

التفسير (النشطة المرافقة لكل مرحلة)

المرحلة

ملاحظات

المدة

الخاصية المميزة للدالة التآلفية :

مبرهنة: تكون الدالة f تآلفية إذا و فقط إذا كانت النسبة $\frac{f(x) - f(x')}{x - x'}$ ثابتة من أجل كل عددين حقيقيين مختلفين x و x' .

10 د

اتجاه تغير الدالة التآلفية :

مبرهنة: دالة تآلفية معرفة على \mathbb{R} بالشكل $f(x) = ax + b$.

- ♦ إذا كان $a < 0$ فإن f متناقصة تماما.
- ♦ إذا كان $a > 0$ فإن f متزايدة تماما.

أمثلة :

♦ الدالة $f: x \mapsto -3x + 4$ متناقصة تماما على \mathbb{R} لأن -3 سالب.

♦ الدالة $g: x \mapsto 4x - 1$ متزايدة تماما على \mathbb{R} لأن 4 موجب.

جدول تغيرات الدالة التآلفية :

حالة $a > 0$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$ax + b$	↗	

حالة $a < 0$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$ax + b$	↘	

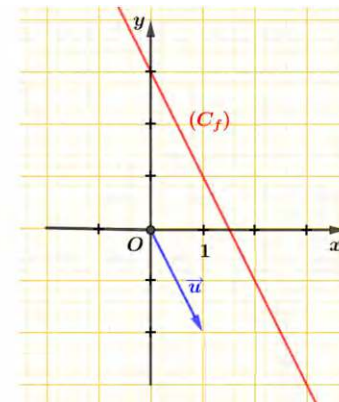
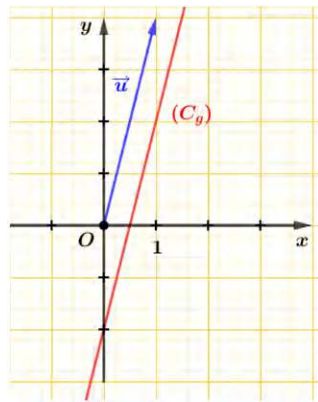
التمثيل البياني للدالة التآلفية :

التمثيل البياني لدالة تآلفية معرفة بالعبارة $f(x) = ax + b$ في معلم هو المستقيم الذي معامل توجيهه a و شعاع توجيهه $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$ ويشمل النقطة $I(0; b)$.

بناء المفاهيم:

مثال :

f و g الدالتان التآلفتان المعرفتان على \mathbb{R} بـ : $f(x) = -2x + 3$ و $g(x) = 4x - 2$ نشيء تمثيليهما البيانيين (C_f) و (C_g) كما يلي :



تمرير تطبيقي: نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ * شكل جدول تغيراتها ثم مثلها بيانياً.

ملاحظات	المادة	التفسير (النشطة المرافقة لكل مرحلة)	المرحلة
		<p>تدريب الدالة التآلفية المعرفة بعددين مختلفين وصورتهما :</p> <div style="border: 1px solid orange; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>طريقة: لتعيين الدالة التآلفية المعرفة بعددين مختلفين وصورتهما :</p> <p>* إما نحسب معامل التوجيه a باستعمال الخاصية المميزة ثم نعوض و نحسب b .</p> <p>* وإما نحل جملة معادلتين ذات المجهولين a و b .</p> </div> <p>تطبيق: عين الدالة التآلفية f حيث : $f(1) = -2$ و $f(-3) = 4$</p> <p>حل التطبيق :</p> <p>طريقة «1» :</p> <p>الدالة التآلفية f تكتب على الشكل $f(x) = ax + b$</p> <p>لدينا : $\frac{f(-3) - f(1)}{-3 - 1} = -\frac{3}{2}$ إذن : $a = -\frac{3}{2}$</p> <p>و هكذا نجد : $f(x) = -\frac{3}{2}x + b$</p> <p>بما أن $f(1) = 2$ فإن : $-2 = -\frac{3}{2} \times 1 + b$ إذن : $b = -\frac{1}{2}$</p> <p>و بالتالي من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$</p> <p>طريقة «2» :</p> <p>الدالة التآلفية f تكتب على الشكل $f(x) = ax + b$</p> <p>نحل الجملة : $\begin{cases} f(-3) = 4 \\ f(1) = -2 \end{cases}$ أي : $\begin{cases} 4 = -3a + b \\ -2 = a + b \end{cases}$</p> <p>نجد : $a = -\frac{3}{2}$ و $b = -\frac{1}{2}$</p> <p>و بالتالي من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$</p> <p>تمرين تطبيقي: f دالة تآلفية معرفة على \mathbb{R} حيث : $f(x) = ax + b$</p> <p>(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.</p> <p>① عين العددين الحقيقيين a و b إذا علمت أن : $f(-1) = 3$ و $f(5) - f(1) = -4$</p> <p>② ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .</p> <p>③ أنشيء (C_f) .</p>	بناء المفاهيم:
	د 10		
	د 15		

نفويهم

حل التمرين 55 صفحة 78

التفسير (النشطة المرافقة لكل مرحلة)

المرحلة

جدول التغيرات :

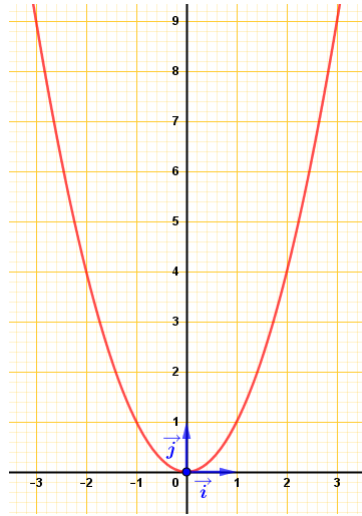
x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^2			

ملاحظة :

❖ الدالة مربع تقبل قيمة حدية صغرى على \mathbb{R} عند 0 هي : 0 .

