الحساب الشعاعي و الهندسة التحليلية

3

مذكرة رقم 01 : مفهوم شعاع و تساوي شعاعين

مذكرة رقم 02 : مجموع شعاعين

مذكرة رقم 03 : جداء شعاع بعدد حقيقي

مذكرة رقم 04 : المعلم للمستوي

مذكرة رقم 05 : معادلة مستقيم

مذكرة رقم 06 : جملة معادلتين خطيتين لمجهولين

سنة أولى جذع مشترك علوم و تكنولوجيا

إعداد الأستاذة : نرجس مرواني

السنة الدراسية 2020 – 2021

للتواصل معنا تابعونا على مواقع التواصل الاجتماعي :

الأستاذة نرجس مرواني للرياضيات   profmerouani   merouaninardjiss@gmail.com

0770349020

الأستاذة : نرجس مرواني

مذكرة رقم : 01

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم	المستوى : 01 ج م ع ت
السنة الدراسية : 2020 – 2021	ميدان التعلم : هندسة
يوم :	الوحدة : الحساب الشعاعي و الهندسة التحليلية
المدة : 01 ساعة	المحتوى المعرفي : مـفـهـوم شعاع و تساوي شعاعين

المكتسبات القبلية : .

الكفاءات المستهدفة : مفهوم شعاع، التعرف على تساوي شعاعين.

الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، أنترنت، الأدوات الهندسية و السبورة.

المراحل	سير الحصة	الوقت
الانطلاق	نشاط 01 صفحة 252 :	20د
البناء و الترسيخ	(see below)	20د

نشاط 01 صفحة 252 :

1 مفهوم شعاع

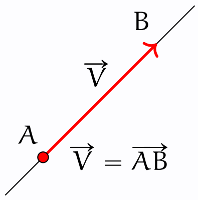
تعريف

A و B نقطتين من المستوي ، نقول أن الثنائية $(A;B)$ تعين شعاعا نرمز له بالرمز $\overrightarrow{AB}$ أو $\overrightarrow{v}$

✍ إذا كانت النقطة A منطبقة على B فإن الشعاع $\overrightarrow{AB}$ يصبح معدوم و نكتب $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$

✍ يسمى طول قطعة المستقيم $[AB]$ طويلة الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ونكتب $\|\overrightarrow{AB}\| = AB$

✍ إذا كان $\overrightarrow{AB}$ شعاعا غير معدوم فإن منحى هذا الشعاع هو منحى المستقيم (AB)

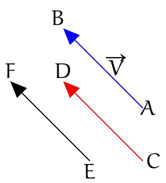


ملاحظة هـامّة : ليس للشعاع المعدوم منحى

2 تساوي شعاعين

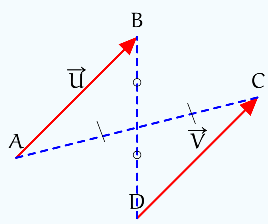
تعريف

يتساوى شعاعين إذا وفقط إذا كان لهما نفس المنحى وا نفس لاتجاه و نفس الطويلة.

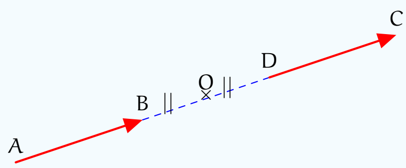


نتيجة

من أجل كل أربع نقاط A ، B ، C و D من المستوي لدينا : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ معناه : $[AC]$ و $[DB]$ لهما نفس المنتصف و نميز حالتين :



إذا كانت النقط A، B، C و D ليست في إستقامية فالرباعي ABCD متوازي أضلاع



إذا كانت النقط A، B، C و D في إستقامية

مذكرة رقم : 02 | **الأستاذة : نرجس مرواني**

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم
السنة الدراسية : 2020 – 2021
يوم :
المدة : 02 ساعة

المستوى : 01 ج م ع ت
ميدان التعلم : هندسة
الوحدة : الحساب الشعاعي و الهندسة التحليلية
المحتوى المعرفي : مجموع شعاعين

المكتسبات القبلية : .
الكفاءات المستهدفة : التعرف على مجموع شعاعين.
الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، أنترنت، الأدوات الهندسية و السبورة.

