ثانوية	قسم 1 ج م ع ت 2

الوظيفة المنزلية رقم 04 في مادة الرياضيات

سلمت يوم:	يعاد يوم:

في كل ما يلي: المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

التمرين الأول: (08 نقاط)

1) علّم النقط $A(2;6)$ ، $B(-4;-2)$ و $C(6;3)$ ، ثمّ بيّن أنّ المثلث ABC قائم .

2) أ- عيّن إحداثيتي النقطة H مركز الدائرة (S) المحيطة بالمثلث ABC ، ثمّ أحسب طول نصف قطرها R .

ب- تحقّق أنّ $K(2;-5)$ تنتمي إلى الدائرة (S).

3) أ- عيّن إحداثيتي النقطة D منتصف القطعة $[AB]$.

ج- بيّن أنّ: $\overrightarrow{DH}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

4) أ- اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) محور القطة $[AB]$.

ب- اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (d) الذي يشمل A ويوازي حامل محور التراتيب (yy') .

ج- عيّن إحداثيتي L نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (d) .

التمرين الثاني: (12 نقطة)

I. نعتبر النقط $A(2;0)$ ، $B(7;-1)$ و $C(1;-4)$.

1) عيّن إحداثيتي النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

2) عيّن إحداثيتي النقطة E حيث: $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}-\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$.

3) اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (DE)، ثمّ عيّن نقط تقاطعه مع حاملي محوري الإحداثيات .

II. m عدد حقيقي ، (Δ_m) المستقيم ذو المعادلة: $(3m-2)x+(m^2-2)y-2m^2=0$.

1) عين قيم العدد الحقيقي m في الحالتين التاليتين

1 (Δ_m) يشمل النقطة A.

2 (Δ_m) يوازي المستقيم (DE) .

III. k عدد حقيقي، نعتبر الجملة (S) للمجهولين الحقيقيين x و y التالية: $(S):\begin{cases}kx+7y=6\\7x-3y=16\end{cases}$.

1) عيّن قيم العدد الحقيقي k حتى يكون للجملة (S) حل وحيد .

2) أ) نضع الآن: $k=1$. حل في $\mathbb{R}^2$ الجملة (S)، ثمّ فسّر بيانيا النتائج (لا يطلب الرسم) .

ب) استنتج حلول الجملة (S') التالية: $(S'):\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{7}{y-2}=6\\\frac{7}{x}-\frac{3}{y-2}=16\end{cases}$ مع $x\neq 0$ و $y\neq 2$.

- دراسة الرياضيات هي ليست لمعرفة الناتج للمسألة أو المشكلة فقط !!

دراسة الرياضيات تعلمنا التفكير و الخطوات المنطقية في كيفية الوصول للنتائج -

الإجابة النموذجية للوظيفة المنزلية الرابعة في مادة الرياضيات

قسم: أولى ج م ع ت 2 نوقشت يوم:

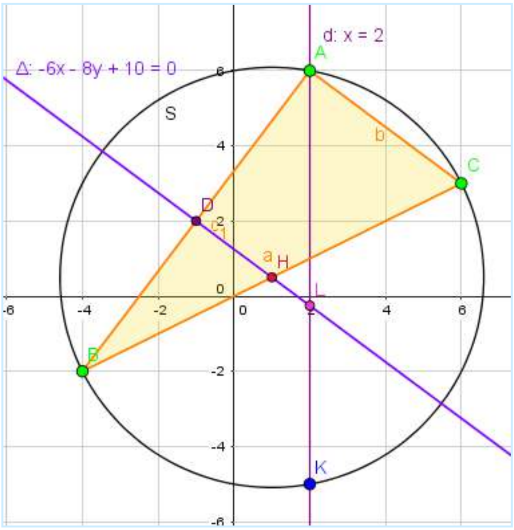
محاور الموضوع	عناصر الإجابة	سلم التنقيط

التمريـــــن الأول (08 نقاط)

1) تعليم النقط $A(2;6)$ ، $B(-4;-2)$ و $C(6;3)$:

0,75 ن

(الشكل المقابل منجز باستعمال برمجية GeoGebra ويتضمن كل مراحل التمرين الأول)



01 ن

تبيان أنّ المثلث ABC قائم :

بحساب أطوال أضلاع المثلث ABC نجد:

$AB=10 \quad ;AC=5 \quad ;BC=5\sqrt{5}$

نلاحظ أنّ: $BC^2=AB^2+AC^2$ ،

ومنه حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورس فإنّ المثلث ABC قائم في A .

2) أ- تعيين إحداثيتي النقطة H مركز الدائرة (S) المحيطة بالمثلث ABC :

0,75 ن

H هي منتصف الوتر $[BC]$ وعليه يكون لدينا:

$H\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)$ وبالتالي، $H\left(1;\frac{1}{2}\right)$.

حساب طول نصف قطر الدائرة (S): (وحدة طول) $R=\frac{BC}{2}=\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

0,5 ن

ب- التحقّق أنّ $K(2;-5)$ تنتمي إلى الدائرة (S):

0,75 ن

بحساب الطول HK نجد $HK=\frac{5\sqrt{5}}{2}$ ، أي $HK=R$ ومنه $K\in(S)$.