التمثيل البياني :

📐 التمثيل البياني للدالة مربع في المستوي المنسوب إلى معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ هو مجموعة النقط ذات الإحداثيات $(x; x^2)$.



بناء المفاهيم:

خاصية :

الدالة مربع المعرفة على كل جزء من \mathbb{R} متناظر بالنسبة إلى 0 ، هي دالة زوجية .

ملاحظة :

❖ في معلم متعامد يكون بيان الدالة مربع متناظرا بالنسبة إلى محور الترتيب .

حل معادلات ومتراجحات باستعمال التمثيل البياني للدالة مربع :

طريقة: 📌 لحل المعادلة $x^2 = m$ بيانيا :

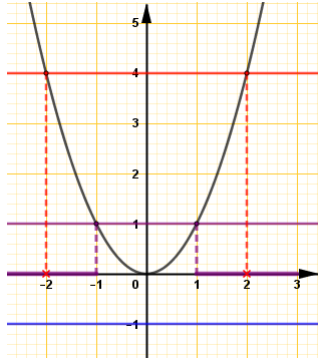
* نشيء التمثيل البياني (C) للدالة مربع والمستقيم (D) الذي معادلته $y = m$.

* حلول المعادلة إن وجدت هي فواصل نقط تقاطع (C) و (D) .

تطبيق :

(a) حل بيانيا المعادلتين : $x^2 = 4$ ، $x^2 = -1$

(b) حل بيانيا المتراجحة : $x^2 > 1$

ملاحظات	المهمة	التنسيق (النشطة المرافقة لكل مرحلة)	المراحل
		<p>حل التطبيق :</p> <p>(a) * مجموعة حلول المعادلة $x^2 = -1$ هي Φ</p> <p>* مجموعة حلول المعادلة $x^2 = 4$ هي $\{-2; 2\}$</p> <p>(b) مجموعة حلول المتراجحة $x^2 > 1$ هي $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$</p>	
	د 20		
	د 10	<p>نوظيف الدالة مربع لدراسة اتجاه تغير الدالة $f : x \mapsto (x + a)^2 + b$ ونمثلها بيانيا :</p> <p>طريقة:</p> <p>لدراسة تغيرات الدالة $f : x \mapsto (x + a)^2 + b$</p> <ul style="list-style-type: none"> * نحدد إشارة الدالة التآلفية $x \mapsto x + a$ على المجالين $]-\infty; -a[$ و $] -a; +\infty[$. * نحدد اتجاه تغير الدالة $(x + a)^2$ على المجالين $]-\infty; -a[$ و $] -a; +\infty[$. * نستنتج جدول تغيرات الدالة f. * نمثل الدالة f بيانيا كمايلي : ليكن (C) التمثيل البياني للدالة f و (P) القطع المكافئ الذي يمثل الدالة مربع. * نبين أن النقطة $M(x; y)$ تنتمي إلى (C) إذا وفقط إذا كانت النقطة $N(x + a; y - b)$ تنتمي إلى (P) * نعين شعاع الانسحاب الذي يسمح بالمرور من (P) إلى (C) وهكذا نستنتج إنشاء (C). 	
	د 40	<p>تمرين تطبيقي : نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = (x + 1)^2 + 3$</p> <p>وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$</p> <ol style="list-style-type: none"> 1 ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty; -1[$ و $] -1; +\infty[$. 2 شكل جدول تغيرات الدالة f. 3 اشرح كيفية إنشاء (C) انطلاقا من (P) التمثيل البياني للدالة مربع ثم أنشئه. 	

بناء المفاهيم:

نفويهم

حل التمرين 14 و 19 صفحة 107

المؤسسة: ثانوية سليمان جلول
المستوى والشعبة: 1 ج م ع ت
المحتوى المكرفي: الدوال المرجعية
الكفاءات المستهدفة: - تحديد اتجاه التغير و التمثيل البياني للدالة الجذر التربيعي .
المادة: رياضيات
الأستاذ: بلحري

- سير الحصة

ملاحظات	المدة	التنبيه (الأنشطة المرادولة لكل مرحلة)	المرحلة																
مناقشة النشاط من طرف التلاميذ	15 د	<p>* التهيئة النفسية:</p> <p>نشاط: نعتبر الدالة f التي ترفق بكل عدد حقيقي x موجب جذره التربيعي . (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(\vec{i}, \vec{j}; O)$.</p> <p>1 اكتب $f(x)$ بدلالة x . 2 ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty[$ و شكل جدول تغيراتها . 3 أكمل الجدول التالي :</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>6 أنشئ (C_f) على المجال $[0; 6]$.</p> <p>مناقشة النشاط :</p> <p>الدالة الجذر التربيعي :</p> <div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>تعريف: الدالة الجذر التربيعي هي الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي x موجب جذره التربيعي \sqrt{x} . إذا رمزنا إلى الدالة الجذر التربيعي بـ f ، نكتب : $f : x \mapsto \sqrt{x}$ أو $f(x) = \sqrt{x}$</p> </div> <p>ملاحظات :</p> <p>❖ مجموعة تعريف الدالة الجذر التربيعي هي : $[0; +\infty[$. ❖ من أجل كل عدد حقيقي x موجب لدينا : $\sqrt{x} \geq 0$.</p> <p>اتجاه التغير :</p> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>مبرهنة : الدالة الجذر التربيعي متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$.</p> </div>	x	0	1	2	3	4	5	6	$f(x)$								الإنتلاق:
x	0	1	2	3	4	5	6												
$f(x)$																			
	10 د		بناء المفاهيم:																

التفسير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)

المرحلة

جدول التغيرات :

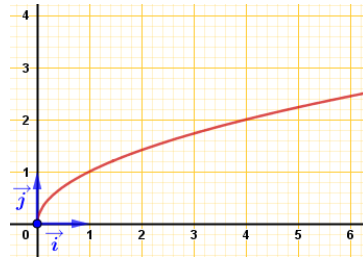
x	0	$+\infty$
\sqrt{x}	0	

ملاحظة :

❖ الدالة الجذر التربيعي تقبل قيمة حدية صغرى على $[0; +\infty[$ عند 0 هي : 0 .

