3- عين نقاط تقاطع المنحنى (C_f) قطع حامل محور الفواصل .

4- أنشئ (C_f) على المجال $]-e; +e]$

III- نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = x(1 + \ln(x)) - e \ln(x)$

(C_h) المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماماً : $h(x) = f(x-e) + e$.

ب- اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقاً من التمثيل البياني (C_f) (ملاحظة : لا يطلب إنشاء (C_h)).

بالتوفيق والنمير في امتحان شهادة البكالوريا

انتهى الموضوع الثاني