

7

الوحدة السابعة

الحساب الشعاعي والهندسة التحليلية

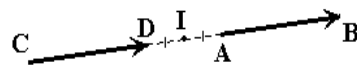
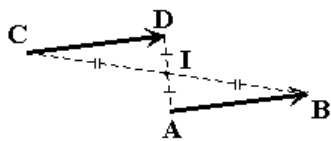


مواضيع الدروس:

- 1 الأشعة والحساب الشعاعي
- 2 المعلم للمستوي
- 3 معادلة مستقيم
- 4 جملة معادلتين خطيتين لمجهولين

نتيجة:

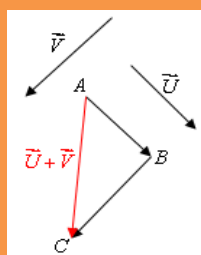
من أجل كل أربع نقط A, B, C, D من المستوي لدينا: $\overline{AB} = \overline{CD}$ معناه $[AD]$ و $[BC]$ لهما نفس المنتصف (أنظر الشكل).



مجموع شعاعين:

حل النشاط: رقم 02 صفحة 252.

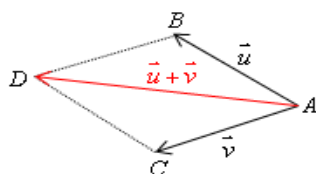
تعريف:



مجموع شعاعين \vec{U} و \vec{V} هو الشعاع الذي نرمز له بالرمز $\vec{U} + \vec{V}$ والمعروف كما يأتي:
بفرض نقطة A كيفية، نعلم نقطة B بحيث $\overline{AB} = \vec{U}$
ثم نقطة C بحيث $\overline{BC} = \vec{V}$ عندئذ يكون $\overline{AC} = \vec{U} + \vec{V}$

نتائج:

- من أجل كل ثلاث نقط A, B, C من المستوي فإن: $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$ (تسمى هذه العلاقة علاقة شال)
- إذا مثلنا شعاعين \vec{u} و \vec{v} من نفس المبدأ A ، (مثلا $\vec{u} = \overline{AB}$ و $\vec{v} = \overline{AC}$) فإن مجموعهما $\vec{u} + \vec{v}$ يساوي \overline{AD} حيث $ABDC$ متوازي أضلاع.



- إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع فإن: $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AD}$.

الشعاعان المتعاكسان:

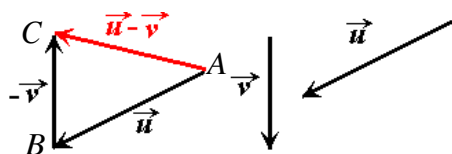
من أجل كل نقطتين A, B من المستوي فإن: $\overline{AB} + \overline{BA} = \overline{AA} = \vec{0}$

تعريف:

نقول عن الشعاعين \overline{AB} و \overline{BA} أنهما متعاكسان و نكتب: $\overline{AB} = -\overline{BA}$

تعريف:

لحساب فرق الشعاعين \vec{u} و \vec{v} بهذا الترتيب، نضيف إلى الشعاع \vec{u} معاكس الشعاع \vec{v} ونكتب $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$



مثال:

ليكن $\vec{u} = \overline{AB}$ و $\vec{v} = \overline{CB}$ لدينا:

$$\vec{u} - \vec{v} = \overline{AB} - \overline{CB} = \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$

استعمال خواص مجموع شعاعين (علاقة شال):

تمرين: A, B, C, D أربع نقط من المستوي.

$$\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AC} + \overline{DB} \quad \text{①} \quad \overline{AC} + \overline{BD} = \overline{AD} + \overline{BC} \quad \text{②}$$

طريقة:

في مجموع شعاعين يمكن تطبيق نفس الخواص المعروفة في المجموع الجبري، مثل التبديل والتجميع.

كيف نبين مساواة شعاعية؟

تمرين: $A; B; C$ ثلاث نقط، I منتصف $[BC]$.

