# السلسلة رقم 03

# عموميات على الدوال

- مجموعة تعريف دالة
- اتجاه التغير على مجال
- القيم الحدية
- شفعية دالة
- القراءة البيانية

## التمرين رقم 01

عيّن مجموعة تعريف الدالة $f$ في كل حالة ممّا يلي:

1) $f(x)=2x+\dfrac{1}{x}$
2) $f(x)=\dfrac{x^3-3x}{2}$
3) $f(x)=x^2-\sqrt{1-4x}$
4) $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+3}$
5) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{|x|-2}$
6) $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^2-9}$
7) $f(x)=\sqrt{-x}+\sqrt{x+1}$
8) $f(x)=\sqrt{|x|+5}$

## التمرين رقم 02

ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $I$ في كل حالة من الحالات الآتية:

1) $f(x)=-\dfrac{3}{2}x+7$ ; $I=\mathbb{R}$
2) $f(x)=1-x^2$ ; $I=[0;+\infty[$
3) $f(x)=3+\sqrt{5-x}$ ; $I=]-\infty;5]$
4) $f(x)=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{9}{2}$ ; $I=\left]-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$
5) $f(x)=\dfrac{4}{x+2}-10$ ; $I=]-2;+\infty[$
6) $f(x)=\dfrac{-1}{\sqrt{x-3}}$ ; $I=]3;+\infty[$

## التمرين رقم 03

ادرس شفعية الدالة $f$ في كل حالة ممّا يلي:

1) $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$
2) $f(x)=\sqrt{x^2+2020}$
3) $f(x)=x^{2021}+\dfrac{1}{x^{2021}}$
4) $f(x)=x^4-2|x|$
5) $f(x)=\dfrac{|x|}{x^2+5}$
6) $f(x)=\dfrac{3x+1}{x^2}$
7) $f(x)=\dfrac{x^3}{\sqrt{2x^2+1}}$
8) $f(x)=x-|x^2-1|$

## التمرين رقم 04

1) $f$ دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـــ:

$$2f(x)+f(-x)=3|x|-\sqrt{x^2+1}$$

✓ بيّن أنّ $f$ دالة زوجية ، ثمّ استنتج عبارة $f(x)$ بدلالة $x$.

2) $g$ دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـــ:

$$3g(-x)+g(x)=x^3+4x$$

✓ بيّن أنّ $g$ دالة فردية ، ثمّ استنتج عبارة $g(x)$ بدلالة $x$.

## التمرين رقم 05

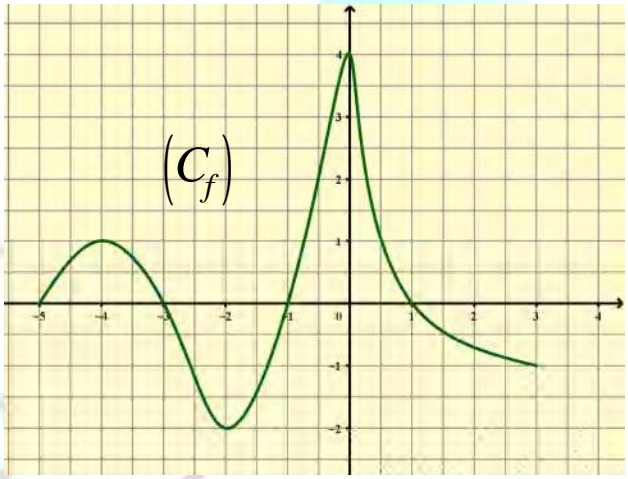
لتكن $f$ الدالة المعرّفة بـ: $f(x)=3-\dfrac{1}{x+1}$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني.

1) عيّن $D$ مجموعة تعريف الدالة $f$.
2) احسب $f(0)$ ، $f(-10)$ ، $f(7)$ و $f\left(\sqrt{3}\right)$.
3) جد سوابق العدد $0$ بالدالة $f$.
4) عيّن فيمتي العددين الحقيقيين $\alpha$ و $\beta$ حتى تكون $A(\alpha;4)$ و $B(5;\beta)$ نقطتين من $(C_f)$.
5) ادرس اتجاه تغير $f$ على $D$ ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

## التمرين رقم 06

باستعمال $(C_f)$ منحنى الدالة $f$ الممثل في الشكل أدناه،
أجب عن الأسئلة التالية:

1) عيّن $D_f$.
2) عيّن $f(-2)$ و $f(0)$.
3) حل بيانيا المعادلة $f(x)=0$.
4) شكّل جدول إشارة الدالة $f$.
5) عيّن القيم الحدّية للدالة $f$.
6) شكّل جدول تغيرات الدالة $f$.