التمثيل البياني :

☞ التمثيل البياني للدالة الجذر التربيعي في المستوي المنسوب إلى معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ هو مجموعة النقط ذات الإحداثيات $(x; \sqrt{x})$ حيث : $x \geq 0$.
و بما أن الدالة الجذر التربيعي معرفة على المجال $[0; +\infty[$ فإن منحنيها يقع في الربع الأول من المعلم .



بناء المفاهيم:

توظيف الدالة الجذر التربيعي لدراسة اتجاه تغير الدالة $f : x \mapsto \sqrt{x+a} + b$ وتمثيلها بيانيا :

طريقة:



☞ لدراسة تغيرات الدالة $f : x \mapsto \sqrt{x+a} + b$:

* نحدد مجموعة تعريف الدالة f وهي : $[-a; +\infty[$.

* نحدد اتجاه تغير الدالة f على $[-a; +\infty[$ ونشكل جدول تغيراتها .

☞ نمثل الدالة f بيانيا كمايلي :

ليكن (C) التمثيل البياني للدالة f و (P) التمثيل البياني للدالة الجذر التربيعي .

* نبين أن النقطة $M(x; y)$ تنتمي إلى (C) إذا وفقط إذا كانت

النقطة $N(x+a; y-b)$ تنتمي إلى (P)

* نعين شعاع الانسحاب الذي يسمح بالمرور من (P) إلى (C)

و هكذا نستنتج إنشاء (C) .

10 د

5 د

التفسير (النشطة المرافقة لكل مرحلة)

المراحل

ملاحظات

المعدة

تمرين تطبيقي: نعتبر الدالة f المعرفة على $[2; +\infty[$ بـ : $f(x) = \sqrt{x-2} + 3$ وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

① ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[2; +\infty[$.

② شكل جدول تغيرات الدالة f .

③ اشرح كيفية إنشاء (C) انطلاقا من (P) التمثيل البياني للدالة الجذر التربيعي ثم أنشئه .

حل:

① ليكن x_1 و x_2 عددين حقيقيين من $[2; +\infty[$ حيث $x_1 < x_2$

ومنه : $x_1 - 2 < x_2 - 2$ ومنه : $\sqrt{x_1 - 2} < \sqrt{x_2 - 2}$

ومنه : $\sqrt{x_1 - 2} + 3 < \sqrt{x_2 - 2} + 3$ معناه : $f(x_1) < f(x_2)$

إذن : f متزايدة تماما على المجال $[2; +\infty[$.

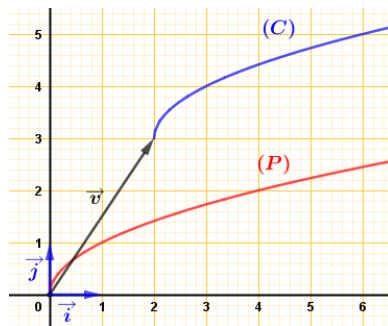
② جدول تغيرات الدالة f :

x	2	$+\infty$
$f(x)$	3	

③ لتكن $M(x; y)$ نقطة من (C) معناه : $y = \sqrt{x-2} + 3$

ومنه : $y - 3 = \sqrt{x-2}$ ينتج أن النقطة $N(x-2; y-3)$ تنتمي إلى (P)

إذن نمر من (P) إلى (C) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$



بناء المفاهيم:

نقوم

حل التمرين 40 و 41 صفحة 109

المؤسسة: ثانوية سليمان جلول
المستوى و الشبكة: 1 ج م ع ت
المحتوى المكرفي: الدوال المرجعية
الكفاءات المستهدفة: - تحديد اتجاه التغير و التمثيل البياني للدالة مقلوب .
المادة: رياضيات
الأستاذ: بلحري

- سير الحصة

ملاحظات	المهمة	التنبيه (الأنشطة المرادولة لكل مرحلة)	المرحلة																														
مناقشة النشاط من طرف التلاميذ	د 25	<p>* التهيئة النفسية:</p> <p>نشاط: نعتبر الدالة f التي ترفق بكل عدد حقيقي x غير معدوم مقلوبه . (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(\vec{i}, \vec{j}; O)$.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1 اكتب $f(x)$ بدلالة x . 2 ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]0; +\infty[$ و $]-\infty; 0[$ ثم شكل جدول تغيراتها . 3 ادرس شفعية الدالة f . 4 أكمل الجدول التالي : <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>-4</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>$-\frac{1}{2}$</td> <td>$-\frac{1}{3}$</td> <td>$-\frac{1}{4}$</td> <td>$\frac{1}{4}$</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>5 أنشيء (C_f) على المجموعة $[-4; 0[\cup]0; 4]$.</p> <p>مناقشة النشاط :</p> <p>الدالة مقلوب :</p> <p>تعريف:</p> <p>الدالة مقلوب هي الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي x غير معدوم مقلوبه $\frac{1}{x}$. إذا رمزنا إلى الدالة مقلوب بالرمز f ، نكتب : $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ أو $f(x) = \frac{1}{x}$.</p> <p>ملاحظات :</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ مجموعة تعريف الدالة مقلوب هي : \mathbb{R}^* . ❖ كل عدد حقيقي x غير معدوم له نفس إشارة صورته بالدالة مقلوب . <p>اتجاه التغير :</p> <p>مبرهن:</p> <p>الدالة مقلوب متناقصة تماما على المجالين $]-\infty; 0[$ و $]0; +\infty[$.</p>	x	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	$f(x)$															<p>الإنطلاق:</p> <p>بناء المفاهيم:</p>
x	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4																			
$f(x)$																																	
	د 15																																

التفسير (النشطة المرافقة لكل مرحلة)

المرحلة

ملاحظات

المعدة

جدول التغيرات :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$	↘		↘

ملاحظة :

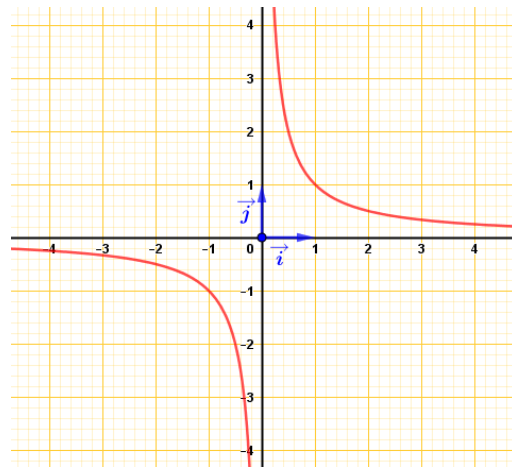
❖ الخط المضاعف في الجدول أعلاه يعني أن الدالة مقلوب غير معرفة عند 0 .