1 بين أنه من أجل كل نقطة M فإن: $\overline{AB} = \overline{MB} - \overline{MA}$

2 بين أن: $2\overline{AI} = \overline{AB} + \overline{AC}$

طريقة:

لإثبات صحة مساواة شعاعية يمكن تفكيك أحد الطرفين والوصول إلى الطرف الآخر باستعمال علاقة شال وعبارات شعاعية تترجم وضعيات معطاة مثل:

$\overline{BI} + \overline{CI} = \overline{0}$ أو $\overline{BI} = \overline{IC}$ أو $\overline{BC} = 2\overline{BI}$ للتعبير عن I منتصف $[BC]$.

أو $\overline{BC} = 2\overline{MN}$ للتعبير عن $N; M$ منتصف $[AB]$ ، $[AC]$ في المثلث ABC .

تمرين:

لتكن $A; B; C$ ثلاث نقط من المستوي ليست على إستقامة واحدة، وليكن \vec{V} شعاع معطى بالعلاقة التالية: $\vec{V} = \overline{MA} - 2\overline{MB} + \overline{MC}$ حيث M نقطة كيفية من المستوي.

1 بين أن الشعاع \vec{V} ثابت.

2 انشئ النقطة D بحيث يكون $\vec{V} = \overline{AD}$.

جداء شعاع بعدد حقيقي:

حل النشاط: رقم 03 صفحة 252.

تعريف:

\vec{u} شعاع غير معدوم و k عدد حقيقي غير معدوم.

جداء الشعاع \vec{u} بالعدد k هو الشعاع الذي نرسم له بالرمز $k\vec{u}$ والمعروف كما يأتي:


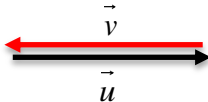

1. \vec{u} و $k\vec{u}$ لهما نفس المنحي واتجاهان متعاكسان إذا كان $k < 0$.

2. \vec{u} و $k\vec{u}$ لهما نفس المنحي ونفس الاتجاه إذا كان $k > 0$.

3. طول الشعاع $k\vec{u}$ تساوي جداء طول \vec{u} بالعدد $|k|$ أي $\|k\vec{u}\| = |k| \times \|\vec{u}\|$

ملاحظة: $k\vec{u} = \vec{0}$ معناه (يكافئ) $\vec{u} = \vec{0}$ أو $k = 0$.

أمثلة:

$\overline{AB} = -2\overline{AC}$	$\vec{u} = -\vec{v}$	$\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AB}$
		

التعرف على جداء عدد حقيقي بشعاع

خواص:

$$\begin{aligned} \vec{u}; \vec{v} \text{ شعاعان و } k; k' \text{ عدنان حقيقيان.} \\ (1) \quad k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v} \\ (2) \quad (k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u} \\ (3) \quad k \cdot (k'\vec{u}) = (k \cdot k')\vec{u} \\ (4) \quad 1 \cdot \vec{u} = \vec{u} \\ (5) \quad k\vec{u} = \vec{0} \text{ يكافئ } \vec{u} = \vec{0} \text{ أو } k = 0. \end{aligned}$$

أمثلة:

تمرين تطبيقي:

- 1 ليكن $\vec{W} = 2\left(3\vec{u} + \frac{3}{2}\vec{v}\right) - \vec{u}(2 + 3\vec{v}) + 3\vec{v}(\vec{u} + 1)$ أكتب \vec{W} على الشكل $\vec{W} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$ حيث $\alpha; \beta$ عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما.
- 2 شعاع \vec{u} و α عدد حقيقي حيث: $2\alpha\vec{u} + 6\vec{u} = \vec{0}$ (*)
- 👉 عين قيمة α التي تحقق المعادلة الشعاعية (*).
- 👋 عين الشعاع \vec{u} الذي يحقق المعادلة الشعاعية (*).

الإرتباط الخطي

حل النشاط: رقم 04 صفحة 253.

تعريف:

نقول عن شعاعين \vec{u} و \vec{v} أنهما مرتبطان خطيا إذا كان أحدهما يساوي جداء الآخر بعدد حقيقي، أي إذا وجد عدد حقيقي k حيث $\vec{v} = k\vec{u}$

ملاحظة: الشعاع المدموم مرتبط خطيا مع أي شعاع.

