

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التعليم الثانوي العام والتكنولوجي

اللجنة الجزائرية لأولمبياد الرياضيات

التمت 30 رجب 1437 هـ
الموافق ل 7 ماي 2016 م

امتحان الترشيح للمرحلة الأولى من التحضير
لأولمبياد الرياضيات الدولي
المستوى المتوسط

تفويه: هناك عشرة أسئلة، يقتصر حل التلميذ في كل سؤال على كتابة
الناتج وهو عبارة عن عدد طبيعي. يمنع استعمال الآلة الحاسبة.

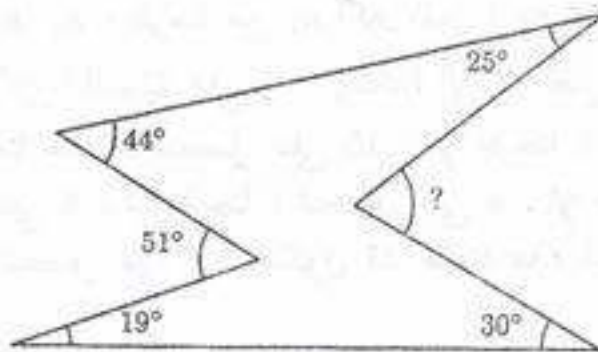
السؤال 01 : العدد 2016 يكتب بأربعة أرقام ويحقق الخاصية التالية: إذا قسمنا آخر رقمه 6 على
أول رقمه 2 حصلنا على مجموع أرقامه الثلاثة الأولى $1 + 0 + 2 = \frac{6}{2}$. ما هو أكبر
عدد يكتب بأربعة أرقام ولديه نفس الخاصية؟

السؤال 02 : احسب العدد

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2016 \times 2017 + \sqrt{2016 \times 2017 + \sqrt{2016 \times 2017 + \sqrt{2016 \times 2018 + 1}}}}}}}$$

السؤال 03 : ليكن m و n عددين طبيعيين يحققان $mn = 2016$. ما هي أكبر قيمة ممكنة
للمجموع $m + n$ ؟

السؤال 04 : في الشكل التالي احسب قياس الزاوية التي عليها نقطة استفهام:



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التعليم الثانوي العام والتكنولوجي

اللجنة الجزائرية لأولبياد الرياضيات

السؤال 05 : طبقنا العملية التالية على العددين 1962 و 2016 :

حسبنا الجداء $1962 \times 2016 = 3955392$ ثم جمعنا أرقام الجداء لنحصل على

$$3 + 9 + 5 + 5 + 3 + 9 + 2 = 36$$

إذا طبقنا نفس العملية على العددين 8 و $88 \dots 8$ وحصلنا على 2016 ، كم يوجد من 8 في كتابة العدد $88 \dots 8$ ؟

السؤال 06 : ليكن ABC مثلثا قائما أطوال أضلاعه a, b, c تحقق $a + b + c = 22$ و $a^2 + b^2 + c^2 = 200$. احسب مساحة ABC .

السؤال 07 : ليكن $ABCD$ مستطيلا أطوال أضلاعه $AB = 58$ و $BC = 42$. تم رسم دائرتين قطراهما $[AB]$ و $[CD]$. تتقاطع الدائرتان في نقطتين P و Q . احسب الطول PQ .

السؤال 08 : نقول عن زوج (a, b) إنه متزن، حيث a, b عددان طبيعيان كلاهما أقل من أو يساوي 30 ، إذا كان الفرق بينهما لا يتعدى 2. فمثلا الأزواج الثلاثة المختلفة $(28, 30)$ ، $(30, 28)$ ، $(23, 23)$ متزنة في حين أن الزوجين $(14, 11)$ ، $(21, 26)$ غير متزنين لأجل $14 - 11 = 3$ و $26 - 21 = 5$. كم توجد من أزواج متزنة؟

السؤال 09 : تحقق الأعداد الطبيعية $0 \leq a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{10}$ العلاقة

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 100$$

احسب مجموع أكبر وأصغر قيمتين ممكنتين للعدد a_{10} .

السؤال 10 : اخترنا عددا صحيحا $n \geq 2$ ، ثم قمنا بالعملية التالية: طرحنا من n أكبر قاسم له مختلف عنه فحصلنا على عدد جديد n_1 ، طرحنا من n_1 أكبر قاسم له n_1 مختلف عنه فحصلنا على عدد جديد n_2 ، ثم كررنا العملية على n_2 ، وهكذا إلى أن نصل إلى 1. فمثلا إذا اخترنا العدد 30 ، طرحنا منه 15 لنحصل على 15 ، ثم طرحنا 5 لنحصل على 10 ، ثم طرحنا 5 لنحصل على 5 ، ثم طرحنا 1 لنحصل على 4 ، ثم طرحنا 2 لنحصل على 2 ، ثم طرحنا 1 لنحصل على 1 ، فنكون قد طبقنا هذه العملية 6 مرات حتى نحصل على 1.

إذا اخترنا العدد 17^{10} كم من مرة سنطبق هذه العملية حتى نحصل على 1؟