المراحل	سير الحصة	الوقت
الانطلاق		20د
البناء و الترسيخ		20د

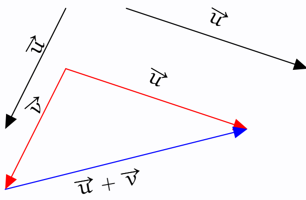
نشاط 02 صفحة 252 :

1 مجموع شعاعين

تعريف

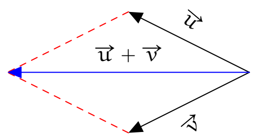
مجموع شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ هو الشعاع الذي نرمز له بالرمز $\vec{u}+\vec{v}$ و المعرف كما يلي :

بفرض نقطة A نقطة كيفية، نعلم النقطة B بحيث : $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$ ثم النقطة C بحيث : $\overrightarrow{BC}=\vec{v}$ عندئذ يكون : $\overrightarrow{AC}=\vec{u}+\vec{v}$



- من أجل كل ثلاث نقاط A ، B و C من المستوي فإن: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ (تسمى هذه العلاقة علاقة شال)

- إذا مثلنا الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ من نفس المبدأ A (مثلا $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ و $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$) فإن مجموعهما $\vec{u}+\vec{v}$ يساوي $\overrightarrow{AD}$ حيث: ABDC متوازي الأضلاع .



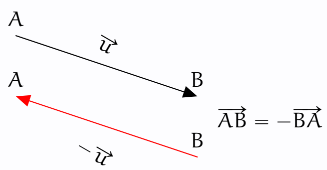
- إذا كان ABDC متوازي أضلاع فإن: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$

2 الشعاعين المتعاكسين

من أجل كل نقطتين A و B من المستوي فإن : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$

تعريف

نقول عن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BA}$ أنهما متعاكسان و نكتب : $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$



التقويم

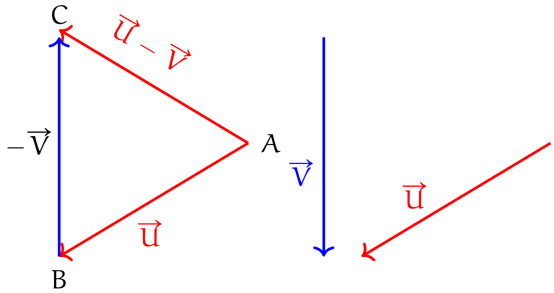
30د

تعريف

لحساب فرق شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ بهذا الترتيب ، نضيف إلى الشعاع $\vec{u}$ معاكس الشعاع $\vec{v}$ و نكتب :
$\vec{u}-\vec{v}=\vec{u}+(-\vec{v})$

مثال

ليكن $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ و $\vec{v}=\overrightarrow{CB}$ لدينا:
$\vec{u}-\vec{v}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$



تطبيق

A ، B ، C و D أربع نقاط من المستوي .

1. بين أن : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$
2. بين أن : $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$
3. لتكن I منتصف $[BC]$
   - بين أنه من أجل كل نقطة M فإن: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}$
   - بين أن: $2\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

مذكرة رقم : 03

الأستاذة : نرجس مرواني

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم	**المستوى :** 01 ج م ع ت
السنة الدراسية : 2021 − 2020	**ميدان التعلم :** هندسة
يوم :	**الوحدة :** الحساب الشعاعي و الهندسة التحليلية
المدة : 02 ساعة	**المحتوى المعرفي :** جداء شعاع بعدد حقيقي

المكتسبات القبلية : .

الكفاءات المستهدفة : جداء شعاع بعدد حقيقي، الإرتباط الخطي و إستقامية ثلاث نقط.

الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، أنترنت، الأدوات الهندسية و السبورة.

المراحل	سير الحصة	الوقت

الانطلاق — 20د

نشاط 03 صفحة 252 :

1 جداء شعاع بعدد حقيقي

البناء و الترسيخ

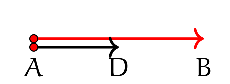
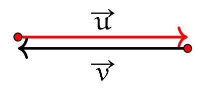
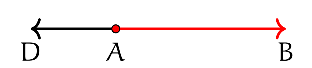
تعريف

$\vec{u}$ شعاع غير معدوم و k عدد حقيقي غير معدوم .