بالفعل من أجل كل شعاع \vec{u} لدينا: $0\vec{u} = \vec{0}$

نتيجة مباشرة:

يكون الشعاعان غير المدمومين مرتبطين خطيا إذا وفقط إذا كان لهما نفس المنحى.

التوازي والاستقامة:

مبرهنة:



يكون المستقيمان (AB) و (CD) متوازيين إذا وفقط إذا كان الشعاعان \vec{AB} و \vec{CD} مرتبطين خطيا.

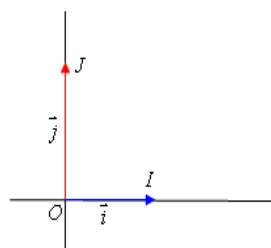
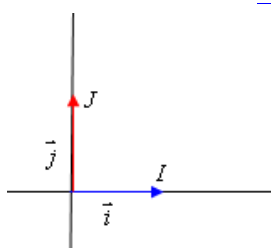
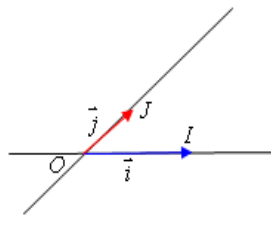
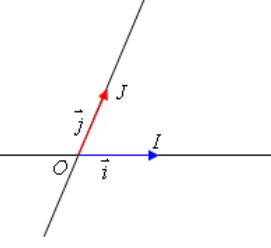
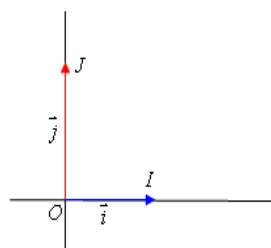
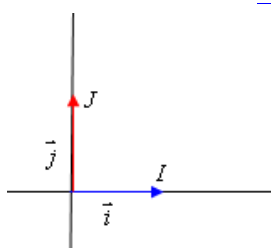
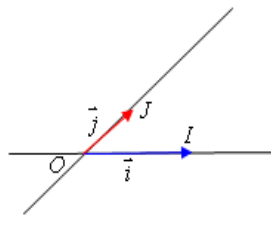
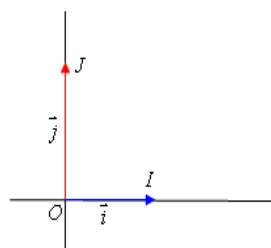
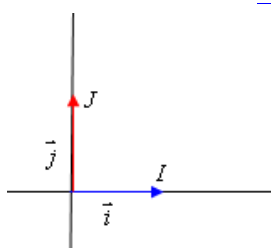
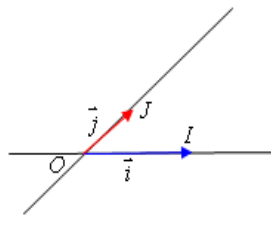
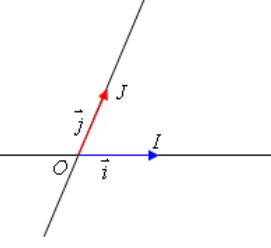
مبرهنة:



تكون النقط A, B, C في استقامة إذا وفقط إذا كان الشعاعان \vec{AC} و \vec{AB} مرتبطين خطيا.

