## الحساب على الكسور

نفرض في كل مايلي أن مقامات الكسور غير معدومة :

❶ **الجمع و الطرح :** ① $\frac{a}{b}\pm\frac{c}{b}=\frac{a\pm c}{b}$ ② $\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{a\times d\pm c\times b}{b\times d}$ ③ $\frac{a}{b}\pm\frac{c}{kb}=\frac{a\times k\pm c}{bk}$ ④ $a\pm\frac{c}{b}=\frac{a\times b\pm c}{b}$

❷ **الضرب :** ① $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$ ② $a\times\frac{b}{c}=\frac{a\times b}{c}$

❸ **المقلوب و القسمة :** ① $\frac{1}{\frac{a}{b}}=\frac{b}{a}$ ② $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$ ③ $\frac{a}{\frac{b}{c}}=a\times\frac{c}{b}$ ④ $\frac{\frac{a}{b}}{c}=\frac{a}{b}\times\frac{1}{c}$

## خواص القوى

① $x^n=\underbrace{x\times x\times x\times\cdots\times x}_{n\text{ مرّة}}$ ② $x^n\times x^m=x^{n+m}$ ③ $\frac{x^n}{x^m}=x^{n-m}$ ④ $x^{-n}=\frac{1}{x^n}$ ⑤ $(x\times y)^n=x^n\times y^n$

⑥ $\left(\frac{x}{y}\right)^n=\frac{x^n}{y^n}$ ⑦ $x^{2n}>0\,;(x\neq 0)$ ★ $x^0=1$ (مع $x\neq 0$)

## الحساب على الجذور

يكون العدد $\sqrt{x}$ معرفا إذا وفقط إذا كان $x\geq 0$ .

① $\sqrt{x}\geq 0$ ② $(\pm\sqrt{x})^2=x$ ③ $\sqrt{x\times y}=\sqrt{x}\times\sqrt{y}$ ④ $\sqrt{\frac{x}{y}}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ (مع $x\geq 0$ و $y>0$) ⑤ $\sqrt{x+y}\leq\sqrt{x}+\sqrt{y}$

⑥ $\sqrt{x^2}=|x|=\begin{cases}x\,;\,x\geq 0\\-x\,;\,x<0\end{cases}$

⑦ **خواص المقارنة :** ❶ : $\sqrt{x}=y\Leftrightarrow x=y^2$ (إذا كان $y$ موجبا) ❷ $\sqrt{x}>y\Leftrightarrow y<0$ أو $\begin{cases}y\geq 0\\x>y^2\end{cases}$

❸ $\sqrt{x}<y\Leftrightarrow\begin{cases}y\geq 0\\x<y^2\end{cases}$

## الجداءات الشهيرة

① $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$ ② $(x-y)^2=x^2+y^2-2xy$ ③ $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$

④ $(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz$

⑤ $(x+y)^3=x^3+y^3+3x^2y+3xy^2$ ⑥ $(x-y)^3=x^3-y^3-3x^2y+3xy^2$

⑦ $x^3+y^3=(x+y)(x^2+y^2-xy)$ ⑧ $x^3-y^3=(x-y)(x^2+y^2+xy)$

## الترتيب و المقارنة

① لمقارنة عددين حقيقيين $x$ و $y$ نقوم بدراسة إشارة الفرق بينهما :

❶ $x-y>0\Leftrightarrow x>y$ ❷ $x-y<0\Leftrightarrow x<y$ ❸ $x-y=0\Leftrightarrow x=y$ .

② خاصية التعدّي : $\begin{pmatrix} x \le y \\ \text{و} \\ y \le z \end{pmatrix} \Rightarrow x \le z$ . ( لاحظ أنّ : $x \le y \le z$ )

③ الجمع : ❶ $x \le y \Leftrightarrow x+z \le y+z$ . ❷ $\begin{pmatrix} x \le y \\ \text{و} \\ w \le z \end{pmatrix} \Rightarrow x+w \le z+y$.

④ الضّرب : ❶ $x \le y \Leftarrow \begin{cases} x \times z \le y \times z \ \textit{si: } z > 0 \\ x \times z \ge y \times z \ \textit{si: } z < 0 \end{cases}$

❷ $\begin{pmatrix} 0 < x \le y \\ \text{و} \\ 0 < w \le z \end{pmatrix} \Rightarrow x \times w \le z \times y$ (صالحة فقط من أجل الأعداد الموجبة تماما)

⑤ المقلوب : إذا كان $x$ و $y$ من نفس الإشارة وكان : $x \le y$ فإنّ : $\frac{1}{x} \ge \frac{1}{y}$.

⑥ الجذر : $0 \le x \le y \Leftrightarrow \sqrt{x} \le \sqrt{y}$

⑦ التربيع : ❶ $0 \le x \le y \Leftrightarrow x^2 \le y^2$ ❷ $\le x \le y \le 0 \Leftrightarrow x^2 \ge y^2$

★ $0 \le x \le 1 \Leftarrow \ldots \ge x^3 \le x^2 \le x$ ★★ $x \ge 1 \Leftarrow \ldots \ge x^3 \ge x^2 \ge x$

⊗ تنبيه : ❶ $\begin{pmatrix} x \le y \\ \text{و} \\ w \le z \end{pmatrix} \not\Rightarrow x-w \le z-y$ خذ مثلا : $\begin{pmatrix} 1 \le 2 \\ \text{و} \\ -1 \le 3 \end{pmatrix}$

❷ $\begin{pmatrix} x \le y \\ \text{و} \\ w \le z \end{pmatrix} \not\Rightarrow \frac{x}{w} \le \frac{y}{z}$ خذ مثلا : $\begin{pmatrix} 1 \le 2 \\ \text{و} \\ 1 \le 3 \end{pmatrix}$

## القيمة المطلقة

❶ $|x| = \begin{cases} x \ \textit{si} \ x \ge 0 \\ -x \ \textit{si} \ x < 0 \end{cases}$ ❷ $|x| \ge 0$ ❸ $|x| = 0$ معناه $x = 0$ ★ $-|x| \le x \le |x|$ ❹ $|0| = 0$

❺ $|x| = \sqrt{x^2}$ ❻ $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$ ❼ $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$ ❽ $|x+y| \le |x| + |y|$ (المتباينة المثلثية)

❾ $|x| = |y| \Leftrightarrow x = y$ أو $x = -y$ ❿ $|x| > 0 \Leftrightarrow x \ne 0$

⊙ خواص المقارنة : ① $0 \le x \le y \Rightarrow |x| \le |y|$ لكن : $0 \le x \le y \Leftarrow |x| \ge |y|$

② من أجل $y > 0$ لدينا : ① $|x| < y \Leftrightarrow -y < x < y$ ② $|x| > y \Leftrightarrow (x < -y$ أو $x > y)$

③ $|x| = y \Leftrightarrow (x = y$ أو $x = -y)$