التمثيل البياني :

تمثيل البياني للدالة مربع في المستوي المنسوب إلى معلم $(\vec{i}, \vec{j}; O)$ هو مجموعة

النقط ذات الإحداثيات $(x; \frac{1}{x})$ حيث : $x \neq 0$.

بما أن 0 ليس له صورة بالدالة مقلوب فإن منحنيا لا يقطع محور الترتيب .
المنحنى الممثل للدالة مقلوب يسمى " قطعاً زائداً " .



بناء المفاهيم:


د 15

خاصية:

الدالة مقلوب المعرفة على كل مجموعة عناصرها متناظرة بالنسبة إلى 0 ، هي دالة فردية .

ملاحظة :

❖ في كل معلم يكون بيان الدالة مقلوب متناظرا بالنسبة إلى مبدأ هذا المعلم .

ملاحظات	المعدة	التفسير (النشطة المرافقة لكل مرحلة)	المراجع
		<p>نوظف الدالة مقلوب لدراسة اتجاه تغير الدالة $f : x \mapsto \frac{1}{x+a} + b$ ونمثلها بيانبا :</p> <p>طريقة: </p> <p>لدراسة تغيرات الدالة $f : x \mapsto \frac{1}{x+a} + b$:</p> <ul style="list-style-type: none"> * نحدد مجموعة تعريف الدالة f وهي : $]-\infty; -a[\cup]-a; +\infty[$ * ندرس اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty; -a[$ و $] -a; +\infty[$ * نستنتج جدول تغيرات الدالة f. <p>نمثل الدالة f بيانبا كمايلي :</p> <p>ليكن (C) التمثيل البياني للدالة f و (P) القطع الزائد الذي يمثل الدالة مقلوب .</p> <ul style="list-style-type: none"> * نبين أن النقطة $M(x; y)$ تنتمي إلى (C) إذا وفقط إذا كانت النقطة $N(x+a; y-b)$ تنتمي إلى (P) * نعين شعاع الانسحاب الذي يسمح بالمرور من (P) إلى (C) وهكذا نستنتج إنشاء (C) . <p>تمرين تطبيقي: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ : $f(x) = \frac{3x-5}{x-2}$</p> <p>وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$</p> <ol style="list-style-type: none"> بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \neq 2$ لدينا : $f(x) = 3 + \frac{1}{x-2}$ ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجالين $] -\infty; 2[$ و $]2; +\infty[$. شكل جدول تغيرات الدالة f . اشرح كيفية إنشاء (C) انطلاقا من (P) التمثيل البياني للدالة مقلوب ثم أنشئه . <p>حل:</p>	
	د 10		بناء المفاهيم:
	د 45		تقويم

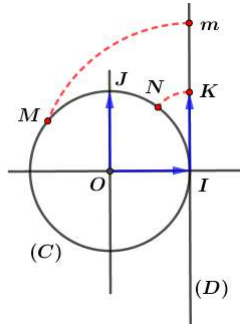
النسب (النشيط المرادفة لكل مرحلة)

المرحلة

ملاحظات

المعدة

د 15



المستقيم العددي و الدائرة المثلثية :

لتكن الدائرة المثلثية (C) في المتعامد و المتجانس (O; I, J)

(D) هو المماس للدائرة (C) في I . K هي النقطة من (D)

حيث : $\overline{IK} = \overline{OJ}$

❖ نرفق بكل عدد حقيقي x النقطة m من (D) التي فاصلتها

في المعلم الخطي (I; K) و بلف (D) على (C) ، تنطبق النقطة m

على نقطة M من (C)

❖ نعلم أن فاصلة K في المعلم الخطي (I; K) هي 1 .

ف عندما نلف (D) على (C) ، تنطبق K على N من (C)

نعرف 1 راديان بأنه قيس الزاوية الموجهة $(\overline{OI}, \overline{ON})$

❖ كل عدد حقيقي x تقابله نقطة وحيدة M على (C)

نقول إن M هي صورة x و نقول كذلك إن x هو قيس للزاوية الموجهة $(\overline{OI}, \overline{OM})$

العدد الحقيقي x يسمى قيسا بالراديان للزاوية الموجهة $(\overline{OI}, \overline{OM})$

و نكتب : $(\overline{OI}, \overline{OM}) = x \text{ rad}$

ملاحظات :

❖ طول القوس \overline{IM} هو طول القطعة [Im] و هو : $|x|$

❖ عندما تتحرك m على (D) انطلاقا من I في اتجاه الشعاع \overline{IK} فإن M تتحرك على (C)

في الاتجاه المباشر (في هذه الحالة x موجب) .

❖ عندما تتحرك m على (D) انطلاقا من I في الاتجاه المعاكس لاتجاه الشعاع \overline{IK} فإن M

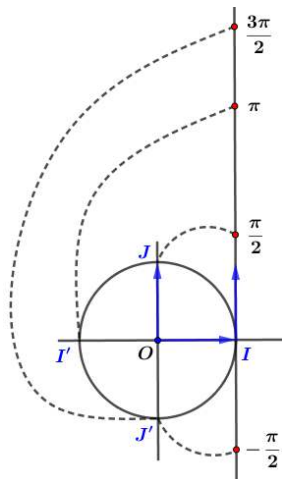
تتحرك على (C) في الاتجاه غير المباشر (في هذه الحالة x سالب) .