جداء الشعاع $\vec{u}$ بالعدد k هو الشعاع الذي نرمز له بالرمز $k\vec{u}$ و المعرف كما يأتي :

- $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما نفس المنحى و نفس الاتجاه إذا كان $k > 0$.
- $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما نفس المنحى و اتجاهان متعاكسان إذا كان $k < 0$.
- طويلة الشعاع $k\vec{u}$ تساوي جداء طويلة $\vec{u}$ بالعدد $|k|$ أي : $\|k\vec{u}\| = |k|\|\vec{u}\|$
- $k\vec{u} = \vec{0}$ معناه $\vec{u} = \vec{0}$ أو $k = 0$.

مثال

$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AD}$	$\vec{u} = -\vec{v}$	$\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
		

20د

خواص:

$\vec{u}$ ، $\vec{v}$ شعاعان و k و k' عددان حقيقيان .

- $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$
- $k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$
- $k\vec{u} = \vec{0}$ يكافئ $\vec{u} = \vec{0}$ أو $k = 0$
- $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$

مثال

$2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = 2\overrightarrow{AC}$ ، $(-3 + 7)\vec{u} = -3\vec{u} + 7\vec{v}$

2 التوازي و الإستقامية

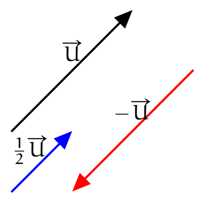
❶ الإرتباط الخطي:

تعريف

نقول عن الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ أنهما مرتبطان خطيا إذا كان أحدهما يساوي جداء الأخر بعدد حقيقي ،أي إذا وجد عدد حقيقي k حيث : $\vec{v} = k\vec{u}$

ملاحظة

- الشعاع المعدوم مرتبط خطيا مع أي شعاع ، من أجل كل شعاع $\vec{u}$ لدينا : $\vec{0} = 0 \times \vec{u}$
- يكون شعاعان غير معدومين مرتبطين خطيا إذا و فقط إذا كان لهما نفس المنحى .



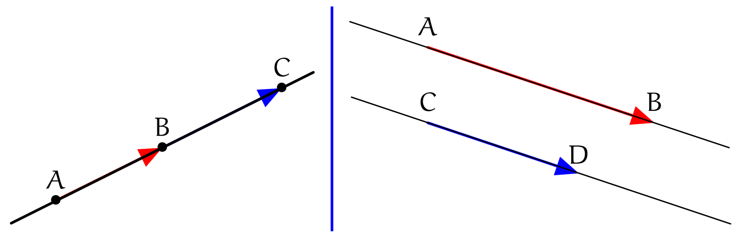
❷ التوازي و الإستقامية:

مبرهنة

يكون المستقيمان (AB) و (CD) متوازيين إذا و فقط إذا كان الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ مرتبطين خطيا.

مبرهنة

تكون النقط A ، B و C في إستقامية إذا و فقط إذا كان الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطين خطيا



تطبيق

التقويم

30د

ABC مثلث كيفي

1 أنشئ النقطتين D و E بحيث $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{BC}$

2 بين أن النقط A ، B و E في إستقامية

3 بين أن : $(ED) \parallel (BC)$

4 عبر عن $\overrightarrow{ED}$ بدلالة $\overrightarrow{BC}$

الأستاذة : نرجس مرواني

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم	**المستوى :** 01 ج م ع ت
السنة الدراسية : 2020 – 2021	**ميدان التعلم :** هندسة
يوم :	**الوحدة :** الحساب الشعاعي و الهندسة التحليلية
المدة : 02 ساعة	**المحتوى المعرفي :** المعلم للمستوي

المكتسبات القبلية : .

الكفاءات المستهدفة : التعبير عن توازي شعاعين و إستقامية ثلاثة نقط في مستوي منسوب الى معلم.

الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، أنترنت، الأدوات الهندسية و السبورة.

المراحل	سير الحصة	الوقت
الانطلاق	**نشاط 05 صفحة 253 :**	20د
البناء و الترسيخ	(انظر أدناه)	20د

1 المعلم للمستوي

تعريف

O ، I و J ثلاث نقط متمايزة من المستوي و ليست في استقامية.