## التمرين رقم 07

$g$ دالة معرّفة على $[-5;4]$ بجدول تغيراتها كما يلي:

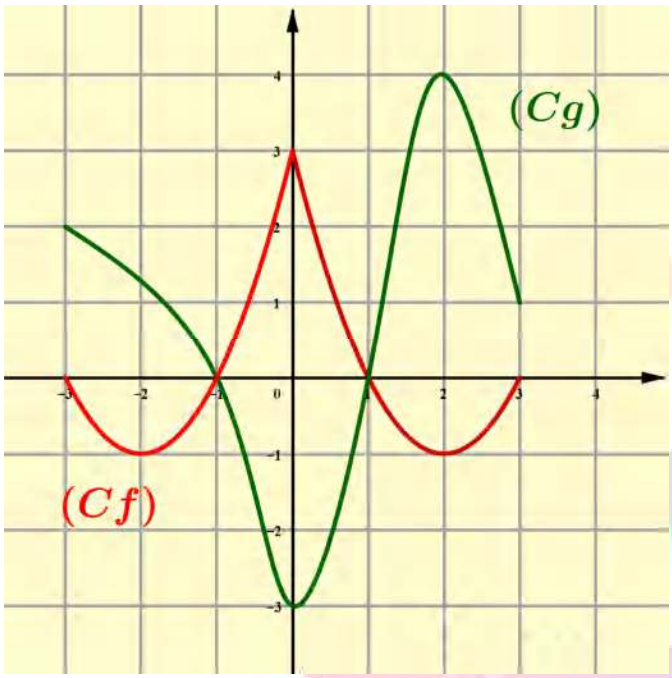
| $x$ | $-5$ | | $-2$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $-2$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $0$ | ↗ | $2$ | ↘ | $0$ | ↘ | $-1$ |

$(C_g)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد منجانس.

1) أ- ما هي سوابق العدد 0 بالدالة $g$ ؟
ب- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[-5;4]$.
2) عيّن -إن وجدت- القيم الحدّية للدالة $g$.
3) قارن بين العددين $g(-0,5)$ و $g(-0,25)$، ثمّ بين $g\left(\frac{4}{3}\right)$ و $g\left(\frac{5}{2}\right)$.
4) شكّل جدول تغيرات الدالة $f$ المعرفة على المجال $[-5;4]$ بـ: $f(x)=-g(x)$.
5) أنشئ $(C_g)$ و $(C_f)$ في نفس المعلم.

## التمرين رقم 08

$f$ و $g$ دالتان معرّفتان بيانيا كما في الشكل الموالي.




**بقراءة بيانية:**

1) عيّن $D_f$ و $D_g$.
2) عيّن الصور $f(1)$، $f(-2)$، $g(0)$ و $g(3)$.
3) قارن بين $f\left(\frac{1}{3}\right)$ و $f\left(\frac{2}{5}\right)$ مع التبرير.
4) عيّن القيم الحدّية للدالة $g$.
5) حدّد إشارة $f(x)$ و $g(x)$ على المجال $[-3;3]$.
6) حدّد شفعية الدالة $f$ مع التعليل.
7) شكّل جدول تغيرات كل من الدالتين $f$ و $g$.
8) حل بيانيا المعادلات و المتراجحات التالية:

$f(x)+1=0$ ; $g(x)\geq 0$

$g(x)<f(x)$ ; $f(x)=g(x)$

## التمرين رقم 09

$f$ الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-2|x|+3$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني.

1) اكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ ، فسّر النتيجة بيانيا.