❖ نعبر عن قيس القوس \overline{IM} و قيس الزاوية الموجهة $(\overline{OI}, \overline{OM})$ بنفس العدد الحقيقي x .

❖ كل موضع للنقطة M من (C) يقابله لا نهاية من الأعداد الحقيقية x

من الشكل : $x = \alpha + k(2\pi)$ مع عدد صحيح نسبي و $(\overline{OI}, \overline{OM}) = \alpha$

د 15



مثال : (C) دائرة مثلثية نصف قطرها 1 و محيطها 2π

❖ صور الأعداد $\frac{\pi}{2}$ ، π ، $\frac{3\pi}{2}$ هي النقط : J ، I ، J'



على الترتيب .

❖ للأعداد 0 ، 2π ، -2π نفس الصورة و هي : I

❖ للعددين $-\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ نفس الصورة و هي : J'

❖ هو قيس للزاوية $(\overline{OI}, \overline{OJ})$ أي : $(\overline{OI}, \overline{OJ}) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$

بناء المفاهيم:

ملاحظات	المادة	النسب (الأنشطة المرادولة لكل مرحلة)	المرحل												
	د 20	<p>تحويل الدرجة إلى الراديان والراديان إلى الدرجة :</p> <p>طريقة: </p> <p>للحيل من الدرجة إلى الراديان و العكس نعمل جدول التناسبية الآتي :</p> <table border="1" data-bbox="1088 430 1323 567"> <tr> <td>α</td> <td>180</td> <td>درجة</td> </tr> <tr> <td>β</td> <td>π</td> <td>راديان</td> </tr> </table> <p>معناه : إذا كان α قيس بالدرجة و β قيس بالراديان فإن : $\frac{180}{\pi} = \frac{\alpha}{\beta}$</p> <p>مثال : لنحول $\frac{3\pi}{2} rad$ إلى الدرجة :</p> <p>* يمكن استعمال جدول التناسبية كما يلي :</p> <table border="1" data-bbox="738 850 998 987"> <tr> <td>α</td> <td>180</td> <td>درجة</td> </tr> <tr> <td>$\frac{3\pi}{2}$</td> <td>π</td> <td>راديان</td> </tr> </table> <p>لدينا : $\frac{180}{\pi} = \frac{\alpha}{\frac{3\pi}{2}}$ ومنه : $\alpha = \frac{180 \times 3\pi}{2\pi} = 270$</p> <p>حل التمرين 50 صفحة 110 :</p> <p>تعلم نطف على الدائرة المثلثية :</p> <p>بناء المفاهيم:</p> <p>طريقة: </p> <p>نعين M صورة العدد الحقيقي x على الدائرة المثلثية كما يلي :</p> <p>♦ إذا كان $x \geq 0$: M تقطع قوسا طولها x في الاتجاه المباشر و في حالة $x \geq 2\pi$ ، نكتب x على الشكل $x = \alpha + k(2\pi)$ باستعمال القسمة (k هو عدد دورات M و α عدد حقيقي من $[0; 2\pi]$)</p> <p>♦ إذا كان $x \leq 0$: M تقطع قوسا طولها x في الاتجاه غير المباشر و في حالة $x \geq 2\pi$ نكتب x على الشكل $x = \alpha + k(2\pi)$ باستعمال القسمة (k هو عدد دورات M و α عدد حقيقي من $[0; 2\pi]$)</p> <p>تطبيق :</p> <p>(a) علم على الدائرة المثلثية النقط A, B, C التي صورها $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ و $\frac{\pi}{6}$ على الترتيب .</p> <p>(b) علم على الدائرة المثلثية النقط D, E, F التي صورها $\frac{13\pi}{4}, \frac{133\pi}{3}$ و $-\frac{23\pi}{6}$ على الترتيب .</p>	α	180	درجة	β	π	راديان	α	180	درجة	$\frac{3\pi}{2}$	π	راديان	
α	180	درجة													
β	π	راديان													
α	180	درجة													
$\frac{3\pi}{2}$	π	راديان													
	د 5														

ملاحظات	المعدة	التفسير (النشطة المرادفة لكل مرحلة)	المرحلة
	15 د	<p>حل التطبيق :</p> <p>تصور أن نقطة M تتحرك على الدائرة المثلثية منطلقة من I.</p> <p>النقط A, B, C, D, E, F هي وضعيات مختلفة للنقطة M.</p> <p>(a) تعليق النقط A, B, C :</p> <ul style="list-style-type: none"> * النقطة A هي منتصف القوس \widehat{IJ}. (نشيء بالدور منصف الزاوية (\vec{OI}, \vec{OJ}) .) * لتحديد وضعية B نشيء الثلث المتقايس الأضلاع IOB بالدور * النقطة C هي منتصف القوس \widehat{IB}. (نشيء بالدور منصف الزاوية (\vec{OI}, \vec{OB}) .) <p>(b) تعليق النقط F, E, D :</p> <ul style="list-style-type: none"> * $\frac{13\pi}{4}$ عدد موجب إذن M تتحرك في الاتجاه المباشر . نقسم 13 على 4 نجد : $13 = 3 \times 4 + 1$ ومنه : $\frac{13\pi}{4} = 3\pi + \frac{\pi}{4}$ ومنه : M تقطع دورة و نصف دورة و قوس طولها $\frac{\pi}{4}$. إذن : D هي منتصف القوس $\widehat{I'J'}$. * $\frac{133\pi}{3}$ عدد موجب إذن M تتحرك في الاتجاه المباشر . نقسم 133 على 3 نجد : $133 = 44 \times 3 + 1$ ومنه : $\frac{133\pi}{3} = 44\pi + \frac{\pi}{3}$ ومنه : M تتطلق من I و تقطع 22 دورة و قوس طولها $\frac{\pi}{3}$. إذن : E تنطبق على B. * $-\frac{23\pi}{6}$ عدد سالب إذن M تتحرك في الاتجاه غير المباشر . لدينا : $-\frac{23\pi}{6} = 3\pi + \frac{5\pi}{6}$ ومنه : M تقطع دورتين و نصف دورة و قوس طولها $\frac{5\pi}{6}$. <p>تمرير تطبيقي :</p> <p>(a) ضع على الدائرة المثلثية النقط A, B, C, D, E, F, G صور الأعداد $109\pi, 2020\pi, \frac{3\pi}{4}, \frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{3}, \frac{2019\pi}{2}, \frac{97\pi}{4}$ على الترتيب .</p> <p>(b) ضع على الدائرة المثلثية النقط H, L, N, P صور الأعداد $-2021\pi, -\frac{31\pi}{4}, -\frac{17\pi}{6}, -\frac{121\pi}{3}$ على الترتيب .</p>	بناء المفاهيم:
	25 د	<p>education-onec-dz.blogspot.com</p> <p>حل التمرين 48 و 49 و 51 صفحة 110</p>	نقوبهم