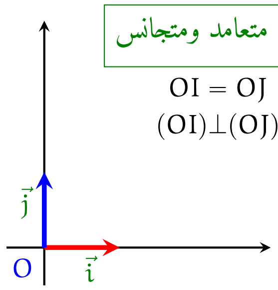
- نقول أن النقط O ، I و J بهذا الترتيب تعين معلما للمستوي مبدؤه O
- نضع $\vec{OI} = \vec{i}$ و $\vec{OJ} = \vec{j}$ حيث $\vec{i}$ و $\vec{j}$ غير مرتبطين خطيا نسميهما أشعة الأساس
- نرمز للمعلم بـ : $(O, \vec{i}, \vec{j})$ و نسمي (OI) محور الفواصل و (OJ) محور التراتيب

2 أنواع المعالم

معلم متعامد ومتجانس

$OI = OJ$

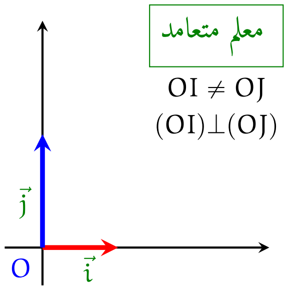
$(OI) \perp (OJ)$



معلم متعامد

$OI \neq OJ$

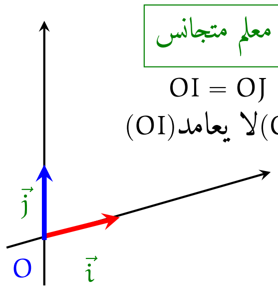
$(OI) \perp (OJ)$



معلم متجانس

$OI = OJ$

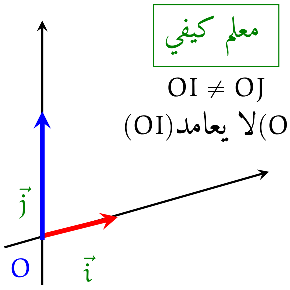
(OI) لا يعامد (OJ)



معلم كيفي

$OI \neq OJ$

(OI) لا يعامد (OJ)



3 إحداثيا نقطة-مركبتا شعاع

مبرهنة

ليكن $(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم للمستوي .

من أجل كل نقطة M من المستوي ،توجد ثنائية وحيدة من الأعداد الحقيقية (x,y) بحيث $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$

من أجل كل شعاع $\vec{u}$ ، توجد ثنائية وحيدة من الأعداد الحقيقية (x,y) بحيث $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$

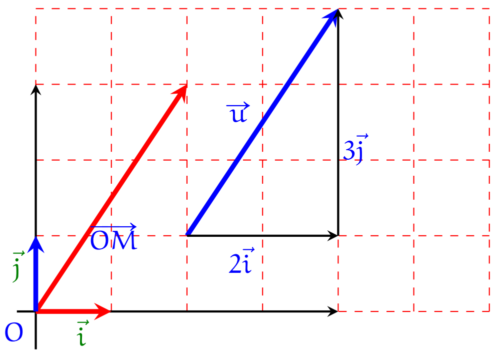
مثال

من الشكل المقابل

النقطة M إحداثياها هي $(2;3)$

الشعاع $\overrightarrow{OM}$ مركباته هي $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$

لدينا $\vec{u}=2\vec{i}+3\vec{j}$ ومنه مركبات الشعاع $\vec{u}$ هي $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$



حساب إحداثيتي شعاع و إحداثيتي منتصف قطعة مستقيم :

مبرهنة

لتكن $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ في مستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$

إحداثيا النقطة M منتصف $[AB]$ هما $M\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$

نتائج :

$(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم لمستوي ، و $\vec{u}$ شعاع إحداثياه $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ ، و $\vec{v}$ شعاع إحداثياه $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ ، و k عدد حقيقي .

- تساوي شعاعين $\vec{v}=\vec{u}$ معناه $(x=x'$ و $y=y')$
- مجموع شعاعين مركبتي المجموع $\vec{v}+\vec{u}$ هما $\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$
- جداء عدد بشعاع مركبتي الشعاع $k\vec{u}$ هما $\begin{pmatrix}kx\\ky\end{pmatrix}$

شرط الإرتباط الخطي لشعاعين :

مبرهنة

ليكن $(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم لمستوي ، و $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ ، و $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ شعاعين منه .