تمرين: رقم 37 - 41 - 46 - صفحة 274 - 275

التعرف على الإرتباط الخطي التوازي
لشعاعين واستقامة ثلاث نقط

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس							
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">تعريف المعلم و أنواعه</p>	<p>حل النشاط: رقم 05 صفحة 253.</p> <p>المعلم للمستوي:</p> <p>$(\Delta); (D)$ مستقيمان متقاطعان في النقطة O. I نقطة من (D) و J نقطة من (Δ) نضع $\vec{i} = \overrightarrow{OI}$ و $\vec{j} = \overrightarrow{OJ}$ لدينا معلم خطي للمستقيم (D) و $(O; \vec{j})$ معلم خطي للمستقيم (Δ) الشعاعان \vec{i} و \vec{j} غير معدومين وغير متوازيين.</p> <p>تعريف:</p> <p>الثلاثية $(O; \vec{i}; \vec{j})$ تسمى معلما للمستوي.</p>							
	<ol style="list-style-type: none"> النقطة O تسمى مبدأ المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$. يسمى كل من الشعاعين شعاعي الوحدة. يسمى المستقيم (D) الموجه بالشعاع \vec{i} بمحور الفواصل. يسمى المستقيم (Δ) الموجه بالشعاع \vec{j} بمحور التراتيب. تسمى الثنائية $(\vec{i}; \vec{j})$ أساسا للمستوي. <p>أنواع المعلم:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="319 1299 909 1635">معلم متعامد</th> <th data-bbox="909 1299 1516 1635">معلم متعامد ومتجانس</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="319 1299 909 1635">  <p>$OI \neq OJ$ $(OI) \perp (OJ)$</p> </td> <td data-bbox="909 1299 1516 1635">  <p>$OI = OJ$ $(OI) \perp (OJ)$</p> </td> </tr> <tr> <th data-bbox="319 1635 909 2094">معلم كيفي</th> <th data-bbox="909 1635 1516 2094">معامل متجانس</th> </tr> <tr> <td data-bbox="319 1635 909 2094">  <p>$OI \neq OJ$ (OI) لايعامد (OJ)</p> </td> <td data-bbox="909 1635 1516 2094">  <p>$OI = OJ$ (OI) لايعامد (OJ)</p> </td> </tr> </tbody> </table>	معلم متعامد	معلم متعامد ومتجانس	 <p>$OI \neq OJ$ $(OI) \perp (OJ)$</p>	 <p>$OI = OJ$ $(OI) \perp (OJ)$</p>	معلم كيفي	معامل متجانس	 <p>$OI \neq OJ$ (OI) لايعامد (OJ)</p>
معلم متعامد	معلم متعامد ومتجانس							
 <p>$OI \neq OJ$ $(OI) \perp (OJ)$</p>	 <p>$OI = OJ$ $(OI) \perp (OJ)$</p>							
معلم كيفي	معامل متجانس							
 <p>$OI \neq OJ$ (OI) لايعامد (OJ)</p>	 <p>$OI = OJ$ (OI) لايعامد (OJ)</p>							

إحداثيا نقطة - مركبتا شعاع:

مبرهنة:

ليكن $(O; \vec{i}; \vec{j})$ معلما للمستوي .(1) من أجل كل نقطة M من المستوي ، توجد ثنائية وحيدة من الأعداد الحقيقية

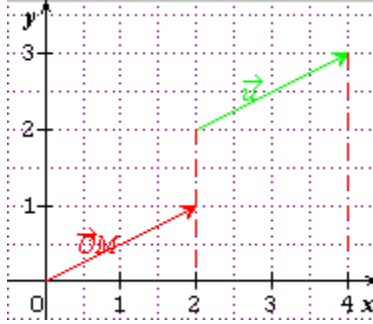
$$\overline{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} \text{ بحيث } (x; y)$$

(2) من أجل كل شعاع \vec{u} ، توجد ثنائية وحيدة من الأعداد الحقيقية $(x; y)$

$$\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} \text{ بحيث}$$

مثال:

من الشكل المقابل

النقطة M إحداثياها هي $(2; 1)$ الشعاع \overline{OM} مركباته هي $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ لدينا $\vec{u} = 2\vec{i} + 1\vec{j}$ ومنه مركبات الشعاع \vec{u} هي $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ 

حساب إحداثيات شعاع وإحداثيتي منتصف قطعة مستقيمة:

مبرهنة:

لتكن $A(x_A; y_A)$ ، $B(x_B; y_B)$ في معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.(1) مركبتي الشعاع \overline{AB} هما $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ (2) إحداثيا النقطة M منتصف $[AB]$ هما $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

مثال:

نتائج:

 $(O; \vec{i}; \vec{j})$ معلم للمستوي ، و \vec{u} شعاع إحداثياه $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ، و \vec{v} شعاع إحداثياه $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ ، و k

عدد حقيقي.

