نعتبر $M(x,y)$ و $A(x_A,y_A)$ ، $B(x_B,y_B)$ نقط من مستوي منسوب إلى معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$:

❶ يتساوى شعاعان إذا كان لهما نفس المنحنى ونفس الاتجاه ونفس الطويلة، أو نفس المركّبات.

❷ ليكن الشعاعان $\vec{u}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ ، $\vec{v}=\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ من المستوي:

① $\vec{u}=\vec{v} \Leftrightarrow x=x'$ و $y=y'$ ② $\vec{u}+\vec{v}=\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$ ③ $k\vec{u}=\begin{pmatrix}kx\\ky\end{pmatrix}$ حيث $k\in\mathbb{R}$

④ $k(\vec{u}+\vec{v})=k\vec{u}+k\vec{v}$ ⑤ $(k+k')\vec{u}=k\vec{u}+k'\vec{u}$ ⑥ $\|k\vec{u}\|=|k|\cdot\|\vec{u}\|$ ⑦ $0\cdot\vec{u}=\vec{0}$

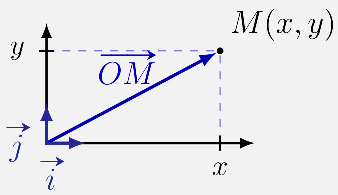
❷ لإثبات أنّ الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطان خطيّا يكفي أن نثبت أنّ:

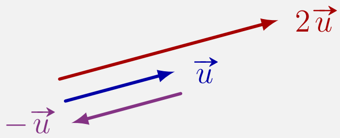
① $\vec{u}=\alpha\vec{v}$ أو ② $x'\cdot y-x\cdot y'=0$ أو ③ $\frac{x'}{y'}=\frac{x}{y}$ مع $y\neq 0$ و $y'\neq 0$

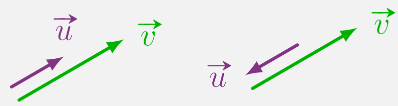
★ إذا كان $\alpha>0$ فإنّ $\vec{u}$ و $\vec{v}$ لهما نفس الاتجاه ، وإذا كان $\alpha<0$ فإنّ $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعاكسان في الاتجاه.

❸ ① $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$ ② $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ ③ $I\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)$ (منتصف $[AB]$)

④ إذا كان المعلم متعامدا ومتجانسا: $\|\overrightarrow{AB}\|=AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$ ، $\|\vec{u}\|=\sqrt{x^2+y^2}$





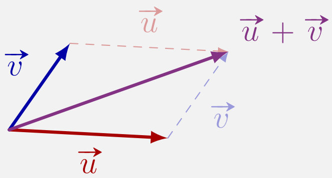


❹ ① $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$ ② $\|\overrightarrow{AB}\|=\|\overrightarrow{BA}\|$ ③ $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ ④ $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{IB}$

④ **علاقة شال** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ ⑤ $\overrightarrow{AA}=\vec{0}$

❺ ① لكي نثبت أنّ الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع يكفي أنّ نثبت أنّ: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

② إذا كان الرباعي $ABCD$ فإنّ: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$.



❺ لكي نثبت أنّ $(AB)\ //\ (BC)$ يكفي أن نثبت أنّ الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$ مرتبطان خطيّاً.

❻ لكي نثبت أنّ النقط A ، B و C في استقامية يكفي أن نثبت أنّ الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطان خطياً

إذا كان $\vec{u}=\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ) فإنّ معامل توجيهه هو $\frac{b}{a}$ مع $a\neq 0$.

برهان: $\vec{u}=\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}1\\\frac{b}{a}\end{pmatrix}$.

❼ ① المستقيم الذي معادلته $x = a$ يوازي محور التراتيب و ليس له معامل توجيه.

② المستقيم الذي معادلته $y = b$ يوازي محور الفواصل ومعامل توجيهه 0 .

❽ ① يتوازى مستقيمان إذا كان لهما نفس معامل التوجيه .

② يتعامد مستقيمان إذا كان جداء معاملي توجيههما يساوي -1 .

❾ ① يمكن تعيين معادلة مستقيم إذا عُلمت نقطتان منه أو نقطة وشعاع توجيهه.

② معامل توجيه المستقيم الذي معادلته : $y = ax + b$ هو a .

③ المستقيم الذي معادلته $ax + by + c = 0$ ، $\vec{u} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ شعاعُ توجيه له.

④ معامل توجيه المستقيم الذي يشمل النقطتين $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ يساوي: $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

⑤ لكي نثبت أنّ النقطة $M_0(x_0, y_0)$ تنتمي إلى المستقيم الذي معادلته: $ax + by + c = 0$

يكفي أن نثبت أنّ: $ax_0 + by_0 + c = 0$.

★ لمعرفة الوضع النسبي بين المستقيمين: $(\Delta) : ax + by = c$ و $(\Delta') : a'x + b'y = c'$ نقوم بحل الجملة :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

إذا كان	$ab' - ba' = 0$	$ab' - ba' \neq 0$
فإنّ الجملة	لا حلّ لها أو لها مالا نهاية من الحلول	تقبل حلّا وحيدا
التفسير الهندسي	(Δ) لا يقطع (Δ') أو $(\Delta) = (\Delta')$	(Δ) يقطع (Δ') في نقطة وحيدة

★★ $(\Delta) = (\Delta') \iff \dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'} = \dfrac{c}{c'}$