يكون الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطين خطيا إذا وفقط إذا كان : $xy'-x'y=0$

مثال

الشعاعان $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ ، و $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\-3\end{pmatrix}$ مرتبطان خطيا لأن $2\times(-3)+1\times(-6)=0$

المسافة بين نقطتين :

مبرهنة

لتكن $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ في مستوي منسوب إلى المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.
المسافة بين النقطتين A و B تساوي $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

مثال

الشعاعان $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ ، و $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\-3\end{pmatrix}$ مرتبطان خطيا لأن $2\times(-3)-1\times(-6)=0$

تطبيق

التقويم

30د

مذكرة رقم : 05

الأستاذة : نرجس مرواني

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم	**المستوى :** 01 ج م ع ت
السنة الدراسية : 2020 – 2021	**ميدان التعلم :** هندسة
يوم :	**الوحدة :** الحساب الشعاعي و الهندسة التحليلية
المدة : 02 ساعة	**المحتوى المعرفي :** معادلة مستقيم

المكتسبات القبلية : .

الكفاءات المستهدفة : التعرف على معامل توجيه مستقيم -إنشاء مستقيم علمت معادلة له -إيجاد معادلة مستقيم

الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، أنترنت، الأدوات الهندسية و السبورة.

المراحل	سير الحصة	الوقت
الانطلاق	**نشاط** 06 **صفحة** 253 :	20د
البناء و الترسيخ	**❶ شعاع توجيه مستقيم:** **تعريف** $\vec{v}$ شعاع غير معدوم من المستوي، A نقطة من المستوي مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي بحيث : $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{v}$ مرتبطان خطيا هي مستقيم (Δ) يوازي منحى $\vec{v}$ الشعاع $\vec{v}$ يسمى "شعاع توجيه للمستقيم (Δ)" **ملاحظات** 1 إذا كان $\vec{v}$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ) فإن كل شعاع $\vec{u} = k\vec{v}$ حيث $k \in \mathbb{R}^*$ هو كذلك شعاع توجيه لـ (Δ) (لكل مستقيم من المستوي عدد غير منته من أشعة التوجيه) 2 نعين مستقيما من المستوي بإعطاء نقطتين منه أو بإعطاء نقطة منه و شعاع توجيهه **❷ معادلة مستقيم:** **مبرهنة** ينسب المستوي إلى معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ كل مستقيم له معادلة من الشكل $ax + by + c = 0$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية معلومة، x و y متغيران حقيقيان، شعاع توجيهه هو $\vec{v}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ a ، b و c أعداد حقيقية معلومة حيث $a \neq 0$ و $b \neq 0$ مجموعة النقط $M(x,y)$ التي تحقق المعادلة $ax + by + c = 0$ هي معادلة مستقيم شعاع توجيهه $\vec{v}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ **تعريف** العلاقة $ax + by + c = 0$ تسمى المعادلة الديكارتية للمستقيم الذي $\vec{v}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ شعاع توجيه له **مثال** مجموعة النقط $M(x,y)$ التي تحقق المعادلة $2x + y - 3 = 0$ هي معادلة مستقيم شعاع توجيهه $\vec{v}\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$	20د

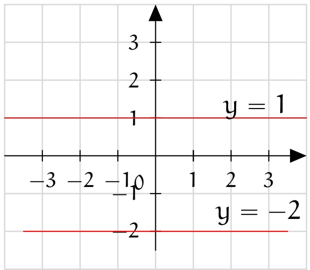
البناء و الترسيخ

حالات خاصة:

الحالة الأولى $a = 0$ و $b \neq 0$

المعادلة $ax + by + c = 0$ تصبح $by + c = 0$ اي $y = \underbrace{-\frac{c}{b}}_{m}$

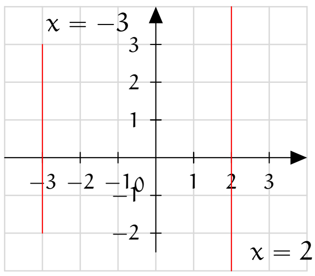
كل معادلة من الشكل $y = m$ هي معادلة لمستقيم موازي لحامل محور الفواصل شعاع توجيهه هو : $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ 0 \end{pmatrix}$.