المؤسسة: ثانوية سليمان جلول
المستوى و الشعبة: 1 ج م ع ت
المحتوى المعرفي: الدوال المرجعية
الكفاءات المستهدفة: - تعريف $\cos(x)$ و $\sin(x)$ و كذلك $\tan(x)$.
المادة: رياضيات
الأستاذ: بلحري

- سير الحصة

ملاحظات	الأمثلة	النشاط (الأنشطة المصاحبة لكل مرحلة)	المراحل
مناقشة النشاط من طرف التلاميذ	10 >	<p>* التهيئة النفسية:</p> <p>نشاط: لتكن الدائرة المثلثية (C) في المعلم المتعامد و المتجانس (O; I, J). M النقطة من الدائرة المثلثية و المرفقة بالعدد الحقيقي x حيث: $\widehat{IOM} = x$. (انظر الشكل المقابل).</p> <p>① عين إحداثي النقطة M في المعلم (O; I, J). ② نفرض أن M تتحرك من I نحو J. * كيف يتغير x ? * كيف تتغير فاصلة M ? * كيف تتغير ترتيبية M ?</p> <p>مناقشة النشاط :</p> <p>① تعيين إحداثي النقطة M : لدينا المثلث MOH قائم في H ومنه: $\sin x = \frac{OL}{OM} = OL$ و $\cos x = \frac{OH}{OM} = OH$ إذن: $M(\cos x; \sin x)$</p> <p>② * x يزداد كلما تحركت M من I نحو J. * فاصلة M تنقص كلما تحركت M من I نحو J. * ترتيبية M تزداد كلما تحركت M من I نحو J.</p> <p>جيب وجيب تمام عدد حقيقي :</p>	الإطلاق:
	10 >	<p>تعريف: x عدد حقيقي. M النقطة من الدائرة المثلثية و المرفقة بالعدد x. في المعلم (O; I, J): ♦ نسمي جيب تمام العدد الحقيقي x، فاصلة النقطة M ونرمز إليه بالرمز $\cos x$. الدالة \cos هي الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد $\cos x$ ♦ نسمي جيب العدد الحقيقي x، ترتيب النقطة M ونرمز إليه بالرمز $\sin x$. الدالة \sin هي الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد $\sin x$.</p>	بناء المفاهيم:

التفسير (الشكل المراهقة لكل مرحلة)

المراجع

ملاحظة:

❖ نسمي ظل العدد الحقيقي x حيث: $x \neq \frac{\pi}{2} + k \times 2\pi$ (مع k عدد صحيح نسبي)،
العدد $\tan x$ والمعرف بـ: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$.

أمثلة:

- ♦ للعدد 0 و 2π نفس الصورة $I(1;0)$ إذن: $\sin 0 = \sin 2\pi = 0$ و $\cos 0 = \cos 2\pi = 1$
- ♦ صورة العدد $\frac{\pi}{2}$ هي النقطة $J(0;1)$ إذن: $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ و $\cos \frac{\pi}{2} = 0$
- ♦ صورة العدد π هي النقطة $I'(-1;0)$ إذن: $\sin \pi = 0$ و $\cos \pi = -1$
- ♦ للعدد $-\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ نفس الصورة $J'(0;-1)$
- ♦ إذن: $\sin(-\frac{\pi}{2}) = \sin(\frac{3\pi}{2}) = -1$ و $\cos(-\frac{\pi}{2}) = \cos(\frac{3\pi}{2}) = 0$

مبرهنة: من أجل كل عدد حقيقي x لدينا:

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \quad \blacklozenge \quad -1 \leq \cos x \leq 1 \quad \blacklozenge \quad \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \quad \blacklozenge$$

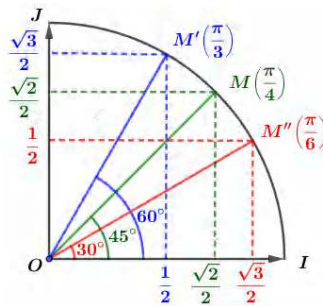
برهان:

M نقطة من الدائرة المثلثة مرفقة بالعدد الحقيقي x إحداثياتها هما $\sin x$ و $\cos x$.
❖ لدينا: $OM^2 = 1$ إذن: $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.
❖ بما أن: $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ فإن $\cos^2 x \leq 1$ و $\sin^2 x \geq 0$ إذن: $-1 \leq \cos x \leq 1$
بنفس الطريقة نبرهن أن: $-1 \leq \sin x \leq 1$

حل التمرين 55 صفحة 110:

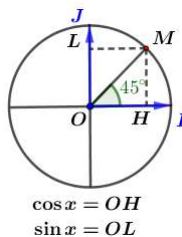
جب وجب تمام فيم شهيرة:

بناء المفاهيم:



x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

$$\star \text{ إثبات أن } \cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



النقطة M هي صورة العدد $\frac{\pi}{4}$.
بما أن: $\widehat{IOM} = 45^\circ$ فإن: المثلث MOH قائم في H ومتساوي الساقين.

