السلسلة رقم 02

الترتيب-المجالات-القيمة المطلقة

- الترتيب في $\mathbb{R}$
- الحصر والمتباينات
- المجالات
- القيمة المطلقة والمسافة

التمرين رقم 01

قارن بين العددين a و b في كل حالة ممّا يأتي:

1) $a=\dfrac{1}{3\sqrt{5}}$ ، $b=\dfrac{1}{5\sqrt{3}}$

2) $a=\sqrt{7+\dfrac{2}{11}}$ ، $b=\sqrt{7}+\sqrt{\dfrac{2}{11}}$

3) $a=\sqrt{45}-2\sqrt{5}$ ، $b=3\sqrt{20}$

4) $a=\dfrac{1}{1-10^{-2020}}$ ، $b=\dfrac{1}{1-10^{-2021}}$

5) $a=-\dfrac{1}{2}\left(1+\sqrt{3}\right)$ ، $b=\sqrt{2+\sqrt{3}}$

6) $a=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}-3}$ ، $b=2\sqrt{5}+3\sqrt{2}$

7) $a=2\sqrt{13}-3\sqrt{6}$ ، $b=7\sqrt{2}-4\sqrt{26}$

8) $a=\dfrac{1}{2\sqrt{3}+3}$ ، $b=\dfrac{1}{\sqrt{13}+3}$

9) $a=\sqrt{\dfrac{143\pi}{4}}$ ، $b=\sqrt{\dfrac{142\pi}{3}}$

التمرين رقم 02

1) x عدد حقيقي حيث $x>0$.

✓ قارن بين a و b في كل حالة:

1) $a=\dfrac{-x}{1+x}$ ، $b=\dfrac{1-x}{x}$

2) $a=3+x$ ، $b=\sqrt{x^2+9}$

3) $a=\sqrt{x+\pi}$ ، $b=\sqrt{x+\dfrac{22}{7}}$

4) $a=(x+1)\sqrt{x}$ ، $b=x\sqrt{x+1}$

5) $a=\dfrac{x+1}{x+2}$ ، $b=\dfrac{x}{x+1}$

2) باستعمال الحالة 5، استنتج مقارنة بين العددين $\sqrt{\dfrac{2019}{2020}}$ و $\sqrt{\dfrac{2020}{2021}}$.

3) α عدد حقيقي حيث: $\dfrac{1}{4}<\alpha<\dfrac{1}{2}$.

✓ رتب تصاعديا الأعداد التالية:

1) $4\alpha-1$ ، $(4\alpha-1)^2$ ، $(4\alpha-1)^3$.

2) $5-8\alpha$ ، $(5-8\alpha)^2$ ، $(5-8\alpha)^3$.

التمرين رقم 03

a و b عددان حقيقيان موجبان تماما. نسمّي:

- الوسط الحسابي لـ a و b العدد $A=\dfrac{a+b}{2}$.
- الوسط الهندسي لـ a و b العدد $G=\sqrt{ab}$.
- الوسط التربيعي لـ a و b العدد $Q=\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$.
- الوسط التوافقي لـ a و b العدد $H=\dfrac{2}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}}$.

• بيّن أنّ: $Q\geq A\geq G\geq H$.

التمرين رقم 04

x و y عددان حقيقيان حيث: $0<x\le y\le 3x$.

1) أثبت أنّ: $(x-y)(3x-y)\le 0$.

2) انشر وبسّط $(x-y)(3x-y)$ و $\left(x\sqrt{3}-y\right)^2$،
ثمّ استنتج كتابتين للعدد $3x^2+y^2$.

3) نضع: $A=\dfrac{3x^2+y^2}{4xy}$ ، بيّن أنّ: $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\le A\le 1$.

التمرين رقم 05

a و b عددان حقيقيان حيث $a\in\,]2;b]$.
نضع: $A=\sqrt{a}-\sqrt{b}$ و $B=\sqrt{a-2}-\sqrt{b-2}$.

1) حدّد إشارة كل من A و B.

2) بيّن أنّ: $\dfrac{\sqrt{a-2}+\sqrt{b-2}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\dfrac{A}{B}$.

3) استنتج أنّ $\dfrac{A}{B}\in\,]0;1]$ ثمّ قارن بين A و B.

4) قارن بين العددين $\sqrt{21}-\sqrt{20}$ و $\sqrt{19}-\sqrt{18}$.

التمرين رقم 06

a و b عددان حقيقيان موجبان تماما حيث $a\ge b$.

❖ أثبت صحة المتباينتين الآتيتين:

$$\frac{\sqrt{a+b}}{3}-a^2\ge\frac{\sqrt{2b}}{3}-a^2\ldots(1)$$

$$\frac{1-2a^2}{b}\le\frac{1}{b}-2b\ldots(2)$$

التمرين رقم 07

x و y عددان من $\mathbb{R}_+^*$ حيث: $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$.