① تساوي شعاعين: $\vec{u} = \vec{v}$ يكافئ (معناه) $[x = x'; y = y']$.② مجموع شعاعين: مركبتي المجموع $\vec{u} + \vec{v}$ هما $\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$.③ جداء عدد بشعاع: مركبتي الشعاع $k\vec{u}$ هما $\begin{pmatrix} k \cdot x \\ k \cdot y \end{pmatrix}$.

أمثلة:

شروط الارتباط الخطي لشعاعين:

مبرهنة:

ليكن $(O; \bar{i}; \bar{j})$ معلما للمستوي، $\bar{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ و $\bar{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ شعاعين منه.
يكون الشعاعين \bar{u} و \bar{v} مرتبطين خطيا ذا فقط إذا كان $xy' - x'y = 0$.

ملاحظة: لإثبات أن شعاعين متوازيين يكفي إثبات أنهما مرتبطين خطيا أي $xy' - x'y = 0$
تدعى هذه العلاقة الأخيرة بشرط التوازي.

مثال:

إثبات إستقامية ثلاث نقط في معلم:

$C; B; A$ ثلاث نقط من مستوي .

لإثبات أن النقط $C; B; A$ على إستقامة واحدة يكفي إثبات أن الشعاعين \overrightarrow{AC} و \overrightarrow{AB} .

تمرين تطبيقي: رقم 51 صفحة 276

المسافة بين نقطتين:

مبرهنة:

لتكن $A(x_A; y_A)$ ، $B(x_B; y_B)$ في معلم متعامد و متجانس $(O; \bar{i}; \bar{j})$.
المسافة بين النقطتين A و B تساوي $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

مثال:

تمرين: رقم 53 - 63 صفحة 276 - 277 .

حساب إحداثيات شعاع و إستقامية
ثلاث نقط في معلم

الكفاءة المستهدفة سِير الدرس

حل النشاط: رقم 06 صفحة 253.

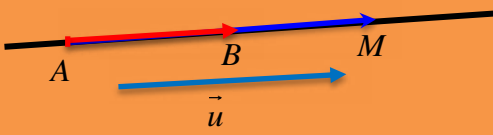
في كل ما سيأتي نعتبر المستوي مزود بمعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

شعاع توجيه مستقيم

كل نقطتين A و B متميزتين تعينان مستقيما (AB) ، ومن أجل كل نقطة M من (AB) فإن \vec{AB} و \vec{AM} مرتبطان خطيا. نقول أن \vec{AB} هو شعاع توجيه للمستقيم (AB) .

تعريف:

(D) مستقيم.
 يسمى كل شعاع له منحى المستقيم (D)، شعاع توجيه لهذا المستقيم.

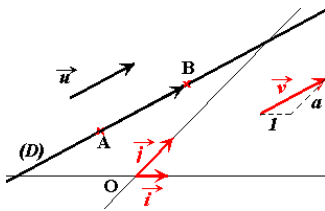


ملاحظة:

إذا كان \vec{AB} شعاع توجيه للمستقيم (D)، فكل شعاع غير معدوم ومرتب خطيا بالشعاع \vec{AB} هو أيضا شعاع توجيه للمستقيم (D) على سبيل المثال في الشكل المقابل لدينا: كل من \vec{v} ، \vec{u} ، \vec{AB} هي أشعة توجيه للمستقيم (D).

تعريف:

معامل توجيه مستقيم هو المركبة الثانية لشعاع توجيه لهذا المستقيم مركبته الأولى تساوي واحد.

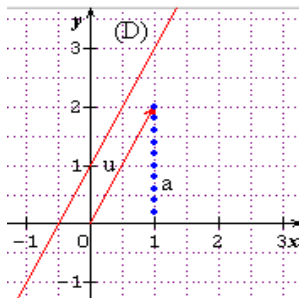


مثال:

لدينا الشعاع \vec{u} شعاع توجيه للمستقيم (D) مركبته

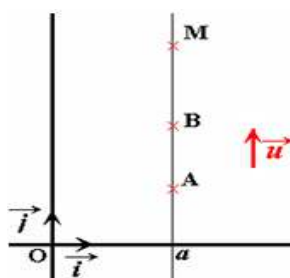
هي $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix} = \vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ وعليه معامل توجيه المستقيم (D)

هو $a = 2$



معادلة مستقيم يوازي محور الترتيب:

A و B نقطتان لهما نفس الفاصلة a أي $x_A = x_B = a$. كل نقطة M من المستقيم (AB) فاصلتها $x_M = a$. إن المستقيم (AB) يوازي محور الترتيب.