حسب مبرهنة فيثاغورس: $OM^2 = OH^2 + HM^2$ لكن $OM = 1$ و $OH = HM$

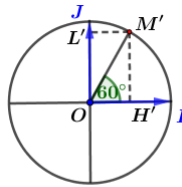
التفسير (الشكل المراهقة لظل مرحلة)

المراجع

ومنه نجد : $1 = 2OH^2$ وعليه : $OH = OL = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

إذن : $\cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

* إثبات أن $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ و $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$:



$$\cos x = OH'$$

$$\sin x = OL'$$

د 10

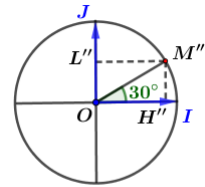
❖ لدينا H' هي منتصف $[OI]$.

إذن : $OH' = \frac{OI}{2} = \frac{1}{2}$ معناه $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$.

❖ باستعمال مبرهنة فيثاغورس في المثلث القائم $OM'H'$

نجد : $M'H' = \frac{\sqrt{3}}{2}$ معناه $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

* إثبات أن $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$:



$$\cos x = OH''$$

$$\sin x = OL''$$

د 10

❖ لدينا L'' هي منتصف $[OJ]$.

إذن : $OL'' = \frac{OJ}{2} = \frac{1}{2}$ معناه $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.

❖ باستعمال مبرهنة فيثاغورس في المثلث القائم $OL''M''$

نجد : $L''M'' = OH'' = \frac{\sqrt{3}}{2}$ معناه $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

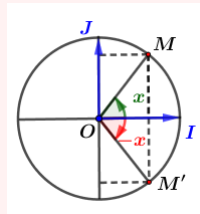
بناء المفاهيم:

حساب جيب وجيب تمام لقيم مسننجة من قيم شهيرة :

د 15

طريقة:

حساب جيب تمام و جيب قيمة x يؤول إلى حساب جيب تمام و جيب عدد حقيقي محصور بين 0 و $\frac{\pi}{2}$ باستعمال العلاقات الآتية :



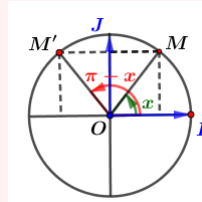
$$\begin{cases} \cos(-x) = \cos x \\ \sin(-x) = -\sin x \end{cases} \quad (1)$$

النسب (الأشكال المماثلة لكل مرحلة)

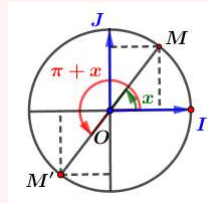
ملاحظات

المعدة

المراجع



$$\begin{cases} \cos(\pi - x) = -\cos x \\ \sin(\pi - x) = \sin x \end{cases} \quad (2)$$



$$\begin{cases} \cos(\pi + x) = -\cos x \\ \sin(\pi + x) = -\sin x \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{مع } k \in \mathbb{Z} \text{ و } |k| \text{ عدد الدورات.} \quad \begin{cases} \cos(x + k \times 2\pi) = \cos x \\ \sin(x + k \times 2\pi) = \sin x \end{cases} \quad (4)$$

بناء المفاهيم:

ملاحظة:

❖ من الجملة (1) نستنتج أن: الدالة cos دالة زوجية و الدالة sin دالة فردية.

تمرين تطبيقي «1»: احسب جيب تمام و جيب القيم التالية :

$$\frac{25\pi}{3}, \quad \frac{4\pi}{3}, \quad \frac{2\pi}{3}, \quad -\frac{\pi}{3} \quad (a)$$

$$-1442\pi, \quad 2021\pi, \quad 2020\pi \quad (b)$$

$$\frac{115\pi}{6}, \quad -\frac{2019\pi}{4}, \quad \frac{2019\pi}{4} \quad (c)$$

تمرين تطبيقي «2»:

(a) عين الأعداد الحقيقية x من المجال $[\pi; 2\pi]$ حيث :

$$\sin x = -\frac{1}{2}, \quad \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos x = \frac{1}{2}$$

(b) عين الأعداد الحقيقية x من المجال $[-\pi; 2\pi]$ حيث : $\sin x < \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos x \geq \frac{1}{2}$

35 د

نفهم

حل التمرين 52 و 53 و 54 و 56 صفحة 110

الأستاذ: بلحري

المادة: رياضيات

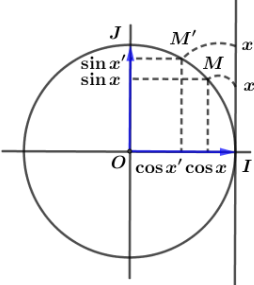
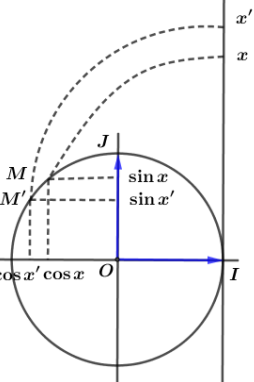
المؤسسة: ثانوية سليمان جلول

المستوى و الشكبة: 1 ج م ع ت

المحتوى المعرفي: الدوال المرجعية

الكفاءات المستهدفة: - تحديد اتجاه تغير الدالتين "cos" و "sin" على مجال معطى و تمثيلهما بيانيا .