الحالة الثانية $a \neq 0$ و $b = 0$

المعادلة $ax + by + c = 0$ تصبح $ax + c = 0$ اي $x = \underbrace{-\frac{c}{a}}_{t}$.

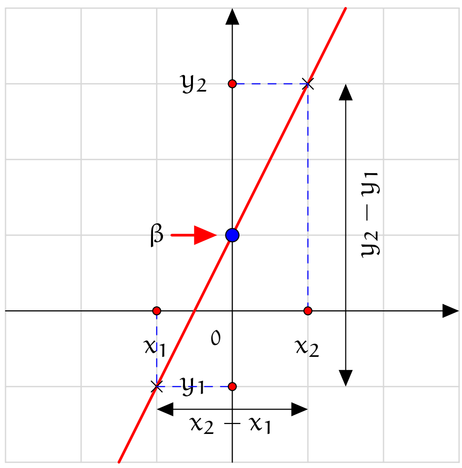
كل معادلة من الشكل $x = t$ هي معادلة لمستقيم موازي لحامل محور التراتيب شعاع توجيهه هو : $\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ a \end{pmatrix}$.



الحالة الثالثة $a \neq 0$ و $b \neq 0$

المعادلة $ax + by + c = 0$ تصبح $y = \underbrace{-\frac{a}{b}}_{\alpha} x \underbrace{-\frac{c}{b}}_{\beta}$ اي $y = \alpha x + \beta$ حيث كل معادلة من الشكل $y = \alpha x + \beta y$ هي معادلة لمستقيم مائل شعاع توجيه $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \end{pmatrix}$.

- تسمي $y = \alpha x + \beta y$ المعادلة المختصرة للمستقيم حيث α معامل توجيه المسقيم يحسب كالتالي : $\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- β هي ترتيب نقطة تقاطع المستقيم مع حامل محور التراتيب.



شرط توازي مستقيمين :

مبرهنة

(D) و (D') مستقيمان من المستوى معادلتهما $ax + by + c = 0$ و $a'x + b'y + c' = 0$ على الترتيب
$(D) \parallel (D')$ يكافئ $ab' = a'b$

مبرهنة

(D) و (D') مستقيمان من المستوى معادلتهما $y = \alpha x + \beta$ و $y = \alpha' x + \beta'$ على الترتيب
$(D) \parallel (D')$ يكافئ $\alpha = \alpha'$

مثال

المستقيمان $(\Delta) : 2x - 3y + 5 = 0$ و $(\Delta') : -4x + 6y + 1 = 0$ متوازيان لأن $2 \times 6 = (-3) \times (-4)$
المستقيمان $(\Delta) : y = -x + 3$ و $(\Delta') : y = -x - 1$ متوازيان لأن لهما نفس معامل التوجيه (-1)

تطبيق

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$، m عدد حقيقي يختلف عن 2، نعتبر المستقيم (Δ_m) المعرف ديكارتيا كما يلي :

$$(m - 2)x + (m^2 - 4)y + 1 = 0$$

1. عين معادلة لكل من (Δ_1) و (Δ_2)
2. أوجد قيم m حتى تكون النقطة $A(2; 1)$ نقطة من المستقيم (Δ_m)
3. ليكن (D) المستقيم الذي يشمل A و يوازي المستقيم (Δ_1)
   - أكتب المعادلة الديكارتية لـ (D)
   - عين قيم m بحيث يكون (D) و (Δ_m) متوازيان

30د

التقويم

الأستاذة : نرجس مرواني

مذكرة رقم : 05

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم السنة الدراسية : 2020 – 2021 يوم : المدة : 02 ساعة	المستوى : 01 ج م ع ت ميدان التعلم : هندسة الوحدة : الحساب الشعاعي و الهندسة التحليلية المحتوى المعرفي : جملة معادلتين خطيتين لمجهولين

المكتسبات القبلية : .

الكفاءات المستهدفة : حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين -حل مسائل تؤدي إلى إستخدام جملة معادلتين خطيتين لمجهولين.

الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، أنترنت، الأدوات الهندسية و السبورة.