مبرهنة:

- (1) كلّ مستقيم يوازي محور التّراتيب له معادلة من الشكل $x = a$ و a عدد حقيقي.
 (2) مجموعة النّقط $M(x; y)$ بحيث $x = a$ و a عدد حقيقي هي مستقيم يوازي محور التّراتيب.

تمرين تطبيقي: رقم 68 صفحة 277 .

معادلة مستقيم لا يوازي محور التّراتيب:

إذا كان للنّقطتين A و B فاصلتان مختلفتان أي $x_A \neq x_B$ فإنّ المستقيم (AB) لا يوازي محور التّراتيب

مبرهنة:

كلّ مستقيم لا يوازي محور التّراتيب له معادلة من الشكل $y = a x + b$.

البحث عن معادلة مستقيم معرّف بنقطتين:

تمرين:

$(O; \vec{i}; \vec{j})$ معلم للمستوي، A و B نقطتان حيث $A(2; 2)$ و $B(3; 0)$

✎ أكتب معادلة المستقيم (AB) .

طريقة:

لإيجاد معادلة مستقيم معرّف بنقطتين يمكن إتباع إحدى الطرائق الآتية:

- ① البحث عن a, b في المعادلة $y = a x + b$ إذا كان هذا المستقيم لا يوازي محور التّراتيب.
- ② استعمال معامل توجيه المستقيم إذا كان هذا المستقيم لا يوازي محور التّراتيب.
- ③ استعمال شرط الارتباط الخطي لشعاعين.

تمرين تطبيقي: رقم 58 صفحة 276 .

مبرهنة:

a, b عدنان حقيقيان. مجموعة النّقط $M(x; y)$ حيث $y = a x + b$ هي مستقيم (D) لا يوازي محور التّراتيب.

البحث عن معادلة مستقيم يشمل نقطة معلومة ويوازي مستقيماً معلوماً:

تمرين:

$(O; \vec{i}; \vec{j})$ معلم للمستوي، (D) مستقيم معادلته $y = 3x - 1$ و A نقطة حيث $A(2; 0)$.

✎ جد معادلة للمستقيم (D') الذي يشمل النقطة A و يوازي المستقيم (D) .

إنشاء مستقيم عرّف معادلة له.

إيجاد معادلة لمستقيم

طريقة:

لإيجاد معادلة مستقيم يشمل نقطة معلومة ويوازي مستقيماً معلوماً يمكن استغلال ما يأتي:

① للمستقيمين نفس المعامل التوجيه a ، وتوظيفه في معادلة من الشكل $y=ax+b$.

② للمستقيمين نفس شعاع التوجيه ، واستعمال شرط الارتباط الخطي لشعاعين.

حساب معامل توجيه مستقيم:

مبرهنة:

من أجل كلّ نقطتين $A(x_A ; y_A)$ ، $B(x_B ; y_B)$ في معلم $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ حيث $x_A \neq x_B$ ، معامل

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \text{ توجيه المستقيم } (AB) \text{ يساوي}$$

مثال:

أوجد معامل توجيه المستقيم (D) الذي يشمل النقطتين $A(2;0)$ و $B(3;0)$.

شرط توازي مستقيمين:

مبرهنة:

يكون المستقيمان (D) و (D') اللذان معادلتاهما $y = ax+b$ ، $y = a'x+b'$ على الترتيب متوازيين إذا وفقط إذا كان لهما نفس معامل التوجيه أي $(D) // (D')$ (كافئ $a = a'$).

تمرين: رقم 70 - 72 - 73 - 76 - 77 صفحة 277 - 278 .