- سير الحصة

الملاحظات	الأمثلة	الأنشطة (الأشكال المرئية لكل مرحلة)	الأمثلة
		<p>* التهيئة النفسية:</p> <p>اتجاه تغير الدالتين جيب و جيب النمام على المجال $[0; \frac{\pi}{2}]$:</p> <div style="border: 1px solid orange; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>خاصية:</p> <ul style="list-style-type: none"> • الدالة cos متناقصة تماما على المجال $[0; \frac{\pi}{2}]$. • الدالة sin متزايدة تماما على المجال $[0; \frac{\pi}{2}]$. </div> <p>برهان :</p>  <p>في الشكل المقابل x و x' عدنان حقيقيان من المجال $[0; \frac{\pi}{2}]$ و صورتاهما M و M' تتغيران على ربع الدائرة المثلية من I إلى J . إذا كان $x < x'$ فإن $\cos x > \cos x'$ و $\sin x < \sin x'$.</p>	<p>الإطلاق:</p>
	د 15	<p>اتجاه تغير الدالتين جيب و جيب النمام على المجال $[\frac{\pi}{2}; \pi]$:</p> <div style="border: 1px solid orange; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>خاصية:</p> <ul style="list-style-type: none"> • الدالة cos متناقصة تماما على المجال $[\frac{\pi}{2}; \pi]$. • الدالة sin متناقصة تماما على المجال $[\frac{\pi}{2}; \pi]$. </div> <p>برهان :</p>  <p>في الشكل المقابل x و x' عدنان حقيقيان من المجال $[\frac{\pi}{2}; \pi]$ و صورتاهما M و M' تتغيران على ربع الدائرة المثلية من J إلى I' . إذا كان $x < x'$ فإن $\cos x > \cos x'$ و $\sin x > \sin x'$.</p>	<p>بناء المفاهيم:</p>

التفسير (النشطة المرافقة لكل مرحلة)

المرحلة

ملاحظات

المدة

جدول تعبيرات الدالتين جيب و جيب التمام على المجال $[0; \pi]$:

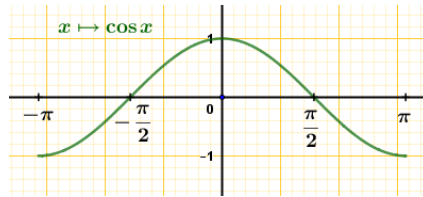
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin x$	0	1	0

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	1	0	-1

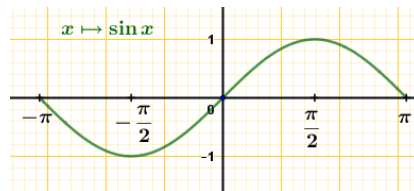
د 10

التمثيل البياني :

تمثيل البياني للدالة \cos على المجال $[0; \pi]$ انطلاقا من جدول تغيراتها و تتمم هذا الرسم على المجال $[-\pi; 0]$ بالتناظر بالنسبة لمحور الترتيب لأن الدالة \cos زوجية .



تمثيل البياني للدالة \sin على المجال $[0; \pi]$ انطلاقا من جدول تغيراتها و تتمم هذا الرسم على المجال $[-\pi; 0]$ بالتناظر بالنسبة لمبدأ المعلم لأن الدالة \sin فردية .

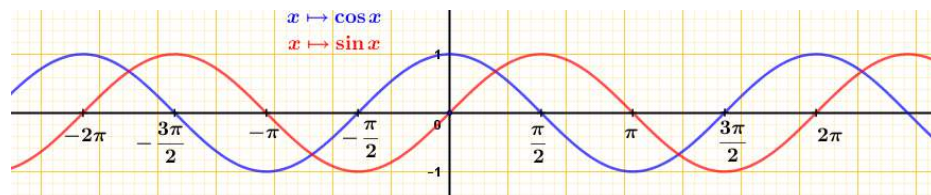


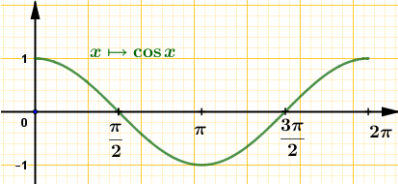
بناء المفاهيم:

د 25

ملاحظة :

❖ يمكن أن نستنتج أي جزء من بيان الدالة \cos أو الدالة \sin من خلال إنجاز دوريا مشيلات للتمثيلين السابقين .
ومنه نقول إن كلا من الدالة \cos و الدالة \sin دورية و دورها 2π .

❖ التمثيل البياني للدالتين \cos و \sin على \mathbb{R} هما :

ملاحظات	المعدة	التفسير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المرحل
	55 د	<p>حل التمرين 57 صفحة 111 :</p> <p>(a) دراسة تغيرات الدالة \cos على $[0; 2\pi]$:</p> <p>* نعلم أن الدالة \cos متناقصة تماما على المجال $[0; \pi]$ إذن يكفي دراسة تغيراتها على المجال $[\pi; 2\pi]$.</p> <p>في الشكل المقابل x و x' عدنان حقيقيان من المجال $[\pi; \frac{3\pi}{2}]$ و صورتاهما M و M' تتغيران على ربع الدائرة المثبتة من I' إلى J' .</p> <p>إذا كان $x < x'$ فإن $\cos x < \cos x'$.</p> <p>في الشكل المقابل x و x' عدنان حقيقيان من المجال $[\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$ و صورتاهما M و M' تتغيران على ربع الدائرة المثبتة من J' إلى I' .</p> <p>إذا كان $x < x'$ فإن $\cos x < \cos x'$.</p> <p>نستنتج أن الدالة \cos متزايدة تماما على المجال $[\pi; 2\pi]$.</p> <p>* التمثيل البياني للدالة \cos على $[0; 2\pi]$:</p>  <ul style="list-style-type: none"> • حلول المعادلة $\cos x = 0$ بيانيا هي فواصل نقط تقاطع منحنى الدالة \cos مع المستقيم ذو المعادلة $y = 0$ ومنه : $x = \frac{\pi}{2}$ ، $x = \frac{3\pi}{2}$ • بنفس الطريقة حلول المعادلة $\cos x = 1$ بيانيا هي : $x = 0$ ، $x = 2\pi$ • حلول المعادلة $\cos x = -1$ بيانيا هي : $x = \pi$ • المعادلة $\cos x = -\frac{5}{7}$ تقبل حلين . <p>(b) نتبع نفس المنهجية بالنسبة للدالة \sin .</p> <p>حل التمرين 58 و 59 صفحة 111</p>	<p>بناء المفاهيم:</p> <p>نقوم:</p>