المراحل	سير الحصة	الوقت
الانطلاق	نشاط 07 صفحة 253 :	20د
البناء و الترسيخ	**❶ جملة معادلتين خطيتين لمجهولين :** **تعريف** نسمي جملة معادلتين خطيتين لمجهولين كل جملة : $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ حيث a ، b ، c، a' ، b' ، c' أعداد حقيقية معلومة . حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين إيجاد الثنائيات $(x;y)$ التي تحقق المعادلتين في آن واحد **مبرهنة** لتكن جملة المعادلتين S التالية $(S):\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ إذا كان $ab'-ba'=0$ فإن الجملة (S) تقبل حلا وحيدا إذا كان $ab'-ba'\neq 0$ فإن الجملة (S) إما لا حل لها أو تقبل مالانهاية من الحلول **ملاحظة :** العدد $ab'-ba'$ ، يسمى محدد الجملة (S)	20د
	❷ طرق حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين : طريقة الجمع و التعويض طريقة المحدد لحل الجملة التالية : $(S)\quad\begin{cases} ax+by=c \ ......(1) \\ a'x+b'y=c' \ ....(2) \end{cases}$ نحسب العدد $ab'-ba'$ ، $\Delta=ab'-ba'$ ، و الذي يسمى محدد الجملة (S) ونكتب $\Delta=\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$ ونميز حالتين حسب قيمة Δ ✘ إذا كان $\Delta\neq 0$ فإن الجملة (S) لها حل وحيد في $\mathbb{R}^2$ هو (α,β) حيث: $\alpha=\dfrac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\Delta}$ و $\beta=\dfrac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\Delta}$ ✘ إذا كان $\Delta=0$ فإن الجملة (S) إما ليس لها حل في $\mathbb{R}^2$ وذلك ان لم تكن المعادلة (1) تكافئ المعادلة (2) ، وإلا فلها عدد غير منتهي من الحلول في $\mathbb{R}^2$	

البناء و الترسيخ

التقويم

30د

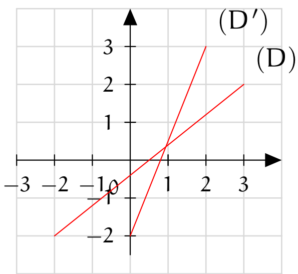
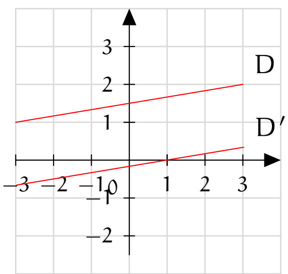
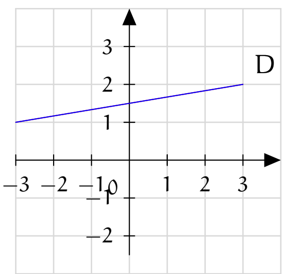
مثال

حل في $\mathbb{R}^2$ كل جملة من الجمل التالية :

(1) $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ -2x - 2y = 2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x + 3y - 1 = 0 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$

التفسير البياني:

(D) و (D′) مستقيمان من المستوي معادلتهما $ax + by + c = 0$ و $a'x + b'y + c' = 0$ على الترتيب

الجملة	$S : \begin{cases} ax + by = c \cdots (1) \\ a'x + b'y = c' \cdots (2) \end{cases}$		
المحدد	$ab' - ba'$		
الحلول	$ab' - ba' \neq 0$	$ab' - ba' = 0$	
		(1) و (2) غير متكافئتين	(1) و (2) متكافئتان
	(S) تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}^2$	(S) لا تقبل حلول في $\mathbb{R}^2$	(S) تقبل مالا نهاية من الحلول في $\mathbb{R}^2$
التفسير البياني	المستقيمان (D) و (D′) يتقاطعان في نقطة وحيدة 	المستقيمان (D) و (D′) متوازيان 	المستقيمان (D) و (D′) منطبقان 

تطبيق

حل في $\mathbb{R}^2$ كل جملة من الجمل التالية ثم فسر النتائج بيانيا :

$(S_1)\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 6x - 3y = 1 \end{cases}$ $(S_2)\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$ $(S_3)\begin{cases} -x + 2y = 1 \\ 2x - 4y = -2 \end{cases}$