3) ادرس اتجاه تغير $f$ على كل من المجالين $]-\infty;0]$ و $[0;+\infty[$، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

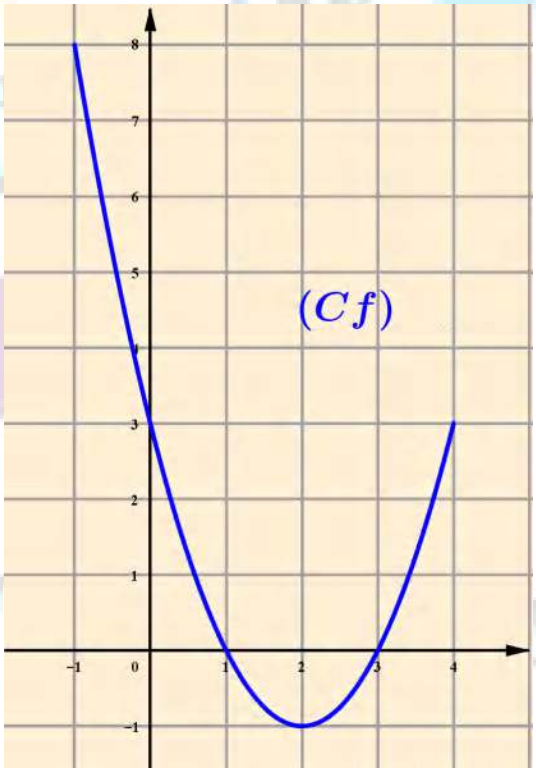
4) استنتج أنّ $f$ تقبل قيمة حدّية يطلب تعيينها.

5) أنشئ $(C_f)$ في معلم متعامد منجانس.

6) حل بيانيا المتراجحة $f(x)+3>0$ ، ثمّ تحقّق جبريا من النتائج.

## التمرين رقم 10

$f$ الدالة المعرّفة بتمثيلها البياني $(C_f)$ كما يلي:




1) بقراءة بيانية:

أ- عيّن $D_f$ ، $f(-1)$ ، $f(0)$ و $f(1)$.

ب- حدّد السوابق الممكنة للعددين 0 و 3 بالدالة $f$.

ج- شكّل جدول تغيرات الدالة $f$.

د- حل بيانيا المتراجحة $f(x)>0$.

2) علما أنّ عبارة $f$ تكتب على الشكل:

$f(x)=ax^2+bx+c$ ، حيث $a$ ، $b$ و $c$ أعداد حقيقية.

أ- اكتب كلا من $f(-1)$ ، $f(0)$ و $f(1)$ بدلالة $a$ ، $b$ و $c$.

ب- اعتمادا على نتائج السؤال (1-أ)، جد قيم الأعداد $a$ ، $b$ و $c$.

3) $g$ دالة تآلفية تمثيلها البياني على $\mathbb{R}$ هو المستقيم $(D)$ المار بالنقطتين $A(0;3)$ و $B(3;0)$.

أ- عيّن عبارة الدالة $g$ ، ثمّ ارسم $(D)$ في المعلم السابق.

ب- حل بيانيا المعادلة $f(x)=g(x)$ والمتراجحة $f(x)\le g(x)$.

## التمرين رقم 11

إليك فيما يلي جزء من جدول تغيرات دالة $f$ زوجية على مجموعة تعريفها، وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني.

| $x$ | $-4$ | | $-\frac{5}{2}$ | | $-\frac{3}{2}$ | | $0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $\frac{1}{2}$ | | $1$ | | $0$ | $-3$ |

1) عيّن $D_f$ ، ثمّ أكمل الجدول أعلاه.

2) قارن بين $f(-2)$ و $f\left(-\frac{11}{8}\right)$ ، ثمّ بين $f(1)$ و $f\left(\frac{7}{5}\right)$ مع التعليل.

3) عيّن سوابق العدد 0 بالدالة $f$ ، ثمّ استنتج إشارة $f(x)$ على $D_f$.

4) عيّن القيم الحدّية للدالة $f$.

5) أنشئ $(C_f)$ في معلم متعامد منجانس.

## التمرين رقم 12

لتكن $f$ الدالة المعرّفة بـ: $f(x)=\dfrac{-x}{x^2-1}$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني.