شرط توازي مستقيمين

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
<p>حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين</p>	<p>حل النشاط: رقم 07 صفحة 253.</p> <p>نعتبر فيما يلي $(a; b) \neq (0; 0)$ و $(a'; b') \neq (0; 0)$</p> <p>تعريف:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; background-color: #f9cb9c;"> <p>نسمي جملة معادلتين خطيتين لمجهولين كل جملة $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ حيث $c'; b'; a'; c; b; a$ أعداد حقيقية معلومة.</p> <p>ونعني بحل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين إيجاد الثنائيات $(x; y)$ التي تحقق المعادلتين في آن واحد.</p> </div> <p>طرق حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين:</p> <p>1 طريقة الجمع والتعويض:</p> <p>مثال: حل في \mathbb{R}^2 (أي $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$) جملة المعادلتين (α)</p> $\begin{cases} -2x + y = 0 \\ x + y = 6 \end{cases} \dots\dots(\alpha)$ <p>2 طريقة المحدد:</p> <p>لحل الجملة التالية: $(\alpha) \begin{cases} ax+by=c \dots\dots(1) \\ a'x+b'y=c' \dots\dots(2) \end{cases}$</p> <p>نحسب العدد $\Delta = a \cdot b' - b \cdot a'$ ، والذي يسمى محدد الجملة (α) ونكتب $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$</p> <p>ونميز حالتين حسب قيمة Δ.</p> <p>👉 إذا كان $\Delta \neq 0$ فإن الجملة (α) لها حل وحيد في \mathbb{R}^2 هو $(\alpha; \beta)$ حيث:</p> $\beta = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\Delta} \quad \text{و} \quad \alpha = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\Delta}$ <p>👉 إذا كان $\Delta = 0$ فإن الجملة (α) إما ليس لها حل في \mathbb{R}^2 وذلك إن لم تكن المعادلة ① تكافئ المعادلة ② ، وإلا فلها عدد غير منته من الحلول في \mathbb{R}^2.</p> <p>مثال:</p> <p>حل في \mathbb{R}^2 (أي $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$) كل جملة من الجمل التالية:</p> $\begin{cases} x+3y-1=0 \\ x+3y=2 \end{cases} \dots\dots(3) \quad , \quad \begin{cases} x-y-1=0 \\ -2x+2y=2 \end{cases} \dots\dots(2) \quad , \quad \begin{cases} x-y-1=0 \\ 2x+y=2 \end{cases} \dots\dots(1)$

تذكير:

الأوضاع النسبية لمستقيمين في المستوى:

(D) و (D') مستقيمين من نفس المستوى (P).

الوضع النسبي لهذين المستقيمين هما إما متقاطعين في نقطة واحدة، وأما متوازيان منفصلان أو متطابقين.

③ الطريقة البيانية:

لتكن جملة المعادلتين الخطيتين التالية:

$$(\alpha) \begin{cases} ax + by = c \dots\dots(1) \\ a'x + b'y = c' \dots\dots(2) \end{cases}$$

المعادلة (1) أي $ax + by = c$ تكتب على الشكل $x = \frac{c}{a}$ من أجل $b = 0$ و $a \neq 0$

وتكتب على الشكل $y = \frac{-a}{b}x + \frac{c}{b}$ من أجل $b \neq 0$ و $a \neq 0$ ، فهي في الحالتين معادلة

مستقيم وليكن (D)، كذلك بالنسبة للمعادلة (2) معادلة مستقيم وليكن (D').

الثنائية $(\alpha; \beta)$ حل لجملة المعادلتين معناه أن النقطة $M(\alpha; \beta)$ تنتمي إلى كل من المستقيمين

(D) و (D')، وعليه عدد الحلول هو حسب الوضع النسبي للمستقيمين.

الحل البياني هو إنشاء المستقيمين ثم تعيين النقط المشتركة.

مثال: حل التمرين 78 صفحة 278.

تمرين: رقم 79 - 80 - 84 - 85 صفحة 278.

حل مسائل تؤدي إلى استخدام جملة معادلتين
خطيتين لمجهولين