1) بيّن أنّ: $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\ge\dfrac{2}{\sqrt{xy}}$ وأنّ: $\dfrac{1}{xy}\ge 16$.

إرشاد: استعمل $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2$ و $\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2$.

2) استنتج أنّ: $\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\left(1+\dfrac{1}{y}\right)\ge 25$.

التمرين رقم 08

x و y عددان حقيقيان حيث:

$$x=\sqrt{7-3\sqrt{5}}\quad;\quad y=\sqrt{7+3\sqrt{5}}$$

1) قارن بين x و y ، ثمّ استنتج إشارة العدد:

$$A=\sqrt{7-3\sqrt{5}}-\sqrt{7+3\sqrt{5}}$$

2) احسب A^2 ثمّ استنتج قيمة مبسّطة لـ A.

3) بيّن أنّ: $x+y=3\sqrt{2}$.

4) علما أنّ: $1,4<\sqrt{2}<1,5$ و $2,2<\sqrt{5}<2,3$ ،
جد حصرا للعدد $\dfrac{1-A}{x+y}$ بالتدوير إلى 10^{-2}.

التمرين رقم 09

نعتبر العددين: $a=3\sqrt{3}$ ، $b=2\sqrt{7}$.

1) بيّن أنّ: $a-b=\dfrac{-1}{3\sqrt{3}+2\sqrt{7}}$ ، ثمّ استنتج مقارنة بين a و b.

2) انشر وبسط العدد $\left(3\sqrt{3}-2\sqrt{7}\right)^2$ ، ثمّ استنتج
كتابة مبسطة للعدد $c=\sqrt{55-12\sqrt{21}}$.

3) أعط حصرا لـ c إذا علمت أنّ $1,7<\sqrt{3}<1,8$
و $2,6<\sqrt{7}<2,7$.

4) بيّن أنّ: $0<\dfrac{3}{5}-2c<1$، ثمّ رتب تصاعديا
الأعداد $\sqrt{\dfrac{3}{5}-2c}$ ، $\dfrac{3}{5}-2c$ ، $\left(\dfrac{3}{5}-2c\right)^{2020}$
و $\left(\dfrac{3}{5}-2c\right)^{2021}$.

هزي لازمها تخمجة ...شغل مخك

التمرين رقم 10

ABC مثلث متساوي الساقين في الرأس A.

❖ إذا علمت أن طول الضلع $[BC]$ محصور بين 2,1 و 2,2 ، وطول الضلع $[AB]$ محصور بين 3 و 3,3 .

1) جد حصرا للارتفاع H المتعلق بالضلع $[BC]$.

2) استنتج حصرا لكل من محيط ومساحة المثلث ABC.

التمرين رقم 11

x و y عددان حقيقيان حيث: $-2<\frac{1}{x}<-\frac{1}{4}$

و $1<y<3$.

❖ أعط حصرا لكل من x^2+y^2 ، $2-(x+y)^2$ ، $\frac{x^2}{1+y^2}$ ، $\sqrt{-2x-y}$ ، $\frac{\sqrt{y}}{2x-5}$ و $\sqrt{\frac{21}{y-x}}$.

التمرين رقم 12

p و q عددان حقيقيان حيث:

$$\frac{1}{|q+4|}\geq 1 \quad ; \quad |2p-3|\leq 1$$

1) عيّن حصرا لكل من p ، q ، $p\times q$ ، p^2+q^2 و $\frac{p\times q}{p^2+q^2}$.

2) حدّد إشارة العددين $5p+q$ و $q+3$.

3) أوجد حصرا للعدد e حيث:

$$e=\sqrt{(5p+q)^2}-\sqrt{(q+3)^2}$$

التمرين رقم 13

x ، y و z أعداد حقيقية حيث:

$$3\leq z\leq 7 \quad ; \quad -5\leq y\leq -3 \quad ; \quad -4\leq x\leq 5$$

1) جد حصرا للأعداد التالية: $2y-1$ ، $-x+5$ ، $z-y$ ، yz ، y^2+z^2 ، $\frac{x-3y}{y^2+2}$ ، $\sqrt{\frac{1}{z}-2y}$.

2) بسّط العددين:

$$U=\sqrt{(y+3)^2}+\sqrt{(y+5)^2}$$

$$V=\sqrt{(x+3)^2}-\sqrt{(x-5)^2}+(1-2x)$$

التمرين رقم 14

a و b عددان حقيقيان حيث: $0<a<b$ ،

$7<a^2+b^2<12$ و $1<ab<2$.

1) بيّن أنّ: $3<a+b<4$ و $\sqrt{3}<a-b<\sqrt{10}$ ،

ثمّ استنتج حصرا لـ $\frac{1}{a^2-b^2}$.