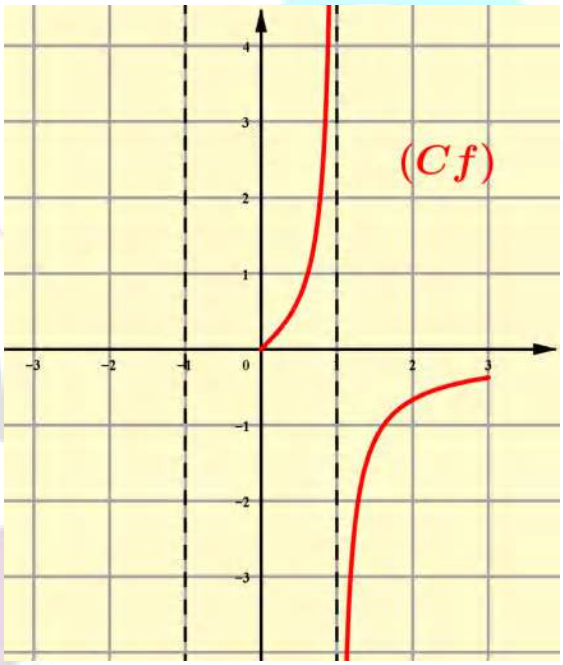
1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2-1=0$ ، ثمّ استنتج مجموعة تعريف الدالة $f$.

2) احسب $f(0)$ ، $f(2)$ و $f(3)$.

3) ادرس شفعية الدالة $f$ ، فسّر النتيجة بيانيا.

4) استنتج دون حساب كلا من $f(-2)$ و $f(-3)$.

5) إليك في الشكل الموالي جزء من $(C_f)$.




أ- أكمل رسم المنحنى $(C_f)$ على المجموعة $D=[-3;3]-\{-1;1\}$.

ب- شكّل جدول تغيرات الدالة $f$ على $D$.

ج- لخّص في جدول إشارة $f(x)$ على $D$.

## التمرين رقم 13

I. نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$f(x)=x^2+ax+b$

حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان، $(C_f)$ تمثيلها البياني.

1) عيّن فيمتي $a$ و $b$ علما أنّ $(C_f)$ يشمل النقطتين $A(0;20)$ و $B(2;8)$.

2) نضع الآن: $f(x)=x^2-8x+20$.

أ- عيّن السوابق الممكنة للعدد 20 بالدالة $f$.

ب- نحقّق أنّه لكل $x$ من $\mathbb{R}$ : $f(x)=(x-4)^2+4$.

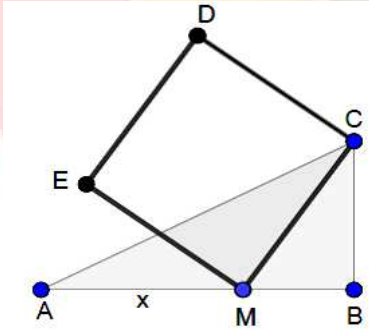
ج- ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ على كل من المجالين $]-\infty;4]$ و $[4;+\infty[$، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

د- بيّن أنّه لكل $x$ من $\mathbb{R}$ : $f(x)-4\geq 0$ ، استنتج وجود قيمة حدّية للدالة $f$ ثمّ عينها.

II. نعتبر في المستوي المثلث $ABC$ القائم في $B$ حيث $AB=4cm$ ، $BC=2cm$.

$M$ نقطة من $[AB]$ حيث $AM=x$.

$D$ و $E$ نقطتان من المستوي بحيث يكون الرباعي $MCDE$ مربعا. ( انظر الشكل أدناه )

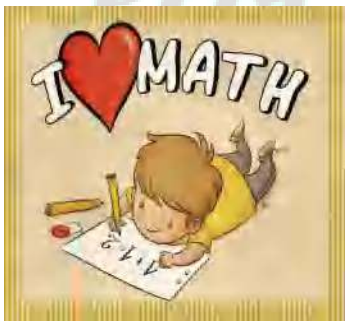



1) ما هي القيم الممكنة لـ $x$ ؟

2) عبّر عن الطول $MC$ بدلالة $x$.

3) بيّن أنّ مساحة المربع $MCDE$ هي $f(x)$.

4) استنتج قيمة $x$ حتى تكون مساحة المربع $MCDE$ أصغر ما يمكن.




ازرع جميلا ولو في غير موضعه
فلن يضيع جميل أينما زرع