3) أ- تعيين إحداثيتي النقطة D منتصف القطعة $[AB]$:

0,5 ن

لدينا: $D\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$ ومنه $D(-1;2)$.

ب- تبيان أنّ: $\overrightarrow{DH}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$:

01 ن

بحساب مركبتي الشعاعين $\overrightarrow{DH}$ و $\overrightarrow{AC}$ نجد $\overrightarrow{DH}\begin{pmatrix}2\\-\frac{3}{2}\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$ ، نلاحظ أنّ: $\overrightarrow{DH}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$

ومنه، $\overrightarrow{DH}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ وهو المطلوب .

(يمكن كذلك الوصول إلى هذه النتيجة باستعمال خاصية مستقيم المنتصفين (DH) في المثلث ABC)

4) أ- كتابة معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) محور القطعة $[AB]$:

01 ن

ممّا سبق: $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$ هو شعاع توجيه للمستقيم (Δ) وعليه معادلة هذا الأخير تكتب على الشكل:

$-3x-4y+c=0$ ، وبما أنّ $D\in(\Delta)$ فإنّ $-3(-1)-4(2)+c=0$ ومنه $c=5$.

إذن: $(\Delta):-3x-4y+5=0$.

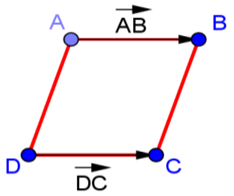
التمرين 12 (نقطة)

ب- كتابة معادلة ديكارتية للمستقيم (d): $(d): x=2$. 0,75 ن

ج- تعيين إحداثيتي L نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (d) : 01 ن

إحداثيتا النقطة L تحقق الجملة $\begin{cases} x=2 \\ -3x-4y+5=0 \end{cases}$ ، ومنه $(x;y)=\left(2;-\frac{1}{4}\right)$ ، إذن $D\left(2;-\frac{1}{4}\right)$.

I. لدينا: $A(2;0)$ ، $B(7;-1)$ ، $C(1;-4)$.



4) تعيين إحداثيتي النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع : 01 ن

$ABCD$ متوازي أضلاع يكافئ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ ، حيث $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$ ،

$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}1-x_D\\-4-y_D\end{pmatrix}$ ، إذن: $D(-4;-3)$. (يمكن كذلك استعمال العلاقة $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$)

5) تعيين إحداثيتي النقطة E حيث: $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}-\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ نضع $E(x;y)$ ، 01,5 ن

العلاقة $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}-\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ تكافئ $\begin{pmatrix}x-1\\y+4\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}x-2\\y\end{pmatrix}-\frac{1}{3}\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$ ، وبالتالي $E(-4;-10)$.

6) كتابة معادلة ديكارتية للمستقيم (DE):

بما أنّ للنقطتين D و E نفس الفاصلة -4 فإنّ المستقيم (DE) المار منهما مواز لحامل محور التراتيب ، 01 ن

ومنه: $(DE): x=-4$.

المستقيم (DE) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة $H(-4;0)$ ، بينما تقاطعه مع حامل محور التراتيب خال لأنّه مواز له . 0,5 ن

II. تعيين قيم العدد الحقيقي m في الحالتين:

1 (Δ_m) يشمل النقطة A : معناه $(3m-2)\times 2+(m^2-2)\times 0-2m^2=0$ ، 02 ن

وهذا يكافئ $-2m^2+6m-4=0$ ، إذن: $A\in(\Delta_m)$ من أجل $m=1$ أو $m=2$.

2 (Δ_m) يوازي المستقيم (DE) : 02 ن

لدينا: $\vec{v}\begin{pmatrix}-m^2+2\\3m-2\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}0\\-7\end{pmatrix}$ شعاعا توجيه لـ (Δ_m) و (DE) على الترتيب .

$(\Delta_m)\parallel(DE)$ يكافئ $\vec{v}$ و $\overrightarrow{DE}$ مرتبطان خطيا ، وهذا يكافئ $m^2=2$ ، إذن $m=-\sqrt{2}$ أو $m=\sqrt{2}$.

III.

1) تعيين قيم العدد الحقيقي k حتى يكون للجملة (S) حل وحيد : 0,5 ن

(S) تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}^2$ إذا وفقط إذا كان $-3k-49\neq 0$ أي $k\neq -\frac{49}{3}$ ، إذن: $k\in\mathbb{R}-\left\{-\frac{49}{3}\right\}$.

2) أ- بوضع $k=1$: يكون للجملة (S) حل وحيد في $\mathbb{R}^2$ هو الثنائية $(x;y)=\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2}\right)$. 02 ن

التفسير البياني: المستقيمان $(D_1): x+7y-6=0$ و $(D_2): 7x-3y-16=0$ متقاطعان في نقطة وحيدة $I\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2}\right)$. 0,5 ن

ب- استنتاج حلول الجملة (S') : بوضع $t=\frac{1}{x}$ و $z=\frac{1}{y-2}$ ، نحصل على جملة مكافئة لـ(S) 01 ن

حلها هو الثنائية $(t;z)=\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2}\right)$ ، إذن تقبل حلا وحيدا في هو الثنائية $(x;y)=\left(\frac{2}{5};4\right)$.