2) أثبت أنّ: $\frac{3+\sqrt{3}}{2}<a<2+\frac{\sqrt{10}}{2}$

وأنّ: $\frac{3-\sqrt{10}}{2}<b<\frac{4-\sqrt{3}}{2}$.

التمرين رقم 15

لتكن $A(x)$ العبارة المعرفة بـ:

$$A(x)=3|x+2|+\sqrt{(5-x)^2}$$

1) احسب $A(2-\sqrt{5})$ و $A(\sqrt{3}+5)$.

2) اكتب $A(x)$ دون رمز القيمة المطلقة والجذر.

3) حل في $\mathbb{R}$ كلا من المعادلة $A(x)=10$ و المتراجحة $A(x)>x$.

التمرين رقم 16

1) انشر وبسّط $(3x-3)^2$ و $(x+1)^2$.

2) لتكن $E(x)$ العبارة التالية:

$$E(x)=\sqrt{9x^2-18x+9}-\sqrt{x^2+2x+1}$$

3) بيّن أنّه لكل $x\in\mathbb{R}$: $E(x)=|3x-3|-|x+1|$.

4) اكتب $E(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

5) عيّن I مجموعة حلول المتراجحة $E(x)\leq 1$.

6) نعتبر J المجموعة المعرفة كما يلي:

$$J=\left\{x\in\mathbb{R}-\{4\}/\ -1\le\frac{2x-3}{4-x}\le 3\right\}$$

أ- بيّن أنّه لكل $x\in\mathbb{R}-\{4\}$: $\frac{2x-3}{4-x}=-2+\frac{5}{4-x}$.

ب- اكتب J على شكل مجال .

ج- عيّن في $\mathbb{R}$ كلا من $I\cap J$ ، $I\cup J$ ، $I\cap\mathbb{R}^-$ و $J\cap\mathbb{R}_+^*$.

التمرين رقم 17

x عدد حقيقي، لتكن العبارة التالية:

$$P(x)=|2x-3|-5$$

1) احسب $P\left(-\frac{1}{2}\right)$ ، $P(0)$ و $P\left(\sqrt{2}\right)$.

2) اكتب $P(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

3) عيّن في كل حالة ممّا يلي قيم x التي تحقّق:

1. $P(x)=x$
2. $x\le\frac{3}{2}$ و $P(x)=x$
3. $P(x)\le 2x-5$

التمرين رقم 18

عبّر عن المجموعات التالية باستعمال المجالات:

$$I=\{x\in\mathbb{R}/\ -5\le x+3\le 1\}$$

$$J=\{x\in\mathbb{R}/\ |x+2021|\ge 4\}$$

$$K=\{x\in\mathbb{R}/\ x^2-1<8 \text{ أو } 2x\ge 6\}$$

$$L=\{x\in\mathbb{R}/\ d(x;-7)<6\}$$

$$E=\left\{x\in\mathbb{R}-\left\{\frac{2}{3}\right\}/\ \frac{1}{2-3x}\le-\frac{1}{4}\right\}$$

$$F=\{x\in\mathbb{R}/\ 1-2x\ge 3 \text{ و } |x|<2\}$$

$$G=\left\{x\in\mathbb{R}^+/\ \frac{1}{3}\le\frac{1}{\sqrt{x+3}}\le\frac{1}{2}\right\}$$

التمرين رقم 19

1) أكمل الجدول التالي:

الحصر	المجال	c	r	المسافة	القيمة المطلقة
	$I=\ldots$				$\lvert x+3\rvert\le 1$
	$J=]-2;1[$				
	$K=\ldots$			$d(x;2)\le 7$	
$-4<x\le 3$	$L=\ldots$				
	$M=[\,;\,]$	-2	6		

2) عيّن في $\mathbb{R}$ المجموعات التالية:

$L\cup\mathbb{R}_+^*$ $J\cap K\cap M$ $J\cup K$ $I\cap J$

$J\cap\mathbb{R}^*$ $J\cup L\cup\mathbb{R}^-$ $I\cup K$ $L\cap J$

التمرين رقم 20

باستعمال مفهوم المسافة، عيّن قيم x التي تحقّق:

1. $\left|x+\frac{1}{2}\right|=3$
2. $|x-2|=|1-x|$
3. $|x-4|\le 3$
4. $|x+3|<|x-5|$
5. $d(x;-4)\ge d(x;1)$
6. $|x+9|+|x-2|=11$

التمرين رقم 21

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات و المتراجحات التالية جبريا:

1. $|5-3x|\le 2$
2. $|x+4|\ge 3x$
3. $\sqrt{(2-x)^2}=|x|$
4. $|4x+8|-|x-1|<0$
5. $\sqrt{x^2+6x+9}=2x$
6. $2|4-x|+|x|>8$

النجاح هو أولا قناعة تستقر في ذهنك...

وثانيا عمل تجسده في واقعك...

يااااو واحد مانجح بالرقاد